한국정밀공학회지 제23권 제 5호 (2006년 5월)
Journal of the Korean Society of Precision Engineering Vol. 23, No. 5, May 2006

유도전동기 시스템의 동특성 연구

이형우#

A Study on Dynamic Characteristics of Induction Motor System

Hyoung Woo Lee#

ABSTRACT

To predict the noise and vibration characteristics of induction motor system, it is necessary to develop the mathematical model including all the mechanical elements such as shaft, blower, rotor, fan, bearing, case and mounting parts. Coupling effect between case-mount system and rotor- shaft system including shaft, blower, rotor, fan and bearing is examined. Impact exciting experimentation was done in order to verify vibration model of the induction motor system. From experimental results, we can appreciate that the natural frequencies of induction motor system are in good agrements with analysis.

Key Words : Induction motor system(유도전동기시스템), Coupling effect (연성효과), Vibration(진동)
Impact exciting experimentation(충격가진 실험)

1. 서론

유도전동기 시스템은 전기적 에너지를 축의 회전운동을 통하여 기계적 에너지로 변환시켜주는 기계장치로서, 기계 구조물의 구동부로 널리 사용되고 있다. 최근에는 소형화, 경량화, 고효율을 지향함과 동시에 쾌적함의 욕구를 충족시키기 위해 진동, 소음에 대한 저감 대책이 필요한 실정이다.[1-5]

유도전동기의 진동, 소음에 대한 연구는 다음과 같다. 유도전동기 진동에 대해서는 초기의 정적 편심에 의한 불평형 전자기력의 해석,[6] 기계의 불평형에 의한 동적 편심,[7] slot, skew 등의 영향을 고려한 불평형 전자기력 해석,[8-9] 3상 유도전동기의 기계적 불평형에 의한 편심에 기인하는 불평형 전자기력을 해석적으로 유도하고 안정성 평가[10] 등이 연구되었다.

유도전동기에 전기 및 기계적 결함이 발생 하였을 경우 전동기의 진동을 발생시키는 원인이 되고, 이는 기계의 수명, 제품의 품질과 성능을 저하시키게 되며 생산원가의 상승을 초래하게 된다. 또, 유도전동기의 베어링 손상이나 축의 굽힘은 고정자와 회전자의 접촉사고의 요인이 되며, 회전자의 경년변화와 오손에 의한 중량 불평형은 이상 진동을 발생하고 회전자의 접촉사고나 베어링 손상의 사고

☞ 접수일: 2005년 3월 29일; 게재승인일: 2006년 3월 3일
교신저자: 부산대학교 기계기술연구소
E-mail rotor@dreamwiz.com Tel. (051) 510-1475

요인이 된다. 따라서 유도전동기 시스템의 진동, 소음을 저감시키기 위해, 유도전동기 시스템을 구성하고 있는 축, 베어링, 케이스, 로터, 마운트, 팬(fan), 블로워(blower)와 같은 구성요소들에 대한 진동특성 연구의 필요성이 요구된다.

본 연구는 축, 베어링, 케이스, 로터, 마운트, 팬, 블로워로 구성되어 있는 유도전동기시스템의 수학적 진동모델을 개발하였다. 또, 유도전동기 시스템의 해석 모델의 타당성을 검증을 위하여, 충격 가진 주파수 응답특성 시험 및 고유치 해석을 통해 비교 검증하였다. 또, 유도전동기의 팬, 블로워, 로터의 질량 불평형력에 대한 진동응답특성 해석을 수행하였다.

2. 유도전동기 시스템의 진동모델수립

2.1 유도 전동기 진동모델의 좌표계 선정

유도전동기 시스템의 구성요소를 축, 디스크, 케이스, 베어링, 마운트로 구분하여 각각의 구성요소별로 진동모델을 수립하고자 한다. Fig. 1은 유도전동기 시스템의 진동모델과 운동을 기술하기 위한 좌표를 나타낸 것이다.

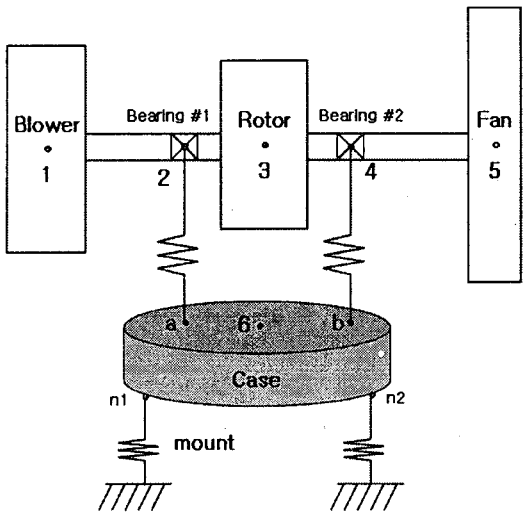

Fig. 1 Mathematical model of induction motor system

유도전동기 시스템의 운동을 기술하기 위하여 집중질량계로 가정하여 절점 6개를 선정하고 각 점에서의 변위 성분을 q_i, $i=1,2,\cdots,6$으로 표기하였다.

