

## 춘천시민의 종의 진동 및 음향 특성

### Vibration and Sound Characteristic of the Chun-cheon Citizen's Bell

김석현<sup>\*</sup> 김태형<sup>\*\*</sup> 김윤호<sup>\*\*</sup> 한영호<sup>\*\*\*</sup>  
Kim, Seock-Hyun Kim, Tae-Hyung Kim, Yun-Ho Han, Young-Ho

#### Abstract

The Chun-cheon Citizen's Bell was cast in memory of hosting the 2010 world leisure conference and a striking ceremony was held at the city hall on December 31, 2005. In this study, vibration and sound of the bell are measured and the property of the magnificent sound of the bell is scientifically investigated. Frequency components making the sound are identified and how the frequency components decrease with time is observed using waterfall plot(3-dimensional frequency spectrum). Beat characteristics of the hum(1st frequency) and the fundamental(2nd frequency)are examined by experiment. Directivity of the sound radiation of the bell is examined by measuring the vibration and sound in several directions. Duration of the vibration and the sound is estimated using damping ratio.

키워드 : 춘천시민의 종, 진동과 소리, 고유진동수, 맥놀이, 감쇠비

Keywords : Chun-cheon Citizen's Bell, vibration and sound, natural frequency, beat, damping ratio

#### 1. 서론

한국의 범종은 웅장한 크기, 표면의 아름다운 문양과 용두의 위엄 등 수려한 외관뿐만 아니라, 아름다운 소리로써 청중들에게 감동을 주는 한국의 오랜 역사적, 문화적 자산이다. 그 아름다운 음향의 비밀과 수려한 외관을 되살리고자 근래 지자체와 사찰에 의하여 많은 대종들이 주조되고 있다. 춘천시에서도 2010년 월드레저총회 유치를 기념하여 '춘천시민의 종'을 주조하여 2005년 12월 31일 제야에 타종식을 가졌다. 한국의 범종 소리에서는 시간대별로 타격음, 중간음 그리고 여운의 세 부분

을 고루 중요시한다[1]. 이는 타격 순간의 타격음만을 중시하여 사용하는 서양종과 다른 점이다[2]. 타격음에서는 험(hum)이라 불리는 1차 진동음과 기본음(fundamental)의 2차 진동음에 5~6차까지의 저주파수 부분음(partial tones)들이 합성되어 음조(tonality)를 결정하는데[3,4], 장중하면서도 맑고 조화로운 소리를 좋은 타격음으로 꼽는다. 대표적인 범종들의 타격음을 화성학적으로 평가한 결과, 성덕대왕신종(일명 애밀레종) 소리가 가장 우수한 것으로 보고된 바 있다[4]. 타격 수초 이후부터 십 수초 간은 1차와 2차 진동음만이 어울리는 중간음을 듣는다. 이때 기본음이 청명함과 동시에 강하고 선명한 맥놀이를 가져야 종에서 뿜어 나오는 소리의 강렬한 에너지를 느낄 수가 있다[1]. 이후 2차 진동음은 사라지고, 1차 진동음이 만드는 여운이 길게 이어진다. 단조롭게 사라지지 않고 끊어질듯 이어지는, 마치 종이 살아서 숨을 쉬는 듯한 여운,

\* 강원대학교 기계메카트로닉스공학부 교수

\*\* 강원대학교 기계메카트로닉스공학과 석사과정

\*\*\* 춘천시청 문화예술과 건축사

이것이 한국 종소리의 독특한 특성으로, 1차 진동 음의 맥놀이에 여운의 비밀이 있다. 맥놀이는 주조 과정에서 발생하는 예측 불가능한 불균일성과 표면의 조각, 문양 및 덤쇠와 같은 인위적 미소 비대칭성이 원인임이 이론 및 실험적으로 밝혀진 상태이다[5~7]. 최근 성덕대왕신종을 대상으로 수행된 진동 및 음향 조사에서 맥놀이 지도를 작성하기에 이르렀고[8], 맥놀이를 적절하게 교정하는 실험적 기법[9]도 이미 적용되고 있다. 결과적으로 범종의 아름다운 소리는 과학적인 설계와 함께 예측 불가능한 주조 조건의 종합적인 산물이며, 이는 범종이 과학성과 예술성을 동시에 가지는 이유가 된다. 본 논문은 새로이 주조되어 춘천시의 명물이 된 '춘천 시민의 종'의 진동 및 음향을 분석하여 그 특성을 널리 알리고 기록에 남기는데 목적이 있다.

## 2. 춘천 시민의 종 제원

종의 형상과 크기는 Fig. 1에 보이는 바와 같다. 높이 약 286cm, 최대 직경 171cm, 최대 두께 14.5cm, 당좌 높이 48.5cm이다. 총 중량은 약 7,500kgf로 주조과정에서 종체 중앙 및 하부에서 체취한 시편으로 성분 분석(강원대 공동실험실습관)한 결과를 Table 1에 보인다. 대략 구리(Cu)80%, 주석(Sn) 13%, 탄소(C) 5% 이외 기타 성분이 미량으로 포함된 청동으로 평가된다.

