공정능력지수 C_p에 대한 효율적인 가설검정

조중재*† · 임수덕*

* 충북대학교 자연과학대학 정보통계학과

Better Statistical Test for Process Capability Index C_p

Joong-Jae Cho*† · Soo-Duck Lim*

* Department of Information and Statistics, Chungbuk National University

Key Words : Process Capability Index, Asymptotic Distribution, Test of Hypothesis, P-value, Bootstrap Consistency, Monte-Carlo Simulation

Abstract

The process capability indices are widely used to measure the capability of the process to manufacture items within the specified tolerance. Most evaluations on process capability indices focus on point estimates, which may result in unreliable assessments of process performance. The index C_p has been widely used in various industries to assess process performance.

In this paper, we propose new testing procedure on assessing C_p index for practitioners to use in determining whether a given process is capable. The provided approach is easy to use and the decision making is more reliable. Whether a process is clearly normal or nonnormal, our bootstrap testing procedure could be applied effectively without the complexity of calculation. A numerical result based on the proposed approach is illustrated.

1. 서 론

공정능력분석(Process Capability Analysis)은 통계적 품질관리(Statistical Quality Control) 분야, 나아가 품질 경영(Total Quality Management) 그리고 6시그마(Six Sigma) 경영에서도 매우 중요한 영역이라고 할 수 있다. 그리고 대만이나 미국 등 선진국들의 많은 기업 생산 현장에서는 공정능력분석이 보다 적극적으로 활용되고 있지만 국내에서는 그렇지 못한 실정이다.

여러 가지 공정능력지수들에 대한 통계적 추정 문제 관련 연구는 공정능력분석의 중요성에 비추어 볼 때 대단히 활발한 편이다. 하지만, 가설검정에 관한 연구는 상대적으로 미흡하다고 할 수 있다. Pearn, Yang와 Chen(2001)는 정규분포 가정 하에서 공정능력지수 C_{pmk}에 관한 검정방법과 응용사례를 곁들여 고찰하였고, Lin과 Pearn(2002)는 정규분포 가정 하에서 편측 규격한계를 갖는 공정능력지수 C_{pu}와 C_{pl}에 대하여 여러 가지 표본크기 n과 유의수준 α에 따른 임계치들을 실험하여 가설검정 연구결과를 제시하였다.

하지만 이들 연구는 특정의 정규분포 하에서만 공정능력지수에 대한 가설검정 이론을 정립하다 보니 이들 결과는 매우 제한된 내용이라 생각된다. 왜냐하면 간단한 공정능력지수에 대한 플러그-인 추정량의 정확한 확률분포함수를 유도하는 일이 매우 복잡할 뿐만 아니라, 경우에 따라 불가능하기도 하며 공정이 정규분포에 따르지 않는 경우엔 고려되지 않는 매우 제한적인 연구내용들이다.

한편, 붓스트랩 방법은 컴퓨터가 널리 사용되면서

† 교신저자 jjcho@chungbuk.ac.kr

※ 이 논문은 2005년도 충북대학교 학술연구 지원사업의 연구비지원에 의하여 연구되었음.

통계량의 표본분포와 추정이나 가설검정 문제에 효과적으로 활용될 수 있는 바, Efron과 Beran 등이 여러 통계학 분야에 전반적으로 사용하기 시작하였다. Diciccio와 Tibshirani(1987)는 붓스트랩 신뢰구간과 붓스트랩 근사를 그리고 Hall(1988)은 여러 가지 붓스트랩 신뢰구간들을 이론적으로 폭넓게 비교·연구하였다.

그리고 붓스트랩 관련 공정능력지수들에 대한 대표적인 연구결과는 Franklin과 Wasserman(1992)를 시작으로, Cho, Park과 Kim(1999)은 생산현장에서 가장 많이 사용되고 있는 공정능력지수 C_{pk}에 대하여 보다 효율적인 붓스트랩 신뢰구간 추정문제를 보다 심도있게 연구하였다. 나아가, Han, Cho와 Lim(2000)은 공정분포의 비대칭도까지 고려한 공정능력지수 C_s에 대한 붓스트랩 추정문제에 대하여 포괄적으로 연구하였다.

