

평면형 병렬 기구의 기구학적 최적설계: 2RRR-RP 기구에 적용

Optimal Kinematic Design of Planar Parallel Mechanisms: Application to 2RRR-RP Mechanism

남 운 주, 이 욱 형, 박 명 관*
(Yun-Joo Nam, Yuk-Hyung Lee, and Myeong-Kwan Park)

Abstract : This paper presents the two degree-of-freedom (DOF) planar parallel mechanism, called the 2RRR-RP manipulator, whose degree-of-freedom is dependent on an additional passive constraining leg connecting the base and the platform. First, the kinematic analysis of the mechanism is performed: the inverse and forward kinematic problems are analytically solved, the workspace is systematically derived, and all of the singular configurations are examined. Then, in order to determine the geometric parameters, the optimization of the mechanism is performed considering its dexterity, stiffness, and space utilization. Finally, the kinematic performances of the optimized mechanism are evaluated through the comparison study to the conventional 5-bar parallel manipulator.

Keywords : kinematics, limited-DOF mechanism, optimal design, parallel manipulator, passive constraining leg

I. 서론

최근, 병렬형 매니퓰레이터의 기구학적 구조에 기초한 새로운 형태의 응용장치들이 제안되어 왔다. 병렬 기구는 직렬 기구에 비해 질량 대비 높은 강성, 빠른 이동속도, 적은 설치 공간과 같은 많은 장점을 가지고 있기 때문에 정밀 광학 장치, 반도체 가공기계, 미세 수술 로봇, 그리고 초정밀 이송장치와 같은 다양한 분야에서 적극 활용되고 있다[1-4]. 그러나 병렬기구의 닫힌 구조로부터 기인되는 제한된 작업영역과 복잡한 기구학 해석은 병렬 기구의 주된 결점이다.

이러한 단점을 극복하기 위해, 제한된 자유도(limited-DOF)를 갖는 병렬기구에 대한 연구가 최근 많은 로봇 분야의 연구자들로부터 주목 받고 있다[5-12]. 이러한 기구들은 지금까지의 완전 자유도(full-DOF)를 갖는 기구들이 요구되는 많은 작업들을 성공적으로 수행할 수 있을 뿐만 아니라 상대적으로 적은 수의 관절과 작동기를 포함하기 때문에, 적은 제작 비용 및 간단한 제어 알고리즘을 요구한다. 특히, 이들은 상대적으로 더 넓은 작업영역을 가지기 때문에, 제한된 자유도를 갖는 기구의 기구학 해석과 설계에 관한 연구는 매우 중요하다. 특히, 제한된 자유도를 갖는 기구들 중 2자유도 평면형 병렬 기구는 임의의 평면 곡선을 따르는 로봇 기구로서의 적용이 크게 기대된다[13-15].

전통적인 기구들의 경우에는 각각의 다리(leg)가 전체 기구와 동일한 자유도를 갖는 반면, 한 개 이상의 구속 다리(constraining leg)를 갖는 기구는 능동 다리와 수동 다리의 결합된 효과에 의해 전체 기구의 자유도가 결정된다. 즉, 말단 효과장치(end-effector)의 운동을 제한하기 위해 추가로 설치된 수동 다리가 전체 기구의 운동을 구속하여 자유도를 결정하는 역할을 담당하기 때문에, 능동다리는 기구의 운동을 제한

하는 역할에서 자유로워지며 이로 인해 기구의 작업영역은 확대될 수 있다[9].

본 논문에서는, 먼저 제한된 자유도를 갖는 기구인 동시에 하나의 구속다리를 갖는 평면형 병렬기구를 제시한다. 이 기구는 동일한 구조를 갖는 두 개의 3자유도 능동 다리와 이들과 다른 구조인 하나의 2자유도 구속 다리를 갖는 2자유도 병렬 기구이다. 다음으로, 제시된 기구의 기구학 해석 및 최적설계를 수행한다. 마지막으로, 대표적인 평면형 병렬 기구인 2자유도 5절 기구와의 비교 연구를 통해, 제시된 기구가 보다 향상된 유연성(dexterity)과 강성(stiffness)을 가짐을 수치적으로 확인한다.

II. 기구의 구조

본 논문에서 제시된 2자유도 병렬 기구는 그림 1과 같다. 이 기구는 상판과 하판 그리고 이들을 연결하는 세 개의 다리로 구성된다. 2개의 능동 다리는 동일한 기구학적 구조를 갖는다. i ($i=1, 2$)번째 능동다리는 하판상의 B_i 와 상판상의 b_i 를 연결하며, 하나의 능동 회전관절(R)과 두 개의 수동 회전 관절(RR)의 조합으로 구성된다. 수동 구속 다리 l_c 는 두 개의 능동 다리와 다른 구조를 가지며, 한쪽 끝은 하판의 중심 O 와 수동 회전 관절(R)로 연결되어 있고, 다른 한쪽 끝은 수동 직선 관절(P)을 거쳐 상판의 중심 C 에 수직으로 체결되어 있다. 여기서 기구의 기하학적 설계변수는 상판의 크기 $r=|Cb_i|$, 하판의 크기 $R=|OB_i|$, 하부 링크 $l_a=|B_i d_i|$, 그리고 상부 링크 $l_b=|d_i b_i|$ 이다.

능동 다리의 자유도(connectivity)는 3자유도이므로 이들은 상판에 어떠한 구속 기능을 갖지 못하는 반면, 단지 2자유도를 갖는 수동 다리는 상판에 하나의 구속을 제공할 수 있다. 따라서 기구는 각각 1자유도 직선운동과 1자유도 회전운동 즉, 2자유도를 갖는다. 특히, 제안된 기구는 평판 형태의 말단 효과장치를 갖질 수 있기 때문에 기존의 5절 기구에 비해 하이브리드(hybrid) 기구로의 적용이 더욱 유리하다[3].

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2005. 7. 13., 채택확정 : 2006. 1. 17.

남운주 : 부산대학교 대학원 지능기계공학과(yjnam@pusan.ac.kr)

이욱형 : 부산대학교 기계기술연구소(jyh426@chol.com)

박명관 : 부산대학교 기계공학부 및 기계기술연구소

(mkpark1@pusan.ac.kr)

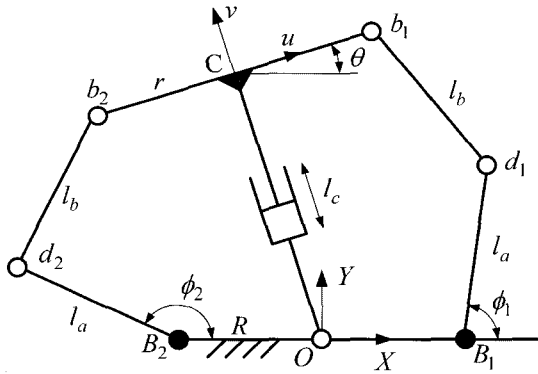


그림 1. 2R2R-RP 병렬 기구.
Fig. 1. 2R2R-RP parallel manipulator.