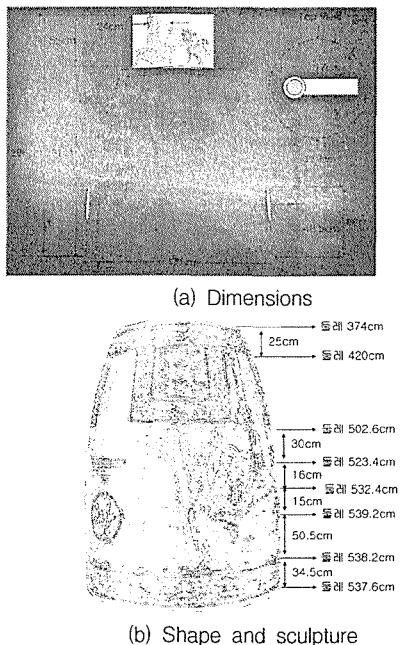


Fig. 1 Dimensions of Citizen's Bell

Table 1 Chemical components of the bell

	성분 (%)							
	검사	C	O	Si	Cu	Zn	Sn	합계
시편 (중)	1	6.51	0.16	0.42	80.13	—	12.78	100
	2	6.7	0.3	0.34	79.87	—	12.79	100
	평균	6.61	0.23	0.38	80.00	—	12.79	100
시편 (하)	1	5.16	0.34	0.40	81.71	—	12.39	100
	2	5.16	0.33	0.45	81.42	—	12.65	100
	평균	5.16	0.34	0.43	81.57	—	12.52	100

## 3. 음향 및 진동의 측정 방법

### 3.1 주조장에서의 측정

소리의 측정은 주조 공장 내에서, 그리고 종각에 설치한 후의 두 단계로 수행되었다. Fig. 2는 주조 공장에서의 측정 장면이고 Fig. 3은 측정 장치의 구성도이다. Fig. 4에 보이는 바와 같이 당좌(1번 지점)를 당목으로 타격하고 7,8,9번 지점의 가속도와, 9번 지점 0.3m 거리, 1m 높이에서 음향을 측정하였다. 타격 및 측정 위치는 위에서 보았을 때, 종 원주 상을 22.5° 간격으로 구분하여 표시하였다. 공간상의 제약으로 원거리 음향은 종각에 설치한 후 야외에서 측정하였다. 진동의 위치에 따른 차이를 보기 위하여 3개 지점에서 진동파를 측정하였다. 신호 분석을 위하여 마이크로폰(G.R.A.F 40AF, preamp 970069)과 가속도계(B&K4383)로부터 취득한 음향 및 진동 신호를 데이터 수집기(Symphonie, 01dB사)를 통하여 노트북 컴퓨터로 입력시킨 후, 신호 분석 전용 프로그램인 dBFA32를 사용하여 후처리하였다.

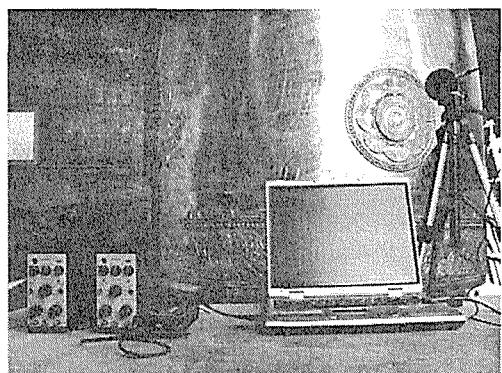


Fig. 2 Vibration and sound measurement in the casting site

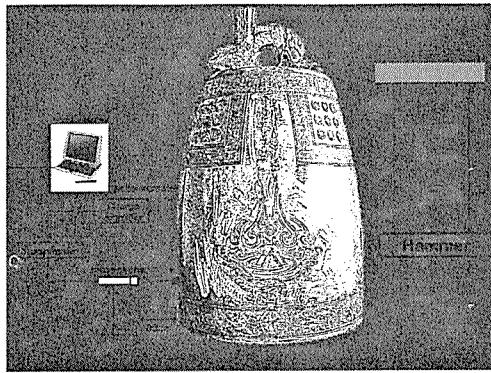


Fig. 3 Measurement set up

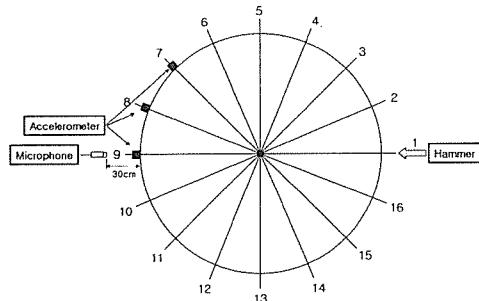


Fig. 4 Striking point and measurement positions (top view)

### 3.2 종각 측정

종각(춘천 시청 소재)에 설치한 후의 음향 평가를 위하여 Fig. 5와 같이 야외 측정을 하였다. 측정은 암소음을 피하기 위하여 이른 새벽에 이루어졌다.

