

< 논문 >

## 최대엔트로피 실험계획에서 상관함수의 영향

이태희<sup>†</sup> · 김승원\* · 정재준\*

(2005년 11월 7일 접수, 2006년 4월 27일 심사완료)

### Influence of Correlation Functions on Maximum Entropy Experimental Design

Tae Hee Lee, Seung Won Kim and Jae Jun Jung

**Key Words :** Correlation Function(상관함수), Kriging(크리깅), Maximum Entropy Experimental Design(최대엔트로피 실험계획), Space Filling Design(충진실험계획)

#### Abstract

Recently kriging model has been widely used in the DACE (Design and Analysis of Computer Experiment) because of prominent predictability of nonlinear response. Since DACE has no random or measurement errors contrast to physical experiment, space filling experimental design that distributes uniformly design points over whole design space should be employed as a sampling method. In this paper, we examine the maximum entropy experimental design that reveals the space filling strategy in which defines the maximum entropy based on Gaussian or exponential. The influence of these two correlation functions on space filling design and their model parameters are investigated. Based on the exploration of numerous numerical tests, enhanced maximum entropy design based on exponential correlation function is suggested.

#### 기호설명

$\hat{y}(x)$  : 근사 모델

$y(x)$  : 실제 모델

$R$  : 상관 행렬 (correlation matrix)

#### 1. 서론

공학 분야에서 실제모델을 이용한 설계에서 막대한 실험비용과 긴 설계기간을 줄이기 위해 시뮬레이션모델을 이용한 최적설계기법이 널리 활용되고 있다. 하지만 비선형 해석이나 충돌해석과 같이 오랜 해석시간이 소요되는 시뮬레이션모델의 경우는 반복해석이 요구되는 최적설계기법을 직접 적용하는 것은 많은 제약이 따른다. 최근에 이러한 문제를 해결하기 위해 근사모델 기법에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 근사모델기법은 적은 횟수의 해석을 수행하여 얻은 응답정보를 이용

하여 전체 설계 영역에 대해서 응답을 예측할 수 있는 수학적인 모델을 만드는 것이다. 이러한 근사모델은 최적화 과정에서 시뮬레이션모델을 대체하기 때문에 전체적인 최적설계의 효율성을 향상시킬 수 있다.

근사모델 중 지질통계학에서 발전한 크리깅(kriging)모델은 비선형성이 강하거나 설계변수가 많은 전산실험 모델을 잘 표현해 주는 장점이 있다. 그러나 보간모델인 크리깅모델의 예측성능은 실험점의 선택에 민감하기 때문에 실험계획에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. 실험계획이란 어떤 통계적 방법으로 데이터를 분석하여 최소의 실험횟수로 최대의 정보를 얻을 수 있는가를 계획하는 것이다. 전통적인 실험계획법에서는 측정오차나 무작위 오차에 대한 영향을 최소화 하고자 중복실험을 하였다. 그러나 전산실험은 결정적인 응답을 제공하기 때문에 설계영역에 실험점을 고르게 분포 시키는 충진실험계획이 적합하다.

충진실험계획법 중 가장 간단한 방법인 격자 배열 방식은 충진개념을 잘 반영하면서 실험점의 선택이 쉬운 장점이 있지만, 실험점들을 각각의 설계변수 축에 투영시켰을 때 중첩에 의해 정보가 손실 되는 단점이 있다. 실험점의 중첩에 의한 정보손실을 막기 위하여 라틴방격법(Latin Hypercube)이 제안되었다.<sup>(1)</sup> 이후 두 실험점의 최소거리를 최

<sup>†</sup> 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : thlee@hanyang.ac.kr

TEL : (02)2220-0449 FAX : (02)2298-4634

\* 한양대학교 대학원 기계설계학과

대화하는 실험계획(maximum distance design)이 제안되었다.<sup>(2)</sup> 또한 두 실험계획의 장점을 결합시킨 최소거리 최대화 라틴방격법(Maximin Latin Hypercube)이 개발되었다.<sup>(3)</sup> 그리고 시뮬레이티드 어닐링을 사용한 최소거리 최대화 라틴방격법의 느리다는 단점을 개선하기 위하여 유전알고리즘에 의한 최대거리 최소화 라틴방격법이 개발되었다.<sup>(4)</sup>

자연계의 무질서도 개념인 엔트로피(entropy)를 도입한 최대엔트로피 실험계획이 제안되었다.<sup>(4)</sup> 최대엔트로피 실험계획은 Shannon 이 '정보의 양'을 엔트로피로 정의하고 Shewry 등이 충진실험계획법으로 개발하였다. 최대엔트로피 실험계획법의 정의는 실험점들로 정의된 상관행렬의 행렬값을 엔트로피로 정의하고 이를 최대화 하는 것이다. 상관행렬의 최소고유치를 최대화하는 최소고유치 최대화 실험계획은 최대엔트로피 실험계획보다 효율적으로 실험점을 설계영역 내부에 분포시킴을 보였다.<sup>(6)</sup>