$$q_i = (u_i \; v_i \; w_i \; \theta_{xi} \; \theta_{yi} \; \theta_{zi})^T \tag{1}$$

여기서, u_i, v_i, w_i는 절점 i의 병진변위 성분, $\Theta_{xi}, \Theta_{yi}, \Theta_{zi}$ 는 절점 i 에서의 회전변위 성분을 의미한다. 절점 번호 1은 블로워의 무게중심, 절점번호 2는 왼쪽 베어링 축 중심, 절점번호 3은 회전자의 무게중심, 절점번호 4는 오른쪽 베어링 축 중심, 절점번호 5는 팬 의 무게중심, 그리고 절점번호 6은 케이스부의 무게중심을 뜻한다. 절점번호 a, b 는 각각 케이스 상의 베어링 지지 점을 의미한다.

2.2 유도 전동기 시스템 구성요소별 진동모델

2.2.1 축의 진동모델

회전축은 원형 중실축 및 질량이 분포되어 있는 탄성축으로 가정하였다. 축에 대한 진동모델은 양단의 두 절점에 대하여 형태함수를 가정한 유한요소모델을 수립하고 절점의 운동은 측방향 변위, 축방향 변위, 굽힘 회전변위, 그리고 비틀림 회전변위를 모두 고려한 6자유도 운동으로 구한다.

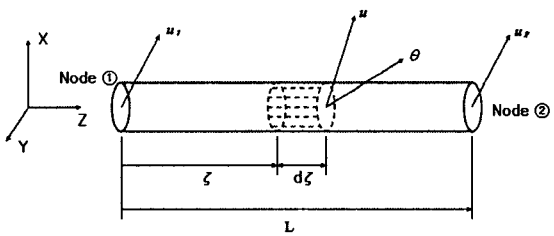

Fig. 2 Vibration model of shaft element

유한요소에서 두 절점 1, 2사이의 형태함수 행렬을 N_1, N_2로 놓으면, 요소내의 임의의 위치에서 일반화된 변위벡터 q는 다음과 같다.[11-12]

$$q = N_1(\zeta)\, q_1(t) + N_2(\zeta)\, q_2(t) \tag{2}$$

여기서, $N_1(z) = \begin{pmatrix} N_1^{(1)} & 0 & 0 & 0 & N_5^{(1)} & 0 \\ 0 & N_2^{(2)} & 0 & N_4^{(2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_3^{(3)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_2^{(4)} & 0 & N_4^{(4)} & 0 & 0 \\ N_1^{(5)} & 0 & 0 & 0 & N_5^{(5)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_6^{(6)} \end{pmatrix}$

$$N_2(z)=\begin{pmatrix} N_7^{(1)} & 0 & 0 & 0 & N_{11}^{(1)} & 0 \\ 0 & N_8^{(2)} & 0 & N_{10}^{(2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_9^{(3)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_8^{(4)} & 0 & N_{10}^{(4)} & 0 & 0 \\ N_7^{(5)} & 0 & 0 & 0 & N_{11}^{(5)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{12}^{(6)} \end{pmatrix}$$

두 절점 1,2 사이의 축 요소 운동에너지는

$$T_S=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}\dot{q}_1\\ \cdots \\ \dot{q}_2\end{pmatrix}^T\begin{bmatrix}M_{11} & M_{12}\\ M_{21} & M_{22}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\dot{q}_1\\ \cdots \\ \dot{q}_2\end{pmatrix} \qquad (3)$$

이다. 여기서,

$$M_{ij}=\int_0^L (N_i{}^T M_s N_j)\,dz,\ i=1,2,\ j=1,2$$

$$M_S=\begin{pmatrix}\rho A\cdot \hat{I} & \vdots & 0\\ \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \vdots & \hat{J}\end{pmatrix}$$

이다. 여기서 ρ는 밀도, A는 면적, $\hat{I}$는 3×3의 단위행렬, $\hat{J}$는 질량관성행렬을 나타낸다.

Fig. 2에서 미소체적에 대한 축 요소의 변형에너지는

$$dU_S=\frac{1}{2}\frac{\partial^2 q^T}{\partial^2 \zeta}(K_0 d\zeta)\frac{\partial^2 q}{\partial^2 \zeta} \qquad (4)$$

이다. 여기서,

$$K_0=\begin{pmatrix} EI & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & EI & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & EA & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & GI_P\end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial^2 q}{\partial^2 \zeta}=M_1(\zeta)\,q_1(t)+M_2(\zeta)\,q_2(t)$$

이고, $M_1(\zeta)$, $M_2(\zeta)$는 $N_1(\zeta)$, $N_2(\zeta)$의 2계 미분함수이다.