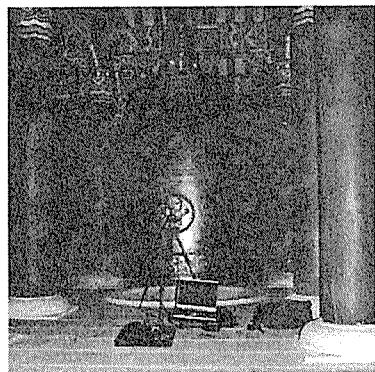


Fig. 5 Out door measurement at the belfry in Chun-cheon city hall

원거리 측정은 Fig. 6의 세 방향에서 종 표면으로부터 10m 거리에서 수행되었다. 근거리 측정은 주조 공장에서와 동일하게 타격 당좌의 반대편 지점 0.3m 거리에서 하였다. 타종은 성인 1인이 당목으로 정상 타종하였다.

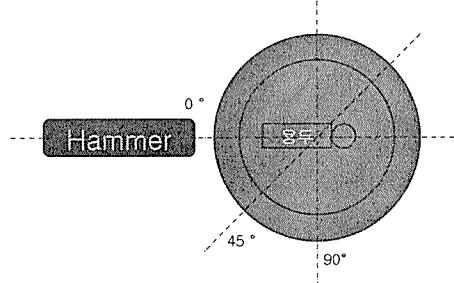
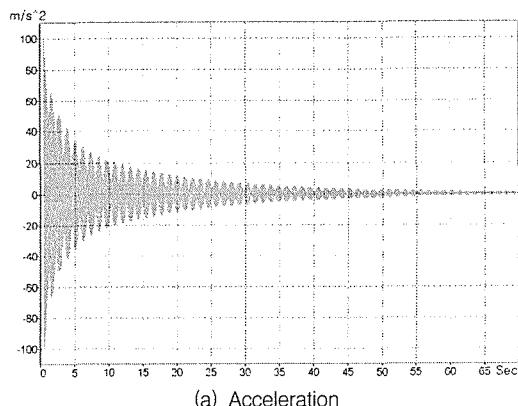


Fig. 6 Measurement direction at the belfry

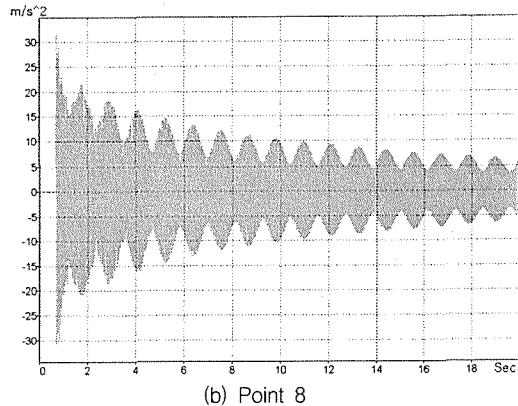
## 4. 진동 및 음향의 분석

### 4.1 파형 분석

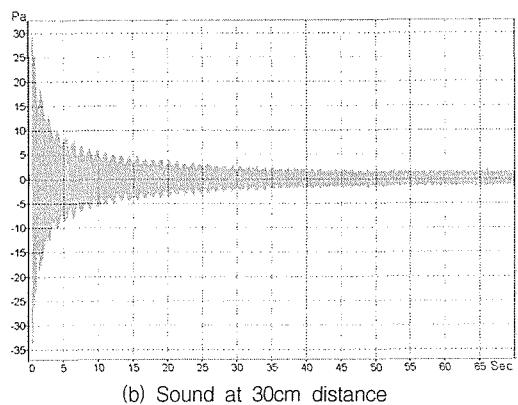
주조 공장내에서 수행된 시험 타종에서 Fig. 4의 1번 지점(당좌)을 타격하고 9번 위치(반대편 당좌)에서 측정한 진동 및 음향을 Fig. 7에 보인다. 타종은 시험용 당목(목재 타격 망치)을 사용하여 성인 1인이 정상 타격하였다. 진동 및 음향의 과정에서 공통적으로 음압이 주기적으로 커졌다 작아지는 맥놀이 현상을 볼 수 있다. (a)와 (b)를 비교할 때, 음향보다는 진동에서 맥놀이 효과가 더욱 뚜렷하다. 이는 가속도 측정 위치가 맥놀이가 잘 나오는 지점임을 의미한다. (a)에서 10초~55초 구간에서 39개의 맥놀이 파가 존재한다. 따라서 맥놀이 주기는 1.15초이다. 이는 여운의 맥놀이 주기가 되는데, 통상적으로 요구되는 3초~4초에 비해 다소 빠르므로, 춘천시민의 종의 여운은 가쁜 숨을 힘차게 몰아 쉬는 듯하면서 역동적인 느낌을 주게 된다. Fig. 8은 위치별로 측정된 진동파형을 보인다. (a),(b),(c) 과정의 레벨이 다른 것은 타격 속도의 차이와 함께, 위치별로 진동 응답의 크기가 다르기 때문이다. 또한 맥놀이의 선명도가 종 표면의 위치에 따라 다른 점은 이전의 연구에서 이미 규명된 바 있다[8]. 결국 소리에서도 맥놀이가 잘 들리는 위치와 잘 들리지 않는 위치가 생긴다. 춘천시민의 종은 Fig. 4의 8번 지점보다는 7,9번 지점에서 선명한 여운의 맥놀이를 발생시킨다. 그 결과 Fig. 9에서와 같이 9번 방향에서 측정된 음향에서도 여운의 선명한 맥놀이를 들을 수 있다. 여운의 맥놀이는 종각에 설치한 후의 야외 측정에서도 관찰된다. Fig. 10은 종각에서 Fig. 6의 세 방향 10m 지점에서 측정한 결과이다. 세 방향 모두 수초 후 소리가 커졌다 작아지는 맥놀이를 들을 수 있다.