최대엔트로피 실험계획에서 상관행렬을 구성하는 다양한 상관함수 중 가우스상관함수에 대한 연구가 주를 이루었으나 이 방법은 최적화가 느리다는 단점이 있다. 따라서 본 연구에서는 최대엔트로피 실험계획에서 상관행렬을 구성하는 상관함수로 가우스상관함수와 지수상관함수를 각각 이용하여 상관함수의 영향을 관찰한다. 이를 근거로 실험점의 개수에 적합한 최적엔트로피 값을 제안하며, 제안된 방법으로 다양한 수학 예제에 대하여 최대엔트로피 실험계획을 실시하고 크리깅모델을 구성하여 제안된 방법의 우수성을 보이고자 한다.

## 2. 크리깅 모델

크리깅모델은 실제 응답함수의 평균을 나타내는 전역모델  $f(\mathbf{x})^T \boldsymbol{\beta}$  와 이것으로부터의 편차(deviation)를 나타내는  $z(\mathbf{x})$  의 합으로 표현한다.

$$y(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{x})^T \boldsymbol{\beta} + z(\mathbf{x}) \quad (1)$$

여기서  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$  는 회귀모델을 구성하는 함수이며,  $\boldsymbol{\beta}$  는 회귀모델계수이다.  $z(\mathbf{x})$  는 평균이 0이며 공분산은 정규분포를 따르는  $y(\mathbf{x})$  의 분산인  $\sigma^2$  과  $\theta$  를 파라미터로 갖는 상관행렬  $\mathbf{R}(\mathbf{x}^i, \mathbf{x}^j, \theta)$  의 곱으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{Cov}[z(\mathbf{x}^i), z(\mathbf{x}^j)] = \sigma^2 \mathbf{R}(\mathbf{x}^i, \mathbf{x}^j, \theta) \quad (2)$$

식 (2)의 상관행렬을 구성하는 상관함수  $R(\mathbf{x}^i, \mathbf{x}^j)$  는 임의의 두 실험점  $\mathbf{x}^i$  와  $\mathbf{x}^j$  사이의 상관관계를 나타낸다. 상관함수는 설계자들에 의해서 식 (3)과 같이 결정되는데 지수상관함수 ( $p=1$ ) 와 가우스상관함수 ( $p=2$ ) 등을 주로 사용한다.<sup>(7)</sup>

$$R(\mathbf{x}^i, \mathbf{x}^j, \theta) = \exp \left[ - \sum_{k=1}^{n_d} \theta_k |\mathbf{x}^i - \mathbf{x}^j|^p \right] \quad (3)$$

식 (3)에서  $n_d$  는 설계변수의 개수,  $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_{n_d}]^T$  는 상관인자이다. 상관인자는 양의 실수이며 크리깅모델의 곡률을 결정한다. 즉  $\theta_k$  가 클수록 함수는 비선형성이 강하다. 지수인자  $p$  에 따른 비교 연구를 수행한 결과  $p=2$  인 가우스상관함수가 크리깅모델에 더 적합한 것으로 알려져 있다.<sup>(8)</sup> 선행실험에 의한 응답값들을  $\mathbf{Y} = [y(\mathbf{x}^1), y(\mathbf{x}^2), \dots, y(\mathbf{x}^n)]^T$  라고 하면 크리깅모델은 다음과 같이 유도된다.<sup>(8)</sup>

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{x})^T \hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{r}(\mathbf{x})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{F} \hat{\boldsymbol{\beta}}) \quad (4)$$

여기서  $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y}$  로 표현되며  $\mathbf{r}(\mathbf{x})$  는 예측점과 선행실험점들간의 상관관계를 나타내는 상관벡터이다.

크리깅모델을 나타내는 식 (4)는 식 (3)에서 알 수 있듯이 미지수인 상관계수  $\theta_k$  를 포함하고 있으며, 이 미지수는 전역최적화 과정인 최우량추정법(maximum likelihood estimation: MLE)에 의해 식 (5)로부터 추정된다.

$$\begin{aligned} \text{Maximize } L(\theta) &= -|\mathbf{R}|^{1/n} \hat{\sigma} \\ \text{subject to } &0.001 \leq \theta_k \leq 5 \quad k=1, \dots, n_d \end{aligned} \quad (5)$$

우량함수는 다변량 정규분포(multivariate normal distribution)의 곱을 이용하여 정의하며  $\theta_k$  는 경험적으로 식 (5)와 같이 범위를 정하여 구한다.

