Journal of the Korea Concrete Institute
Vol.18, No.1, pp. 109 ~ 116, February, 2006

건조수축과 크리프에 의한 합성형 거더의 재령종속적 거동

안성수[1)]·성원진[1)]·강병수[1)]·이용학[1)*]

[1)]건국대학교 토목공학과

(2005년 6월 20일 원고접수, 2006년 1월 16일 심사완료)

Age Dependent Behaviors of Composite Girders Subjected to Concrete Shrinkage and Creep

Sung-Soo Ahn[1)], Won-Jin Sung[1)], Byeong-Su Kang[1)], and Yong-Hak Lee[1)*]

[1)]Dept. of Civil Engineering, Konkuk University, Seoul 143-701, Korea

(Received June 20, 2005, Accepted January 16, 2006)

ABSTRACT

An incremental approach to predict the time dependent flexural behavior of composite girder is presented in the framework of incremental finite element method. Age dependent nature of creep, shrinkage, and maturing of elastic modulus of concrete is prescribed in the incremental tangent description of constitutive relation derived based on the first order Taylor series expansion applying to the total form of stress-strain relation. The loop phenomenon in which age dependent nature of concrete causes stress redistribution and it causes creep in turn is taken into account in the formulation through the incremental representation of constitutive relation. The developed algorithm predicts the time dependent deflections of 4.8m long two span double composite box girder subjected to shrinkage, maturing of elastic modulus, and creep initially induced by self weight. Comparison shows a good agreement between the predicted and measured results.

Keywords : creep, shrinkage, incremental constitutive law, double composite girder, finite element analysis

1. 서 론

수화반응과 더불어 발생하는 콘크리트의 재령종속적 성질에는 비역학적 변형의 원인이 되는 크리프현상과 건조수축, 구조적 재료로서의 강성에 관련한 탄성계수발현이 있다. 구조물의 재령초기에 자중에 의해 발생하는 크리프변형이 건조수축변형과 함께 구조물의 내적 혹은 외적 경계조건으로 인해 억제되어 역학적 변형이 발생하며, 이 역학적 변형은 탄성계수발현과 함께 내적응력상태를 다시 변화시킴으로써 크리프변형 발생조건이 변하게 된다. 이러한 크리프변형 발생조건의 변화와 내적응력상태의 상호 순환고리 관계는 외적 하중의 작용 없이 구조물이 자중 하에서 지속적으로 변형하는 원인이 된다.

플랜지 콘크리트와 복부 강재로 구성된 합성형 거더는 콘크리트의 재령종속적 성질로 인한 비역학적 변형이 강재의 구속작용에 의해 억제됨으로써 거더의 깊이를 따라 응력재분배가 발생하고, 결과적으로 크리프변형 발생조건이 변화하여 콘크리트재령에 종속적인 거동을 하게 된다.

합성형 거더의 장기거동에 관한 연구는 이러한 응력재분배와 이에 따른 크리프 발생조건변화 간의 지속적인 상호 순환고리 관계에 관한 모델링 및 이를 고려한 구조물 거동 예측분야와[1-7] 콘크리트와 강재의 계면 상에서 발생하는 전단슬립 거동에 관한 분야로 구성되어 진행되어 왔다. 전자에 관련한 구조물의 거동예측결과는 채택된 콘크리트 구성관계의 성격에 지배되며 이에 관한 여러 구성모델[8-13] 가운데 Bazant[8]의 재령보정유효탄성계수(age adjusted effective modulus, AAEM) 개념이 대부분의 연구에서 사용되고 있다. 총 응력과 변형률의 할선관계를 정의하는 Bazant[8]의 AAEM은 크리프 컴플라이언스 함수의 도입을 통해 콘크리트의 크리프와 건조수축 및 탄성계수발현을 단일하며 단순한 형태의 구성관계로 표현함으로써 구조물 거동해석을 위한 평형방정식의 유도과정을 단순화 시킬 수 있게 한다. 이러한 큰 장점에도 불구하고 AAEM을 구성하는 변수에 대한 실험관계식의 복잡성과 일부 변수의 계산에 요구되는 수치해석의 난해함 및 일부 계수 값의 선택에서 나타나는 불확정성의 단점으로 인해 아직 부분적인 연구가 진행되고 있다.

* Corresponding author
E-mail : leeyo@konkuk.ac.kr
©2006 by Korea Concrete Institute

본 연구는 합성형 거더를 구성하는 콘크리트와 강재의 계면이 완전부착된 것으로 가정하고 콘크리트 크리프와 건조수축 및 탄성계수발현과 내적응력과 크리프변형 간의 상호순환고리관계를 고려하는 이용학14)에 의해 제안된 재령종속증분접선계수(age dependent incremental tangent modulus, ADITM)를 사용하여 장기거동해석 평형방정식을 보요소를 사용한 유한요소해석법을 이용하여 유도하였다. 시간증분률 형태로써 응력과 변형률의 접선관계를 정의하는 ADITM은 콘크리트 크리프와 건조수축 및 탄성계수발현과 내적응력과 크리프변형 간의 상호순환고리관계를 고려하는 총 응력-변형률 관계를 Taylor 급수확장을 이용하여 기준시간에 관해 선형으로 확장함으로써 유도하였다. 절점 당 세 자유도를 갖는 2절점 보요소를 사용하여 합성형 거더의 축 및 휨 거동을 근사화하고 ADITM을 사용하는 증분률 구성관계를 적용하여 구조물 좌표계의 비선형 평형방정식을 시간증분 관계로 유도하였다.

부모멘트 구간 하단부에 콘크리트가 타설된 이중합성 거더의 재령종속적 거동 분석을 목적으로 최근에 수행된 실험 결과를[15] 수치해석을 통해 예측하였다. 총 지간 4.8 m의 2경간 해석대상 이중합성 거더는 플랜지와 부모멘트 구간 하부에 타설된 콘크리트의 건조수축변형과 탄성계수발현에 부가적으로 거더의 자중으로 인해 발생한 초기 크리프변형 조건의 지속적인 변화를 원인으로 재령종속적으로 거동하였다. 항온항습 조건에서 4개월 동안 계측된 실험결과와 예측결과의 비교를 통해 개발된 합성형 거더의 장기거동해석 알고리즘에 대한 예측성능을 검증하였으며 합성형 거더에서 발생하는 재령종속적 거동특성을 분석하였다.