(a) Acceleration

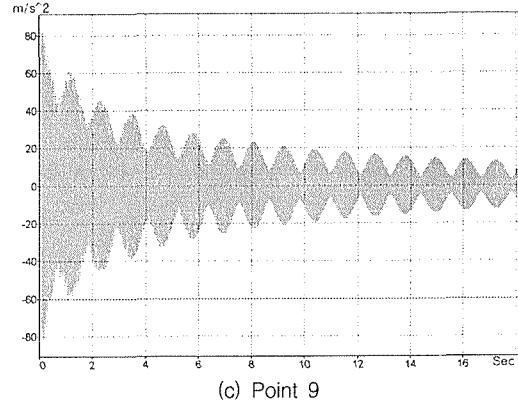


(b) Point 8



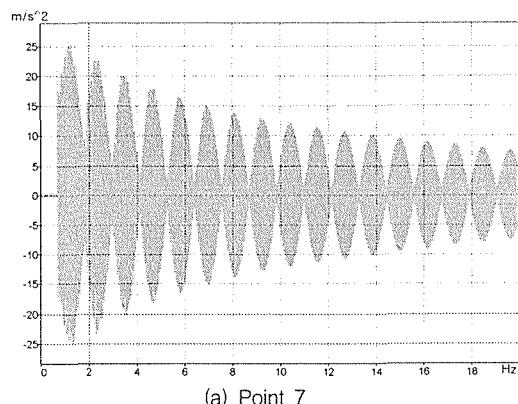
(b) Sound at 30cm distance

Fig. 7 Response at point 9 under impact at point 1



(c) Point 9

Fig. 8 Beats in vibration response



(a) Point 7

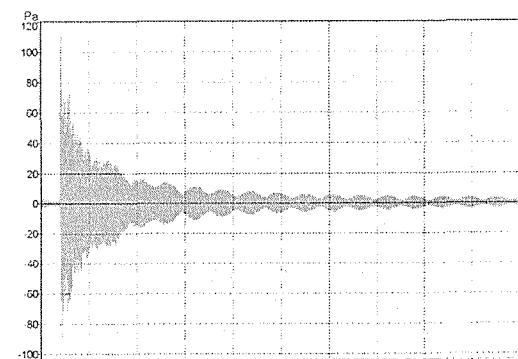


Fig. 9 Beat in sound at point 9

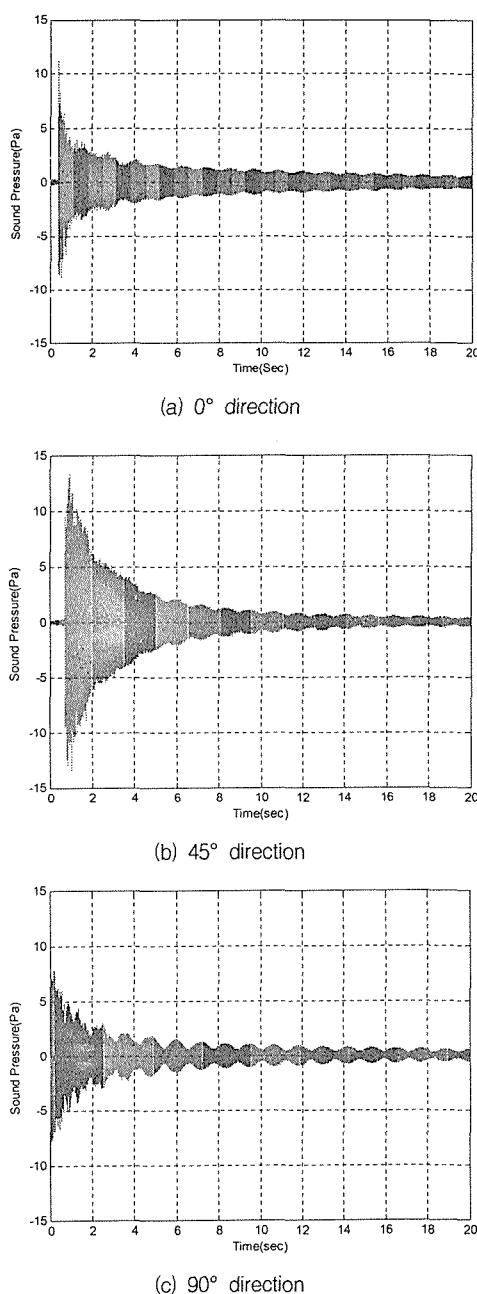


Fig. 10 Sound at the belfry

#### 4.2 주파수 분석

종소리를 결정하는 가장 중요한 인자는 종체가 가지는 고유한 진동특성과 외부의 타격 조건이다. 타종 시에는 범종이 가지고 있는 많은 고유진동수 성분들이 한꺼번에 발생함으로써 소리의 특성을

결정한다. Fig. 11은 종이 내는 진동음을 주파수 분석한 결과를 보인다. 피크는 종이 갖는 고유진동수를 의미하는데, Table 2에서와 같이 650Hz 이내에서 20개 이상의 고유진동수가 발생한다. 1차 진동음의 주파수는 70.19Hz와 71.06Hz의 쌍으로 나온다. 낮은 1차 진동음이 반복하면서 20여개의 고유진동수 성분들이 합성되어 타격음은 매우 맑으면서도 용장하게 들린다. 1차 진동음의 주파수 값은 에밀레종(64Hz)[8]이나 보신각세종(63Hz)[9]보다 약간 높으므로, 상대적으로 더 잘 들린다. 최근 주조되는 대종의 경우 1차 진동음을 70Hz 이상으로 하는 경우가 많은 것은 이러한 이유에서이다. 2차 진동음은 186.44Hz와 187.19Hz의 주파수를 갖는다. 에밀레종의 2차 진동수 168Hz에 비하여 약간 높은 값을 갖는다. 구조 이론상 종의 주파수 값은 크기가 작아지면 높아진다. 춘천시민의 종(7.5톤)이 에밀레종(18.1톤)보다 크기가 작으므로 동일한 진동형에 해당하는 주파수 값은 모두 높게 나오고 있다. 2차 진동음은 1차 진동음보다도 사람의 귀에 훨씬 잘 들린다. 