## 3. 최대엔트로피 실험계획법

엔트로피 개념에 따라 설계영역에 실험점을 분포시키기 위하여 엔트로피를 정의한다.<sup>(9)</sup>

$$E_Y[-\ln P(Y_D)] = \text{Minimize}_D E_Y[-\ln P(Y_D)] \quad (6)$$

여기서  $P(Y_D)$  는  $Y_D$  의 확률밀도함수를 나타낸다.  $Y_D$  가 가우시안 분포를 따른다는 가정하에 추정치의 집합이 고정되어 있을 경우 Shewry는 엔트로피를 최대화하는 문제로 변환하는 것을 보였고, 다음과 같이  $Y_D$  분산의 행렬값을 최대화 하는 실험계획을 제안하였다.<sup>(10)</sup>

$$\text{Maximize } |\mathbf{R}| \times |\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F}| \quad (7)$$

한편 식 (7)에서  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  가 고정되었을 때 최대엔트로피 실험계획은 다음과 같이 상관행렬의 행렬식을 최대화하는 문제와 동일하다는 것을 보였다.<sup>(11)</sup>

$$\text{Maximize } |\mathbf{R}| \quad (8)$$

최대엔트로피 실험계획은  $\theta$  를 고정시킨 상태에서 행렬식을 최대화 하는 실험점의 위치

$x_i (i=1, \dots, n)$ 를 결정하는 것으로  $n \times n_d$  개의 설계 변수를 갖는 최적화문제이다.

최대엔트로피 실험계획에서 양정행렬인 상관행렬  $R$ 은 최적화가 진행될수록 행렬식이 0으로 수렴하여 특이행렬에 가까워지고 그 값의 변화가 작다는 문제점이 확인되었다.<sup>(7)</sup> 또한 최대엔트로피 실험계획의 상관행렬을 가우스상관함수로 정의하고  $\theta = 0.5, 2, 10$ 에 대해서 실험점 16개까지 실험을 수행하면 실험점이 설계영역의 내부보다 경계 부분에 많이 위치한다는 것이 확인되었다. 예를 들어,  $n=16$ 에서 경계부분에 12개의 실험점이 분포한 반면 내부에는 4개만이 분포한다는 것을 보였다.<sup>(10)</sup>

상관행렬  $R$ 의 상관함수를 지수상관함수로 정의하고  $\theta$ 의 값을 매우 크게 했을 때 최대엔트로피 실험계획은 최소거리최대화법의 결과와 일치한다는 연구도 발표되었다.<sup>(5)</sup> 지수상관함수로 상관행렬  $R$ 을 구성하고  $e^{-\theta} = 0.0001$ 로  $\theta$ 를 고정한다면 적절한 격자 배열의 후보점 중에서 엔트로피 개념에 부합하는 실험점 9개, 16개를 선택하여 실험한 경우도 있다.<sup>(11)</sup>

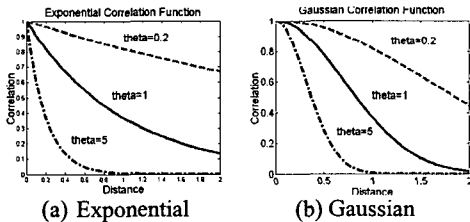


Fig. 1 Correlation functions with respect to the distance between sample points

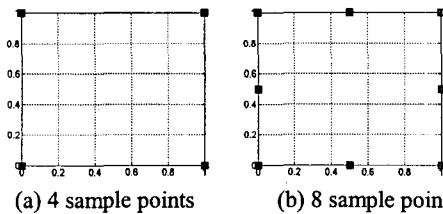


Fig. 2 Maximum entropy design with Gaussian correlation function ( $\theta = 0.1$ )

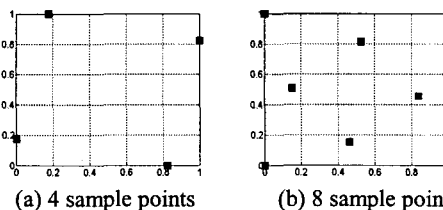


Fig. 3 Maximum entropy design with exponential correlation function where  $\theta = 1.818$  at 4 points,  $\theta = 3.614$  at 8 points, and Entropy = 0.9

#### 4. 지수상관함수에 의한 최대엔트로피 실험계획

Fig. 1은 지수상관함수와 가우스상관함수가  $\theta = 0.2, 1, 5$ 일 때 실험점의 거리에 따른 상관관계를 보여준다. 지수상관함수는 가우스상관함수보다 상관관계가 빠르게 변한다. Fig. 2-3은 두 상관함수를 이용하여 실험점 4개와 8개 각각에 대한 최대엔트로피 실험계획을 실시한 결과이다. 지수상관함수 기반 최대엔트로피 실험계획은 가우스상관함수 기반 실험계획보다 실험점이 설계영역 내부에 분포하며 실험점을 설계변수 축에 투영하여도 정보손실이 적음을 확인할 수 있다. 이번 실험에서 가우스상관함수는 기존에 제안된 상관인자  $\theta = 0.1$ 을 사용하였다.