2. 콘크리트의 재령종속적 구성관계

콘크리트 크리프와 건조수축 및 탄성계수발현을 고려하는 총 응력-변형률 관계를 기준시간에 관하여 Taylor 급수확장을 통해 선형으로 확장함으로써 증분률 응력-변형관계를 유도하였다. 이 과정을 통해 합성형 거더에서 콘크리트와 강재의 상호 구속작용으로 인해 발생하는 단면의 응력재분배와 이로 인한 크리프변형 발생조건의 지속적 변화현상을 수식화에 포함하였다.

Fig. 1은 기준시간 $t=t_o$로부터 현재시간 t로의 시간

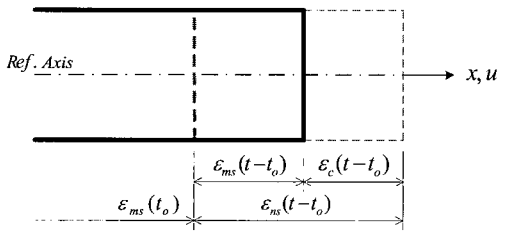

Fig. 1 Mechanical and nomechanical strains in concrete cross section

변화 동안에 콘크리트 임의단면에 발생하는 변형률의 기하학적 관계를 나타낸다. Fig. 1의 비역학적 변형률 $\varepsilon_{ns}(t-t_o)$이 외적 혹은 내적 원인으로 억제될 때 콘크리트에 발생하는 역학적 변형률을 $\varepsilon_c(t-t_o)$로 정의하고, 기준시간 $t_o=0$으로 하여 콘크리트 단면응력 $\sigma_c(t)$와 단면변형률 $\varepsilon_{ns}(t)$의 관계를 나타내면 다음과 같다.

$$\sigma_c(t)=E_c(t)(\varepsilon_{ns}(t)-\varepsilon_{ns}(t)) \tag{1}$$

여기서 $E_c(t)$는 시간 t에서의 콘크리트 할선계수를 나타낸다. 크리프 변형률 $\varepsilon_{cr}(t,t_c)=J(t,t_c)\,\sigma_c(t)$와 건조수축 변형률 $\varepsilon_{sh}(t,t_s)=C_{sh}(t,t_s)\,\varepsilon_{shu}$로 구성되는 비역학적 변형률 $\varepsilon_{ns}(t)$의 관계를 식 (1)에 대입하고 현재시간 $t=t_n$의 근방으로 Taylor 급수확장을 통해 선형으로 확장하여 정리하면 다음의 응력-변형률에 관한 증분률 관계가 유도된다[14].

$$\dot{\sigma}_c(t)=E_{ce}(t_n)\,\dot{\varepsilon}_{ns}(t)+\dot{\sigma}_{ce}(t_n) \tag{2}$$

여기서, 크리프 컴플라이언스 $J(t,t_c)=C_{cr}(t,t_c)/E_c(t=t_c)$이고 $C_{cr}(t,t_c)$와 $C_{sh}(t,t_s)$ 및 ε_{shu}는 각각 크리프와 건조수축의 재령종속변형함수와 최종 건조수축 변형률을 의미하며, 시간변수 t_c와 t_s는 크리프변형과 건조수축변형이 각각 시작되는 시간을 표현한다. 식 (2)에서 재령종속증분접선계수(age dependent incremental tangent modulus, ADITM)와 유효응력계수(effective stress parameter)로서 각각 정의되는 $E_{ce}(t_n)$와 $\dot{\sigma}_{ce}(t_n)$는 다음과 같이 표현된다.

$$E_{ce}(t_n)=\frac{E_c(t_n)}{1+E_c(t_n)J(t_n)} \tag{3}$$

$$\dot{\sigma}_{ce}(t_n)=\dot{E}_{ce}(t_n)\varepsilon_c(t_n)-E_{ce}(t_n)\,\dot{\varepsilon}_{ce}(t)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ce}(t)=\dot{J}(t,t_c)\sigma_c(t_n)+\dot{\varepsilon}_{sh}(t,t_s) \tag{4}$$

식 (4)에서 $\dot{\varepsilon}_{ce}(t)=\dot{J}(t,t_c)\sigma_c(t_n)+\dot{\varepsilon}_{sh}(t,t_s)$이며, $\dot{E}_c(t_n)$, $\dot{J}(t_n,t_c)$, $\dot{\varepsilon}_{sh}(t_n,t_s)$은 $E_c(t)$, $J(t,t_c)$, $\varepsilon_c(t)$의 시간 $t=t_n$에서의 변화율을 나타내고, $E_c(t_n)$, $J(t_n,t_c)$, $\varepsilon_c(t_n)$, $\sigma_c(t_n)$은 $t=t_n$까지 축적된 탄성계수, 크리프 컴플라이언스 함수, 콘크리트 변형률 및 단면응력을 각각 의미한다. 콘크리트 탄성계수와 크리프 컴플라이언스 및 건조수축의 변화율을 나타내는 $\dot{E}_c(t)$, $\dot{J}(t,t_c)$, $\dot{\varepsilon}_{sh}(t,t_s)$은 KCI, ACI 혹은 fib 에 규정된 관계식의 점증적 표현을 통해 계산한다.