타격 이후 수초동안 청명하고 힘차게 우~웅 하는 소리의 주인이 바로 2차 진동음이다. Table 2에서 1, 2차 진동음을 포함하여 어떤 진동음은 미세한 차이를 갖는 고유진동수가 쌍으로 존재하는 것을 볼 수 있는데, 이러한 진동음에서는 맥놀이가 발생된다. 맥놀이 이론에 근거하면 맥놀이 주기는 미세한 고유진동수 쌍의 차이의 역수로 결정된다. 이러한 고유진동수 쌍 가운데 1차 및 2차 진동음은 특히 중요하다. 2차 진동수의 고유진동수 쌍은 타격 후 십 수초까지의 중간 음에서 역동적인 음향 에너지의 변화를 주고, 1차 진동수의 고유진동수 쌍은 마지막까지 길게 지속되는 여운에서 숨 쉬는 듯 한 맥놀이를 만들기 때문이다. 1차 진동음의 주파수 쌍의 차이는 0.87Hz 이므로, 맥놀이 주기는 그 역수인 1.15초로 나온다. 이는 Fig. 7의 시간 과정에서도 재차 확인된 바 있다. 이 정도의 맥놀이 주기는 통상적인 여운의 맥놀이 주기 3~4초[1]에 비해 짧은 편이므로, 춘천시민의 종은 빠르고 힘차게 숨을 쉬는 듯 한 여운을 만들며, 이는 듣는 이에게 정적인 느낌보다는 역동적인 느낌을 주게 될 것이다. 2차 진동음의 맥놀이 주기는 1.33초로 역시 빠른 편이다. 이러한 맥놀이는 범종의 구조나 재질 특성이 미세한 비대칭성을 갖는데 기인한다[7]. 비대칭성에 의하여 1, 2차 진동음이 각각 미세한 차이의 주파수쌍을 갖게 되고, 주파수쌍이 함께 어울릴 때 맥놀이가 발생된다. 비대칭성이 클수록 주파수 차이는 증가하고, 차이의 역수에 해당하는 맥놀이 주기는 짧아진다. 따라서 1,2차 음 모두 빠른 맥놀이를 갖는다는 것은 비대칭 요소가 크다는 것을 의미한다. 한편, 맥놀이가 얼마나 선명한지는 타격 지점이 원주 상 어디에 위치하는가에 의하여 결정된다[8]. 당좌의 위치가

적합하지 않으면 맥놀이가 전혀 나오지 않을 수도 있다. 춘천시민의 종에서 1차 진동음이 Fig. 8에서 와 같이 매우 선명한 맥놀이를 내는 것은 당좌(타격점)가 여운의 맥놀이 측면에서 매우 적합한 지점에 위치한다는 것을 의미한다.

