

초 고차항 구 조화 중력모델링에 의한 상향 연속의 정확도 검증

Accuracy Assessment of the Upward Continuation using the Gravity Model from Ultra-high Degree Spherical Harmonics

권재현¹⁾ · 이종기²⁾

Kwon, Jay Hyoun · Lee, Jong Ki

Abstract

The accuracy of the upward continuation is assessed through the gravity modeling using an ultra-high degree spherical harmonic expansion. The difficulties in the numerical calculation of Legendre function with ultra-high degree, underflow and/or overflow, is successfully resolved in 128 bit calculation scheme. Using the generated Legendre function, the gravity anomaly with spatial resolution of 1' x 1' on the geoid is calculated. The generated gravity anomaly is degraded and extracted with various noise levels and data intervals, then upward continuation is applied to each data sets. The comparison between the upward continued gravity disturbances and the directly calculated from the spherical harmonics showed that the accuracy on the direct method was significantly better than that of Poisson method. In addition, it is verified that the denser and less noised gravity data on the geoid generates better gravity disturbance vectors at an altitude. Especially, it is found that the gravity noise level less than 5mGal, and the data interval less than 2arcmin is necessary for next generation precision INS navigation which requires the accuracy of 5mGal or better at an altitude.

Keywords : Upward continuation, Gravity modeling, Spherical harmonic function

초 록

최대 차수 10800의 초 고차 구 조화함수를 전개하여 중력을 모델링 하고, 이를 이용하여 상향 연속의 정확도를 검증하였다. 초 고차 구 조화 함수에 의한 중력 모델링에 있어 수치계산적 난점인 르장드르 함수의 언더플로와 오버플로를 128 비트 연산에 의하여 성공적으로 수행하였으며, 이를 이용하여 지오이드상의 중력이상값을 공간 해상도 1'x1' 으로 계산하였다. 생성된 중력이상값에 다양한 크기의 잡음을 첨가하고 자료의 간격을 달리하여 상향연속을 수행하였으며, 이로부터 도출된 중력 섭동 벡터와 중력 모델로부터 직접 계산된 섭동벡터와의 비교를 통하여 실제적인 상향연속의 정확도를 할당하였다. 상향연속 방법의 비교에 있어, 직접방법이 포아송 방법에 비해 월등히 좋은 정확도를 보였고, 지상 중력자료의 잡음이 적을수록 또한 자료의 간격이 작을수록 상향연속에 의한 중력 섭동벡터의 정확도가 높게 나타남을 확인하였다. 특히 차세대 관성항법장치의 정밀 항법을 위한 중력의 필요조건인 5mGal의 정확도를 위해선, 지상 중력의 잡음 정도가 5mGal 이하, 자료의 간격이 2arcmin 이하이어야 함을 도출하였다.

핵심어 : 상향연속, 중력 모델링, 구 조화함수

1. 서 론

지구의 중력장을 표현하는데 있어 가장 널리 쓰이는 방

법이 구 조화함수를 이용한 전개이다. 무한 급수로 전개된 구 조화함수(spherical harmonic functions)는 중력포텐셜의 라플라스 방정식을 만족하므로 물리적 이론에 부

1) 연결저자 · 정희원 · 서울시립대학교, 지적정보학과 조교수(E-mail: jkwon@uos.ac.kr)

2) 정희원 · 오하이오주립대학교 · 측지학 · 박사과정(E-mail: lee.2608@osu.edu)

합하며, 구 조화 계수(spherical harmonic coefficients)를 이용하면, 지구상의 어느 위치에서도 중력이상, 중력변동(gravity disturbance) 등의 중력 관련 물리량을 쉽게 계산할 수 있다(Heiskanen and Moritz, 1996). 따라서, 지상 중력 측정, 위성을 이용한 중력측정 등의 다양한 방법에 의해 지구 전역으로부터 획득한 중력 자료를 이용하여, EGM96와 같은 범 지구 중력모델을 구 조화상수로 표현하여 과학적 공학적 문제에 응용하고 있다.

정밀한 중력값이 필요한 응용분야중의 하나가 바로 관성항법시스템(Inertial Navigation System)을 이용한 위치 및 자세의 계산이다. 일반적으로 항법 방정식에 포함되어 있는 중력값으로 타원체에 기반을 둔 정규중력값을 사용하거나 또는 EGM96와 같은 중력모델을 이용하게 된다. 이때, 실제 중력값과 사용된 근사치와의 차이는 수십 mGal까지 발생할 수 있고, 이로 인한 수평위치 오차 역시 수십~수백 미터까지 발생할 수 있다(Kwon and Jekeli, 2005). 보다 정확한 관성 항법해를 계산하기 위해서는 정확한 중력값을 항법방정식에 사용하여야 하며, 일반적으로 지오이드와 타원체상에서 차이값으로 주어지는 중력 이상을 이용하여 일정 고도(altitude)에서의 중력섭동 벡터(gravity disturbance vector)를 계산하여 항법방정식에 사용한다.