III. 위치 기구학 해석

기구학 해석을 위해, 기준 좌표계 O_{xy} 는 하판의 중심 O 에, 이동 좌표계 C_{uv} 는 상판의 중심 C 에 그림 1과 같이 설치된다. 하판에 대한 상판의 위치와 자세는 각각 (x_C, y_C) 와 θ 를 이용하여 나타낸다. 그러나 제시된 기구는 2자유도를 가지기 때문에 상판의 운동은 위치 및 자세의 세 좌표 (x_C, y_C, θ) 중 단지 두 개의 좌표를 이용하여 완전하게 묘사될 수 있다. 편의를 위해, 상판의 운동을 나타내는 두 개의 독립 좌표를 (x_C, y_C) 로, 하나의 의존 좌표를 θ 로 설정하였다. 수동 구속 다리가 상판과 수직으로 체결되어 있다는 점을 고려하면, 독립 좌표와 의존 좌표간의 관계식은 다음과 같이 유도될 수 있다.

$$x_C \cos \theta + y_C \sin \theta = 0 \tag{1}$$

1. 역기구학

역기구학은 하판에 대한 상판의 위치 및 자세가 주어졌을 때, 모든 입력 관절 변수를 찾는 문제로 정의된다. 제시된 병렬 기구에서, 출력 변수 (x_C, y_C) 는 주어지는 변수이며, 입력 관절변수 (ϕ_1, ϕ_2) 는 구해져야 하는 변수이다.

각각의 능동 다리에 대한 기구학적 구속관계식은 그림 1로부터 다음과 같이 얻어진다.

$$(x_C + r \cos \theta - R - l_a \cos \phi_1)^2 + (y_C + r \sin \theta - l_a \sin \phi_1)^2 = l_b^2 \tag{2}$$

$$(x_C - r \cos \theta + R - l_a \cos \phi_2)^2 + (y_C - r \sin \theta - l_a \sin \phi_2)^2 = l_b^2 \tag{3}$$

다음의 항등식을 위 식들에 대입을 하여 정리하면,

$$\cos \phi_i = \frac{1-t_i^2}{1+t_i^2}, \sin \phi_i = \frac{2t_i}{1+t_i^2}, t_i = \tan(\phi_i/2) \tag{4}$$

for $i=1, 2$

t_i 에 대한 2차 방정식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$(\gamma_i - \alpha_i)t_i^2 + 2\beta_i t_i + (\gamma_i + \alpha_i) = 0 \tag{5}$$

여기서

$$\alpha_1 = 2l_a(x_C + r \cos \theta - R); \beta_1 = 2l_a(y_C + r \sin \theta);$$

$$\gamma_1 = -(\alpha_1^2 + \beta_1^2)/(4l_a^2) + l_b^2 - l_a^2;$$

$$\alpha_2 = 2l_a(x_C - r \cos \theta + R); \beta_2 = 2l_a(y_C - r \sin \theta);$$

$$\gamma_2 = -(\alpha_2^2 + \beta_2^2)/(4l_a^2) + l_b^2 - l_a^2.$$

따라서, 제시된 기구의 역기구학 해는 다음과 같이 닫힌 형태(closed form)로 얻어진다.

$$\phi_i = \begin{cases} 2 \arctan \left(\frac{-\beta_i \pm \sqrt{\alpha_i^2 + \beta_i^2 - \gamma_i}}{\gamma_i - \alpha_i} \right) & \text{for } (\gamma_i - \alpha_i) \neq 0 \\ -(\gamma_i + \alpha_i)/(2\beta_i) & \text{for } (\gamma_i - \alpha_i) = 0 \end{cases} \tag{6}$$

이로부터, 제안된 기구의 역기구학 해는 최대 4개가 존재함을 알 수 있다. 그림 1과 같은 기구의 형상은 위 식에 포함된 ‘±’에서 $i=1$ 에 대해 ‘+’, $i=2$ 에 대해 ‘-’을 선택하여 얻어진다. 이러한 형상은 다른 형상에서 문제가 될 수 있는 능동다리와 수동 구속다리간의 기계적 간섭을 제거하기 위해서 선호된다.

2. 순기구학

순기구학은 주어진 입력 관절 변수에 일치하는 상판의 위치와 자세를 찾는 문제로 정의된다. 제안된 기구에 대해서, 입력 (ϕ_1, ϕ_2) 는 주어지는 변수이며, 상판의 출력 (x_C, y_C) 는 구해야 하는 변수이다.

먼저, (1)과 기구의 기하학적 형상으로부터 다음의 관계식이 얻어진다.

$$\begin{cases} x_C = -l_C \sin \theta \\ y_C = l_C \cos \theta \end{cases} \tag{7}$$

여기서 $l_C = (x_C^2 + y_C^2)^{1/2}$ 는 수동 다리의 길이를 나타낸다. (7)을 (2)와 (3)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$A_i - 2B_i \cos \theta + 2C_i \sin \theta = 0 \text{ for } i=1, 2 \tag{8}$$

여기서

$$A_1 = l_C^2 + r^2 + R^2 + l_a^2 - l_b^2 + 2l_a R \cos \phi_1;$$

$$B_1 = Rr + l_a r \cos \phi_1 + l_C l_a \sin \phi_1;$$

$$C_1 = l_C R + l_C l_a \cos \phi_1 - l_a r \sin \phi_1;$$

$$A_2 = l_C^2 + r^2 + R^2 + l_a^2 - l_b^2 - 2l_a R \cos \phi_2;$$

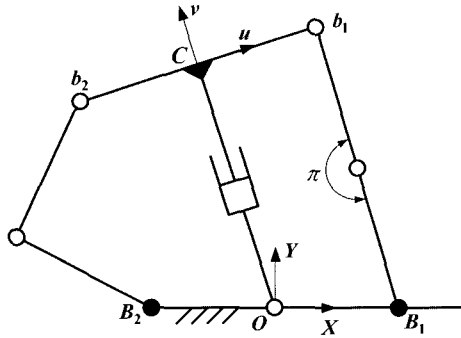
$$B_2 = Rr - l_a r \cos \phi_2 + l_C l_a \sin \phi_2;$$

$$C_2 = -l_C R + l_C l_a \cos \phi_2 + l_a r \sin \phi_2;$$

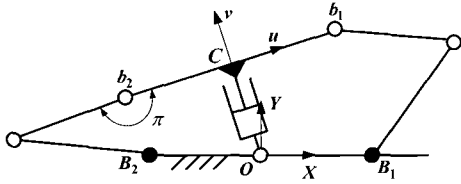
위 식에 tangent 함수의 반각공식(half-tangent identity)를 대입하여 재정리하면

$$(A_i - B_i)s^2 + 2C_i s + (A_i + B_i) = 0 \tag{9}$$

이다. 여기서 $s = \tan(\theta/2)$, $\cos \theta = (1-s^2)/(1+s^2)$, $\sin \theta = 2s/(1+s^2)$. 위 식을 동시에 만족시키는 변수 s 가 존재하기 위한 조건은



(a) Configuration on outer boundary and inverse singular configuration



(b) Configuration on inner boundary

그림 2. 작업영역의 경계를 생성하기 위한 기하학적 알고리즘.
Fig. 2. Geometric algorithm for generating boundaries of workspace.

$$\begin{vmatrix} 0 & A_1 - B_1 & 2C_1 & A_1 + B_1 \\ A_1 - B_1 & 2C_1 & A_1 + B_1 & 0 \\ 0 & A_2 - B_2 & 2C_2 & A_2 + B_2 \\ A_2 - B_2 & 2C_2 & A_2 + B_2 & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad (10)$$

이며, 이를 전개하면 l_C 에 대한 6차 다항식으로 표현되는 제안된 기구의 순기구학 식이 얻어진다.

$$(A_1 B_2 - A_2 B_1)^2 + (A_2 C_1 - A_1 C_2)^2 - (B_2 C_1 - B_1 C_2)^2 = 0 \quad (11)$$

(7), (8)과 (11)로부터, 제안된 기구의 순기구학 해는 최대 6개까지 얻어짐을 알 수 있다. 일반적으로 병렬 기구의 순기구학 해는 유일하지 않고 다수 개이므로 매니퓰레이터를 실시간 제어하기 위해서는 모든 가능한 해들 중 하나의 유용(feasible) 해를 선별할 필요가 있다. 제안된 기구에 대한 순기구학의 유용해는 단한 해를 갖는 역기구학 식과의 비교를 통하여 수millisecond 내에서 유일하게 결정될 수 있으므로, 유도된 순기구학 식은 기구의 실시간 제어에 유용하게 사용될 수 있다.