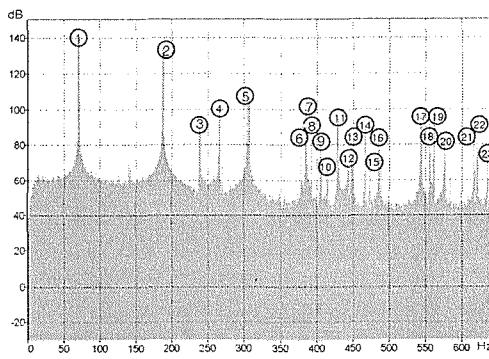


Fig. 11 Frequency spectrum of the bell

Table 2 Natural frequencies of the bell

차수	주파수(Hz)	차수	주파수(Hz)
1	70.19, 71.06	13	447.97
2	186.44, 187.19	14	466.41
3	238.05	15	472.89
4	264.92, 265.47	16	484.77, 485.47
5	303.67, 306.25	17	543.1
6	378.20	18	555.31
7	384.84, 387.89	19	560.94
8	392.19	20	575.47
9	404.77	21	616.17
10	414.30	22	619.84, 620.94
11	428.20, 428.98	23	634.61
12	442.19		

#### 4.3 시간에 따른 소리의 변화

##### 4.3.1 소리의 크기 변화

종소리의 크기는 종의 크기, 구조 및 재질, 주조 조건 등으로 결정되는 고유 진동 특성, 타격 조건 및 음의 주파수별 방사특성, 그리고 측정지점까지의 거리에 의하여 결정된다. 이러한 소리의 크기는 보통 사람의 귀가 느끼는 크기 레벨인 A-가중 음 압력벨(dB(A))로 표시된다. 새로 주조된 춘천시민의 종의 타격음(0.3m 거리)이 시간에 따라 감소하는 특성을 Fig. 12에 표시한다. 비교에 사용한 구형 춘천 평화의 종의 소리는 동일한 측정 장치를 사용하여 별도의 측정 작업이 수행되었다[10]. 타격 순간 0.3m 거리에서 100dB(A)를 넘는 음압레벨을 보이며, 이후 고주파수 성분의 급격한 감쇠로 음압레벨은 감소된다. 음압의 감소율은 평화의 종

(old)에서 훨씬 크며, 2초 이후에는 주변의 바람소리에 가려 측정이 어려웠다. 두 종 모두 시험 타종과 달리 실제 타종에서는 여러 사람이 큰 타격력을 가하게 되므로 음압레벨은 이보다 훨씬 높을 것으로 예상된다.

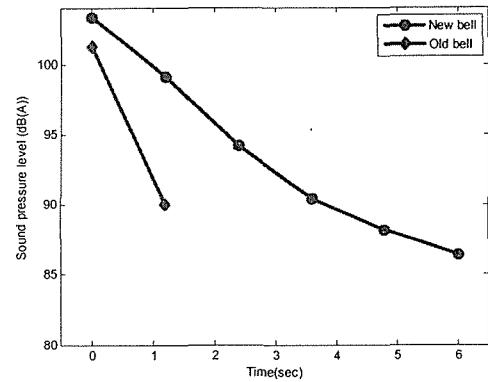


Fig. 12 Variation of sound pressure level with time at the distance of 0.3m from the bell

청중이 느끼는 소리의 크기를 평가하기 위하여 종 각에 설치한 후 10m 거리에서 음향을 측정하였다. 방향에 따른 차이를 보기 위하여 Fig. 6에 표시된 세 방향에서 측정하였다. Fig. 13은 시간대별로 측정된 음압레벨의 변화를 보인다. 타격력을 일정하게 시도하였으나 약간의 차이는 불가피 하였다. 그럼에도 45° 방향에서 매우 큰 레벨을 보인다. 타격력의 차이를 감안하더라도, 이 방향으로는 음향의 방출이 큰 것으로 평가된다. 범종 구조에 대한 이론적 연구에 의하면[7], 이러한 방향성의 차이는 종 표면의 진동의 크기가 원주상 위치에 따라 다른데 기인한다. 그러나 세 방향의 소리가 시간에 따라 감소하는 비율은 거의 비슷하다.

##### 4.3.2 주파수 성분의 변화

타격음에는 종이 갖는 많은 고유진동수들이 한꺼번에 어울려 음색을 결정한다. 그러나 각각의 주파수 성분별로 감쇠비가 다르므로 시간이 지나면서 고주파수 성분은 일찍 사라지고, 가장 낮은 1차 진동음이 마지막까지 여운을 만들므로 소리가 낮고 부드러워 진다. 시간에 따라 주파수 성분들이 어떻게 사라져 가는지를 보기 위하여 3차원 스펙트럼 분석을 하였다. Fig. 14는 춘천시민의 종의 음향과 진동의 3차원 스펙트럼(Waterfall plot)이다.