본 연구의 지수상관함수 기반 실험계획은 고정된  $\theta$  값을 사용하지 않고, 특정 엔트로피 값에 상응하는  $\theta$  값을 찾아 실험점을 분포시키는 방법을 제안한다. 따라서 각 실험점에 대해 엔트로피 값이 0.9가 되는  $\theta$ 를 찾아 실험점과  $\theta$ 와의 2차 회귀모델을 Fig. 4와 같이 구하였다. 엔트로피를 0.9로 고정시킴으로써 Johnson의 최소거리최대화법을 만족시키면서 정보의 손실을 줄일 수 있었고, 최적화가 진행될 때 상관행렬이 특이행렬화 되는 것을 피할 수 있다.

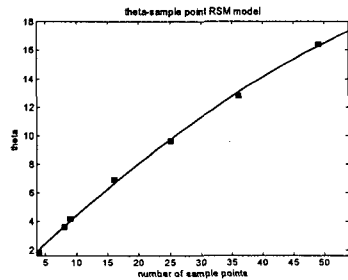
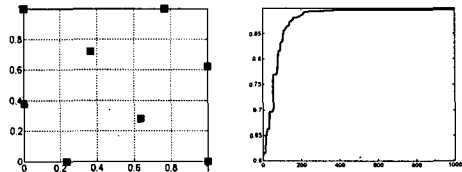
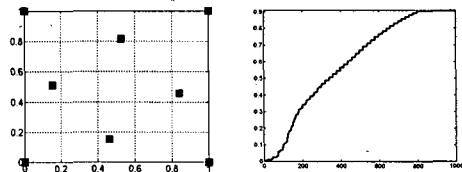


Fig. 4 Correlation parameter  $\theta$  vs. the number of sample points



(a) 8 sample points and entropy history



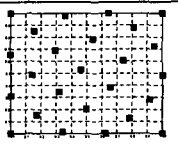
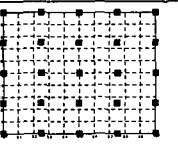
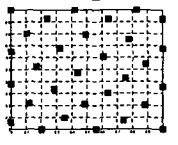
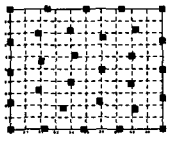
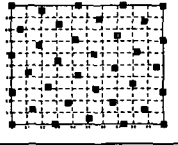
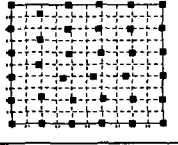
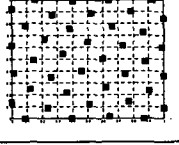
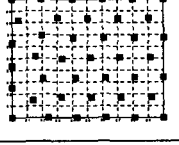
(b) 8 sample points and entropy history

Fig. 5 Sampling result and entropy convergence history using entropy of exponential correlation function

지수상관함수로 정의한 최대엔트로피 실험계획에서 각 실험점에 상응한  $\theta$ 를 적용하여 엔트로피를 구한결과 그 값은 0.85~0.95 사이임을 확인하였다. 하지만 Fig. 1에서 나타난 것처럼 지수상관함수는 가우스상관함수보다 실험점의 거리가 가까운 경우, 즉 최적화 초기에 상관관계가 빠르게 변하는 특징 때문에 최대엔트로피 실험계획에서 자주 국부최적해로 수렴하는 것이 관찰되었다. Fig. 5(a)는 Fig. 3의 실험점 8개에 대한 실험에서 동일한  $\theta$ 에 대해서 실험을 했을 때 나타나는 국부 최적해와 엔트로피의 최적화 과정이다.

지수상관행렬 기반 최대엔트로피 실험계획의 최적화 과정에서 초기에 빠르게 엔트로피가 증가하는 것을 조절하면 전역최적해로 수렴하게 된다. 본 연구에서는 지수인자  $p$ 를 최적화 과정 중에 변경시키는 방법을 제안한다.  $p$ 는  $0 < p \leq 2$ 로 정의 되었고,<sup>(7)</sup>  $p$ 가 클 때 실험점간의 거리가 작다가 커져도 상관행렬의 행렬값의 변화가 작아 최적화 과정이 빠르게 변하지 않는다. 따라서 최적화 반복회수 단계마다 조금씩  $p$ 를 작게 하여 최종  $p=1$ 이 되도록 최적화를 한다면, Fig. 5의 (b)와 같이 지수상관함수로 정의된 최대엔트로피 실험계획의 전역최적해를 얻을 수 있으며, 수정된 엔트로피의 최적화 이력을 나타낸다. 본 연구에서는 지수인자의 차를 총 반복회수로 나누고, 그 값을 최적화 80%까지 반복회수 20회마다 지수인자에서 빼며 최적화 하였다.