두 절점 1,2 사이의 축 요소의 변형에너지는

$$U_S=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}\dot{q}_1\\ \cdots \\ \dot{q}_2\end{pmatrix}^T\begin{bmatrix}K_{11} & K_{12}\\ K_{21} & K_{22}\end{bmatrix}\begin{pmatrix}\dot{q}_1\\ \cdots \\ \dot{q}_2\end{pmatrix} \qquad (5)$$

이다. 행렬 $K_{11}, K_{12}, K_{21}, K_{22}$는 축 요소의 강성행렬을 구성하는 요소행렬로서 다음과 같이 표현된다.

$$K_{ij}=\int_0^L (M_i{}^T K_0 M_j)\,dz,\ i=1,2,\ j=1,2$$

2.2.2 로터, 팬, 블로워의 진동모델

로터, 팬, 블로워는 운동에너지 저장요소이므로 회전중심 절점에 대한 6자유도 운동의 질량관성행렬을 가진다. 로터, 팬, 블로워를 Fig. 3과 같이, 3요소 모두를 원형 디스크요소로 가정하면, 디스크 요소의 운동에너지는 다음과 같다.[11]

$$T_D=\frac{1}{2}\dot{q}^T M_D \dot{q} \qquad (6)$$

여기서,

$$M_D=\begin{pmatrix}m_d\cdot \hat{I} & \vdots & 0\\ \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \vdots & J_D\end{pmatrix}$$

이고, m_d는 질량, J_D는 디스크의 질량관성행렬이다.

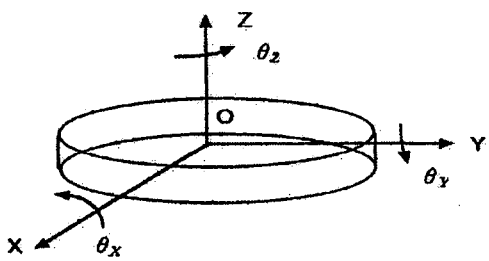

Fig. 3 Direction components of disk elements

2.2.3 케이스의 진동모델

케이스와 고정자는 질량 요소로서, 탄성에너지 저장량을 무시하고 강체로 가정하기로 한다. Fig. 4와 같은 케이스부의 운동은 무게중심에서 6자유도 운동으로 기술하였다.

케이스부의 운동에너지는 다음과 같다.

$$T_C = \frac{1}{2} \dot{q}_c^T M_C \dot{q}_c \tag{7}$$

여기서, q_c는 케이스부 무게중심의 일반화된 변위벡터, M_C는 질량행렬로서 다음과 같이 정의된다.

$$M_C = \begin{pmatrix} m_C \cdot \hat{I} & \vdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & \vdots & J_C \end{pmatrix}, \qquad J_C = J_{case} + J_{stator}$$

여기서 m_C는 케이스의 질량, J_C는 케이스부의 질량관성행렬로서 케이스와 스테이터(stator)로 구성되어져 있다.

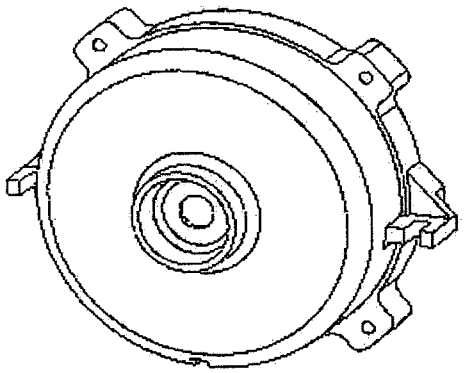

Fig. 4 Structure of a case

2.2.4 베어링의 진동모델

베어링은 주로 변형에너지 저장요소의 역할을 담당하고 롤러의 질량관성효과는 보통 무시되므로 본 연구에서는 운동에너지는 무시하기로 한다. Fig. 5는 베어링의 진동모델을 나타낸다.

베어링 지지점 a에 대한 변형에너지는

$$U_B = \frac{1}{2} \Delta \underline{q}_B^T K_B \Delta \underline{q}_B \tag{8}$$

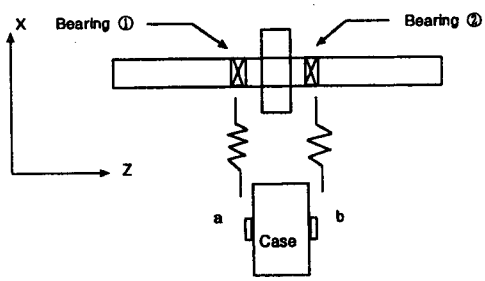

Fig. 5 Vibration model of bearing

여기서, $\Delta \underline{q}_B$는 외륜과 내륜중심의 일반화된 상대변위로서 $\Delta \underline{q}_B = \underline{q}_{BS} - \underline{q}_{BC}$가되고 $\underline{q}_{BS}$, $\underline{q}_{BC}$는 각각 축 측 베어링 내륜중심의 일반화된 변위벡터, 케이스 측 베어링 외륜중심의 일반화된 변위벡터이다.