본 논문에서는 1차원 공정능력지수인 C_p에 대한 정의와 성질 그리고 극한분포이론을 기초로 통계적 가설 검정에 대해 연구하였다. 기존의 연구 결과를 이용하여 정규공정 가정하에 모의실험을 통하여 실제 현장에서 이용할 수 있는 임계치에 관한 연구결과를 살펴보고, 본 논문의 핵심적 내용인 붓스트랩 방법을 활용, 여러 가지 공정분포 상황에 대한 유의확률(p-value)들을 계산하여 공정능력지수 C_p를 중심으로 통계적 가설 검정을 보다 효과적으로 할 수 있음을 제시하였다. 공정분포의 정규성을 가정하지 않는 경우에도 붓스트랩 방법은 이러한 형태의 가설검정 문제에 활용할 수 있는 보다 포괄적이고 효율적일 수 있음을 보다 실제적으로 컴퓨터 모의실험을 통하여 다양하게 연구하게 될 것이다.

2. C_p에 대한 가설 검정

우선 공정능력지수 $C_p = \dfrac{USL-LSL}{6\sigma} = \dfrac{d}{3\sigma}$(단, USL은 관리상한이고 LSL은 관리하한임)에 대해 다음의 가설에 관심이 있을 것이다.

$$H_0 : C_p \le c \ vs \ H_1 : C_p > c$$

이 때 정규성 $N(\mu, \sigma^2)$을 갖는 공정분포 하에서, 공정능력지수 C_p에 대한 가설검정을 위해 상수 c와 표본크기 n, 다음의 확률 α에 대응하는 임계치 c_0를 결정하여 검정할 수 있게 될 것이다.

$$\begin{aligned}\alpha &= \Pr(\hat{C}_p \ge c_0 \mid C_p = c)\\ &= \Pr\left(\frac{d}{3S} \ge c_0 \mid C_p = c\right)\\ &= \Pr\left(\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \le \frac{(n-1)c^2}{c_0^2} \mid C_p = c\right)\end{aligned}$$

보다 구체적으로, 예를 들어 공정능력지수 C_p에 대한 가설 검정을 위해 정규성을 갖는 공정분포하에서 $c = 1.33$와 $n = 30(10)200$, $\alpha = 0.01$, 0.025, 0.05에 대응하는 임계치 c_0들을 정리한 <표 1> 등을 활용할 수 있을 것이다.

한편, 가설 검정을 위한 보다 좋은 방법으로 기존의 효율적인 신뢰구간에 대한 연구결과들을 기초로 붓스트랩 방법을 적용하는 것이다. 이 방법은 공정분포의 정규성을 가정하지 않는 경우에도 이러한 형태의 검정 문제에 활용할 수 있는 보다 포괄적인 방법으로 매우 유용할 것이다.

<표 1> $c = 1.33$ 일 때, 임계치 c_0

n	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.025$	$\alpha = 0.05$
30	1.9017	1.7924	1.7063
40	1.7989	1.7121	1.6426
50	1.7349	1.6615	1.6023
60	1.6906	1.6262	1.5740
70	1.6577	1.5999	1.5527
80	1.6321	1.5793	1.5361
90	1.6115	1.5627	1.5226
100	1.5944	1.5489	1.5114
120	1.5678	1.5273	1.4938
140	1.5476	1.5109	1.4804
160	1.5318	1.4979	1.4698
180	1.5189	1.4874	1.4611
200	1.5081	1.4786	1.4539

우선, 공정능력지수 C_p에 대한 효율적인 가설검정과 관련된 붓스트랩 알고리즘은 다음과 같다.

1단계 : 모평균 μ와 모분산 σ^2인 모집단으로부터 확률표본 $X_1, X_2, \cdots, X_n$을 추출하고, 복원 추출에 의해 $m(=n)$개의 붓스트랩 표본 $X_1^*, X_2^*, \cdots, X_m^*$을 얻는다.

2단계 : 1단계의 붓스트랩 표본으로부터 붓스트랩 표본평균 $\overline{X^*}$와 붓스트랩 표본분산 S^{*2}을 구한다.