Table 1 Maximum entropy designs according to correlation functions

	Exponential	Gaussian
25		
30		
35		
40		

지수상관함수와 가우스상관함수로 정의한 최대엔트로피 실험계획을 수행하여 실험점을 Table 1과 같이 얻었다. 각 실험점에 대한 상관인자는 Fig. 4의 회귀모델을 이용하여 결정하고 차분진화 알고리즘<sup>(12)</sup>으로 전역최적화를 하였다. 최적화 과정의 종료조건은 반복회수로 하였으며 같은 반복회수에서 각 실험점의 최대엔트로피는 0.85~0.95에 수렴하였다.

전체적으로 지수상관함수는 가우스상관함수에 비해 설계영역 내부에 더 많은 실험점을 분포시켰다. 또 각 설계변수 축에 투영시켰을 때 지수상관함수의 경우는 실험점이 중첩되어 정보가 손실되는 경우가 적었다. 하지만 각 실험점들 사이의 최소거리를 측정해본 결과 최소거리최대화 관점에서는 가우스상관함수로 정의한 최대엔트로피 실험계획이 더 만족함을 보였다.

### 5. 예 제

지수상관함수와 가우스상관함수에 의한 최대엔트로피 실험계획을 비교 분석하기 위해 다양한 특성을 가진 12개의 2차원 수확함수를 사용하였으며 공학문제 적용에도 제시한다.

#### 5.1 수확함수

지수상관함수와 가우스상관함수에 의해 25, 30, 35, 40개의 실험점을 구하고 12개의 수확함수에 대해서 크리깅모델을 구성한다. 모델의 예측성능 평가로는 900개 격자배열에서 구한 평균제곱오차(Root Mean Square Error: RMSE)를 이용한다.

$$E_{rms} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|^2}{n}} \quad (9)$$

Fig. 6에서 (a)와 (b)는 한 개의 설계변수에 대한 비선형성이 강한 함수이고 (c)와 (d)는 국부적으로 비선형성이 강한 함수이다. (e)~(h)는 양방향으로 비선형성이 있는 함수이고 (i)~(l)은 양방향으로 비선형성이 매우 강하며 특히 설계영역 경계부분에서 비선형성이 매우 강한 함수이다.

Table 2는 수확함수의 크리깅 모델의 평균제곱오차로 예측성능을 비교한 결과로 가로축은 실험점 개수 세로축은 평균제곱오차를 나타낸다.

Fig. 6에서 함수 (a), (b)는 전반적으로 설계영역 내부를 잘 표현하여 예측성능이 높았다. 단, 실험점 40개에서는 비선형성이 강한 설계변수 축에 충분히 실험점이 분포되지 않아 함수 (a)에서 예측성능이 낮게 나타났다. 함수 (d)는 국부적으로 비선형성이 강한 부분이 설계영역 내부에 존재하여 지수상관함수로 정의한 최대엔트로피 실험계획이 매우 좋은 예측성능을 보였다.