식 (8)를 $\underline{q}_{BS}$, $\underline{q}_{BC}$ 로 표현하면

$$U_{B_1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \underline{q}_{BS} \\ \underline{q}_{BC} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} K_B & -K_B \\ -K_B & K_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{q}_{BS} \\ \underline{q}_{BC} \end{pmatrix} \tag{9}$$

여기서, 케이스 측 베어링 외륜중심 변위$\underline{q}_{BS}$를 케이스부 무게중심$\underline{q}_{BC}$로 표현하면 케이스 무게중심의 일반화된 변위벡터$\underline{q}_C$ 로 표현할 수 있다.

$$\underline{q}_C = B_B \, \underline{q}_{BC} \tag{10}$$

$$B_B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \rho_z & -\rho_y \\ 0 & 1 & 0 & -\rho_z & 0 & \rho_x \\ 0 & 0 & 1 & \rho_y & -\rho_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

식(9)와 식(10)에 의해, 베어링에 저장되는 변형에너지는 다음과 같다.

$$U_{B_1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \underline{q}_{BS} \\ \underline{q}_C \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} K_B & -K_B B_B \\ -B_B^T K_B & B_B^T K_B B_B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{q}_{BS} \\ \underline{q}_C \end{pmatrix} \tag{11}$$

2.2.5 마운트의 진동모델

마운트는 변형에너지 저장요소로 볼 수 있으므로 케이스부 중심에서의 변형에너지를 정의한다. 케이스부는 6자유도 강체운동을 하므로 마운트 저장된 변형에너지는 다음과 같다.

$$U_M = \frac{1}{2} \, q_c^T K_M \, q_c \qquad (12)$$

여기서, K_M는 케이스부 마운트의 강성행렬이다. K_M은 유연영향계수법을 사용하여 산출할 수 있다. [13] Fig. 6은 유연영향계수법에 의해 6×6마운트 강성행렬을 산출하는 과정을 나타낸 유통도이다.

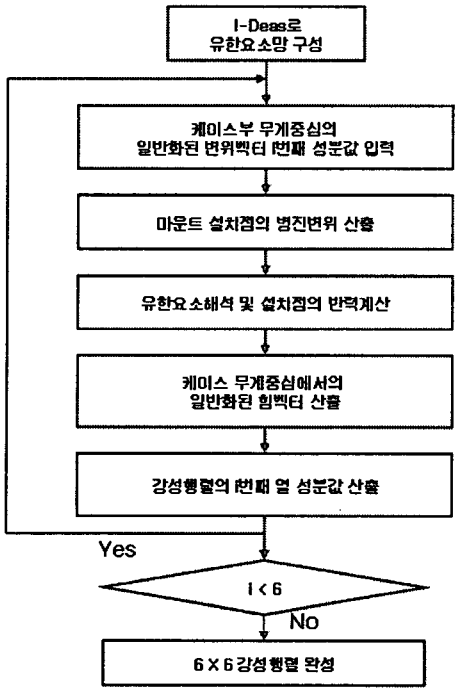

Fig. 6 Flowchart for mount stiffness

2.3 유도전동기 시스템의 전체 진동모델

전동기 시스템의 운동방정식은 다음과 같다.

$$M\ddot{q} + Kq = 0, \quad q = \left(\underline{q_1} \; \underline{q_2} \; \underline{q_3} \; \underline{q_4} \; \underline{q_5} \; \underline{q_6}\right)^T \qquad (13)$$

$\underline{q_1}$은 블로워의 일반화된 변위벡터, $\underline{q_2}$는 베어링 #1의 일반화된 변위벡터, $\underline{q_3}$은 로터의 일반화된 변위벡터, $\underline{q_4}$는 베어링 #2의 일반화된 변위벡터, $\underline{q_5}$는 팬의 일반화된 변위벡터, $\underline{q_6}$는 케이스 및 고정자의 일반화된 변위벡터이다. 또한 M, K 는 전동기 시스템의 질량 및 강성행렬로서 다음과 같이 구성요소의 서브행렬로 구성된다.

$$M = \begin{pmatrix} M_{11}^{(1)}+M_D^{(1)} & M_{12}^{(1)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{21}^{(1)} & M_{22}^{(1)}+M_{11}^{(2)} & M_{12}^{(2)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{21}^{(2)} & M_{22}^{(2)}+M_{11}^{(3)}+M_D^{(3)} & M_{12}^{(3)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{21}^{(3)} & M_{22}^{(3)}+M_{11}^{(4)} & M_{12}^{(4)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{21}^{(4)} & M_{22}^{(5)}+M_D^{(5)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_C \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{pmatrix} K_{11}^{(1)} & K_{12}^{(1)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{21}^{(1)} & K_{22}^{(1)}+K_{11}^{(2)}+K_B & K_{12}^{(2)} & 0 & 0 & -K_B B_a \\ 0 & K_{21}^{(2)} & K_{22}^{(2)}+K_{11}^{(3)} & K_{12}^{(3)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{21}^{(3)} & K_{22}^{(3)}+K_{11}^{(4)}+K_B & K_{12}^{(4)} & -K_B B_b \\ 0 & 0 & 0 & K_{21}^{(4)} & K_{22}^{(5)} & 0 \\ 0 & -B_a^T K_B & 0 & -B_b^T K_B & 0 & K_M + B_a^T K_B B_a + B_b^T K_B B_b \end{pmatrix}$$

여기서, $M_{11}, M_{12}, M_{21}, M_{22}, K_{11}, K_{12}, K_{21}, K_{22}$는 축의 질량 및 강성행렬을 나타내고, M_D는 디스크의 질량행렬, M_C는 케이스의 질량행렬을 나타낸다. 또, K_B는 베어링의 강성행렬, K_M은 마운트의 강성행렬을 나타낸다.