3단계 : 2단계로부터 다음과 같은 붓스트랩 추정량

을 얻는다.

$$\hat{C}_p^* = \frac{d}{3S^*}$$

그리고 주어진 공정표본 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 으로부터 공정능력지수 추정량 $\hat{C}_p$와 붓스트랩 추정량 $\hat{C}_p^*$에 대해 다음의 연구결과(Cho, Han과 Jo, 1997)를 인용할 것이다.

$$\sqrt{n}(\hat{C}_p - C_p) \xrightarrow{D} N(0, \sigma_p^2)$$

$$\sqrt{n}(\hat{C}_p^* - \hat{C}_p) | \chi_n \xrightarrow{D} N(0, \sigma_p^2)$$

단, $\hat{C}_p = = \frac{d}{3S}$, $S^2 = \frac{1}{n-1}\Sigma(X_i - \overline{X})^2$

$$\sigma_p^2 = \frac{(\mu_4 - \sigma^4)d^2}{36\sigma^6}, \quad \chi_n = (X_1, X_2, \cdots, X_n)$$

따라서 위에서 제시한 이론적 근거(붓스트랩 일치성)로, 적당한 붓스트랩 알고리즘 하에서 다음을 계산함으로써 공정능력지수 C_p의 가설검정에 필요한 유의확률을 계산하게 될 것이다.

$$ASL_{boot} = \frac{\sum_{b=1}^{B} I(t(X^{*b}) \geq t_{obs})}{B}$$

단, $\frac{t(X^{*b}) = \sqrt{n}(\hat{C}_p^* - \hat{C}_p)}{\hat{\sigma}_p^*}$ 혹은 $\frac{\sqrt{n}(\hat{C}_p^* - \hat{C}_p)}{\hat{\sigma}_p}$

예를 들어, 공정분포 $N(\mu, \sigma^2)$을 가정하면, 유의확률은 다음과 같이 계산될 수 있을 것이다.

귀무가설 $H_0 : C_p = c$ 조건하에서

$$\frac{1}{B}\sum_{b=1}^{B} I\left(\sqrt{n}\left(\frac{\hat{C}_p^{*b} - \hat{C}_p}{\hat{\sigma}_p} \geq \frac{\sqrt{n}(\hat{C}_p - C_p)}{\sigma_p}\right)\right)$$

$$= \frac{1}{B}\sum_{b=1}^{B} I\left(\sqrt{n}\frac{(\hat{C}_p^{*b} - \hat{C}_p)}{\hat{\sigma}_p} \geq \frac{\sqrt{2n}(\hat{C}_p - C_p)}{c}\right)$$

물론, 분산 σ_p^2의 추정치는 다음과 같다.

$$\hat{\sigma}_p^2 = \frac{(\hat{\mu}_4 - S^4)d^2}{36S^6} = \frac{d^2}{18S^2},$$

왜냐하면, 4차 중심적률 μ_4이 공정 정규분포 $N(\mu, \sigma^2)$하에서 다음과 같기 때문이다.

$$\mu_4 = E(X-\mu)^4 = E\left(\frac{X-\mu}{\sigma}\right)^4 \sigma^4 = 3\sigma^4$$

하지만, 공정분포에 대한 가정이 없으면, 위식에서 4차 중심적률의 추정치 $\hat{\mu}_4$는 다음과 같음에 유의해야 할 것이다.

$$\hat{\mu}_4 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^4}{n}$$

3. 컴퓨터 모의실험

공정능력지수 C_p에 대한 모의실험을 수행하는데 있어서 붓스트랩 방법을 이용한다. 기존의 연구 결과가 공정의 분포가 정규분포일 때에만 적용할 수 있는 것과는 달리 붓스트랩 방법은 공정의 분포가 어떠한 분포를 따르더라도 이용할 수 있는 유용한 방법이다. 여기에서는 공정의 분포가 정규분포, 카이제곱분포, t분포를 따르는 경우에 모의실험을 수행하여 유의확률을 결정하였다. 공정의 평균 μ는 50, 규격상한 USL = 56, 규격하한 LSL = 44로 정하였다.

앞 절에서 제시한 붓스트랩 알고리즘에 의해 크기 n(=30, 40, ⋯, 200)의 표본을 기초로 세단계의 절차를 B(=1000)번 반복 실행한 후, 붓스트랩 검정 결과를 예시하기 위해 유의확률(p-value)의 평균값과 표준편차(SD)를 계산하여 제시하였다.

모의실험은 모집단이 정규분포 $N(\mu, \sigma^2)$ 인 경우, 치우친 분포로 자유도가 5인 카이제곱분포 $\chi^2(5)$를 변환, 사용하여 평균이 μ이고 분산이 σ^2인 변수 $Y = \frac{\sigma}{\sqrt{10}}(\chi^2(5) - 5) + \mu$인 경우, 꼬리가 두터운 분포로 자유도가 5인 분포 $t(5)$를 변환, 사용하여 평균이 μ이고 분산이 σ^2인 변수 $Y = \frac{\sqrt{3}\sigma}{\sqrt{5}}t(5) + \mu$인 경우에 대하여 각각 $C_p = 1, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, 2$인 모집단 분포별로 실시하였다.