IV. 작업영역 해석

작업영역은 기구의 기구학적 성능을 지배하는 중요한 요소중의 하나이다. 병렬 기구는 다소 제한된 작업영역을 가지고 있으므로, 병렬 기구의 설계에 있어 작업영역 해석은 매우 중요하다.

제안된 기구의 작업영역은 기구가 도달할 수 있는 모든 가능한 출력 (x_C, y_C) 의 집합으로 정의될 수 있으며, 이는 기구의 구조, 능동 작동기의 구동 범위 그리고 링크의 기계적 간섭에 의해 결정된다[15]. 여기서, 링크와 관절 사이의 기계적 간섭을 무시하기 위해 특히, 수동 다리 l_C 와 하판상의 회

전관절 B_1, B_2 간의 간섭을 무시하기 위해서 상판의 회전각은 $\theta = \arctan(-x_C / y_C) \in [-\pi/2, \pi/2]$ 로 제한하였다. 또한, 수동 회전 관절들의 구동 범위는 뒤에서 언급된 것처럼 특이형상을 회피하기 위해 각각 $\angle d_i \equiv \angle b_i d_i B_i \in [0, \pi]$ 와 $\angle b_i \equiv \angle d_i b_i C \in [0, \pi]$ 로 제한되었다.

기구의 기계적 간섭과 특이형상을 고려하면, 주어진 상판의 회전각도 θ 에 대한 작업영역의 내부 및 외부 경계는 그림 2에서 보여주는 기구의 형상을 이용하여 직관적으로 얻을 수 있다. 외부 경계는 적어도 하나의 능동 다리가 완전하게 퍼졌을 때 ($\angle d_i = \pi$) 얻어지며, 내부 경계는 적어도 하나의 능동 다리 상부 링크가 상판과 평행을 이룰 때 얻어진다. 기구가 이러한 형상들을 가질 때 수동 다리의 길이는 기하학적 관점에서 다음과 같이 얻어진다.

$$l_{CM}(\theta) = -R \operatorname{sgn}(\theta) \sin \theta + \sqrt{R^2 \sin^2 \theta - R^2 - r^2 + 2rR \cos \theta + (l_a + l_b)^2} \quad (12)$$

$$l_{cm}(\theta) = R \operatorname{sgn}(\theta) \sin \theta + \sqrt{R^2 \sin^2 \theta - R^2 - (r + l_b)^2 + 2(r + l_b)R \cos \theta + l_a^2} \quad (13)$$

이때, $\operatorname{sgn}(\theta)$ 는 부호함수이며, l_{CM} 과 l_{cm} 은 각각 주어진 θ 에서 얻어지는 수동 다리의 최대, 최소 길이를 나타낸다. 임의의 $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$ 에 대해, (12)를 만족시키는 l_{CM} 이 존재하기 위한 조건은

$$R^2 \sin^2 \theta - R^2 - r^2 + 2rR \cos \theta + (l_a + l_b)^2 \geq 0 \Rightarrow l_a + l_b > \max\{r, |R - r|\} \quad (14)$$

이며, 이에 대한 유도는 부록 A에 주어졌다. 반면, 작업영역의 내부 경계가 존재한다는 것은 기구의 실제 작업영역이 감소된다는 것을 의미하므로, (13)을 만족시키는 l_{cm} 은 항상 허근을 가져야 한다. 이러한 조건은 다음과 같이 주어지며, 이에 대한 유도는 부록 B에 제시되었다.

$$R^2 \sin^2 \theta - R^2 - (r + l_b)^2 + 2(r + l_b)R \cos \theta + l_a^2 < 0 \Rightarrow l_b - l_a \geq R - r \quad (15)$$

$l_b - l_a = R - r$ 인 경우에 얻어지는 기구 형상은 상판의 중심이 하판의 중심에 위치하는 형상 즉, 구조(architecture) 특이형상과 일치한다. 그러나, 부등식 $l_b - l_a > R - r$ 는 작업영역 내에 존재하는 특이점을 생성하기 때문에, 기구가 최대 작업영역을 갖도록 하기 위해서는 기구의 최적설계 단계에서 $l_b - l_a = R - r$ 이 만족되도록 해야만 한다.

위의 해석 결과로부터, (14)와 $l_b - l_a = R - r$ 의 조건 하에서 설계된 기구는 최대 작업영역을 가짐을 알 수 있다. 또한, (12)와 같이 해석적으로 유도된 작업영역의 경계는 기구의 최적설계를 위해 요구되는 정확한 성능 지수의 계산을 가능케 한다.

V. 자코비안 해석

이 장에서는 상판의 속도와 능동 다리의 작동기 속도간의

전달 특성을 나타내는 기구의 자코비안 행렬이 유도된다. 이를 기초로, 기구가 특이형상에 놓일 조건에 대해 조사된다.

1. 자코비안 행렬

기구학적 구속관계식 (2)와 (3)을 시간에 대해 미분하면 기구의 입출력 속도 관계식이 다음과 같이 얻어진다.

$$X_i \dot{x}_C + Y_i \dot{y}_C + r(-X_i \sin \theta + Y_i \cos \theta) \dot{\theta} = l_a(-X_i \sin \phi_i + Y_i \cos \phi_i) \dot{\phi}_i \quad \text{for } i=1,2 \quad (16)$$

여기서

$$X_1 = x_C + r \cos \theta - R - l_a \cos \phi_1; \quad Y_1 = y_C + r \sin \theta - l_a \sin \phi_1; \\ X_2 = x_C - r \cos \theta + R - l_a \cos \phi_2; \quad Y_2 = y_C - r \sin \theta - l_a \sin \phi_2$$

작동기 속도 ($\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2$)와 상판의 속도 (\dot{x}_C, \dot{y}_C) 관계식 기 위해 요구되는 상판의 회전 속도 $\dot{\theta}$ 는 (1)을 시간에 대해 미분함으로써 \dot{x}_C 와 \dot{y}_C 의 함수로 얻을 수 있다.

$$\dot{\theta} = \frac{\dot{x}_C \cos \theta + \dot{y}_C \sin \theta}{x_C \sin \theta - y_C \cos \theta} \quad (17)$$

여기서, $x_C \sin \theta - y_C \cos \theta = 0$ 은 수동 구속 다리의 길이가 $l_C = 0$ 임을 의미하며, 이는 실제로 이루어 질 수 없으므로 항상 $x_C \sin \theta - y_C \cos \theta \neq 0$ 임에 주의하라. (17)를 (16)에 대입하고, 벡터 식으로 정리하면

$$J_q \dot{q} = J_x \dot{x} \quad (18)$$

이다. 여기서 입력 및 출력 속도 벡터는 각각 $\dot{q} = [\dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2]^T$ 와 $\dot{x} = [\dot{x}_C, \dot{y}_C]^T$ 로 표현된다. 행렬 J_q 와 $J_x \in \mathbb{R}^2$ 는 각각 기구의 역자코비안과 순자코비안 행렬을 의미하며, 다음과 같다.

$$J_q = \text{diag}(l_a(-X_1 \sin \phi_1 + Y_1 \cos \phi_1), l_a(-X_2 \sin \phi_2 + Y_2 \cos \phi_2)) \quad (19)$$

$$J_x = \begin{bmatrix} X_1 + Z_1 \cos \theta & Y_1 + Z_1 \sin \theta \\ X_2 - Z_2 \cos \theta & Y_2 - Z_2 \sin \theta \end{bmatrix} \quad (20)$$

여기서

$$Z_i = \frac{r(-X_i \sin \theta + Y_i \cos \theta)}{x_C \sin \theta - y_C \cos \theta} \quad \text{for } i=1,2$$

따라서, 제안된 기구의 자코비안 행렬은

$$J = J_q^{-1} J_x \quad (21)$$

로 얻어진다.