Table 1 Moment of Inertia ($\times 10^{-6} Kg \cdot m^2$)

	Blower	Rotor	Fan	Case
I_{xx}	1274.13	714.647	3470.436	6092.31
I_{yy}	1274.13	714.647	3470.436	6232.91
I_{zz}	2077.39	893.243	6940.872	9184.91

Table 2 Bearing Stiffness

	Bearing #1	Bearing #2
$K_{xx}\,(N/m)$	10.54×10^6	19.499×10^6
$K_{yy}\,(N/m)$	10.54×10^6	19.499×10^6
$K_{zz}\,(N/m)$	11.188×10^3	70.674×10^3
$K_{\theta x\theta x}\,(N\cdot m/rad)$	0.965	6.087
$K_{\theta y\theta y}\,(N\cdot m/rad)$	0.965	6.087

3. 유도전동기 시스템의 동특성 해석

3.1 고유치 해석을 통한 모델링 검증

본 연구에서 수립한 유도전동기 시스템 진동 모델에 대한 타당성을 검증하기 위하여 Fig. 7과 같은 실험 장치를 구성하였다. Fig. 7은 충격가진 시험으로 주파수응답특성을 측정하기 위한 실험 장치로서, 임펙트헤머로 케이스상의 여러 지점을 가진하고 가진 방향에 따라 가속도신호를 측정하였다. 충격가진 실험에 대한 주파수 영역을 2㎑로 두고, 전동기 시스템에 수평방향 가진과 축 방향 가진을 통해 주파수 응답특성을 측정하였다. 가속도계의 측정신호를 주파수분석기를 사용하여 분석하였다.

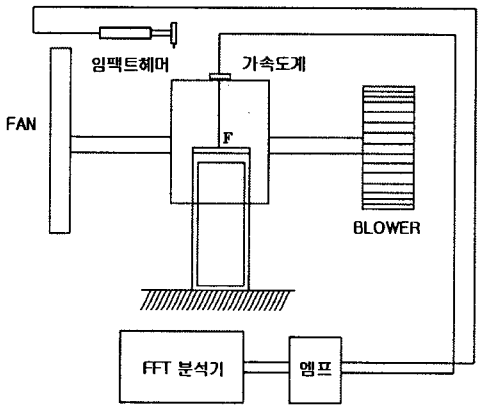

Fig. 7 Schematics of experiment system

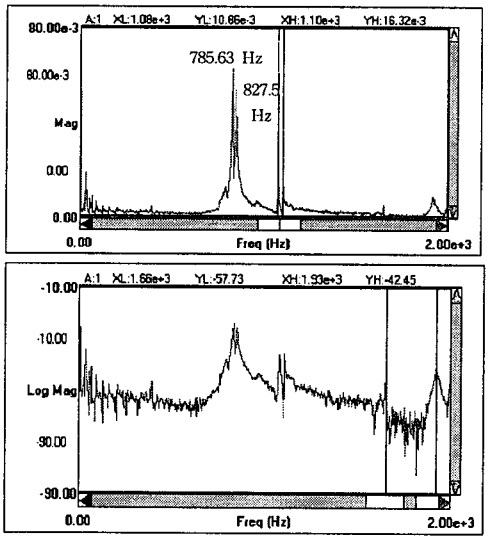

Fig. 8 Frequency response of vertical direction

Fig. 8은 수평방향 가진에 대한 충격가진 실험 결과이다. 수평방향 가진 실험에서 나타나는 특징으로 785.63Hz, 827.50Hz에서 많은 진동에너지가 포함되어 있음을 알 수 있다.

Fig. 9는 축방향 가진에 대한 실험결과이다. 축방향 가진 실험에서 나타나는 특징으로 570Hz, 1230Hz, 1340Hz에서 많은 진동에너지가 포함되어 있음을 알 수 있다.