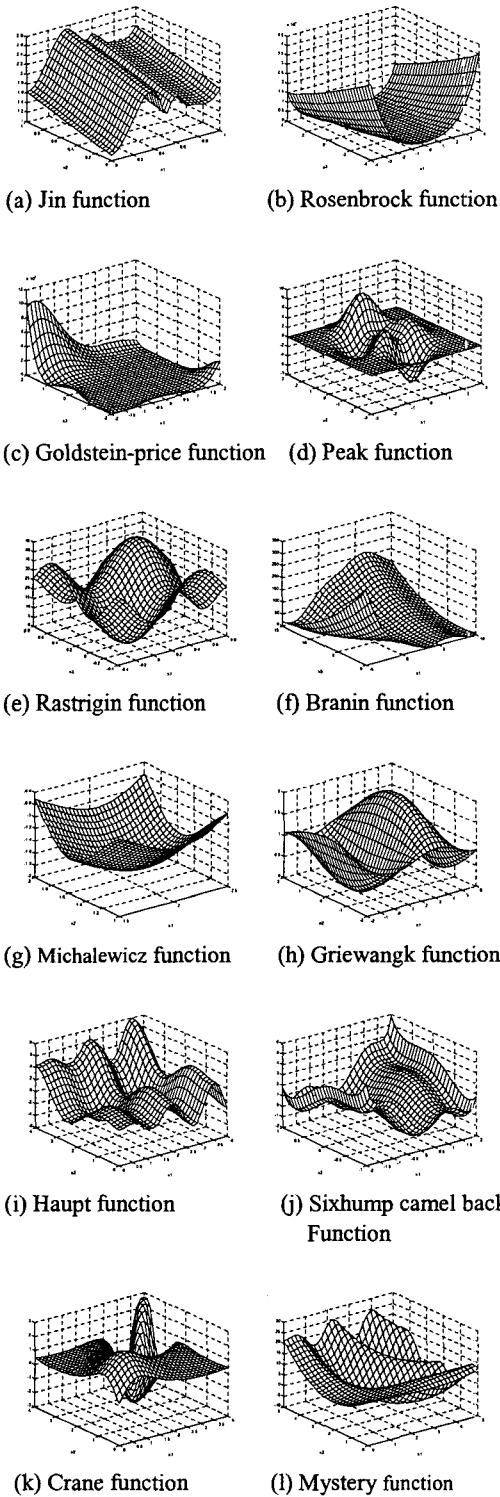
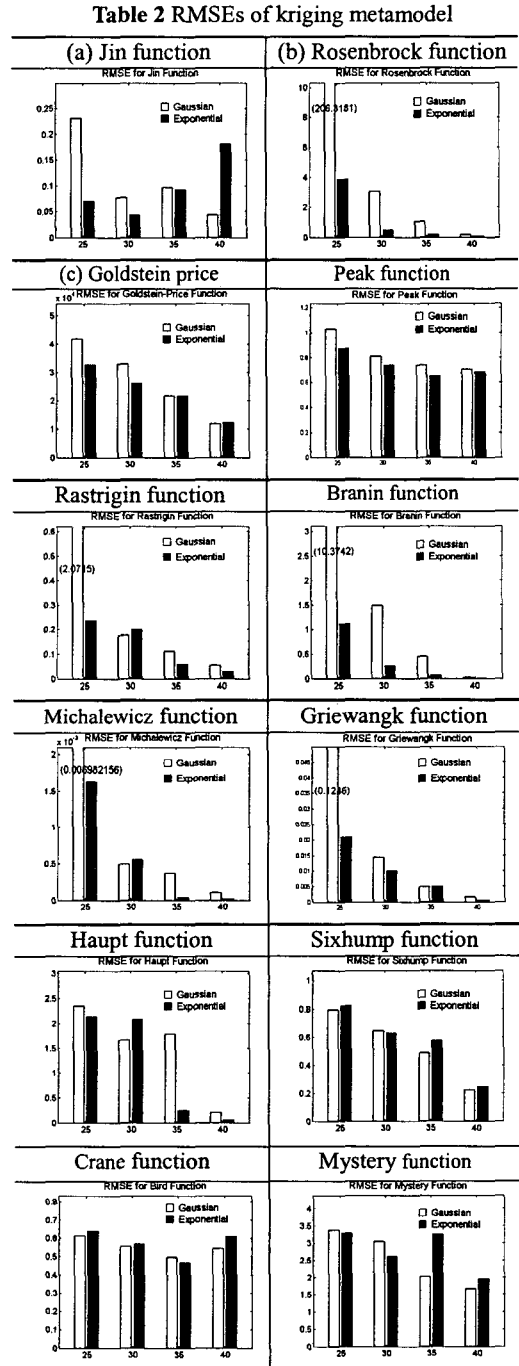


Fig. 6 Test functions for performance of sampling techniques in metamodel



함수 (e)~(h)는 양방향으로 비선형성이 존재하지만 설계영역 내부를 잘 표현하고 실험점을 투영시켰을 때 정보손실이 적은 지수상관함수가 더 좋은 예측성능을 보였다. 하지만 함수 (j)~(l)는 가우스

상관함수로 정의한 최대엔트로피 실험계획이 더 좋은 예측성능을 보였다. 위 함수들의 특징은 설계영역 경계부분에서 매우 강한 비선형성을 보이는 함수이기 때문에 경계부분에 실험점을 많이 분포시키는 가우스상관함수가 더 좋은 모델을 구성한 것으로 판단된다.

12 개의 검증함수에 대해서 각각 4 번의 실험중에 9 개의 검증함수에서 지수상관함수로 정의한 최대엔트로피 실험계획이 더 좋은 근사모델을 구성하였다. 따라서 지수상관함수 기반 최대엔트로피 실험계획으로 구한 실험점에 의한 크리깅모델이 더 좋은 예측성능을 보여주고 있다.

5.2 원형진동판의 고유치 및 응력 메타모델

Fig. 7(a)와 같이 원형 횡진동판의 공진을 이용하여 진폭을 증가시키는 진동자의 고유치 및 응력을 두 가지 상관함수 기반 실험계획으로 예측모델을 구현하여 예측성능을 비교 평가한다. 모델의 모달 해석 및 응력해석을 위해 모델의 가장자리의 변위는 완전히 구속시켰고, 모델의 중심부에 100mN의 힘을 가하였다. 하중 100mN은 스프링을 횡방향으로 가진할 때 발생하는 최대변위에 상응하는 힘이다. 구조해석에 필요한 판스프링의 물성치는 Table 3과 같다.