2. 특이점 해석

작업영역 내부에 존재하는 특이점 대한 조사는 기구의 설계에 앞서 수행되어야 하는 매우 중요한 관점이다. 일반적으로, 병렬 기구의 특이점 해석에 있어서 Gosselin과 Angeles [16]에 의해 제안된 특이점 분류는 유용한 도구이다. 따라서 제안된 기구의 특이점은 J_q, J_x 또는 두 자코비안 행렬이 동시에 특이상태에 놓일 때 얻어질 수 있다.

1종(first kind) 특이점은 J_q 는 특이상태에 있으나, J_x 는 역행렬을 가질 때 얻어진다. 이는 상판이 기구의 작업영역 경계 위 또는 그 근처에 있는 경우로써, 상판이 하나 이상의 자유도를 상실함에 의해 기구가 작동기의 입력 힘 없이도 외력을 지지할 수 있는 형태에 놓임을 의미한다. 이러한 특이점은 다음의 조건에서 찾을 수 있다.

$$\det(J_q) = 0 \\ \Leftrightarrow l_a(-X_i \sin \phi_i + Y_i \cos \phi_i) = 0 \quad \text{for } i=1 \text{ or } 2 \quad (22)$$

(22)의 역 특이형상을 위한 조건은 다음과 같이 벡터 형태로 표현될 수 있으며,

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -l_a \sin \phi_i \\ l_a \cos \phi_i \end{bmatrix} = 0 \quad \text{for } i=1 \text{ or } 2 \quad (23)$$

능동다리의 하부 링크 l_a 가 실제 상황에서 양의 값만을 가진다는 점을 고려할 때, 위 식은 단지 $\overline{d_i b_i} // \overline{B_i d_i}$ 일 때만 만족된다. 따라서, 기구의 역 특이형상은 그림 2(a)와 같이, 적어도 하나의 능동 다리가 완전히 퍼졌을 때 얻어진다.

2종(second kind) 특이점은, J_q 는 역행렬을 가지나 J_x 는 특이상태에 놓일 때 얻어진다. 이것은 모든 작동기가 구속되었음에도 불구하고 상판이 움직일 수 있는 기구 형상을 의미한다.

$$\det(J_x) = 0 \\ \Leftrightarrow -2l_C(X_1 Y_2 - X_2 Y_1) + 2r(X_1 \sin \theta - Y_1 \cos \theta)(X_2 \sin \theta - Y_2 \cos \theta) = 0 \quad (24)$$

그림 1의 기구 형상으로부터, 다음의 부등식은 항상 만족됨을 쉽게 알 수 있으며,

$$\begin{cases} X_1 Y_2 - X_2 Y_1 \leq 0 \\ X_i \sin \theta - Y_i \cos \theta \leq 0 \end{cases} \quad (25)$$

l_C 과 r 은 현실적으로 항상 양의 값을 가지므로 (24)를 만족시키는 조건은 다음과 같이 정리될 수 있다.

$$X_1 Y_2 - X_2 Y_1 = 0 \quad \text{and} \\ X_i \sin \theta - Y_i \cos \theta = 0 \quad \text{for } i=1 \text{ or } 2 \quad (26)$$

따라서 제안된 기구의 순 특이형상은 두 개의 상부 링크 $\overline{d_i b_i}$ 가 수동 구속 다리와 동시에 수직을 이룰 때 얻어짐을 알 수 있으며, 이러한 형상은 그림 3(a)에서 보여준다.

구조적(architecture) 특이점이라고도 하는 3종(third kind) 특이점은 J_q, J_x 가 동시에 특이 상태에 놓이는 경우에 얻어진다 [17]. 이것은 모든 작동기가 구속되었음에도 불구하고 상판의 미소 운동이 가능하거나, 작동기의 구동에도 불구하고 상판의 운동이 불가능한 기구형상과 일치한다. 이러한 형상은 그림 3(b)와 3(c)에서와 같이, 각 능동다리의 상부 링크가 하부 링크 뿐만 아니라 이와 동시에 상판과 수평을 이룰 때 얻어진다.

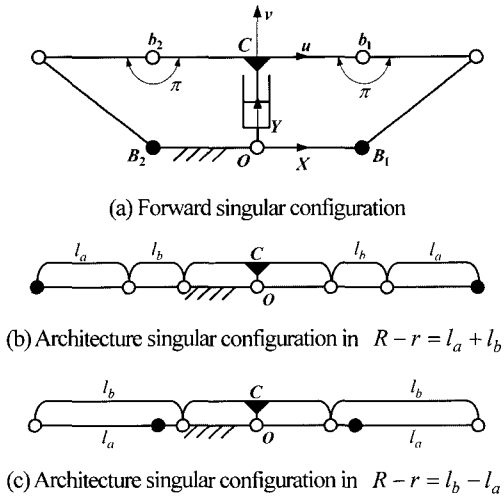


그림 3. 특이 형상.
Fig. 3. Singular configurations.

기구가 주어진 운동을 수행하기 위해서, 그림 3(b)와 같은 형상은 기구의 설계단계에서 배제되어야 하는 반면, 그림 3(c)의 형상은 앞서 언급된 바와 같이 기구가 가장 큰 작업영역을 가지기 위해서 선호된다. 다시 말해, 작업영역의 외부 경계는 역 특이형상과 일치하고 내부 경계 위의 원점은 순 특이형상에 일치한다는 점을 고려할 때, $l_b - l_a = R - r$ 로 표현되는 구조적 특이점은 기구의 작업영역 내에 다른 특이점들이 존재하지 않도록 하기 위한 유일한 선택이다.

위의 해석으로부터, $l_b - l_a = R - r$ 의 조건을 만족하는 기구는 그것의 작업영역을 역 특이점 궤적(외부 경계)과 원점의 근처(vicinity)로 제한함에 의해 특이점 문제로부터 자유로워 질 수 있음을 알 수 있다.

VI. 최적 설계

일반적으로, 병렬 기구는 직렬기구에 비해 상대적으로 작은 작업영역을 갖는다. 따라서 병렬 기구의 작업영역 크기는 최대화되어야만 한다. 그러나, 작업영역을 최대화하기 위한 시도는 기구의 유연성(dexterity) 및 강성(stiffness)과 같은 기구의 기구학적 성능을 저하시킨다. 따라서, 기구의 최적설계를 위해서는 작업영역의 질적 평가가 반드시 이루어져야 한다.