3. 유한요소 정식화

식 (2)의 증분률 응력-변형률 관계에 근거하여 콘크리트와 강재로 구성된 합성형 거더의 장기거동 해석을 위한 유

한요소 정식화를 수행하였다. 거더는 콘크리트와 강재 및 철근으로 구성하고 Fig. 2에 보인 이중합성 구조를 단면형식으로 취함으로써 부모멘트 구간 하부에 콘크리트를 타설하여 거더의 저항성을 증가시킨 이중합성 구조의 해석이 가능하도록 하였다. 거더를 구성하는 각 재료단면의 가상변형변형에너지를 고려한 총 가상 변형에너지를 유도하고 절점 당 세 자유도를 갖는 2절 점 보요소를 사용하여 축 및 휨 거동을 근사화하였으며 가상 일의 원리를 통해 유한요소 평형방정식을 유도하였다.

3.1 합성형 거더에 작용하는 가상 변형에너지

Fig. 2의 합성형 거더에 대한 총 가상 변형에너지를 콘크리트와 철근 및 강 박스의 가상 변형에너지로 구성하여 증분률 관계로 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{\delta U} = \dot{\delta U_c} + \dot{\delta U_s} + \dot{\delta U_b} \tag{5}$$

여기서, 아래첨자 c, s, b는 콘크리트와 철근 및 강 박스를 각각 의미한다. 기준축으로부터 z의 깊이에서 시간 t에 발생한 단면변형률 $\epsilon_{ms}(z,t)$과 식 (2)를 사용하여 식 (5)의 가상 변형에너지 변화율을 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{\delta U}(t) = [&\int_{V_c} \{E_{co}(t)\dot{\epsilon}_{ms}(z,t)\}\dot{\delta\epsilon}_{ms}(z,t)dV_c \\ &+ \int_{V_s} \dot{\sigma}_{ms}(z_{si},t)\dot{\delta\epsilon}_{ms}(z_{si},t)dV_s \\ &+ \int_{V_b} \dot{\sigma}_{ms}(z,t)\dot{\delta\epsilon}_{ms}(z,t)dV_b] \\ &+ \int_{V_{cr}} \dot{\sigma}_{cr}(z,t)\dot{\delta\epsilon}_{ms}(z,t)dV_c\end{aligned} \tag{6}$$

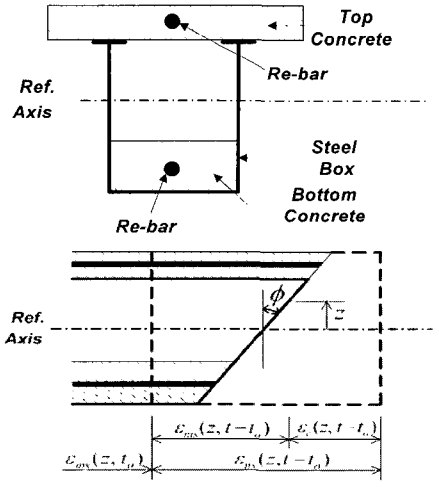

Fig. 2 Deformed geometry of composite box girder

단면변형률 $\epsilon_{ms}(z,t)$을 기준축에 관해 일정값인 일정변형률$\epsilon_o(t)$와 곡률변형률$\phi(t)z$로 분리하고, 철근과 강박스 단면에 대하여 탄성적 응력-변형률 관계를 적용하여 식 (6)의 [ ]에 대한 면내 적분을 수행하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{\delta U_{[]}} = \int_o^l \{&(E_{co}A_{cx} + E_s\Sigma A_{sxi} + E_sA_{bx})\dot{\epsilon}_o\dot{\delta\epsilon}_o \\ &+ (E_{co}I_{cx} + E_s\Sigma A_{sxi}z_{sxi}^2 + E_sI_{bx})\dot{\phi}\dot{\delta\phi} \\ &+ (E_{co}G_{cx} + E_s\Sigma A_{sxi}z_{sxi} + E_sG_{bx})\dot{\epsilon}_o\dot{\delta\phi} \\ &+ (E_{co}G_{cx} + E_s\Sigma A_{sxi}z_{sxi} + E_bG_{bx})\dot{\phi}\dot{\delta\epsilon}_o\}dx\end{aligned} \tag{7}$$

여기서, A_{cx}와 G_{cx} 및 I_{cx}는 콘크리트의 순 단면적과 기준축에 관한 단면 1차 및 2차 모멘트를 각각 나타낸다.

식 (6)의 마지막 항에 대한 적분은 유효응력계수$\dot{\sigma}_{cr}(t)$이 단면 깊이 z의 함수이므로 단면변형률의 분리와 유사하게 기준축에 관한 일정값과 편차값으로 분리하여 적분을 수행한다. 식 (4)를 사용하여 유효응력계수$\dot{\sigma}_{cr}(z,t)$를 단면깊이 z의 함수로서 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}_{ce}(z,t) = &\dot{E}_{ce}(t)\epsilon_c(z,t_n) - E_{ce}(t_n)\dot{\epsilon}_{sh}(t,t_s) \\ &- E_{ce}(t_n)\dot{J}(t,t_c)\sigma_c(z,t_n)\end{aligned} \tag{8}$$

식 (8)에서 현재시간 $t=t_n$에서의 콘크리트단면 변형률과 응력을 각각 나타내는 $\epsilon_c(z,t_n)$와 $\sigma_c(z,t_n)$을 기준축에 관한 일정값인 $\epsilon_{co}(t_n)$과 $\sigma_{co}(t_n)$ 및 편차값 $\phi_{co}(t_n)$과 $\sigma_{c\theta}(t_n)$로 분리하여 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\epsilon_c(z,t_n) &= \epsilon_{co}(t_n) + \phi_{co}(t_n)\,z \\ \sigma_c(z,t_n) &= \sigma_{co}(t_n) + \sigma_{c\theta}(t_n)\,z\end{aligned} \tag{9}$$