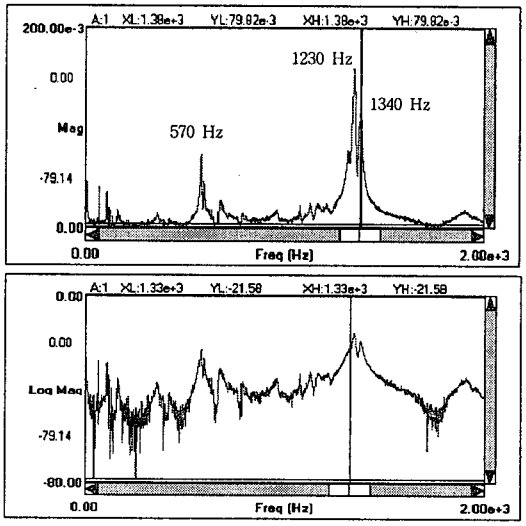

Fig. 9 Frequency response of axial direction

Table 3은 축방향, 수평방향 충격가진 실험에서 나타난 결과와 이론해석에 의한 결과와 비교한 결과를 나타낸다. Table 3에서, 해석결과와 주파수 응답특성 실험결과를 비교해 볼 때 잘 일치함을 알 수 있다. 중간에 관찰되지 않은 모드는 특정 가진 방법에 의해 가진되지 않은 것으로 사료된다. 고유모드 중에서, 축 방향 가진 실험(570Hz, 1230Hz, 1340Hz)과 수평방향 가진 실험(785.63Hz, 827.5Hz)에서 크게 나타 난 고유진동수는 3 % 이내에 잘 일치함을 알 수 있다. 19개의 고유 모드 중에서 실험에서 크게 나타난 570Hz, 785.63Hz, 1230Hz, 1340Hz에 대한 모드는 Fig. 10, Fig. 11, Fig. 12, Fig. 13에 나타냈다.

Fig. 10은 고유진동수 570Hz에 대한 고유진동모드를 나타낸 것이다. Fig. 10은팬 쪽 베어링 절점에서의 수평방향 회전성분 모드를 나타낸다. Fig. 11은 고유진동수 785.63Hz에 대한 고유진동모드를 나타

낸 것이다. Fig. 11은 로터 절점에서의 수평 방향 회전성분 모드를 나타낸다. Fig. 12는 고유진동수 1230Hz에 대한 고유진동모드를 나타낸 것이다. Fig. 12는 케이스부 절점에서의 축 방향 회전성분 모드를 나타낸다. Fig. 13은 고유진동수 1340Hz에 대한 고유진동모드를 나타낸 것이다. Fig. 13은 팬 쪽 베어링 절점에서의 축 방향 회전성분 모드를 나타낸다.

Table 3 Comparison of experimental measured and analytical modeled natural frequencies

	Analytical (Hz)	Experimental (Hz)	오 차 (%)
1 'st	20.03	20.63	2.9
2 'nd	30.02	29.38	2.1
3 'rd	62.28	62.5	0.3
4 'th	63.25	-	-
5 'th	83.46	83.75	0.3
6 'th	117.19	108.75	7.2
7 'th	120.25	125.00	3.8
8 'th	238.41	201.00	15.7
9 'th	246.60	-	-
10 'th	253.37	-	-
11 'th	383.50	388.75	1.4
12 'th	427.72	420.00	1.8
13 'th	441.67	-	-
14 'th	522.87	-	-
15 'th	555.65	570.00	2.5
16 'th	778.73	785.63	0.9
17 'th	851.89	827.50	2.9
18 'th	1236.85	1230.0	0.6
19 'th	1341.87	1340.0	0.1

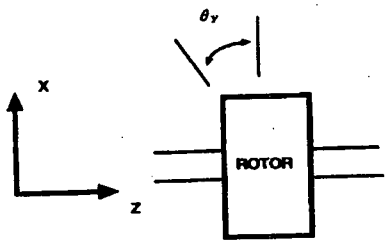

Fig. 10 Natural mode (570 Hz)

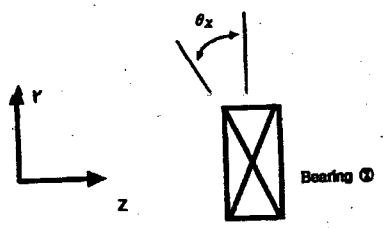

Fig. 11 Natural mode (785.63 Hz)

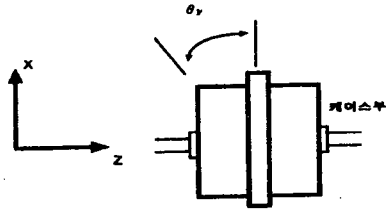

Fig. 12 Natural mode (1230 Hz)

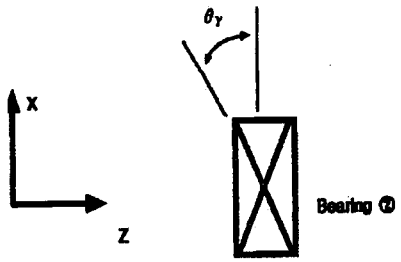

Fig. 13 Natural mode (1340 Hz)

3.2 회전 불평형에 의한 유도전동기 시스템의 응답해석

유도전동기 강제진동해석을 위한 시스템의 운동방정식은 다음과 같다.

$$M\ddot{q}+Kq = f(t) \tag{14}$$

여기서 $f(t)$는 블로워, 팬, 로터의 불평형력으로서 강제진동의 가진력이다. 가진력이 조화력으로 주어지므로

$$q = Qe^{i\Omega t}$$
$$f = Fe^{i\Omega t} \tag{15}$$

로 놓는다. 여기서 Ω는 가진주파수이고,

$$\underline{F}=(\underline{F}_1\ \underline{0}\ \underline{F}_3\ \underline{0}\ \underline{F}_5\ \underline{0})^T \quad (16)$$

이며, $\underline{F}_1$은 블로워에 작용하는 일반화된 질량불평형력, $\underline{F}_3$은 로터에 작용하는 일반화된 질량불평형력 그리고 $\underline{F}_5$은 팬에 작용하는 일반화된 질량불평형력이다.