1. 성능 지수

본 논문에서는 기구의 최적설계를 위해 최대화되어야 하는 목적함수로써 다음과 같은 세가지 성능지수가 이용되었다.

1) 전역 등방성 지수(global isotropy index)[13,14,18]

$$\eta_1 = \frac{\int_W 1/\kappa dW}{\int_W dW} \tag{27}$$

여기서 dW 는 기구의 미소 작업영역이며, κ 는 작업영역 내의 주어진 위치에서 얻어지는 자코비안 행렬 (21)의 조건수(condition number)이다. 작업영역의 크기 W 는 (12)를 이용하여 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$W = \int_W dW = \int_{-\varphi}^{\varphi} l_{CM}(\theta) d\theta \tag{28}$$

여기서 $\varphi > 0$ 는 $\pi/2$ 보다 약간 작은 양의 값으로 주어진다. 전제 작업영역에 걸쳐 평균화된 등방성을 나타내는 이 지수는 상판이 작업영역 내에서 임의의 방향으로 얼마나 균일하게(uniformly) 이동할 수 있는가를 평가하기 위해 사용된다.

2) 전역 저항성 지수(global resistivity index)[1,9]

$$\eta_2 = \frac{\int_W \varpi dW}{\int_W dW} \tag{29}$$

여기서 $\varpi = 1/|\det(\mathbf{J}^{-1})| = |\det(\mathbf{J})|$. 이 지수는 기구가 외부로부터 주어진 힘과 모멘트를 견딜 수 있는 능력, 즉 기구의 위치 정확도(accuracy)와 직결되는 기구의 강성(stiffness)을 평가하기 위해 이용된다.

3) 공간 활용 지수(space utilization index)

앞서 제시된 두 지수는 작업영역의 크기에 대해 정규화되기 때문에, 병렬기구의 설계에 있어 중요한 작업영역의 크기를 효과적으로 평가하는데 한계를 갖는다. 따라서, 작업영역의 크기에 대한 평가는 다음과 같이 정의되는 공간 활용 지수를 이용하여 이뤄진다.

$$\eta_3 = \frac{\int_W dW}{S} \tag{30}$$

여기서 S 는 기구 전체 작업영역을 둘러싸는 최소의 사각형 넓이를 나타낸다. 따라서, 이 지수는 기구의 완전한 운동을 위해 요구되는 최소 공간에 대한 실제 작업영역의 넓이 비를 반영한다.

제한된 기구의 최적화는 앞서 제시된 지수들을 복합적으로 고려하여 수행되었다. 이러한 성능지수들은 서로 다른 범위의 값들을 가질 수 있으므로, 얻어진 값들은 각각의 최대, 최소값을 이용하여 정규화되어야 한다. 그러면, 기구의 최적설계를 위한 복합 설계지수는 다음과 같이 정의된다.

$$\eta = w_1 \times \hat{\eta}_1 + w_2 \times \hat{\eta}_2 + w_3 \times \hat{\eta}_3 \tag{31}$$

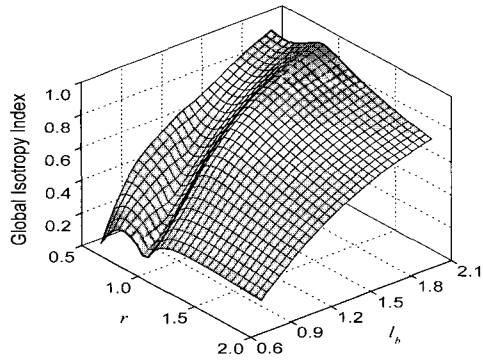
여기서 $\hat{\eta}_i = \frac{\eta_i - \min(\eta_i)}{\max(\eta_i) - \min(\eta_i)}$ 이고, w_i ($i=1\sim 3$)는 각 지수들의 상대적 중요성을 나타내는 양(positive)의 가중치를 나타낸다. 이러한 복합설계지수는 기구의 실제 크기에 독립적이므로 그 결과의 적용에 있어 유연성을 갖는다.

수들의 상대적 중요성을 나타내는 양(positive)의 가중치를 나타낸다. 이러한 복합설계지수는 기구의 실제 크기에 독립적이므로 그 결과의 적용에 있어 유연성을 갖는다.

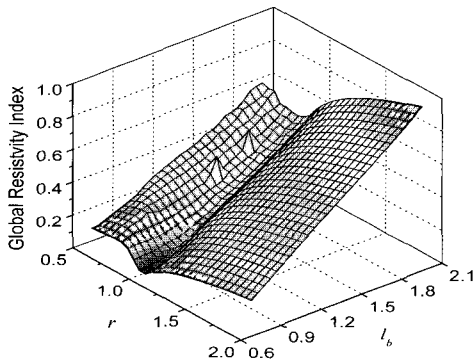
2. 수치 해석

최적화의 목적은 복합설계지수를 최대화할 수 있는 기구의 설계변수를 결정하는 것이다. 제시된 기구의 설계변수는 능동 다리의 하부 및 상부 링크 l_a 와 l_b , 그리고 상판과 하판의 크기, r 과 R 를 포함한다. 조건식 $l_b - l_a = R - r$ 를 고려하면, 기구의 최적설계를 위한 설계변수는 두 개의 무차원 변수 r/R 와 l_b/R 로 선택될 수 있다. 따라서 $R=1$ 이고 주어진 설계변수가 그들의 구속범위 내에서 변한다고 가정하면, 제한된 기구의 기구학적 최적화 문제는 다음과 같이 정의될 수 있다.

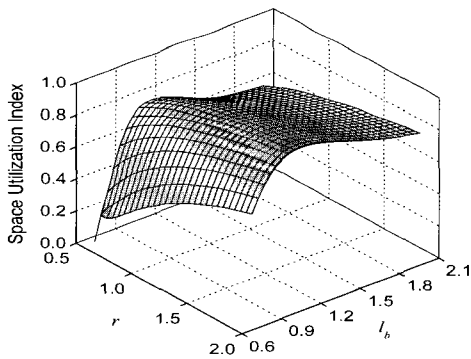
$$\text{Maximize } (\eta) \text{ subject to } r, l_b \in [0.5, 2]_{r, \Delta}$$



(a) Normalized global isotropy index



(b) Normalized global resistivity index



(c) Normalized space utilization index

그림 4. 전역 기구학적 성능 지수.

Fig. 4. Globally kinematic performance indices.

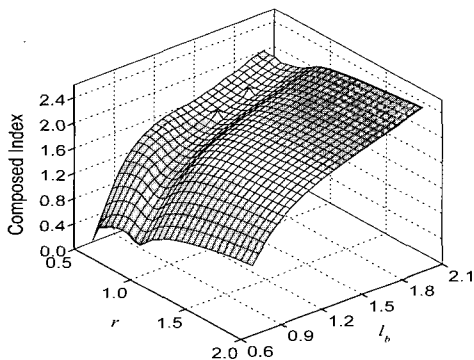


그림 5. 복합 성능 지수.

Fig. 5. Composed performance index.