<표 2>, <표 4>, <표 6>은 각 분포 가정 하에서 가설 $H_0 : C_p \leq c \ vs \ H_1 : C_p > c$을 검정하기 위해 표본크기를 달리하여 각각 $c = 1, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, 2$인 경우에 대하여 평균적인 유의확률과 이들에 대한 표준편차를 계산하였다.

예를 들어, 공정분포가 $N(50, 2^2)$를 따르는 공정에서 크기 30의 원래의 표본을 추출하였다고 하자. 이때 가설 $H_0 : C_p \leq 1 \ vs \ H_1 : C_p > 1$을 위의 붓스트랩 방

<표 2> 정규분포 $N(\mu, \sigma^2)$, $C_p = c$에서 유의확률들의 평균과 표준편차(SD)

n	유의확률(SD)			
	$N(50, 2^2)$	$N(50, 1.5^2)$	$N(50, 1.2^2)$	$N(50, 1^2)$
30	0.5258(0.2786)	0.5668(0.0464)	0.5687(0.0483)	0.5426(0.2893)
40	0.5275(0.2790)	0.5597(0.0468)	0.5612(0.0467)	0.5349(0.2823)
50	0.5306(0.2920)	0.5548(0.0487)	0.5548(0.0452)	0.5230(0.2812)
60	0.5282(0.2894)	0.5517(0.0477)	0.5513(0.0462)	0.5280(0.2860)
70	0.5165(0.2841)	0.5464(0.0455)	0.5491(0.0457)	0.5303(0.2832)
80	0.5216(0.2827)	0.5442(0.0453)	0.5444(0.0464)	0.5173(0.2858)
90	0.5255(0.2866)	0.5433(0.0471)	0.5428(0.0476)	0.5253(0.2890)
100	0.5129(0.2863)	0.5381(0.0470)	0.5409(0.0463)	0.5257(0.2825)
120	0.5321(0.2883)	0.5406(0.0460)	0.5374(0.0473)	0.5233(0.2926)
140	0.5072(0.2836)	0.5330(0.0461)	0.5342(0.0474)	0.5137(0.2887)
160	0.5048(0.2853)	0.5306(0.0466)	0.5320(0.0464)	0.5125(0.2816)
180	0.5329(0.2838)	0.5335(0.0460)	0.5319(0.0464)	0.5304(0.2850)
200	0.5116(0.2920)	0.5287(0.0474)	0.5290(0.0456)	0.5094(0.2847)

<표 3> 정규분포 $N(\mu, \sigma^2)$하에서의 유의확률들의 평균과 표준편차(SD)

n	$H_0 : C_p \le 1 \quad H_1 : C_p > 1$		$H_0 : C_p \le \frac{4}{3} \quad H_1 : C_p > \frac{4}{3}$	
	$N(50, 1.5^2)$	$N(50, 1.2^2)$	$N(50, 1.2^2)$	$N(50, 1^2)$
30	0.0826(0.1094)	0.0072(0.0172)	0.4886(0.0539)	0.4149(0.0584)
40	0.0486(0.0755)	0.0018(0.0056)	0.4681(0.0545)	0.3822(0.0583)
50	0.0332(0.0642)	0.0006(0.0028)	0.4515(0.0570)	0.3572(0.0599)
60	0.0218(0.0499)	0.00018(0.0009)	0.4377(0.0549)	0.3338(0.0573)
70	0.0113(0.0294)	0.00003(0.0002)	0.4226(0.0525)	0.3122(0.0534)
80	0.0080(0.0253)	0.00001(0.0001)	0.4118(0.0515)	0.2953(0.0517)
90	0.0058(0.0181)	0.000002(0.00004)	0.4025(0.0528)	0.2803(0.0518)
100	0.0029(0.0120)	0.000001(0.00003)	0.3908(0.0532)	0.2634(0.0513)
120	0.0014(0.0059)	0.000003(0.00005)	0.3788(0.0519)	0.2423(0.0474)
140	0.00036(0.0019)	0(0)	0.3587(0.0495)	0.2159(0.0440)
160	0.00017(0.0009)	0(0)	0.3440(0.0499)	0.1970(0.0427
180	0.00007(0.0004)	0(0)	0.3370(0.0489)	0.1841(0.0403)
200	0.00008(0.0011)	0(0)	0.3223(0.0501)	0.1666(0.0405)