설계변수는 Fig. 7(b)와 같이 스프링의 대칭성을 고려하여 스프링 홈의 각도( $\theta$ )와 폭( $w$ )으로 선택하였다. 설계변수 범위는 각각  $60 \leq \theta \leq 90(\text{deg})$ ,  $0.5 \leq w \leq 1.1(\text{mm})$  이다. Fig. 7(a)는 설계변수가 각각  $\theta = 73.048(\text{deg})$  와  $w = 0.968(\text{mm})$  일 때, 스프링에 발생하는 분미세스 응력을 나타낸다. 응력해석 결과, 스프링 홈의 모서리 부분에서 가장 큰 응력이 발생함을 확인할 수 있다.

공학예제에서 두 가지 상관함수를 이용한 엔트로피 실험계획의 성능을 비교하기 위해 수학적 예제에서 채택했던 25, 30, 35, 40 개의 실험점 집합을 샘플링점으로 채택하였다. 결과분석을 위해 격자 배열 400 개에 대해 실험하고, 실험값 400 개에 대한 평균제곱오차로 최대응력 및 고유진동수에 대한 모델의 예측성능을 비교해 보았다. Fig. 8 에서 가로축은 실험점의 개수이고 세로축은 평균제곱오차이다.

원형진동판의 최대응력과 고유진동수에서 지수상관함수로 정의한 최대엔트로피 실험계획이 가우스상관함수 정의한 것과 비교했을 때 총 4 번의 실험에서 응력 및 고유진동수 모두 3 번의 실험에서 지수상관함수 기반 실험계획의 예측성능이 더 좋은 모델을 구성하였다. 특히 지수상관함수로 정의한 최대엔트로피 실험계획은 실험점의 개수에 따라 그 정확성의 변동이 적음을 알 수 있다.

Table 3 Material properties of circular vibrating plate

Materials	Beryllium Copper UNSC 17200
Elastic modulus	128 GPa
Poisson's ratio	0.29
Density	8300 kg/m <sup>3</sup>

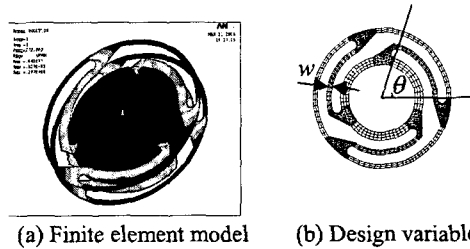


Fig. 7 Finite element model and design variables of circular lateral vibrating plate

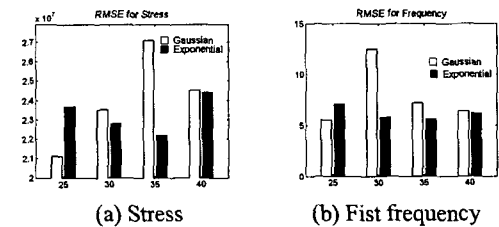


Fig. 8 Comparisons of RMSEs

6. 결론

지수상관함수와 가우스상관함수에 대해서 최대엔트로피 실험계획을 수행하여 실험점을 얻고 설계변수가 2 차원 비선형 수학적함수에 대해서 크리깅모델을 구성하여 평균제곱오차로 모델의 정확도를 비교하였다. 본 연구를 통하여 다음의 결론을 도출할 수 있었다

- (1) 지수상관함수에 의한 최대엔트로피 실험계획은 가우스상관함수에 의한 최대엔트로피 실험계획에 비해 설계변수영역 내부에 더 많은 실험점을 분포시키는 특징이 있다.
- (2) 지수상관함수에 의한 최대엔트로피 실험계획은 실험점을 설계변수축에 투영시켰을 때 증첩에 의한 정보손실이 적었다
- (3) 최대엔트로피 실험계획에서 경험적으로 선택한 상관인자의 값을 본 연구에서는 실험점과 상관인자에 대한 회귀모델을 제안하여 최적의 상관인자 값을 제안하였다.

후 기

이 연구는 한국과학재단 지정 한양대학교 최적설 계신기술연구센터의 지원으로 수행되었다.

참고문헌

(1) McKay, M. D., Deckman, R. J. and Conover, W. J., 1979, "A Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output from a Computer Code," *Technometrics*, Vol. 21, No. 2, pp. 239~245.

(2) Johnson, M.E., Moore, L. M. and Ylvisaker, D., 1990, "Minimax and Maximin Distance Designs," *Journal of Statistical Planning and Inference*, Vol. 26, No. 2, pp. 131~148.

(3) Morris, M. D. and Mitchell, T. J., 1995, "Exploratory Designs for Computational Experiments," *Journal of Statistical Planning and Inference*, Vol. 43, No. 3, pp. 381~402.