그림 4는 위 식을 이용하여 얻어진 r/R 과 l_b/R 에 대한 전역 등방성 지수, 전역 저항성 지수 그리고 공간 활용 지수를 각각 보여준다. 전역 등방성 지수의 경우, 1보다 큰 r 에 대해서는 r 이 감소함에 따라 그리고 l_b 이 증가함에 따라 단조롭게 증가하는 경향을 보인다. 1보다 작은 r 에 대해서는 다소 급격한 변화를 가지며, 주어진 l_b 에 대해 대략 $r=1$ 에서 최대값을 갖는다. 전역 저항성 지수는 전체적으로 1보다 큰 r 에 대해서는 r 과 l_b 의 증가와 함께 단조롭게 증가하며, 1보다 작은 r 에 대해서는 r 이 감소함에 따라 그리고 l_b 이 증가함에 따라 증가하는 경향을 보인다. 또한, 주어진 l_b 에 대해서 대략 $r=1$ 에서 최소값을 갖는다. 이 지수들은 r 을 기준으로 두드러진 변화를 보이는 반면, 공간활용지수의 경우는 l_b 을 기준으로 크게 변한다. 공간 활용 지수는 주어진 l_b 에 대해 r 이 증가함에 따라 단조롭게 증가하며, $l_b=1$ 을 기준으로 l_b 이 1에서 멀어질수록 감소하는 경향을 보인다. 또한, $l_b < 1$ 인 영역이 $l_b > 1$ 인 영역에 비해 급격한 변화를 보이며, r 의 변화는 비교적 l_b 에 비해 덜 민감하다.

세 지수의 영향을 동시에 고려하기 위해 제시된 복합설계 지수에 대한 결과는 그림 5에서 보여주며, 이때 가중치 w_i 는 각 지수들을 동등하게 고려하기 위해 모두 1로 지정하였다. 복합 설계 지수는 대체로 r 과 l_b 의 증가와 함께 증가하여 $(r, l_b) = (2, 2)$ 에서 최대값을 가지며, 그 값들이 커질수록 증가폭은 감소하는 경향을 보인다. 또한, 복합설계지수는 전역 등방성 지수와 전역 저항성 지수의 변화 기준이 되었던 $r=1$ 부근에서, 그리고 공간활용지수의 변화 기준이 되었던 $l_b=1$ 부근에서 급격한 변화를 갖는다. 특히, 주어진 l_b 에 대해 $r=1$ 부근에 극값들이 집중되어 있다.

3. 기구학적 성능평가

제시된 기구의 유용성을 확인하기 위해서, 기존의 대표적 인 2자유도 평면형 병렬기구인 5절 기구(5-bar mechanism)와 기구학적 성능비교를 실시하였다. 이에 대한 결과는 표 1에서 보여주며, 이때 5절 기구의 설계 변수들은 Huang외4인⁽¹⁹⁾이 제시한 값들을 이용하였다(원점과 능동관절 사이의 거리: 0.4950, 능동 링크의 길이: 1, 수동 링크의 길이: 1.7).

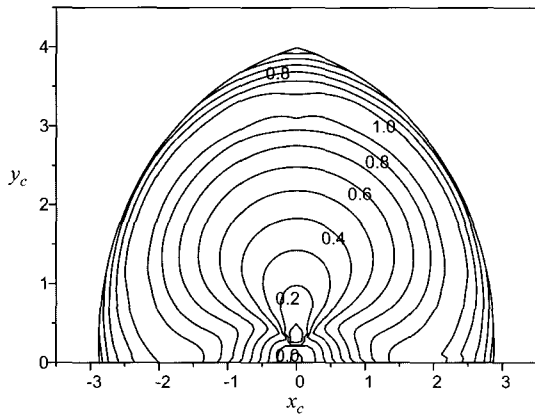
복합설계지수가 최대치를 갖도록 설계된 기구($r=2, l_b=2$)는 5절 기구에 비해 저항성과 공간 활용성에 있어서 향상된 성능을 보이는 반면, 등방성에 있어서 다소 감소된 성능을 보였다. 모든 지수들이 5절 기구보다 큰 값을 가지면서 가장 큰 복합설계지수를 갖도록 설계된 기구($r=1, l_b=2$)의 경우는 등방성에서 8.3%, 저항성에서 913%, 그리고 공간 활용성에서 3.5%로 모두 향상된 성능을 보였다. 비록 전자에 비해 감소된 복합설계지수를 제시한다 할지라도, 여전히 5절 기구 대비 크게 향상된 저항성과 증가된 등방성을 고려한다면 $r=1, l_b=2$ 이 제시된 기구의 최적 설계치로 결정될 수 있다. 따라서 최적화된 기구는 5절 기구 보다 향상된 유연성, 강성 그리고 공간 활용성을 가지며, 이로부터 제시된 기구의 유용성은 확인될 수 있다.

또한, 최적화된 기구의 지역(local) 등방성 및 지역 저항성 지수에 관한 해석을 실시하였다. 그림 6(a)의 등방성 지수로

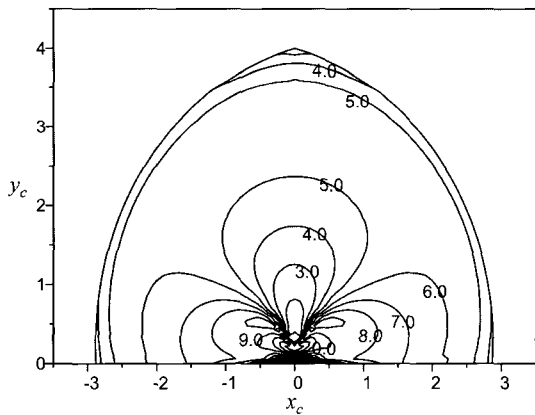
표 1. 5절 기구와 2RRR-RP 기구의 성능 비교.

Table 1. Comparison of the 2RRR-RP mechanism with the 5-bar manipulator.

	5-bar Mech.	2RRR-RP Mech.	
		$r = 1, l_b = 2$	$r = 2, l_b = 2$
Global Isotropy	0.5266	0.5702 (108.3%)	0.49534 (94.1%)
Global Resistivity	0.5729	5.8011 (1013%)	9.11421 (1590%)
Space Utilization	0.7328	0.75814 (103.5%)	0.76976 (105.0%)
Composed Index	-	2.27479	2.57836



(a) Isotropy Index



(b) Resistivity Index

그림 6. 최적화된 기구의 지역 기구학적 성능지수($r=1, l_b=2$).

Fig. 6. Locally kinematic performance Indices of the optimized mechanism($r=1, l_b=2$).

부터, 기구의 말단장치가 원점(origin)에 있을 때 기구는 특이 형상에 놓임을 확인할 수 있으며, 이는 5.2절의 특이점 해석 결과와 일치한다. 그림 6(b)의 저항성 지수로부터, 기구가 원 점에 놓일 때 기구의 저항성은 '0'임을 알 수 있으며, 이는 (29)에서 정의된 강성 지수 $\omega = 1/|\det(J^{-1})| = |\det(J)|$ 로부터 이해될 수 있다. 이러한 특이점은 $l_b - l_a = R - r$ 의 구속조건 때문에 단지 원점에만 존재하므로 실제 기구가 주어진 작업을 수행함에 있어 크게 문제됨 없이 배제될 수 있다. 기구가

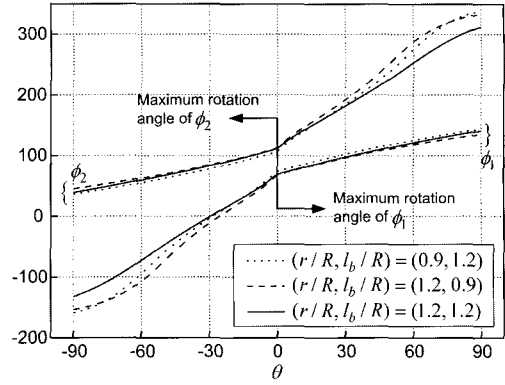


그림 7. 상판의 회전각도에 따른 작동기의 구동 한계.