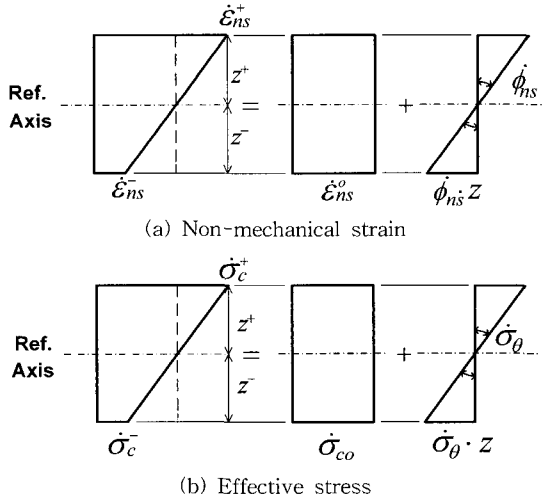

Fig. 3 Decomposition of constitutive parameters into uniform and skew values

식 (9)의 각 항을 $\epsilon_c(z,t_n)=\int_{t_n} \dot{\epsilon}_{ms}(z,t)dt-\int_{t_n} \dot{\epsilon}_{ns}(z,t)dt$와 $\sigma_c(z,t_n)=\int_{t_n} \dot{\sigma}_c(z,t)dt$ 의 변화율 적분관계를 적용하여 평가하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\epsilon_{co}(t_n) &= \int_{t_n} \{\dot{\epsilon}_o(t)-\dot{\epsilon}^{o}_{ns}(t)\}\mathrm{dt} \\
\phi_{co}(t_n) &= \int_{t_n} \{\dot{\phi}(t)-\dot{\phi}_{ns}(t)\}\mathrm{dt} \\
\sigma_{co}(t_n) &= \int_{t_n} \dot{\sigma}_{co}(t)dt \\
\sigma_{c\theta}(t_n) &= \int_{t_n} \dot{\sigma}_{c\theta}(t)dt
\end{aligned} \tag{10}$$

여기서 $\dot{\epsilon}^{o}_{ns}(t)$와 $\dot{\phi}_{ns}(t)$는 Fig. 3의 상연 변형률 $\dot{\epsilon}^{+}_{ns}(t)$와 하연변형률 $\dot{\epsilon}^{-}_{ns}(t)$의 기하학적 관계로부터 계산하고, $\dot{\sigma}_{co}(t)$와 $\dot{\sigma}_{c\theta}(t)$는 상연응력 $\dot{\sigma}^{+}_{c}(t)$와 하연응력 $\dot{\sigma}^{-}_{c}(t)$의 기하학적 관계로부터 계산하며, z^+와 z^-는 기준축으로부터 상연 및 하연까지의 거리를 각각 나타낸다. 식 (8), (9), (10)을 식 (6)의 마지막 항에 대입하고 면내 적분을 수행하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
&\int_{V_c} \dot{\sigma}_{ce}(z,t_n)\delta\dot{\epsilon}_{ms}(z,t)dV_c \\
&= \int_o^l [\{C_1(t_n)A_{cx}+C_2(t_n)G_{cx}\}\delta\dot{\epsilon}_o(t) \\
&+\{C_1(t_n)G_{cx}+C_2(t_n)I_{cx}\}\delta\dot{\phi}(t)]\mathrm{dx}
\end{aligned} \tag{11}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
C_1(t_n) &= \dot{E}_{ce}(t)\epsilon_o(t)-E_{ce}(t)\dot{J}(t,t_c)\sigma_{co}(t) \\
&\quad -E_{ce}(t)\dot{\epsilon}_{sh}(t) \\
C_2(t_n) &= \dot{E}_{ce}(t)\phi_{co}(t)-E_{ce}(t)\dot{J}(t,t_c)\sigma_{c\theta}(t)
\end{aligned} \tag{12}$$

식 (11)과 (12)를 (6)에 대입하고 정리하면 가상 변형에너지의 변화율은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\delta\dot{U}(t) = \int_o^l [&\{(EA)_{ex}\dot{\epsilon}_o\delta\dot{\epsilon}_o(t)+(EI)_{ex}\dot{\phi}\delta\dot{\phi}(t) \\
&+(EG)_{ex}\dot{\epsilon}_o(t)\delta\dot{\phi}(t)+(EG)_{ex}\dot{\phi}(t)\delta\dot{\epsilon}_o(t)\} \\
&+\{C_{3x}\delta\dot{\epsilon}_o(t)+C_{4x}\delta\dot{\phi}(t)\}]\mathrm{dx}
\end{aligned} \tag{13}$$

여기서, $(EA)_{ex}=E_{ce}(t)A_{cx}+E_s(\Sigma A_{sxi}+A_{bx})$,
$(EG)_{ex}=E_{ce}(t)G_{cx}+E_s(\Sigma A_{sxi}z_{sxi}+G_{bx})$,
$(EI)_{ex}=E_{ce}(t)I_{cx}+E_s(\Sigma A_{sxi}z^2_{sxi}+I_{bx})$,
$C_{3x}=C_1(t_n)A_{cx}+C_2(t_n)G_{cx}$,
$C_{4x}=C_1(t_n)G_{cx}+C_2(t_n)I_{cx}$, 콘크리트 순단면적은
$A_{cx}=A_{gx}-\Sigma A_{sxi}-A_{bx}$, $G_{cx}=G_{gx}-\Sigma A_{sxi}z_{sxi}-G_{bx}$,
$I_{cx}=I_{gx}-\Sigma A_{sxi}z^2_{sxi}-I_{bx}$의 관계로서 총단면적으로 표현한다.