(4) Simpson, T. W., 1998, "A Concept Exploration Method for Product Family Design", Ph. D. Dissertation, Department of Mechanical Engineering, Georgia Institute of Technology.

(5) Shewry, M.C., and Wynn, H. P., 1987, "Maximum Entropy Sampling," *Journal of Applied Statistics*, Vol. 14, 165-170.

(6) Lee, T.H. and Jung, J.J., 2004, "Maximin Eigenvalue Sampling of Kriging model," *10<sup>th</sup> AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*, 30 August-1 September, Albany, New York, AIAA 2004-4488.

(7) Sacks, J., Welch, W. J., Mitchell, T. J. and Wynn, H.P., 1989, "Design and Analysis of Computer Experiments," *Statistical Science*, Vol. 4, No. 4, pp. 409~435.

(8) Martin, J.D. and Simpson, T.W., 2003, "A Study on the Use of Kriging models to approximate deterministic computer models," *ASME 2003 Design Engineering Technical Conference and Computers and Information in Engineering Conference*, Chicago, DETC2003/DAC-48762.

(9) Shannon, C. E., 1948, "A Mathematical Theory of Communication," *The Bell System Technical Journal*, Vol. 27, 379~423, 623~656.

(10) Koehler, J.R. and Owen, A.B., 1996, "Computer Experiments," *Handbook of Statistics*, S. Ghosh and C.R. Rao, eds., Elsevier Science, New York. pp. 261~308.

(11) Currin, C., Mitchell, T., Morris, M. and Ylvisaker, D., 1991, "Bayesian Prediction of Deterministic Functions, with Applications to the Design and Analysis of Computer Experiments" *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 86, pp. 953~963.

(12) Jung, J.J. and Lee, T.H., 2003, "Global Optimization using Differential Algorithm," *Transaction of the KSME (A)*, Vol. 27, No. 11, pp. 1809~1814.

APPENDIX

Table 4 Equations of test functions

Name	Equation
Jin	$f = \cos(6x_1 - 3) + 3.1  x_1 - 0.7  + 2(x_1 - 0.5) + \sin\left(\frac{1}{ x_1 - 0.5  + 0.31}\right) + 0.5x_2$ $x_{1,2} \in [0,1]$
Haupt	$f = x_1 \sin(4x_1) + 1.1x_2 \sin(2x_2)$ $x_1, x_2 \in [0,4]$
Branin	$f = \left(x_2 - 5.1 \left(\frac{x_1}{2\pi}\right)^2 + \frac{5x_1}{\pi} - 6\right)^2 + 10 \left(1 - \frac{1}{8\pi}\right) \cos(x_1) + 10$ $x_1 \in [-5,10], x_2 \in [0,15]$
Sixhump Camel back	$f = (4 - 2.1x_1^2 + \frac{x_1^4}{3})x_1^2 + x_1x_2 + (-4 + 4x_2^2)x_2^2$ $x_1 \in [-2,2], x_2 \in [-1,1]$
Rosenbrock	$f = (x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$ $x_1, x_2 \in [-4,4]$
Gold	$f = (1 + (x_1 + x_2 + x_3)^2) \cdot (19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2) \times (30 + (2x_1 - 3x_2)^2 \cdot (18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2))$ $x_1, x_2 \in [-2,2]$
Mystery	$f = 2 + 0.01(x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2 + 2(2 - x_2)^2 + 7 \sin(0.5x_1) \sin(0.7x_1x_2)$ $x_1, x_2 \in [0,5]$
Griewangk	$f = 1 + \sum_{i=1}^{m} \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^{m} \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right)$ $x_1 \in [-2,6], x_2 \in [-2,2]$
Crane	$f = e^{\cos(x_1 - x_2)} \cdot \sin\left(\frac{\cos(x_1 - x_2)^2 + x_1 + x_2}{1 + (x_1 - x_2)^2}\right)$ $x_1, x_2 \in [0,4]$
Peak	$f = 3(1 - x_1)^2 \exp(-x_1^2 - (x_2 + 1)^2) - 10 \left(\frac{x_1}{5} - x_1^3 - x_2^5\right) \exp(-x_1^2 - x_2^2) - \frac{1}{3} \exp(-x_1 + 1)^2 - x_2^2$ $x_1, x_2 \in [-3,3]$
Rastrigin	$f = 20 + x_1^2 + x_2^2 - 10 \cos(2\pi x_1) - 10 \cos(2\pi x_2)$ $x_1, x_2 \in [-0.4,0.8]$
Michalewicz	$f = -\sin x_1 \times \left(\sin \frac{x_1^2}{\pi}\right)^2 - \sin x_2 \times \left(\sin \frac{2x_2^2}{\pi}\right)^2$ $x_1 \in [1.5,2.5], x_2 \in [1,2]$