<표 4> $\chi^2(5)$ 변환분포, $C_p = c$에서 유의확률들의 평균과 표준편차(SD)

n	p-value(SD)			
	$\mu = 50,\ \sigma = 2$	$\mu = 50,\ \sigma = 1.5$	$\mu = 50,\ \sigma = 1.2$	$\mu = 50,\ \sigma = 1$
30	0.5190(0.2695)	0.5018(0.2735)	0.4898(0.2828)	0.5152(0.2720)
40	0.4951(0.2712)	0.4985(0.2779)	0.4912(0.2732)	0.4978(0.2750)
50	0.5030(0.2681)	0.5111(0.2777)	0.5032(0.2790)	0.5058(0.2806)
60	0.4999(0.2736)	0.5023(0.2810)	0.5177(0.2812)	0.5156(0.2830)
70	0.5278(0.2814)	0.5035(0.2825)	0.5038(0.2818)	0.5010(0.2797)
80	0.5082(0.2794)	0.5139(0.2830)	0.4955(0.2839)	0.5072(0.2834)
90	0.5156(0.2762)	0.5032(0.2846)	0.5108(0.2843)	0.5234(0.2870)
100	0.5063(0.2787)	0.5188(0.2841)	0.5054(0.2825)	0.4959(0.2837)
120	0.5073(0.2918)	0.5067(0.2851)	0.5134(0.2805)	0.5014(0.2846)
140	0.5082(0.2844)	0.5031(0.2826)	0.5051(0.2794)	0.4949(0.2840)
160	0.5137(0.2915)	0.5080(0.2829)	0.4857(0.2861)	0.4940(0.2851)
180	0.5136(0.2864)	0.5101(0.2926)	0.5027(0.2826)	0.5030(0.2862)
200	0.5041(0.2897)	0.5268(0.2820)	0.4978(0.2909)	0.4970(0.2908)

<표 5> $\chi^2(5)$ 변환분포 : 유의확률들의 표준편차(SD)

n	$H_0: C_p \le 1 \quad H_1: C_p > 1$		$H_0: C_p \le \frac{4}{3} \quad H_1: C_p > \frac{4}{3}$	
	$\mu=50,\ \sigma=1.5$	$\mu=50,\ \sigma=1.2$	$\mu=50,\ \sigma=1.2$	$\mu=50,\ \sigma=1$
30	0.2171(0.1663)	0.1146(0.1044)	0.2654(0.1916)	0.1532(0.1292)
40	0.1612(0.1394)	0.0682(0.0719)	0.2103(0.1703)	0.1013(0.0979)
50	0.1362(0.1315)	0.0466(0.0594)	0.1862(0.1632)	0.0771(0.0867)
60	0.1117(0.1179)	0.0310(0.0445)	0.1618(0.1536)	0.0566(0.0706)
70	0.1040(0.1167)	0.0247(0.0402)	0.1563(0.1542)	0.0488(0.0672)
80	0.0801(0.0962)	0.0150(0.0252)	0.1282(0.1350)	0.0331(0.0490)
90	0.0678(0.0861)	0.0103(0.0196)	0.1144(0.1259)	0.0252(0.0400)
100	0.0564(0.0852)	0.0075(0.0214)	0.0999(0.1231)	0.0194(0.0427)
120	0.0444(0.0732)	0.0041(0.0125)	0.0850(0.1160)	0.0128(0.0290)
140	0.0292(0.0486)	0.0017(0.0042)	0.0639(0.0891)	0.0064(0.0138)
160	0.0229(0.0430)	0.0009(0.0030)	0.0550(0.0836)	0.0041(0.0109)
180	0.0170(0.0391)	0.0004(0.0021	0.0441(0.0770)	0.0025(0.0089)
200	0.0125(0.0298)	0.0002(0.0009)	0.0360(0.0663)	0.0015(0.0057)