(a)의 진동 신호에서 1차 진동수 성분은 4분 이상 지속되고, 2차는 30초 동안 지속되는 것으로 확인되었다. (b)의 음향에서는 해당 주파수 성분들이 진동보다는 빨리 사라지는 것을 볼 수 있다. 1차 진동음의 여운은 약 2분까지, 2차 진동음은 25초까

지 측정되나, 실제 들을 때는 암소음 때문에 훨씬 짧게 느껴진다. 3차 이상의 고차 성분은 진동, 음향 모두 수초 이후에는 거의 사라지는 것을 볼 수 있다.

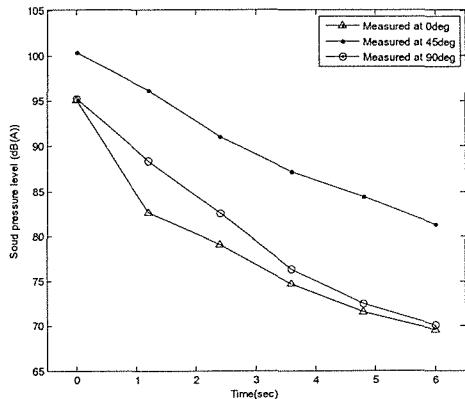


Fig. 13 Variation of sound pressure level with time at the belfry (10m-distance)

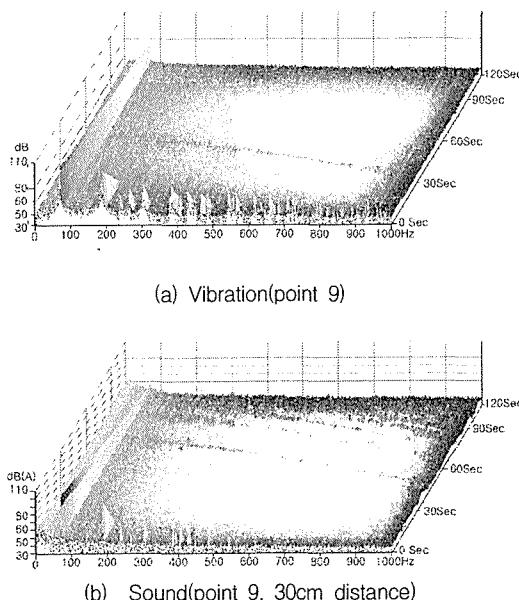


Fig. 14 Waterfall plot of the bell response.

#### 4.3.3 감쇠비의 산정

종소리에 포함된 여러 주파수 성분이 시간에 따라 감쇠되어 사라지는 특성은 감쇠비(damping ratio)로 표시된다. 이러한 감쇠비는 진동형 및 주파수에 따라 다르며 주조 상태, 즉 재질 내부의 화

학적, 구조적 특성과도 밀접한 관련을 갖는다. 따라서, 이 값은 향후 오랜 세월에 걸친 타종으로 발생되는 구조적 파로 상태를 전단하는데 활용될 수가 있다. 특히, 가장 오래 지속되는 여운을 만드는 1차 진동음의 감쇠비는 여운이 얼마나 오래 지속되는지를 객관적으로 평가하는 물리적 인자가 된다. 감쇠비는 대수감소법(logarithmic decrement method)[11]을 사용하여 다음과 같이 구한다. 감쇠비는 Fig. 15와 같이 맥翳이가 잘 발생하지 않는 지점(8번 지점)의 진동파형을 측정하여 구하는 것이 편리하다. 대수 감소  $\delta$ 는 다음과 같이 정의 된다.

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \frac{a_0}{a_n} \quad (1)$$

여기서,  $a_0, a_n$ 은 n개의 과정 포함하는 구간의 시점과 종점의 진동파벨이다.

대수감소와 감쇠비  $\xi$ 는 다음의 관계를 갖는다.

$$\delta = 2\pi\xi \quad (2)$$

Fig. 15에서 7.99초를 시점으로  $a_0=22.09m/s^2$ , 18.00초를 종점으로 하면  $a_n=10.96m/s^2$ 를 얻는다. 계산 구간의 길이는 10.01 초이다. 진동파의 1차 성분 주파수 71.06 Hz를 고려하여, 10.01초안에 존재하는 정현파의 수를 구하면,  $n=711.31$ 을 얻는다. 이를 식(1)에 대입하면,

$$\delta = \frac{1}{711.31} [\ln \frac{22.09}{10.96}] = 0.986 \times 10^{-3} \quad (2)$$

식(2)로부터 춘천시민의 종의 여운을 만드는 1차 고유진동수의 감쇠비는  $\xi = \frac{\delta}{2\pi} = 0.000157$ 로 구해진다. 이 값은 최근 측정된 애밀레종의 1차 고유진동수의 감쇠비 0.00013(2003년 10월 측정)[8]과 거의 비슷한 정도로, 춘천 시민의 종의 1차 진동음에 의한 여운은 애밀레종의 여운과 지속 시간이 거의 비슷함을 의미한다.