블로워와 팬은 얇은 디스크로 볼 수 있으므로 단면 불평형으로 고려 할 수 있다. 블로워와 팬의 단면불평형에 의한 일반화된 질량불평력 벡터는 다음과 같이 정의된다.

$$\underline{F}_i(t)=\begin{pmatrix} m_i\rho_i\Omega^2 e^{i(\Omega t+\phi_i)} \\ m_i\rho_i\Omega^2 e^{i(\Omega t+\phi_i-\frac{\pi}{2})} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},\quad i=1,5 \quad (17)$$

여기서, m_i, ρ_i는 질량불평형량, ϕ_i는 위상각이다.

로터는 실린더형이므로 양면 질량불평형을 갖는다. 로터에 의한 일반화된 질량불평형력 벡터는 다음과 같이 정의된다.[12]

$$\underline{F}_3(t)=\begin{pmatrix} F_3 e^{i(\Omega t+\phi_{3X})} \\ F_3 e^{i(\Omega t+\phi_{3Y})} \\ 0 \\ M_3 e^{i(\Omega t+\Psi_{3X})} \\ M_3 e^{i(\Omega t+\Psi_{3Y})} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (18)$$

여기서,

$$F_3=\sqrt{F_{3r}^2+F_{3l}^2+2F_{3r}F_{3l}\cos(\phi_{3r}-\phi_{3l})}$$

$$\phi_{3X}=\tan^{-1}\frac{F_{3r}\sin\phi_{3r}+F_{3l}\sin\phi_{3l}}{F_{3r}\cos\phi_{3r}+F_{3l}\cos\phi_{3l}},\quad \phi_{3Y}=\phi_{3x}-\frac{\pi}{2}$$

$$M_3=\sqrt{M_{3r}^2+M_{3l}^2-2M_{3r}M_{3l}\cos(\phi_{3r}-\phi_{3l})}$$

$$\Psi_{3Y}=\tan^{-1}\frac{M_{3r}\sin\phi_{3r}-M_{3l}\sin\phi_{3l}}{M_{3r}\cos\phi_{3r}-M_{3l}\cos\phi_{3l}},\quad \Psi_{3X}=\Psi_{3Y}-\frac{\pi}{2}$$

$$F_{3l}=m_{3l}\rho_{3l}\Omega^2,\quad F_{3r}=m_{3r}\rho_{3r}\Omega^2$$

$$M_{3l}=B_lF_{3l},\quad M_{3r}=B_rF_{3r}$$

이고, ϕ_{3l}, ϕ_{3r}은 각각 위상각이다. B_l, B_r은 무게중심에서 양면과의 거리이다.

위에서 유도한 일반화된 질량 불평형력을 가진으로 하는 응답특성을 케이스에 대하여 Fig. 14, Fig. 15, Fig. 16에 나타냈다.

Fig. 14는 케이스부의 수평방향 강제진동응답 해석을 나타낸 것으로 778.73Hz, 1236.85Hz, 1341.87Hz정도에서 높은 에너지를 포함하고 있음을 알 수 있다.

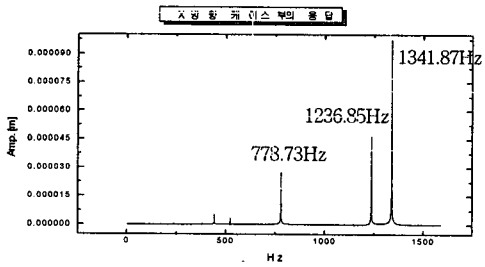

Fig. 14 Response of transverse direction on case

Fig. 15는 케이스부의 수직방향 강제진동 응답 해석을 나타낸 것으로, 522.87Hz, 555.65Hz정도에서 높은 에너지를 포함하고 있음을 알 수 있다.

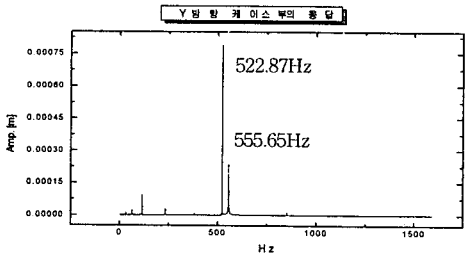

Fig. 15 Response of vertical direction on case

Fig. 16은 케이스부의 축 방향 강제진동 응답 해석을 나타낸 것으로 253.37HZ, 522.87HZ, 778.73Hz, 1236.85Hz에서 높은 에너지를 포함하고 있음을 알 수 있다.