<표 6> $t(5)$변환분포, $C_p = c$에서 유의확률들의 평균과 표준편차(SD)

n	유의확률 (SD)			
	$\mu=50,\ \sigma=2$	$\mu=50,\ \sigma=1.5$	$\mu=50,\ \sigma=1.2$	$\mu=50,\ \sigma=1$
30	0.5024(0.2277)	0.5067(0.2305)	0.5146(0.2314)	0.5099(0.2313)
40	0.5163(0.2415)	0.5208(0.2477)	0.5096(0.2377)	0.5036(0.2411)
50	0.5076(0.2347)	0.5069(0.2465)	0.5160(0.2434)	0.4990(0.2428)
60	0.5188(0.2404)	0.4987(0.2485)	0.5066(0.2414)	0.5092(0.2478)
70	0.4998(0.2513)	0.5018(0.2510)	0.5278(0.2490)	0.4998(0.2468)
80	0.4991(0.2543)	0.4992(0.2506)	0.5047(0.2515)	0.5016(0.2468)
90	0.4975(0.2442)	0.4888(0.2479)	0.5045(0.2532)	0.4959(0.2436)
100	0.5043(0.2498)	0.5049(0.2461)	0.5047(0.2558)	0.4920(0.2550)
120	0.4999(0.2531)	0.4882(0.2470)	0.4990(0.2479)	0.5046(0.2494)
140	0.5050(0.2585)	0.4981(0.2545)	0.5011(0.2575)	0.4942(0.2586)
160	0.5017(0.2615)	0.4955(0.2497)	0.4958(0.2570)	0.4862(0.2554)
180	0.4927(0.2544)	0.4853(0.2506)	0.5054(0.2515)	0.5025(0.2522)
200	0.5127(0.2595)	0.4871(0.2587)	0.5009(0.2601)	0.4951(0.2542)

<표 7> $t(5)$ 변환분포 : 유의확률들의 표준편차(SD)

n	$H_0: C_p \le 1 \quad H_1: C_p > 1$		$H_0: C_p \le \frac{4}{3} \quad H_1: C_p > \frac{4}{3}$	
	$\mu=50,\ \sigma=1.5$	$\mu=50,\ \sigma=1.2$	$\mu=50,\ \sigma=1.2$	$\mu=50,\ \sigma=1$
30	0.2540(0.1622)	0.1557(0.1149)	0.2952(0.1772)	0.1939(0.1332)
40	0.2275(0.1634)	0.1235(0.1092)	0.2750(0.1840)	0.1630(0.1309)
50	0.1904(0.1467)	0.0892(0.0896)	0.2399(0.1692)	0.1271(0.1140)
60	0.1724(0.1383)	0.0718(0.0770)	0.2245(0.1650)	0.1079(0.1018)
70	0.1494(0.1461)	0.0558(0.0797)	0.1994(0.1740)	0.0883(0.1065)
80	0.1313(0.1327)	0.0426(0.0629)	0.1813(0.1619)	0.0721(0.0894)
90	0.1105(0.1143)	0.0303(0.0477)	0.1600(0.1444)	0.0554(0.0713)
100	0.1048(0.1204)	0.0271(0.0552)	0.1541(0.1502)	0.0513(0.0799)
120	0.0860(0.1196)	0.0186(0.0556)	0.1329(0.1490)	0.0376(0.0777)
140	0.0721(0.1123)	0.0137(0.0551)	0.1176(0.1432)	0.0294(0.0755)
160	0.0592(0.0992)	0.0085(0.0325)	0.1025(0.1345)	0.0206(0.0521)
180	0.0425(0.0763)	0.0040(0.0197)	0.0802(0.1085)	0.0124(0.0412)
200	0.0423(0.0897)	0.0049(0.0336)	0.0805(0.1221)	0.0133(0.0552)

법을 이용하여 검정한 결과 유의확률들의 평균은 0.5258, 표준편차는 0.2786임을 의미한다.

공정의분포가 $N(50, 1.5^2)$, $N(50, 1.2^2)$, $N(50, 1^2)$인 경우와 카이제곱분포, t 분포에서도 유의확률의 평균은 0.5 근처의 값을 나타내며 이는 표본 수가 다른 경우에도 크게 달라지지 않는다. 이는 귀무가설이 참이라는 확률이 대략 0.5, 대립가설이 참이라는 확률이 대략 0.5로 매우 자연스런 결과임을 뜻한다. 이 결과는 원래의 주어진 공정분포에 대한 공정능력 지수가 각각 $C_p = c = 1, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, 2$ 이므로 평균적으로 대략 0.5 부근의 유의확률들은 붓스트랩 방법을 이용한 가설 검정의 정당성을 보여주는 결과이다. 물론 이는 여러 가지 모의 실험 설계 조합 중 극히 제한된 내용으로 추후 포괄적인 소표본 연구가 필요한 내용이라 할 수 있을 것이다.