지상의 중력 이상을 이용하여 일정고도에서의 중력값을 구하는 과정을 상향연속(upward continuation)이라 하며, 이를 위해서는 다음 장에 기술된 바와 같이, 지구 전역에 걸친 중력값을 필요로 하는데 이는 현실적으로 불가능하다. 즉, 제한된 지역으로부터의 불연속적인 중력자료를 이용하여 상향연속을 수행하는 것이다. 따라서, 상향연속에 의해 계산된 중력섭동벡터의 정확도는 지상중력자료의 정확도와 간격, 그리고 사용된 중력자료의 공간적 범위 등의 영향을 받는다.

본 연구에서는 일정 고도에서의 중력섭동벡터를 구하는 상향연속의 정확도를 초 고차 구조화 함수를 이용하여 수치적으로 검증하였다. 현재 개발되고 있는 차세대 초정밀 관성항법시스템(Ultra-Precise Inertial Navigation)의 경우 약 4km이하의 해상도를 가진 중력 변화에 민감한 것으로 알려져 있으므로 중력이상 자료의 해상도(resolution)를 높이기 위해서는 구 조화 함수의 차수(degree)와 오더(order)를 초 고차항까지 높여야 한다. 최근까지 알려진 가장 높은 차수의 구 조화 함수 전개는 차수 2700까지의 합성 지구 중력 모델(Synthetic Earth Gravity Model)의

개발이었다(Featherstone and Kirby, 2002). 이러한 한계는 르장드르 함수의 크기가 고차항으로 전개함에 따라 지수적으로 증가하기 때문에 64 비트의 연산으로는 계산이 불가능 하기 때문이었다. 본 연구에서는 구 조화 모델의 차수가 10800까지인 초 고차항(ultra-high degree and order) 합성 구 조화 모델 상수를 이용하여 128 비트 연산을 수행함으로써 공간 해상도 1'x1'의 중력 이상값을 지오이드상에서 계산 하였다. 계산된 합성 중력 이상값에 다양한 잡음을 첨가하고, 또한 그 간격을 변화시켜가며 지오이드로부터 고도 5000m 지점에서의 중력 섭동을 포아송 적분 방법(Poisson Integral Method)과 직접 방법(direct method) 두 가지의 상향연속을 통하여 계산하고, 이를 구 조화상수를 사용하여 계산한 값과 비교 함으로써 정확도를 검증하였다. 주목할 점은 본 연구에서 사용된 초 고차항 구 조화계수는 진값(true value)으로 가정한다는 점이다. 즉 구조화계수를 이용한 진값과 일반적인 상향연속과정에서 도출된 값과의 비료를 통해 정확도를 검증하는 것이다.

2. 기본 이론

2.1 구 조화 함수에 의한 중력 표현

지구의 뉴턴 중력포텐셜(Newtonian gravitational potential) V 는 포아송 방정식(Poisson's equation)을 만족한다.

$$\nabla^2 \cdot V = -4\pi \cdot G \cdot \rho \quad (1)$$

여기서 ∇^2 는 라플라시안 연산자(Laplacian Operator), ρ 는 물체(mass)의 밀도, 그리고 G 는 뉴턴의 중력상수(Newton's gravitational constant)이다. 자유공간($\rho = 0$)에서의 중력포텐셜은 라플라스 방정식(Laplace's equation)을 만족하며,

$$\nabla^2 \cdot V = 0 \quad (2)$$

라플라스 방정식의 해는 조화 함수(harmonic functions)의 급수로 표현될 수 있다. 따라서, 구 극좌표계(spherical polar coordinates system)상에서 중력 포텐셜을 표현하면, 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$V(r, \theta, \lambda) = \frac{GM}{R} \sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^{l+1} \sum_{m=-l}^l C_{lm} \bar{Y}_{lm}(\theta, \lambda), \quad (3)$$

여기서 M 은 반경 R 으로 둘러싸인 물체의 질량이고, r, θ, λ 은 각각 반지름(radial distance), 여위도(co-latitude), 그리고 경도(longitude)이다. C_{lm} 은 구 조화 함수(spherical harmonic function)에 대한 상수(coefficient)이며, l, m 은 각각 차수와 오더(order)이며, $\bar{Y}_{lm}(\theta, \lambda)$ 는 아래와 같이 도출되는 표면 구조화 함수이다.

$$\bar{Y}_{lm}(\theta, \lambda) = \bar{P}_{|m|}(\cos\theta) \begin{cases} \cos m\lambda, & m \geq 0 \\ \sin |m|\lambda, & m < 0 \end{cases} ,$$

여기서 \bar{P}_{lm} 은 단위 구면에 대한 구 조화 함수의 제곱의 합이 4π 가 되도록 정규화(normalization)된 조합 르장드르 함수(associated Legendre functions)이다.

중력 포텐셜로부터 타원체에 의해 계산된 정규 중력포텐셜 U 를 빼 값을 섭동 포텐셜 T (disturbing potential)라 한다. 섭동 포텐셜 역시 식 (3)과 같은 형태로 표현될 수 있으며, 이로부터, 중력이상(gravity anomaly)을 구면 근사치로 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\Delta g(r, \theta, \lambda) = \left(-\frac{\partial}{\partial r} - \frac{2}{r} \right) \cdot T(r, \theta, \lambda) \quad (4)$$

또한, 중력 섭동(gravity disturbance) 벡터 $\vec{\delta g}$ 는 다음과 같이 구할 수 있는데,

$$\vec{\delta g}(r, \theta, \lambda) = \nabla T(r, \theta, \lambda) = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{r\partial\theta} \\ \frac{\partial}{r\sin\theta\partial\lambda} \\ \frac{\partial}{\partial r} \end{bmatrix} T(r, \theta, \lambda) \quad (5)$$

여기서 반경 방향의 스칼라(scalar)값을 일반적으로 중력섭동(gravity disturbance)라 한다.