Fig. 7. Operating limits of actuators according to rotating angle of moving platform.

원점 위에 놓일 때는 저항성 지수가 '0'인 반면, 원점 근처에 놓일 때는 저항성 지수가 매우 큰 값을 가짐을 확인할 수 있는데, 이는 기구가 구조적 특이점에 일치하는 원점 위에서는 순 특이점에, 원점 근처에서는 역 특이점에 지배적인 기구학적 성능을 가짐을 의미한다.

그림 7은 회전 작동기의 구동 한계를 보여준다. 상판의 각도 $\theta \geq 0$ 에 대해, ϕ_1 의 최대 구동 가능 각도는 상판의 중심 (x_c, y_c)이 작업영역의 외부 경계 근처에 위치할 때 얻어지며, 이는 주어진 $\theta \geq 0$ 에서의 기구 운동은 첫 번째 능동 다리의 작동기에 의해 제한됨을 의미한다. 마찬가지로, $\theta \leq 0$ 에 대한 기구의 운동은 ϕ_2 의 최대 구동 가능 각도에 의해 제한된다. 이러한 정보는 제안된 기구의 실시간 제어 또는 운동계획적 계획 시 유용하게 이용될 수 있다.

VII. 결론

2개의 능동 다리와 1개의 수동 구속 다리를 가진 2자유도 평면형 병렬 기구(2RRR-RP)가 제안되었다. 제안된 기구의 자유도는 상판이 평면 상에서 임의의 원통 운동을 하도록 구속하는 수동 다리의 자유도 때문에 하나의 병진운동과 하나의 회전운동을 포함한 2자유도로 제한된다.

먼저, 기구의 기구학 해석이 수행되었다. 역기구학 및 순기구학 식이 해석적으로 유도되었으며, 작업영역의 경계는 기하학적으로 얻어졌다. 그리고 기구의 모든 가능한 특이형상은 자코비안 행렬과 특이점의 일반적 분류 방법을 이용하여 조사되었다. 다음으로, 기구의 설계변수를 최적으로 결정하기 위하여, 동방성, 저항성, 그리고 공간 활용성과 같은 기구의 전역 기구학적 성능을 고려하여 기구의 최적설계를 수행하였다. 마지막으로, 대표적인 2자유도 평면형 병렬기구인 5절 기구와 비교하여, 제시된 기구의 기구학적 성능 평가가 실시되었다. 기존의 기구에 비해, 제안된 기구는 추가로 설치된 하나의 수동 구속다리로 기인되는 더 큰 강성과 유연성을 가짐을 확인하였다. 따라서 제안된 기구는 다양한 응용분야에서 효과적으로 활용될 수 있을 것으로 예상된다.

참고문헌

[1] L.-W. Tsai and S. Joshi, "Kinematic analysis of 3-DOF position

- mechanisms for use in hybrid kinematic machines," *Tran. ASME J. Mech. Des.*, vol. 124, pp. 245-253, 2002.
- [2] H. H. Pham and I.-M. Chen "Kinematics, workspace and static analysis of 2-DOF flexure parallel mechanism," *7th Int. Conf. on Control, Automation, Robotics and Vision*, Singapore, pp. 968-973, 2002.
- [3] X.-J. Liu, X. Tang, and J. Wang, "A novel 2-DOF parallel mechanism based design of a new 5-Axis hybrid machine tool," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Taipei, Taiwan, pp. 3990-3995, 2003.
- [4] M. Callegari and M. Tarantini, "Kinematic analysis of a novel translational platform," *Tran. ASME J. Mech. Des.*, vol. 125, pp. 308-315, 2003.
- [5] P. Ji and H. Wu, "Kinematics analysis of an offset 3-DOF translational parallel robotic manipulator," *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 42, pp. 117-123, 2003.
- [6] M.-S. Tsai, T.-N. Shiau, Y.-J. Tsai, and T.-H. Chang, "Direct kinematic analysis of a 3-PRS parallel mechanism," *Mech. Mach. Theory*, vol. 38, pp. 71-83, 2003.
- [7] R. D. Gregorio and V. Parenti-Castelli, "Position analysis in analytical form of the 3-PSP mechanism," *Tran. ASME J. Mech. Des.*, vol. 123, 2001.
- [8] L. Romdhane, Z. Affi, and M. Fayet, "Design and singularity analysis of a 3-translational-DOF in-parallel manipulator," *Tran. ASME J. Mech. Des.*, vol. 124, pp. 419-426, 2002.
- [9] S. Joshi and L.-W. Tsai, "A comparison study of two 3-DOF parallel manipulators: one with three and the other with four supporting legs," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, DC, pp. 3690-3697, 2002.
- [10] M. Stock and K. Miller, "Optimal kinematic design of spatial parallel manipulators: application to linear delta robot," *Tran. ASME J. Mech. Des.*, vol. 125, pp. 292-301, 2003.
- [11] H. S. Kim and L.-W. Tsai, "Kinematic synthesis of a spatial 3-RPS parallel manipulator," *Tran. ASME J. Mech. Des.*, vol. 125, pp. 92-97, 2003.
- [12] Z. Ji, "Study of planar three-degree-of-freedom 2-RRR parallel manipulators," *Mech. Mach. Theory*, vol. 38, pp. 409-416, 2003.
- [13] F. Gao, X. Liu, and W. A. Gruver, "Performance evaluation of two-degree-of-freedom planar parallel robots," *Mech. Mach. Theory*, vol. 33, no. 6, pp. 661-668, 1998.
- [14] A. Frisoli, G. M. Prisco, F. Salsedo, and M. Bergamasco, "A two degrees-of-freedom planar haptic interface with high kinematic isotropy," *Proc. IEEE Int. Works. on Robot and Human Interaction*, Pisa, Italy, pp. 297-302, 1999.
- [15] R. D. Gregorio, "Analytic determination of workspace and singularities in a parallel pointing system," *J. Robot. Syst.*, vol. 19, no. 1, pp. 37-43, 2002.
- [16] C. M. Gosselin and J. Angeles, "Singularity analysis of closed loop kinematic chains," *IEEE Trans. Robot. Automat.*, vol. 6, pp. 281-290, 1990.
- [17] O. Ma and J. Angeles, "Architecture singularities of platform manipulator," *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, CA, pp. 1542-1547, 1992.
- [18] L. Birglen, C. Gosselin, N. Pouliot, B. Monsarrat, and T. Laliberté, "SHaDe, a new 3-DOF haptic device," *IEEE Trans. Robot. Automat.*, vol. 18, no. 2, pp. 166-175, 2002.
- [19] T. Huang, M. Li, Z. Li, D. G. Chetwynd, and D. J. Whitehouse, "Optimal kinematic design of 2-DOF parallel manipulators with

well-shaped workspace bounded by a specified conditioning index," *IEEE Trans. Robot. Automat.*, vol. 20, no. 3, pp. 538-543, 2004.