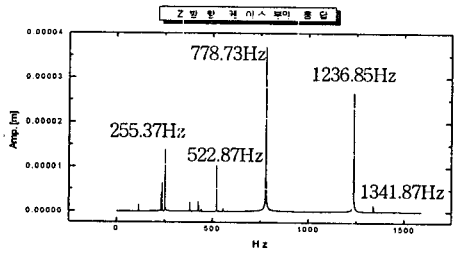

Fig. 16 Response of axial direction on case

4. 결론

축, 베어링, 케이스, 로터, 마운트, 팬, 블로워로 구성되어 있는 유도전동기시스템의 진동특성 해석을 위한 수학적 모델을 개발하고 해석 모델의 타당성을 검증을 위한 충격 가진 시험 및 진동특성 해석으로서 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 축 방향, 수평 방향 충격가진 실험에서 크게 나타난 결과(570Hz, 785.63Hz, 827.5Hz, 1230Hz, 1340Hz)와 고유치 해석치를 비교 검증 한 결과 3% 이내의 오차로서 비교적 잘 일치하였으므로 개발된 모델의 타당성이 입증되었다고 판단된다.

(2) 충격가진 실험에서 크게 나타난 570Hz, 785.63Hz, 1230Hz, 1340Hz는 응답특성 해석에서도 크게 나타났다. 570Hz의 진동모드는 팬 쪽 베어링 절점에서의 축 방향 회전성분 모드이고, 785.63 Hz의 진동모드는 로터절점에서의 수평방향 회전성분 모드, 1230Hz의 진동모드는 케이스 부 절점에서의 축 방향 회전성분 모드, 1340Hz의 진동모드는 팬 쪽 베어링절점에서의 축 방향 회전성분모드임을 알 수 있었다. 저감대책으로는 로터, 팬의 평형잡기와 축 정렬을 통한 진동 저감이 필요한 것으로 사료된다.

(3) 축, 베어링, 케이스, 로터, 마운트, 팬, 블로워를 고려한 유도전동기시스템의 진동특성 해석 프로그램은 일반 전동기 시스템에 광범위하게 응용될 수 있고 발전기에도 바로 적용될 수 있어서 범용성이 매우 크다 할 수 있다. 따라서 Sub-system의 시스템 파라미터들에 대한 정확성과 신뢰성을 증대시키기 위한 Sub-program의 개발은 추후 과제로 계속적으로 확장되어야 할 것이며, 그로 인하여 본 프로그램은 통합프로그램의 중심적 위치에서 그 역할을 충분히 수행할 수 있을 것으로 사료된다.

참고문헌

1. Glenn, H. B., "Vibration Diagnostics for Industrial Electric Motor Drives," B&K, Application Notes.
2. Simogo, T., "Intelligent Facilities Diagnosis," Ohm Company, 1990.
3. Yang, B. S., "Diagnosis of Induction Motor from Abnormal Vibration," KSNVE Proceedings, pp. 122-127, 1994.
4. 志賀元弘, "Natural frequencies of stator core of induction motor," JSME (c), Vol. 51, No. 461, pp. 26-34, 1985.
5. 志賀元弘, "Natural frequencies of stator of induction motor," JSME (c), Vol. 51, No. 471, pp. 2760-2767, 1985.
6. Bradford, M., "Unbalanced Magnetic Pull in a 6-pole Induction motor," IEE Proceedings, Vol. 115, No. 11, pp. 1619-1627, 1968.
7. Belmans, R., "Influence of Unbalanced Magnetic Pull on the radial Stability of Flexible-Shaft Induction Motor," IEE Proceedings, Vol. 134, Pt. B, No. 2, PP. 101-109, 1987.
8. Dorell, D. G., "Calculation of Unbalanced Magnetic Pull in Small Cage Induction Motors with Skewed Rotors and Dynamic Rotor Eccentricity," LEEE Trans. on Energy Conversion, Vol. 11, No. 3, pp. 483-488, 1996.
9. Kim, K. J.,"Modeling of Electromagnetic Excitation Forces of an Induction Motor for Vibration and Noise Analysis," KSME Proceedings, Vol. 1, No. 1, pp. 372-377, 1997.
10. Yang, B. S. and Son, B. G., " Stability Analysis of Induction Motor by Unbalanced Electromagnetic Forces," Transactions of the Korean society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 8, No. 6, pp. 1086-1092, 1998.
11. Erwin, K., "Dynamics of Rotors and oundations," Springer-Velag, 1993.
12. Lee, H. W. and Park, N. G., " A Study on Development of Railway Reducer for Low Noise/Vibration," Journal of the Korean Society of Precision Engineering, Vol. 21, No. 2, pp. 130-137, 2004.
13. Barthe, "Finite Element Procedures," Prentice-Hall, Inc., 1996.