섭동 포텐셜을 구 조화함수로 전개하면, 아래와 같이 표현할 수 있고,

$$\begin{aligned} T(r, \theta, \lambda) &= \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r} \right)^{n+1} T_n(\theta, \lambda) \\ &= \frac{kM}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n [(C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos\theta)] \end{aligned} \quad (6)$$

식 (5)를 이용하면, 중력 변동 벡터(gravity disturbance

vectors) $\vec{\delta g} = (\delta g_r, \delta g_\theta, \delta g_\lambda)^T$ 와 중력이상을, 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta g_r &= -\frac{\partial T}{\partial r} \\ &= \frac{kM}{r} \cdot \frac{1}{r} \sum_{n=2}^{\infty} (n+1) \left(\frac{R}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n [(C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos\theta)] \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \delta g_\theta &= \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \\ &= \frac{kM}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n [(C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos\theta)] \right) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \delta g_\lambda &= \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial T}{\partial \lambda} \\ &= \frac{kM}{r^2 \sin\theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n [(C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos\theta)] \right) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \Delta g &= \frac{kM}{r} \cdot \frac{1}{r} \sum_{n=2}^{\infty} (n-1) \left(\frac{R}{r} \right)^n \sum_{m=0}^n [(C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_{nm}(\cos\theta)] \end{aligned} \quad (10)$$

2.2 초 고차 구 조화 모델 상수를 이용한 중력 모델링

이론적인 구 조화 함수를 이용한 포텐셜의 표현은 무한대 급수까지 전개해야 하나 이는 실제 적용에 있어 불가능하다. 따라서 일반적으로 구 조화 함수의 전개는 일정 차수까지로 절삭(truncation)하여 적용한다. 최대 전개차수를 L 이라 하면, 표현되는 중력의 공간해상도는 근사적으로 $S = R \frac{\pi}{L}$ 로 주어지는데, 이는 적도에서는 정확히 일치하고 위도로 갈수록 자오선의 수렴현상 때문에 공간 해상도는 작아진다. 따라서 2km의 해상도를 가진 중력모델링을 위해서는 구 조화 전개식의 차수와 오더가 10000이상까지 고차화 되어야 한다. 현재 미국 NGA(National Geospatial-Intelligence Agency)에 의해 채택된 지구 중력모델은 EGM96이고, 차수와 오더는 360까지이다(Lemoine et. al., 1998). 2km의 공간 해상도를 가진 중력을 모델링

하기 위해서는 초 고차항의 구 조화 계수를 생성하여야 하며, 이를 위해서 일정 지역의 중력이상값을 사용하여, 평면가정하의 파워스펙트럼 밀도를 계산하고, 이와 중력의 차수 별 분산도(degree-variances) 와의 관계를 이용하여 생성할 수 있다(Jekeli, 2003).

초 고차 구조화 계수를 이용한 중력 이상과 중력섭동의 계산에 있어서 가장 중요한 문제는 차수가 높아지면 르장드르 함수(Legendre Function)의 지수범위가 수천 제곱까지 변화 한다는 것이다. 예를 들어 그림 1과 같이, 차수가 10000일때 르장드르 함수의 값은 Holmes 와 Featherstone (2002)이 제시한 대로 스케일링($u = \sin\theta$)을 적용 하여도 절대값이 2000까지 증가한다. IEEE의 기준 유동소수점 계산에 따르면 각 배정밀도 유동 소수점 숫자를 위하여 8자리의 바이트만을 할당하며, 배정밀도 유동 소수점 숫자는 $\sim 10^{-310} < |E| < \sim 10^{310}$ 의 범위를 갖는다. 어떠한 계산된 값이라도 이 범위 이외의 값은 언더플로(underflow)가 되서 0의 값을 가질것이고 이 범위 이상의 값은 오버플로(overflow)의 값을 갖게 되서 'not a number (NaN)'의 값을 출력하게 된다.

그러므로 고차항 계산시 발생하는 언더플로 및 오버플로 문제를 해결하기 위해서는 적합한 데이터 타입(data type)과 적용할 수 있는 하드웨어 및 소프트웨어 환경의 조합을 찾아야 한다. 르장드르 함수의 고차항 계산을 위해서는 128 비트 배정도 데이터 타입이 필요하며, 이는 시스템과 컴파일러(compiler)마다 연산의 한계가 틀리므로 컴파일러에 대한 하드웨어의 최적의 조합을 찾아야 한다. 본 연구에서는 오하이오 주립대학 측지학과에서 운영