부록 A

임의의 $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$ 에 대해, (12)를 만족시키는 l_{CM} 이 항상 존재하기 위한 조건은 다음의 판별식(discriminant)에 기초하여 얻어진다.

$$D_1(p) = -R^2 p^2 + 2Rp + [(l_a + l_b)^2 - r^2] \geq 0 \quad (A.1)$$

여기서 $p \equiv \cos \theta$. 그러면 $0 \leq p \leq 1$ 에 대해서 (A.1)이 항상 성립하기 위한 조건은 다음과 같다.

$$D_1(0) \geq 0; (l_a + l_b)^2 - r^2 \geq 0 \Leftrightarrow l_a + l_b \geq r \quad (A.2)$$

$$D_1(1) \geq 0; (l_a + l_b)^2 - (R-r)^2 \geq 0 \Rightarrow l_a + l_b \geq |R-r| \quad (A.3)$$

따라서, (A.2)와 (A.3)을 동시에 만족하기 위한 필요충분조건은 $l_a + l_b \geq \max\{r, |R-r|\}$ 임을 알 수 있다.

부록 B

임의의 $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$ 에 대해, (13)을 만족시키는 l_{CM} 이 항상 존재하지 않기 위한 조건은 다음의 판별식(discriminant)에 기초하여 얻어진다.

$$D_2(p) = -R^2 p^2 + 2(l_b + r)Rp + [l_a^2 - (l_b + r)^2] < 0 \quad (B.1)$$

여기서 $p \equiv \cos \theta$. 그러면 $0 \leq p \leq 1$ 에 대해서 (B.1)이 항상 성립하기 위한 조건은 다음과 같다.

$$D_2'(\{l_b + r\}/R) = 0; \{l_b + r\}/R > 1 \Leftrightarrow l_b > R - r \quad (B.2)$$

$$D_2(1) \leq 0; (l_a + l_b - R + r)(l_a - l_b + R - r) \geq 0 \quad (B.3)$$

여기서 $D_2' = dD_2/dp$ 이다. 따라서, (B.2)와 (B.3)을 동시에 만족하기 위한 필요충분조건은 $l_b - l_a \geq R - r$ 임을 알 수 있다.

부록 C

본 논문에서 제시된 기구의 순기구학식 (11)은 다음과 같이 수동다리의 길이 l_C 에 대한 6차 다항식으로 표현될 수 있다.

$$\mu_1 l_C^6 + \mu_2 l_C^5 + \mu_3 l_C^4 + \mu_4 l_C^3 + \mu_5 l_C^2 + \mu_6 l_C + \mu_7 = 0 \quad (C.1)$$

여기서

$$\mu_1 = (m_2 - n_2)^2 + (m_4 - n_4)^2$$

$$\mu_2 = 2(m_2 m_3 + m_4 m_5 - m_2 n_2 - m_2 n_3 + n_2 n_3 - m_3 n_4 - m_4 n_5 + n_4 n_5)$$

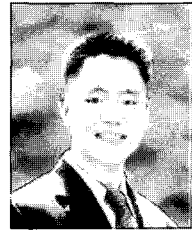
$$\mu_3 = m_3^2 + m_5^2 + 2m_2^2 n_1 + 2m_4^2 n_1 - 2m_1 m_2 n_2 - 2m_2 n_1 n_2 + 2m_1 n_2^2 - m_4^2 n_2^2 - 2m_3 n_2 + n_3^2 - 2m_1 m_4 n_4 - 2m_4 n_1 n_4 + 2m_2 m_4 n_2 n_4 + 2m_1 m_4^2 - m_2^2 n_4^2 - 2m_5 n_5 + n_5^2$$

$$\mu_4 = 2(2m_2 m_3 n_1 + 2m_4 m_5 n_1 - m_1 m_3 n_2 - m_3 n_1 n_2 - m_4 m_5 n_2^2 - m_1 m_2 n_3 - m_2 n_1 n_3 + 2m_1 n_2 n_3 - m_4^2 n_2 n_3 - m_1 m_5 n_4$$

$$\begin{aligned}
 & -m_5n_1n_4 + m_3m_4n_2n_4 + m_2m_5n_2n_4 + m_2m_4n_3n_4 - m_2m_3n_4^2 \\
 & -m_1m_4n_5 - m_4n_1n_5 + m_2m_4n_2n_5 + 2m_1n_4n_5 - m_2^2n_4n_5 \\
 \mu_5 = & 2m_3^2n_1 + 2m_5^2n_1 + m_2^2n_1^2 + m_4^2n_1^2 - 2m_1m_2n_1n_2 + m_1^2n_2^2 \\
 & - m_5^2n_2^2 - 2m_1m_3n_3 - 2m_3n_1n_3 - 4m_4m_5n_2n_3 + 2m_1m_3^2 \\
 & - m_4^2n_3^2 - 2m_1m_4n_1n_4 + 2m_3m_5n_2n_4 + 2m_3m_4n_3n_4 \\
 & + 2m_2m_5n_3n_4 + m_1^2m_4^2 - m_5^2n_4^2 - 2m_1m_5n_5 - 2m_5n_1n_5 \\
 & + 2m_3m_4n_2n_5 + 2m_2m_5n_2n_5 + 2m_2m_4n_3n_5 - 4m_2m_3n_4n_5 \\
 & + 2m_1n_5^2 - m_2^2n_5^2 \\
 \mu_6 = & 2(m_2m_3n_1^2 + m_4m_5n_1^2 - m_1m_3n_1n_2 - m_1m_2n_1n_3 + m_1^2n_2n_3 \\
 & - m_5^2n_2n_3 - m_4m_5n_3^2 - m_1m_5n_1n_4 + m_3n_5n_3n_4 - m_1m_4n_1n_5 \\
 & + m_3m_5m_2n_5 + m_3m_4n_3n_5 + m_2m_5n_3n_5 + m_1^2n_4n_5 \\
 & - m_3^2n_4n_5 - m_2m_3n_5^2) \\
 \mu_7 = & (m_3n_1 - m_1n_3)^2 + (m_5n_1 - m_1n_5)^2 - (m_5n_3 - m_3n_5)^2
 \end{aligned}$$

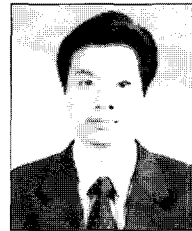
이때,

$$\begin{aligned}
 m_1 &= r^2 + R^2 + l_a^2 - l_b^2 + 2l_aR \cos \phi_1, \quad m_2 = l_a \sin \phi_1 \\
 m_3 &= Rr + l_a r \cos \phi_1, \quad m_4 = R + l_a \cos \phi_1, \quad m_5 = -l_a r \sin \phi_1 \\
 n_1 &= r^2 + R^2 + l_a^2 - l_b^2 - 2l_aR \cos \phi_2, \quad n_2 = l_a \sin \phi_2 \\
 n_3 &= Rr - l_a r \cos \phi_2, \quad n_4 = -R + l_a \cos \phi_2, \quad n_5 = l_a r \sin \phi_2
 \end{aligned}$$



남 윤 주

2003년 부산대학교 기계공학부 졸업. 현재 동 대학원 제어 및 자동화 전공 석박사 통합과정. 관심분야는 병렬기구 설계, 제어 응용, 유공압 및 기능성유체 시스템 설계 및 제어.



이 욱 형

1996년 부경대학교 기계공학과 졸업. 1999년 부산대학교 대학원 석사. 2003년 동 대학원 박사. 2001년~현재 부산대학교 기계기술연구소 전임연구원. 관심분야는 유공압 및 기능성유체 시스템 설계 및 제어, CAD/CAM 자동화.



박 명 관

1984년 부산대학교 기계공학과 졸업. 1988년 일본 동경공업대학 대학원 석사. 1991년 동 대학원 박사. 1995년~현재 부산대학교 기계공학부 교수. 관심분야는 유공압 및 기능성유체 시스템 설계 및 제어, 메카트로닉스, 계측공학.