3.2 유한요소 평형방정식

일정변형률 $\dot{\epsilon}_o(t)$와 곡률변형률 $\dot{\phi}(t)z$로 분리되는 총 변형률 $\dot{\epsilon}_{ms}(z,t)$을 x 및 z 축 방향 변위변화율인 $\dot{u}(t)$와 $\dot{w}(t)$로 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{\epsilon}_{ms}(z,t)=\dot{\epsilon}_o(t)+\dot{\phi}(t)z=\frac{d\dot{u}(t)}{dx}-\frac{d^2\dot{w}(t)}{dx^2}z \tag{14}$$

식 (14)의 변위장 $\dot{u}(t)$와 $\dot{w}(t)$를 Fig. 4에 보인 2 절점 보요소의 축 방향 절점변위 $\dot{u}_1$과 $\dot{u}_2$ 및 휨 절점변위 $\dot{w}_1,\dot{\theta}_1$, $\dot{w}_2,\dot{\theta}_2$을 사용하여 근사화하면 다음과 같다.

$$\dot{u}(t)=\mathbf{N}_o\dot{\mathbf{d}}_o, \quad \dot{w}(t)=\mathbf{N}_b\dot{\mathbf{d}}_b \tag{15}$$

여기서, 절점변위 벡터 $\dot{\mathbf{d}}_o=(\dot{u}_1\ \dot{u}_2\ 0\ 0\ 0\ 0)^T$, $\dot{\mathbf{d}}_b=(0\ 0\ \dot{w}_1\ \dot{\theta}_1\ \dot{w}_2\ \dot{\theta}_2)^T$ 이며, 축변위 형상함수 $\mathbf{N}_o=(N_{o1}\ N_{o2})$, 휨변위 형상함수 $\mathbf{N}_b=(N_{b1}\ N_{b2}\ N_{b3}\ N_{b4})$ 이다. 식 (15)에서 일정변형률 $\dot{\epsilon}_o(t)=\mathbf{B}_o\dot{\mathbf{d}}_o$, 곡률 $\dot{\phi}(t)=\mathbf{B}_b\dot{\mathbf{d}}$이 되며, 축방향과 휨작용에 의한 변형률과 변위의 관계를 정의하는 $\mathbf{B}_o$와 $\mathbf{B}_b$는 각 각 $\mathbf{B}_o=d\mathbf{N}_o/dx$, $\mathbf{B}_b=-d\mathbf{N}_b/dx$이 된다.

이 관계를 이용하여 단면변형률 $\dot{\epsilon}_{ms}(z,t)$을 절점변위벡터에 관해 표현하면 다음과 같다.

$$\dot{\epsilon}_{ms}(z,t)=(\mathbf{B}_o z\mathbf{B}_b)(\dot{\mathbf{d}}_o\dot{\mathbf{d}}_b)^T \tag{16}$$

식 (16)을 (13)에 대입하고 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
\delta\dot{U}(t) = \int_o^l [&\delta\dot{\mathbf{d}}^T\{\mathbf{B}_o^T(EA)_{ex}\mathbf{B}_o \\
&+\mathbf{B}_b^T(EI)_{ex}\mathbf{B}_b+\mathbf{B}_o^T(EG)_{ex}\mathbf{B}_b \\
&+\mathbf{B}_b^T(EG)_{ex}\mathbf{B}_o\}\dot{\mathbf{d}} \\
&+\{C_{3x}\mathbf{B}_o^T+C_{4x}\mathbf{B}_b^T\}\dot{\mathbf{d}}]dx
\end{aligned} \tag{17}$$

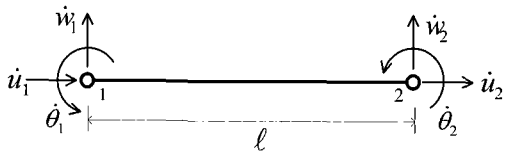

Fig. 4 2-node flexural beam element

콘크리트와 강재 및 철근으로 구성된 합성형 거더에서 콘크리트의 재령종속적 비역학적 변형이 거더의 내·외적 기하학적 조건에 의해 억제됨으로써 발생하는 역학적 변형으로 인한 총 가상 변형에너지는 식 (17)의 관계로 표현된다. 총 가상 변형에너지는 외적 가상일과 같다는 조건인 $\delta U(\dot{\mathbf{d}},t)=\delta W(t)$을 만족하는 변위벡터$\dot{\mathbf{d}}$에 관한 평형방정식은 다음과 같다

$$\mathbf{K}(t)\dot{\mathbf{d}}(t)=\mathbf{F}(t) \tag{18}$$

여기서, 구조물 강성행렬$\mathbf{K}(t)$와 하중벡터 $\mathbf{F}(t)$는 각각 다음과 같다.

$$\mathbf{K}(t)=\int_0^l\{\mathbf{B}_o^T(EA)_{cx}\mathbf{B}_o+\mathbf{B}_b^T(EI)_{cx}\mathbf{B}_b +\mathbf{B}_o^T(EG)_{cx}\mathbf{B}_b+\mathbf{B}_b^T(EG)_{cx}\mathbf{B}_o\}dx \tag{19}$$

$$\mathbf{F}(t)=-\int_0^l\{C_{3x}(t)\mathbf{B}_o^T+C_{4x}(t)\mathbf{B}_b^T\}dx$$

식 (19)의 강성행렬$\mathbf{K}(t)$는 콘크리트재령종속증분접선계수 $E_{\alpha}(t)$가 갖는 재령종속적 성질로 인해 시간 t에 관한 함수이며, 유한증분시간 Δt에서 하중-변위 관계곡선의 접선으로 정의된다. 식 (19)의 하중 항은 재령종속적 하중으로서 식 (2)의 증분률 구성관계의 성격에 지배되며, 외력에 의한 절점하중은 식 (18)의 우변 항에 더하여 평형방정식을 구성한다.

수치해석적으로 t_n 시간으로부터 Δt의 증분시간 동안 변화된 변위량 $\Delta\mathbf{d}(t)$는 시간 t_n에 계산된 강성행렬$\mathbf{K}(t)$와 Δt 시간변화 동안에 발생하는 재령종속적 변형으로 인한 절점하중 $\mathbf{F}(t)$을 사용하여 계산하고 총 변위는$\mathbf{d}(t_{n+1})=\mathbf{d}(t_n)+\Delta\mathbf{d}(t)$의 관계로부터 계산한다. 여기서 현재시간 t_n의 총 변위는 $\mathbf{d}(t_n)=\sum^{t_n}\Delta\mathbf{d}(t)$이 된다.