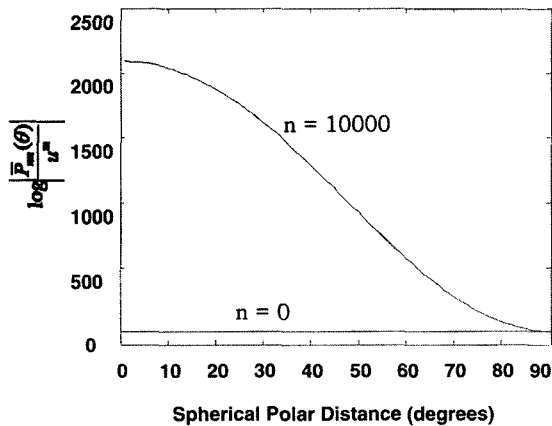


그림 1. Range of Magnitudes of the Legendre Functions

중인 SGI 750 클러스터 시스템에서 인텔 포트란 컴파일러를 이용하여 차수 10800의 초 고차 중력 모델링을 수행하였다. 이는 기존의 최대차수 2700에 비하여 월등한 공간 해상도를 실현한 것으로 현재까지 계산된 최고 차수의 합성 중력 모델이다.

2.3 상향 연속에 의한 중력 섭동 계산

구면 또는 지오이드 등의 지구 표면을 가정한 면에서의 중력이상 값을 이용하면, 일정 고도에서의 중력 섭동(gravity disturbance) 벡터를 계산할 수 있으며 이를 상향 연속이라 한다. 일반적으로, 상향연속에는 직접방법(direct method)과 포아송 방법(Poisson method)이 널리 쓰인다.

2.3.1 포아송 방법

일정 고도를 가진 점 P에서의 섭동 포텐셜 T_p 은 포아송 적분 공식(Poisson's integral formula)을 이용하여 구할 수 있다.

$$T_p = \frac{R(r^2 - R^2)}{4\pi} \int_{\sigma} \int \frac{T}{l^3} d\sigma \quad (11)$$

여기서 T 는 반경 R 을 가진 구면상의 섭동 포텐셜, l 은 P점과 구면에서의 미소면적까지의 거리, 그리고 r 은 구 중심에서 P점까지의 거리이다. 위 식을 그림 2와 같이 평면으로 근사하여 계산하면,

$$T_p = \frac{H}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{T}{l^3} dx dy$$

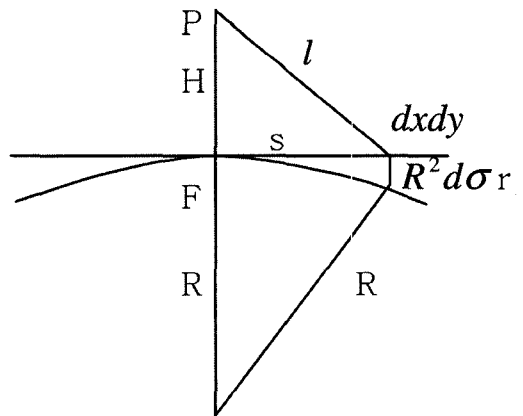


그림 2. 포아송 방법에서의 평면 근사

$$= \frac{H}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{T}{(x^2 + y^2 + H^2)^{3/2}} dx dy \quad (12)$$

과 같이 유도되며, $\frac{\partial T}{\partial x} = \delta g_{\bar{\phi}}$, $\frac{\partial T}{\partial y} = \delta g_{\lambda}$, $\frac{\partial T}{\partial z} = \delta g_r$ 의 관계를 이용하여, P점에서의 중력 섭동벡터를 구할 수 있다.

$$\delta g_r = \frac{H}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int \frac{\delta_r}{l^3} dx dy \quad (13a)$$

$$\delta g_{\bar{\phi}} = \frac{H}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int \frac{\delta_{\bar{\phi}}}{l^3} dx dy \quad (13b)$$

$$Sg_{\lambda} = \frac{H}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int \frac{\delta_{\lambda}}{l^3} dx dy \quad (13c)$$

이 방법은 평면 근사에 의한 방법이므로 고도 250km까지 유효한 것으로 알려져 있다(Heiskanen and Moritz, 1996).

2.3.2 직접 방법

구 좌표계에서 중력섭동벡터 ($\vec{\delta g}$)는 아래와 같이 계산될 수 있으며,

$$\delta g_r = \frac{\partial T}{\partial r}, \quad \delta g_{\bar{\phi}} = \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \bar{\phi}}, \quad \delta g_{\lambda} = \frac{1}{r \cos \bar{\phi}} \frac{\partial T}{\partial \lambda} \quad (14)$$

일정 고도 P 점에서의 섭동 포텐셜은 피제티(Pizzetti) 공식에 의해 다음과 같이 주어진다.

$$T_P = T(r, \bar{\phi}, \lambda) = \frac{R}{4\pi} \int_{\sigma} \int \Delta g \cdot S(r, \psi) d\sigma \quad (15)$$

여기서 $s(r, \psi)$ 는 스토크스 함수(Stokes' function)이고,

$$S(r, \psi) = \frac{2R}{l} + \frac{R}{r} - 3 \frac{Rl}{r^2} - \frac{R^2}{r^2} \cos \psi \left(5 + 3 \ln \frac{r - R \cos \psi + l}{2r} \right), \quad (16)$$

$$l = \sqrt{r^2 + R^2 - 2Rr \cos \psi} \text{ 이다.}$$

식 (13)을 (14)에 적용하면, 아래와 같이 중력섭동 벡터를 구할 수 있다.