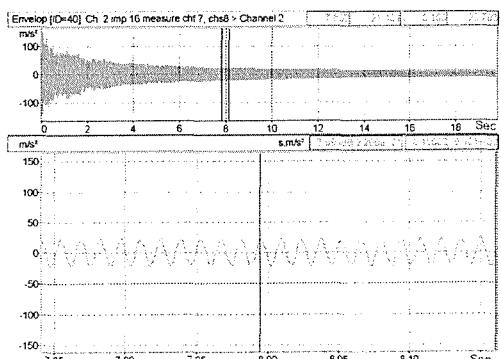


Fig. 15 Time domain signal to estimate damping

## 5. 결론

2005년 12월 31 타종식을 가진 '춘천시민의 종'을 대상으로 수행된 음향 평가 결과, 웅장하면서도 맑은 타격음, 청명한 중간음, 그리고 맥놀이가 뚜렷한 긴 여운을 갖는 것으로 확인되었다. 음향 평가 결과를 요약하면 다음과 같다.

1) 타종 순간 10m 거리에서 최대 100dB(A) 이상의 웅장한 타격음을 들을 수 있다. 여운을 만드는 1차 진동음의 진동은 4분 이상, 음향은 2분 이상 지속되며, 타격점으로부터 원주상 매 45° 간격으로 여운의 맥놀이가 잘 발생된다.

2) 타종순간 소리는 1차 진동음 71Hz, 2차 187Hz를 비롯하여 650Hz 범위 내에서 20개 이상의 고유 진동수가 발생된다.

3) 타격이후 3차 이상의 주파수 성분은 급격히 사라지고, 이후 삼 수초까지 1차와 2차의 두 주파수 성분만이 어울려 역동적인 맥놀이 음을 발생시킨다. 1차 진동수는 가쁜 숨을 내쉬는 듯한 맥놀이를, 그리고 2차 진동음의 맥놀이는 청명한 고음을 주기적으로 커졌다 작아지게 함으로써, 강렬한 음향 에너지를 느끼게 한다.

4) 1차 진동음은 71Hz의 주파수로 기준의 성덕대 왕신종(64Hz)이나 보신각새종(63Hz)보다 약간 높아 상대적으로 잘 들린다. 1차 진동음의 맥놀이는 1.15초이다. 이는 통상적인 3~4초에 비해 짧은 주기이므로, 춘천시민의 종의 여운은 정적인 은은함 보다는 가쁜 숨을 몰아쉬는 듯한 역동성을 준다. 2차 진동음의 주파수는 187Hz로 이 역시 기준의 성덕대왕신종(168Hz)이나 보신각새종(160Hz)에 비해 높고, 맥놀이 주기도 1.33초로 빠른 편이다. 그 결과 수 초간 용 용 하는 청명한 고음의 에너지가 커졌다 작아지는 변화를 준다.

5) 여운을 만드는 1차 진동파의 감쇠비를 평가한 결과 0.000157로 확인되었다. 이는 성덕대왕신종의 0.00013과 거의 대등한 수준으로, 여운의 지속 시간이 거의 대등함을 의미한다.

## 참고문헌

- [1] 염영하, "한국종의 연구", 한국정신문화 연구원 연구논총 84-14, 1984.
- [2] T. D. Rossing, "Vibration of Bells", *Applied Acoustics*, Vol. 20, pp.41-70, 1987.
- [3] T.D.Rossing, 2000, *Science of Percussion Instruments*, World Scientific.
- [4] 이병호, "한국법종의 음향학적 해석", 한국음향학회지, 1권 1호, pp.6-18, 1982.
- [5] T. Charnley and R. Perrin, "Studies with an eccentric Bell", *Journal of Sound and Vibration*, Vol.58(4), pp.517-525, 1978.
- [6] D.Allaei, W.Soedel and T.Y.Yang, "Natural Frequencies and Modes of Rings That Deviate from Perfect Axi-symmetry", *Journal of Sound and Vibration*, Vol.111(1), pp.9-27, 1986.
- [7] S.H.Kim, W.Soedel and J.M.Lee, "Analysis of the beating response of bell type structures," *Journal of Sound and Vibration*, Vol.173(4), pp.517-536, 1994.
- [8] S.H.Kim, Chi-wook Lee and J.M.Lee, "Beat characteristics and beat maps of the King Sung-deok Divine Bell", *Journal of Sound and Vibration*, Vol.281, pp.21-44, 2005.
- [9] J.M.Lee, S.H.Kim, S.J.Lee, J.D.Jeong, H.G.Chi, "A Study on the Vibration Characteristics of a Large Size Korean Bell", *Journal of Sound and Vibration*, Vol.257, pp.779-790, 2002.
- [10] 김석현, "춘천시민의 종 음향평가 및 기술자문", 유상아트(주) 연구보고서, 2006.
- [11] W.T.Thomson, Theory of Vibration with Applications, *Prentice Hall*, 1993.

## 후기

본 연구는 유상아트(주)가 지원한 '춘천시민의 종 음향평가 및 기술자문'의 일환으로 수행되었으며, 춘천시청 및 유상아트(주) 관계자들께 감사드린다.