4. 합성형거더의 재령 종속적 거동 실험과 수치해석

합성형 거더의 장기거동해석을 목적으로 증분률 구성관계에 근거하여 유도한 시간종속-비선형 유한요소 평형방정식 해법을 사용하여 부모멘트 구간 하단부에 콘크리트를 타설한 이중합성 거더의 재령종속적 거동을 예측하였다. 총 지간 4.8m의 2경간 해석대상 이중합성 거더는 플랜지와 부모멘트 구간 하부에 타설된 콘크리트의 건조수축변형과 탄성계수발현에 부가적으로 거더의 자중으로 인해 발생한 초기 크리프변형조건의 지속적인 변화를 원인으로 재령종속적 거동을 한다. 이 거동을 분석하기 위해 거더의 양 지간에 변위계를 설치하여 처짐을 4개월 동안 지속적으로 계측하였다.

4.1 공시체 제작

압축강도 24.5MPa 콘크리트와 SS400 강판을 사용하여 두 개의 총 지간 4.8m 2경간 연속 이중합성거더 실험체를 제작하였다. Figs. 5와 6은 두께 100mm의 상부 콘크리트 플랜지와 두께 t=2mm의 웨브 강 박스 및 깊이 120mm의 부모멘트 구간 하단 콘크리트로 설계된 실험체의 제원을 보여준다. 콘크리트의 건조수축으로 인해 실험체의 외부 지점에서 발생하는 상향처짐을 방지하기 위해 실험체의 양 단부 하단에 지름 30mm의 강봉을 부착하여 지점에 연결함으로써 이동경계조건을 갖도록 하였다.

실험체의 양 단부로부터 1300mm 떨어진 구간에는 3@450mm의 간격으로, 중앙지점을 기준으로 2000mm 구간에는 4@525mm의 간격으로 200mm×300mm 직사각형 형상 다이어프램을 각각 설치하였다. 콘크리트와 강재의 일체화된 거동을 위해 강 박스의 부모멘트 구간 하부와 상부 플랜지에 길이 60mm Φ6 mm의 볼트를 사용하여 전단연결재를 설치하였고, 거푸집을 설치한 후에 표 1의 배합설계를 갖는 콘크리트를 타설하였다. 5일 동안의 습윤양생을 거쳐 6일째에 거푸집을 탈형하고, 수치해석을 통해 예측된 위치에 4개의 처짐계측용 LVDT와 28개의 변형률 게이지 및 5개의 온도게이지를 부착하였다. 실험실의 온도와 습도는 각각 22±3℃와 65±5%를 유지하였으며 4개월 동안 처짐과 변형률 및 온도변화를 3시간 간격으로 계측하여 Data Logger와 Scanner를 통해 컴퓨터에 저장하였다. 타설된 콘크리트의 크리프와 건조수축 변형특성 및 탄성계수 발현을 파악하기 위해 총 25개의 150mm×300mm 원통형 공시체를 제작하여 실험체와 동일한 온도와 습도 및 양생조건 하에서 건조수축과 크리프 변형률을 주기적으로 측정하였다.

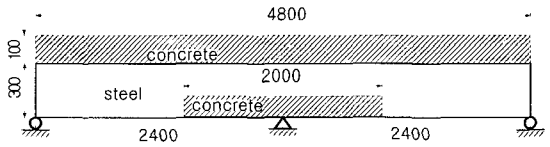

Fig. 5 Longitudinal geometry of specimen(mm)

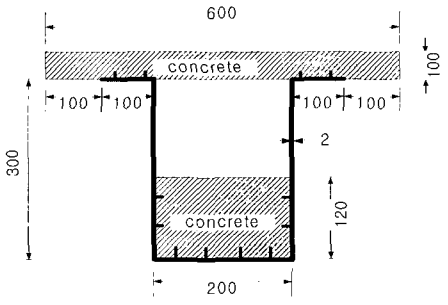

Fig. 6 Cross sectional geometry of specimen(mm)

Table 1 Concrete mix proportions

Max. size of aggregate	Slump	W/C (%)	Unit weight(N/m^3)			
			Water	Cement	Fine aggregate	Coarse aggregate
20 mm	80 mm	47.8	1970	4120	7180	9480

4.2 재령종속적 기본성질

원통형 공시체에 대하여 재령 7, 14, 28, 42, 56일에 수행된 압축실험으로부터 14.8, 19.4, 24.4, 25.5, 25.9 MPa의 압축강도와 17.7, 19.3, 23.1, 24.2, 24.3 GPa의 탄성계수 값을 각각 얻었다. 이 결과에 대한 회귀분석을 통해 $E_c(t)=\sqrt{t/(7.55+0.76t)}\,E_c(t=28)$의 재령종속적 탄성계수 값의 관계식을 얻었다. 크리프 변형률과 건조수축 변형률의 계측을 위해 ASTM C341-79 규정에 따라 다점변형률게이지(*Whitmore strain gage*)를 6개의 원통형 공시체에 설치하였으며, 3개의 공시체에는 6 MPa의 일정응력을 가하여 크리프 변형을 발생시켰다. 재령 6일부터 계측한 건조수축과 크리프 변형률의 회귀분석을 통해 $\varepsilon_{sh}(t,5)=\frac{1.14(t-5)}{\{30.1+(t-5)\}}\,(8\times10^{-4})$과 $\varepsilon_{cr}(t,5)=\frac{(t-5)^{0.6}}{\{10.9+(t-5)^{0.6}\}}\,(2.35\varepsilon_e)$의 재령종속적 표현을 각각 얻었으며 Fig. 7은 이러한 결과를 보여준다.