$$\delta g_r = \frac{R}{4\pi} \int_{\sigma} \int \Delta g \frac{\partial S(r, \psi)}{\partial r} d\sigma, \quad (17)$$

$$\delta g_{\bar{\phi}} = \frac{R}{4\pi r} \int_{\sigma} \int \Delta g \frac{\partial S(r, \psi)}{\partial \bar{\phi}} d\sigma,$$

$$\delta g_{\lambda} = \frac{R}{4\pi r \cos \bar{\phi}} \int_{\sigma} \int \Delta g \frac{\partial S(r, \psi)}{\partial \lambda} d\sigma.$$

여기서 구 표면의 단위 면적 $d\sigma$ 는 $d\sigma = \cos \bar{\phi}' d\bar{\phi}' d\lambda'$ 이고, ψ 는 계산점 P와 적분점 P'사이의 각거리이다.

$$\psi = \cos^{-1} [\sin \bar{\phi} \sin \bar{\phi}' + \cos \bar{\phi} \cos \bar{\phi}' \cos (\lambda' - \lambda)]$$

식 (17)은 스토크스 함수의 변수치환과 베닝-마이네츠 공식의 적용 등을 통하여 아래와 같이 방위각 α 와 각거리 ψ 변형될 수 있으며,

$$\delta g_r = \frac{R}{4\pi} \int_{\sigma} \int \Delta g \frac{\partial S(r, \psi)}{\partial r} d\sigma, \quad (18a)$$

$$\delta g_{\bar{\phi}} = -\frac{R}{4\pi r} \int_{\sigma} \int \Delta g \frac{\partial S(r, \psi)}{\partial \psi} \cos \alpha d\sigma,$$

$$\delta g_{\lambda} = -\frac{R}{4\pi r} \int_{\sigma} \int \Delta g \frac{\partial S(r, \psi)}{\partial \psi} \sin \alpha d\sigma, \quad (18b)$$

이때 스토크스 함수의 미분은 아래와 같이 주어진다.

$$\frac{\partial S}{\partial r} = -\frac{R(r^2 - R^2)}{r l^3} - \frac{4R}{r l} - \frac{R}{r^2} + \frac{6Rl}{r^3} + \frac{R^2}{r^3} \cos \psi \left(13 + 6 \ln \frac{r - R \cos \psi + l}{2r} \right), \quad (19)$$

$$\frac{\partial S}{\partial \psi} = \sin \psi \left[-\frac{2R^2 r}{l^3} - \frac{6R^2}{r l} + \frac{8R^2}{r^2} + \frac{3R^2}{r^2} \cdot \left(\frac{r - R \cos \psi - l}{l \sin^2 \psi} + \ln \frac{r - R \cos \psi + l}{2r} \right) \right]. \quad (20)$$

3. 상향 연속 정확도 분석 개요

그림 3은 상향 연속의 정확도 분석을 위한 연구의 순서도이다.

차수 10800까지 전개된 구 조화 계수를 이용하여 앞서 설명한 중력의 차수 별 분산도(degree-variances)와의 관계를 이용하여 고도 0 미터에서의 중력 이상을 1'x1' 간격으로 계산하고 실제 적용에 있어 중요한 사항인 자료의 간격을 조절하고, 이에 잡음을 첨가한다. 이 자료를 이용하여 앞서 설명한 두 가지 방법의 상향 연속을 수행하며, 이를 중력 모델로부터 계산된 값과 비교 함으로써 정확도를 분석하였다.

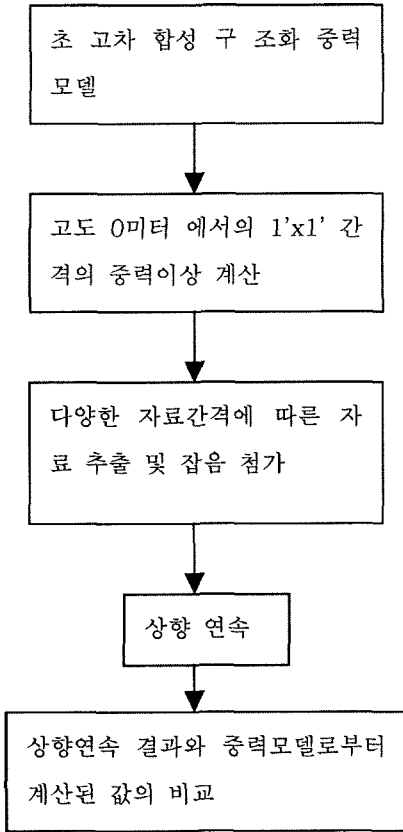


그림 3. 상향 연속 정확도 검증 순서도

연구에 사용된 인위적인 잡음은 표준편차 1, 5, 10mGal에 해당하는 것으로 평균 0, 분산 1의 표준 정규 분포를 가진 랜덤 넘버를 생성하여, 위의 값들에 의하여 스케일링 한 것이다. 각각의 자료는 1', 5', 10'의 자료간격에 따라 추출되어 상향연속에 사용되었다.