<표 3>, <표 5>, <표 7>은 각각의 공정 분포에 대하여 확률표본 $X_1, X_2, \cdots, X_n$을 사용하여 가설 $H_0 : C_p \le c \ vs \ H_1 : C_p > c$을 붓스트랩 가설 검정한 결과이다.

예를 들어 $C_p = 1.33$인 $N(50, 1.5^2)$의 공정분포에서 가설 $H_0 : C_p \le 1 \ vs \ H_1 : C_p > 1$을 검정하기 위해 30개의 원래의 표본을 추출하여 검정하는 경우, 그 때의 유의확률은 평균적으로 0.0826으로 유의수준 0.05에서 귀무가설을 기각할 수 없으므로 C_p가 1보다 크다고 말할 수 없다. 그러나 표본 수가 40이라면 p-value의 평균이 0.0486으로 유의수준 0.05에서 귀무가설을 기각하여 C_p가 1보다 크다고 결론을 내릴 수 있을 것이다. 또한 80개의 표본을 추출한다면 유의확률들의 평균은 0.0080으로 유의수준 0.01에서 귀무가설을 기각하므로 C_p가 1보다 크다고 말할 수 있을 것이다. 또한 이 표들은 각 공정분포에서 가설을 기각할 수 있는 표본 수를 결정할 수 있다는 측면에서 유용하다.

결론적으로 본 논문에서 제안한 공정능력지수 C_p에 대한 붓스트랩 검정방법은 어떤 형태의 공정분포 하에서라도 계산상의 큰 어려움 없이 효율적으로 의사결정 방법에 활용할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

[1] Chan, L. K., Xiong, Z. and Zhang, D.(1990), "On the Asymptotic Distributions of Some Process Capability Indices", *Communications in Statistics : Theory and Methods*, Vol. 19, No. 1, pp. 11-18.

[2] Cho, J. J., Han, J. H. and Jo, S. H.(1997), "Bootstrapping Unified Process Capability Index", *Journal of the Korean Statistical Society*, Vol. 26, No. 4, pp. 543-554.

[3] Cho, J. J., Park, B. S. and Kim, J. S.(1999), "Better Nonparametric Bootstrap Confidence Intervals for Capability Index C_{pk}", *The Korean Journal of Applied Statistics*, Vol. 12, No. 1, pp. 45-65.

[4] Diciccio, T. J. and Tibshirani, R.(1987), "Bootstrap Confidence Intervals and Bootstrap Approximations", *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 82, pp. 163-170.

[5] Efron, B.(1979), "Bootstrap methods : Another look at the jackknife", *Annals of Statistics*, Vol. 9, pp. 139-172.

[6] Franklin, L. A. and Wasserman, G. S.(1992), "Bootstrap Lower Confidence Interval Limits for Capability Indices", *Journal of Quality Technology*, Vol. 24, pp. 196-210.

[7] Hall, P.(1988), "Theoretical Comparison of Bootstrap Confidence Intervals", *Annals of Statistics*, Vol. 16, pp. 927-953.

[8] Hall, P. and S. R. Wilson(1991), "Two Guideline for Bootstrap Hypothesis Testing", *Biometrics*, Vol. 47, pp. 757-762.

[9] Han, J. H., Cho, J. J. and Lim, C. S.(2000), "Bootstrap Confidence Limits for Wright's C_s", *Communications in Statistics : Theory and Methods*, Vol. 29, No. 3, pp. 485-505.

[10] Kocherlakota, S. and Kocherlakota, K.(1991), "Process capability indices : Bivariate Normal distribution", *Communication in Statistics : Theory and Methods*, Vol. 20, pp. 2529-2547.

[11] Lin, P. C. and Pearn, W. L.(2002), "Testing Process Capability for one-sided specification limit with Application to the voltage level translator", *Microelectronics Reli-*

ability, Vol. 42, pp. 1975-1983.
[12] Pearn, W. L., Yang, S. L. and Chen, K. S. (2001), "Testing Process Capability C_{pmk} with an Application", *International Journal of Reliability Quality and Safety Engineering*, Vol. 8, No. 1, pp. 15-34.