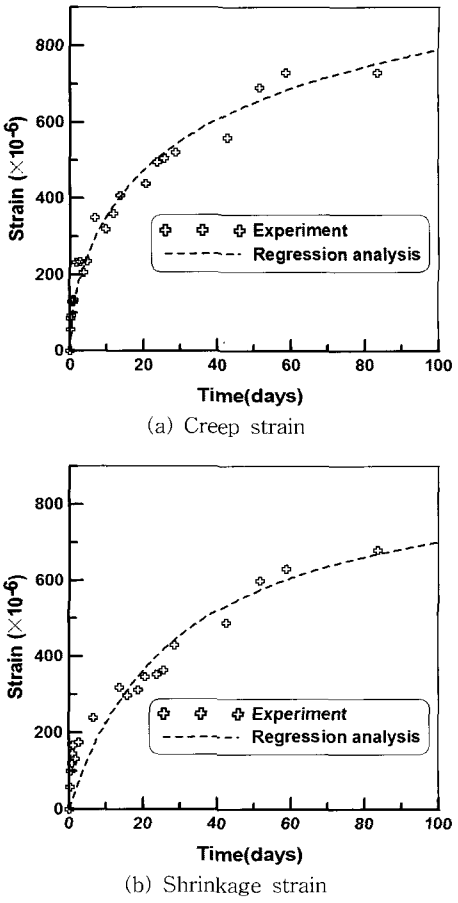

***Fig. 7** Time dependent strains of cylindrical specimen*

4.3 실험결과의 예측

원통형 공시체로부터 계측한 크리프와 건조수축 및 탄성계수발현에 관한 관계식을 유도된 유한요소해석 관계식에 적용하여 실험체의 재령종속적 거동을 예측하였다. 실험체는 콘크리트 타설 후 5일 동안 습윤양생되고 지지목을 사용하여 자중에 의한 휨 응력이 방지된 실험조건을 고려하여 건조수축과 크리프 변형에 대한 초기시간으로써 5일을 취하였다. 타설 후 6일째에 실험체에 도입된 자중에 의해 단면에 발생하는 휨 응력은 크리프 변형을 초래하고 이 크리프 변형량은 휨 응력의 변화를 초래하여 크리프 하중조건을 변화시킨다. 크리프 하중조건의 변화는 크리프 변형 미케니즘을 바꿈으로써 크리프 변형량의 변화를 초래하고 이 결과는 다시 크리프 하중조건을 변화시키는 순환고리를 형성하게 된다. 이러한 크리프 변형의 순환 메커니즘은 재령종속증분접선계수를 사용한 식 (2)의 증분률 구성관계에 의해 묘사되어 식 (18)의 유한요소 평형방정식을 통해 점증적 수치해석 기법으로 해석된다

두 실험체의 양 외측지점으로부터 0.8 m 떨어진 위치에서 계측한 재령종속적 처짐의 평균값과 수치해석에 의한 예측결과가 Fig. 8에 보여준다. 온도계측을 통해 측정된 실험실 내의 온도변화가 22°±3°C로서 비교적 작은 값이었기 때문에 온도변화에 따른 거더의 처짐량은 무시하였다. 외부에 직접 노출된 상부플랜지 콘크리트와 강 박스 내부에 타설된 콘크리트의 건조수축 환경조건이 서로 다름으로 인한 건조수축 변형의 차이는 무시하였으며, 이러한 차이를 최소화하기 위해 Fig. 5에 보인 실험체의 강 박스 내부 공간은 외부와 공기소통이 충분히 원활하도록 하였다.

예측 결과와 실험 결과가 전반적으로 비교적 잘 일치하고 있으며, 두 실험체의 계측 값 또한 비교적 잘 일치하는 결과를 통해 실험 결과의 신뢰성이 확인된다. 거푸집 탈형 후 3주 동안 처짐이 거의 일정하게 증가한 후에 3주 동안 처짐의 변화율이 급격히 감소하는 과정을 거쳐 이후로 처짐의 변화율은 거의 일정하게 되는 결과를 보여주고 있다. 이러한 결과는 Fig. 7의 크리프 및 건조수축 변형률 곡선과 유사한 관계를 보여주며 결과적으로 전반적인 거더의 재령종속적 거동은 초기재령종속 거동성질에 지배됨을 알 수 있다.

Fig. 9는 재령종속적 거동으로 인해 외측 및 내측지점에 발생하는 지점반력의 변화를 수치해석을 통해 계산한 결과를 보여준다. Fig. 8의 처짐곡선 경우와 유사하게 지점반력의 변화율은 재령종속 거동이 급격히 발생하는 초기재령에서 크고 시간이 경과함에 따라 증가율이 둔화되고 있음을 보여준다. 외측 지점에서의 (-)반력 값은 콘크리트의 재령종속적 재료특성으로 인해 거더의 양 단부에서 발생하는

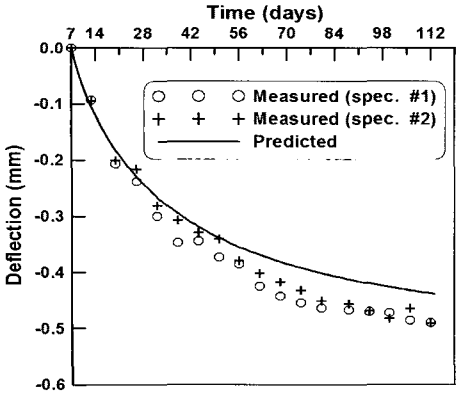

Fig. 8 Comparison of predicted and measured deflections

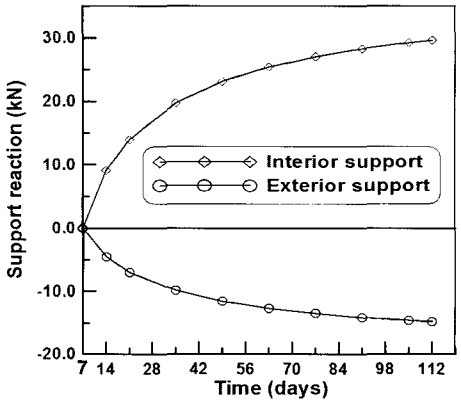

Fig. 9 Variations of exterior and interior support reactions

상향처짐 경향으로 인한 결과이며 이러한 상향처짐을 방지하기 위해 실험에서는 양 단부 지점을 와이어 앵커를 설치하여 고정하였다.