4. 상향연속 정확도 분석 결과

4.1 사용 지역 및 자료

본 연구에 사용되는 중력이상 데이터는 고차항 조화 상수를 이용한 조화 함수로부터 고도 0 미터에서 계산되었으며, 총 면적 $4^{\circ} \times 4^{\circ}$ 의 미국 중부의 미네소타, 아이오와 지역이다(그림 4). 중력이상 데이터는 상향 연속을 통하여, 고도 5000 미터 상공 총 $1^{\circ} \times 1^{\circ}$ 의 지역에서 계산되었다. 수식 (11)과 (17)에서 알 수 있듯이 상향연속에 의한 중력섭동 벡터는 지구 전역에서의 자료가 필요하나, 실제 계산에서는 한정된 지역만의 자료가 유용하며, 따라서 일

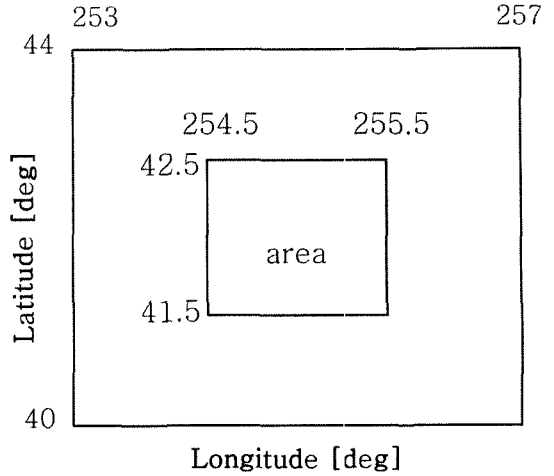


그림 4. 실험지역 및 데이터 지역

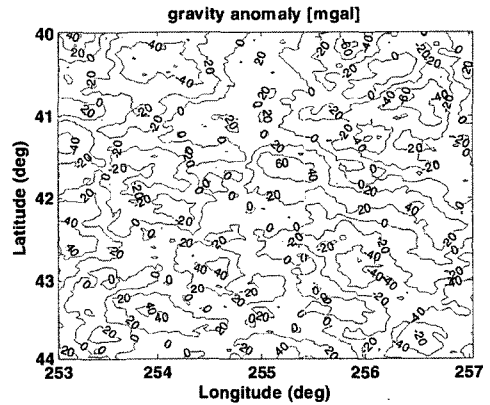


그림 5. 실험지역 중력 이상 데이터

정반경내의 자료만을 이용하는데, 본 연구에서는 구 각 1.5도 내의 중력이상 데이터를 이용하였다.

그림 5는 실험지역의 실제 중력자료를 이용하여, 앞서 언급한 바와 같이, 차수별 분산도를 이용하여 구 조화계수를 결정하고, 이를 이용하여 지오이드상에서 모델링된 중력이상 데이터이다. 중력 모델에 있어 필요한 고도 자료는 NASA와 NIMA에서 공동으로 개발한 JGP95E global database of elevations 모델로 차수 70까지 사용하였고, 그 이상의 고차항은 중력이상 파워스펙트럼 밀도로부터 도출하여 사용하였다(Jekeli, 2003). 전반적인 중력의 범위가 120mGal 정도로, 지형이 비교적 평탄한 지역이다.

4.2 상향연속 방법 비교

초 고차항 중력 모델로부터 계산된 지오이드상의 중력

이상 자료를 이용하여 직접 방법과 포아송 방법에 의한
 상향 연속을 실시하여 5000 미터 상공에서의 중력 섭동
 벡터를 계산하였고, 상향 연속의 결과는 초 고차항 중력

모델로부터 직접 계산된 값과 비교하여 그 정확도를 검증
 하였다(그림 6). 사용된 모의 중력 자료는 잡음이 없고 데
 이터 간격이 2arcmin 인 자료이며, 단지 두 방법의 우위

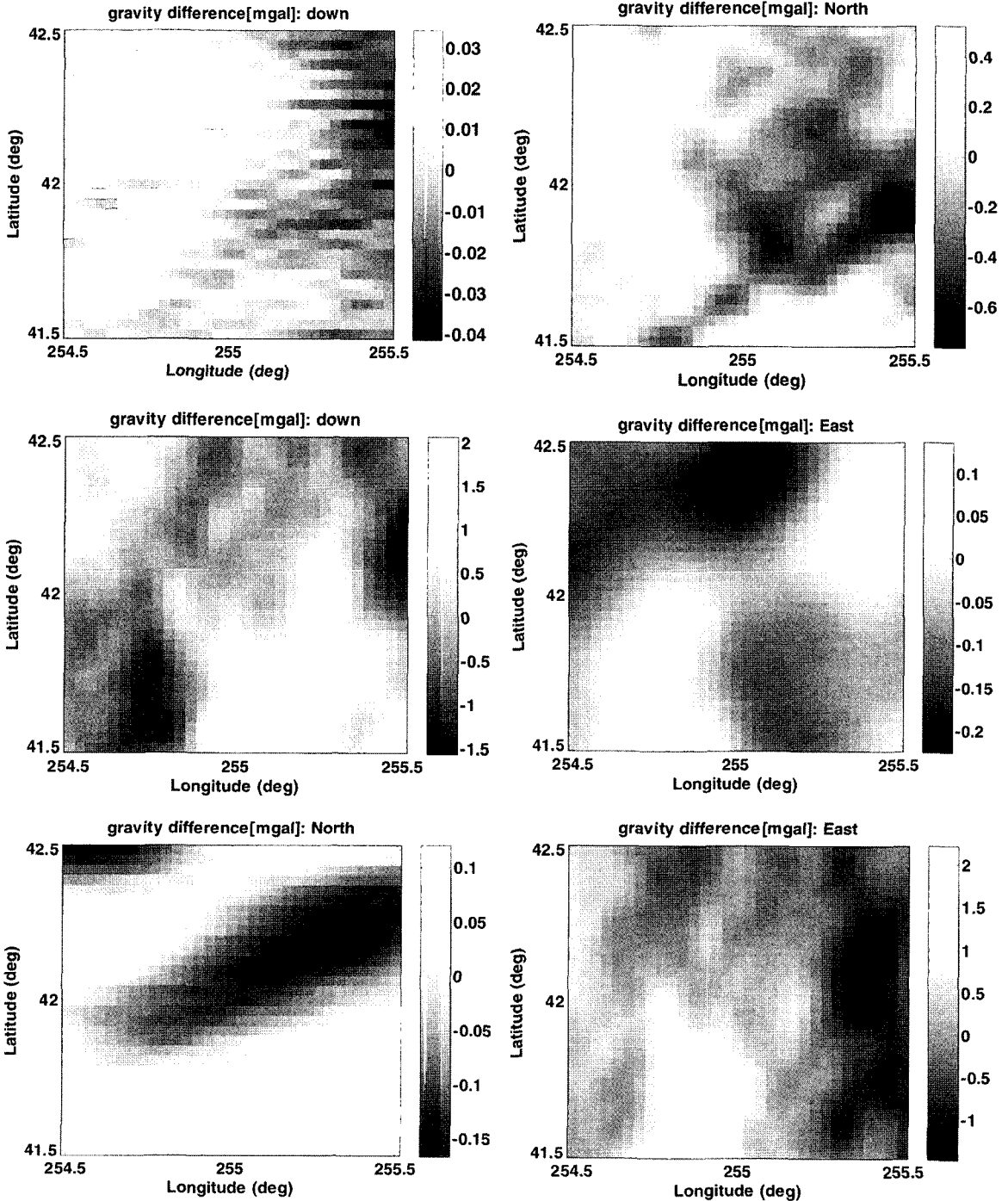


그림 6. 상향 연속에 의한 오차(각각 직접방법과 포아송 방법으로 연직, 북쪽, 동쪽 성분 순)

를 판단하기 위하여 사용되었으므로 다른 종류의 자료는 사용하지 않았다.

그림 6에서 알 수 있듯이, 평면 근사방법을 이용한 포아송 방법은 3차원 RMS 약 1.5mgal의 오차를 보였으나 직접 방법은 0.04mgal의 정확도를 나타내어, 직접 방법에 의한 상향연속의 우위를 알 수 있었다.

물론 평면 근사에 의한 포아송 방법이 직접방법에 비하여 정확도가 낮으리라는 예상은 할 수 있으나 그 정확도의 차이가 2mGal 이하라는 점을 밝힘으로써 고 정확도를 요구하지 않는 응용분야에서는 포아송 방법도 충분한 정확도로 응용될 수 있음을 알 수 있다.

4.3 다양한 잡음과 자료 간격에 따른 비교

실제적인 상향연속에 의한 중력 섭동 벡터의 계산에는 중력자료의 정확도와 자료 간격이 큰 영향을 미친다. 따라서 중력 데이터 간격과 잡음 레벨이 따라 총 12가지의 경우를 설정하고 이에 따른 정확도를 분석하였다(표 1).

그림 7-9는 각 경우의 중력이상값을 상향연속하여 생성된 5000미터 상공에서의 중력 섭동 벡터와 초 고차 중력 모델의 구조화 상수를 이용하여 직접 계산된 값과의 최대 차이값을 보여준다. 전체적으로 알 수 있듯이, 상향연속에 의한 중력 섭동 벡터의 정확도는 사용자료의 잡음 정도가 작을수록 또한 자료의 간격이 작을수록 높게 나타났다. 특히, 모든 성분에 있어 지상에서의 중력의 잡음 정도 5mGal 이하, 자료 간격 2arcmin 이하인 경우, 상향연속에 의한 중력섭동 벡터의 정확도는 5mGal 보다 좋게 나타났다

표 1. 중력자료 잡음과 간격에 따른 실험 설정

No.	Data Interval (arcmin)	Noise Level (mgal)
1	1 x 1	1
2		5
3		10
4	2 x 2	1
5		5
6		10
7	5 x 5	1
8		5
9		10
10	10 x 10	1
11		5
12		10