5. 결 론

구조물의 응력상태가 지속적으로 변화함으로써 초래되는 크리프 변형의 초기조건 변화를 고려하는 콘크리트 증분구성관계에 근거하여 합성형 거더의 재령종속적 거동해석을 위한 유한요소 정식화를 수행하였다. 제안된 유한요소 수식과정은 콘크리트 건조수축과 크리프 및 탄성계수발현에 관련한 세 관계식을 입력자료로 요구하며 유한증분시간을 고려하는 점증적 비선형 해석기법을 사용하였다. 부모멘트 구간 하단부에 콘크리트를 타설한 이중합성 거더의 재령종속적 거동성질의 규명을 위한 실험을 4개월 동안 수행하였으며, 개발된 해석 알고리즘을 이용하여 예측한 결과와 실험결과를 비교하여 잘 일치하는 결과를 얻었다. 콘크리트의 재령종속적 성질로 인해 합성형 거더의 지점에서 발생하는 상향 처짐 및 부반력을 수치해석을 통해 분석하였다.

참고문헌

1. 성원진, 김정현, 이용학, "단면해석법을 이용한 휨부재의 재령종속적 처짐해석", 콘크리트학회 논문집, 16권 2호, 2004. 4, pp.155~162.
2. Bradford, M. A., "Deflections of Composite Steel-Concrete Beams Subject to Creep and Shrinkage", *ACI Structural Journal*, Vol.88, No.5, 1991, pp.610~614.
3. Bradford, M. A., "Shrinkage Behavior of Steel-Concrete Composite Beams", *ACI Structural Journal*, Vol.94, No.6, 1997, pp.625~632.
4. Chiu, H. S., Chern, J. C., and Chang, K. C., "Long-Term Deflection Control in Cantilever Prestressed Concrete Bridges", *Journal of Engrg. Mech*, Vol.122, No.6, 1996, pp.495~501.
5. Ghali, A. and Azarnejad, A. "Deflection Prediction of Members of Any Concrete Strength", *ACI Structural Journal*, Vol.96, No.5, 1999, pp.807~816.
6. Gilbert, R. I. and Bradford, M. A., "Time-Dependent Behavior of Continuous Beams at Service Loads", *Journal of Str. Engrg.*, ASCE, Vol.121, No.2, 1995, pp.319~327.
7. Kwak, H. G. and Seo, Y. J., "Long-Term Behavior of Composite Girder Bridges", *Computers & Structures*, Vol.74, No.5, 2000, pp.583~599.
8. Bazant, Z. P. "Prediction of Concrete Creep Effects Using Age-Adjusted Effective Modulus Method", *ACI Structural Journal*, Vol.69, No.4, 1972, pp.212~217.
9. Rusch, H., Jungwirth, D., and Hilsdorf, H. K., *Creep and Shrinkage Their Effect on the Behavior of Concrete Structures*, Springer-verlag, New York, Heidelberg, Berlin, 1983.
10. Chern, J.C., Wu, Y.G., Chan, Y.W., and Chou, T.Y., *Long Term Behavior of a Composite Prestressed Concrete Railway Bridge: Part II-Constitutive Law and Analysis*, ACI SP 129-7, 1991, pp.115~142.
11. Kawano, A. and Warner, R.F., "Model Formulations for Numerical Creep Calculations for Concrete", *Journal of Str. Engrg.*, ASCE, Vol.122, No.3, 1992, pp.284~290.
12. Jendele, L. and Phillips, D. V., "Finite Element Software for Creep and Shrinkage in Concrete", *Computers & Structures*, Vol.45, No.1, 1992, pp.113~126.
13. Pisani, M. A., "Numerical Analysis of Creep Problems", *Computers and Structures*, Vol.51, No.1, 1996, pp.57~63.
14. Lee, Y. H. and Seong, K. W., "Age Dependent Incremental Tangent Material Law of Concrete", *Jorunal of Engrg. Mech*, ASCE, 2005(submitted for publication).
15. 안성수, 콘크리트의 재령종속적 재료특성에 관한 수치적 모델링, 건국대학교 박사학위 논문, 2002.

요 약

크리프와 건조수축에 의한 비역학적 변형이 구조물의 내적 혹은 외적 경계조건에 의하여 억제됨으로써 발생하는 역학적 변형률은 내적 응력상태의 변화를 초래한다. 이러한 내적응력 상태의 변화는 크리프 변형의 초기조건을 변화시킴으로써 비역학적 변형에 영향을 미치게 되며 또 다시 내적응력 상태의 변화를 초래하는 순환루프를 형성하게 된다. 콘크리트의 재령종속적 재료특성을 고려한 장기거동해석에서 요구되는 구성관계는 이러한 응력상태의 지속적 변화로 초래되는 크리프 변형 미케니즘의 변화를 고려할 수 있어야한다. 비역학적 변형의 영향을 받는 합성형 거더의 거동 예측을 위하여 본 연구에서는 콘크리트의 재령종속적 특성을 고려한 총 응력-변형률 관계를 Taylor 급수확장을 이용하여 기준시간에 관해 선형으로 확장하는 과정을 통해 응력-변형률의 점증관계를 정의하는 증분유효접선계수를 재령종속적 관계로 유도하였다. 콘크리트의 건조수축과 크리프 및 탄성계수발현으로 야기되는 합성형 거더의 재령종속적 거동을 분석하기 위해 제안된 증분유효접선계수에 근거하여 유한요소 정식화를 수행하였다. 개발된 해석 알고리즘을 이용하여 부모멘트 구간 하단부에 콘크리트를 타설한 이중합성 거더에 대하여 최근 수행된 재령종속적 거동 실험을 예측하였고, 두 결과를 비교하여 매우 근접한 예측 결과를 얻을 수 있었으며, 합성형 거더에서 발생하는 지점부 부반력을 비교과정을 통해 분석하였다.

핵심용어 : 크리프, 건조수축, 증분 구성 방정식, 이중합성 거더, 증분유한요소해석법