으며, 이는 차세대 초정밀 관성항법장치를 이용한 수평오차 5미터 이하의 항법해의 결정에 필요한 중력 섭동 벡터

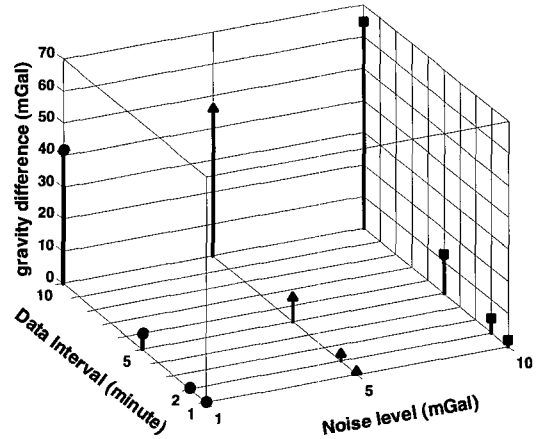


그림 7. 중력섭동벡터 연직방향 최대 오차

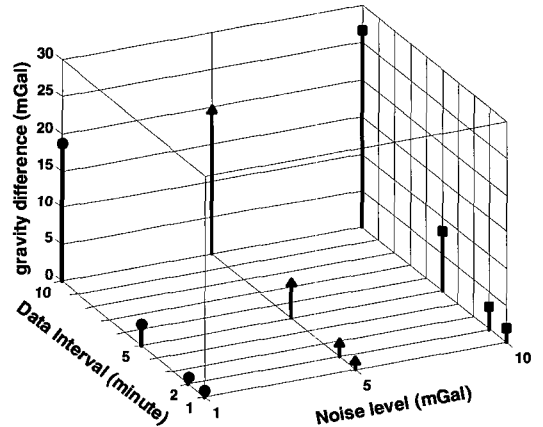


그림 8. 중력섭동벡터 동쪽 방향 최대 오차

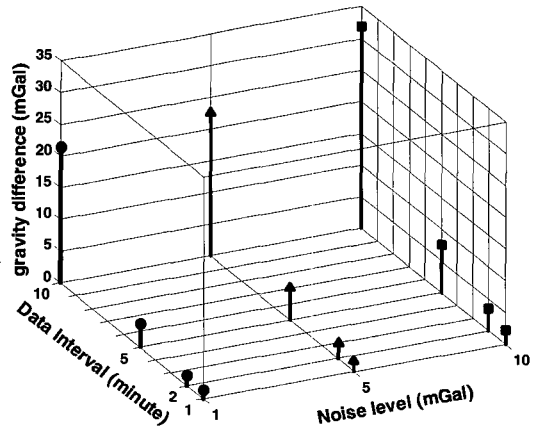


그림 9. 중력섭동벡터 북쪽 방향 최대 오차

의 정확도를 만족한다(Kwon and Jekeli, 2005).

참고문헌

5. 결 론

본 연구에서는 초 고차 구 조화함수를 이용하여 중력 모델링을 실시하고, 상향연속의 정확도를 자료의 잡음 정도와 간격에 따라 검증하였다. 연구의 결과, 평면 근사방법을 이용한 포아송 방법은 약 1.5mgal의 오차를 보였으나 직접 방법은 0.04mgal의 정확도를 나타내어 그 우월성을 알 수 있었고, 상향 연속에 의한 중력섭동 벡터의 오차값이 5mGal이하가 되기 위해서는 잡음 수준이 5mgal이하, 그리고 데이터 간격은 2arcmin 이하가 되어야 함을 알 수 있었다. 5mGal의 정확도는 차세대 관성항법장치에 의한 정밀 항법해의 요구조건으로 이에 따른 지상 중력자료의 질적 관리와 자료의 밀도를 높여야 함을 시사한다.

본 연구에서 생성한 차수 10800의 중력모델과 이를 이용한 중력이상 및 중력 섭동 벡터의 계산은 현재까지 알려진 최고 차수의 결과로 향후 많은 측지학, 지구물리학의 이론연구 검증 및 시뮬레이션 연구 등에 활용될 수 있을 것으로 사료된다.

감사의 글

이 논문은 2005년도 서울시립대학교 학술연구조성비에 의하여 연구되었음.

Featherstone, W.E., and Kirby, J.F. (2002), New high-resolution grid of gravimetric terrain corrections over *Australia*, *Australian Journal of Earth Sciences*, Vol. 49, No. 5, pp. 773-774.

Heiskanen, W. A. and Moritz, H. (1996), *Physical Geodesy*, Institute of *Physical Geodesy*, Technical University Graz, Austria, pp. 46-125.

Holmes, S. A. and Featherstone, W. E. (2002), A unified approach to the Clenshaw summation and the recursive computation of very high degree and order normalized associated Legendre functions. *Journal of Geodesy*, Vol. 76, pp. 279-299

Jekeli, C. (2003), *Statistical Analysis of Moving-Base Gravimetry and Gravity Gradiometry*, Geodetic and GeoInformation Science Reports, No. 466, The Ohio State University, Columbus.

Kwon, J. H. and Jekeli, C. (2005), Gravity Requirements for Compensation of Ultra-Precise Inertial Navigation, *Journal of Navigation*, Vol. 58, No. 3, pp. 479-492.

Lemoine, F.G., Kenyon, S.C., Factor, J.K., Trimmer, R.G., Palvis, N.K., Chinn, D.S., Cox, C.M., Klosko, S.M., Luthcke, S.B., Torrence, M.H., Wang, Y.M., Williamson, R.G., Palvis, E.C., Rapp, R.H., Olson, T.R. (1998), *The Development of the Joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency(NIMA) Geopotential Model EGM96*, NASA/TP-1998-206861, Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland.

(접수일 2006. 3. 7, 심사일 2006. 4. 3, 심사완료일 2006. 4. 3)