

---

# 능동 서스펜션 장치에의 대칭제어시스템 적용에 관한 연구

박중현\* · 김순호\*

A Study on Adopting Symmetric Control System in Active Suspension Equipment

Jung-hyen Park\* · Soon-ho Kim\*

## 요 약

본 논문에서는 능동현가장치의 해석 및 설계에 최소위상시스템개념을 적용하여 제어시스템설계에 응용 할 수 있는 이론적 수식모델링에 관한 연구를 수행하였다. 최근의 현가장치설계에서는 강성과 댐핑을 능동적으로 제어 하는 기술의 적용이 일반화 되고 있으며, 다른 차량안정성제어장치와의 연계성이 높아짐에 따라, 제어시스템설계 에서 보다 내구성이강하고 제어효과의 응답성이 빠르며 정도 또한 높은 제어장치의 필요성이 요구되고 있다.

본 연구는 센서와 액추에이터의 위치관계에 따른 능동현가장치의 위상시스템을 해석하여 위와 같은 빠른 응답 성과 높은 정도의 제어가 가능한 제어시스템을 해석, 설계하기 위하여 제어장치의 대칭성에관한 해석을 하였다. 그 리고 대칭인 대상시스템에 관한 대칭 제어시스템을 설계하기위한 모델링 및 적용방법을 수식적으로 해석하였으 며, 현가장치의 제어시스템설계에 중요한 내외란성 향상을 위한 강인제어시스템설계에 적용하는 방법에 관해 고 찰하였다.

## ABSTRACT

This paper proposed a theoretic numerical modelling in control system design to analyze active suspension equipment by adopting minimum phase system theory. Recent in the field of suspension system design it is general to adopt active control scheme for stiffness and damping, and connection with other vehicle stability control equipment is also intricate, it is required for control system scheme to design more robust, higher response and precision control equipment. Transfer matrices of system with collocated sensors and actuators are symmetric. The symmetry is independent of the entities of mass, damping, or stiffness matrices, and is a non parametric nature. From this point of view, symmetric robust control system is analyzed and designed in this paper. Numerical example is shown for validity of robust control system design.

## 키워드

ASE(능동서스펜션장치), 대칭성, 강인제어, 최소위상시스템

## I. 서 론

최근의 서스펜션 시스템 설계에서는 강성과 댐핑을 능

동적으로 제어하는 기술의 적용이 일반화 되고 있으며, 다른 차량안정성 제어장치와의 연계성이 높아짐에 따라 제어시스템설계에서 보다 내구성이 강하고 제어효과의

응답성이 빠르며 정도 또한 높은 제어장치의 필요성이 요구되고 있다.[1] 서스펜션은, 현가장치 및 충격완화장치로써의 기능, 가속도 또는 선회중의 차량자세유지 및 얼라인먼트 변화특성, 거친 노면 주행에서의 진동 승차감 등, 다양한 기본적 성능이 요구된다. 그 외에도 현가장치의 기본구성이나 배치, 스프링, 업소버, 타이어 등 구성부품의 특성을 최적조합으로 하는 것은 높은 수준의 기술을 필요로 한다. 능동서스펜션장치는 보다 우수한 성능을 목표로 다양한 요구를 만족시키기 위하여 개발되고 있다.[2]

고정밀, 고정도 및 높은 수준의 제어효과를 요구하는 구조해석과 결합된 제어시스템설계분야에서는 센서와 액츄에이터를 동위치, 동방향으로 배치하는 설계가 자주 이용된다. 이러한 시스템에서는 불변영점의 실부가 모두 음인 최소위상시스템이 된다. 잘 알려져 있는바와 같이 최소위상시스템은 비 최소위상시스템에 비해 제어효과가 우수하다. 그리고 이 경우 시스템의 전달함수는 대칭이다. 이러한 대칭성은 질량, 감쇠 및 강성 요소 값에 독립인 파라미터에 의존하지 않는 성질이다. 이와 같은 시스템의 안정화에 있어서는 대칭인 제어장치가 비대칭인 제어시스템보다 강인안정성면에서 우수하다.[3] 본 연구에서는 이러한 사실에 주목하여 강인제어시스템이 대칭이 되기 위한 조건에 대하여 고찰한다. 먼저, 강인제어시스템의 외란과 제어출력관계를 해석하여 안정화 피드백 컨트롤러의 존재성에 대하여 살펴본 다음, 제어시스템이 대칭이 되기 위한 조건을 해석하여 강인제어시스템이 그러한 조건 하에서 대칭이 되는 것을 검증한다. 마지막으로 4분의 1 차체모델(quarter car model)에 적용, 본 연구의 유용성에 관하여 논한다.

## II. 대칭 제어시스템 설계

먼저, 본 논문에서 적용하는 강인제어시스템에 대하여 논하겠다. 다음과 같이 표현되는 시스템을 생각하자.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1w + B_2u \\ z &= C_1x + D_{12}u \\ y &= C_2x + D_{21}w \end{aligned} \quad (1)$$

여기서,  $x$ 는 시스템의 상태,  $u$ 는 조작입력,  $w$ 는 외란입력,  $z$ 는 제어출력,  $y$ 는 관측출력이다. 그리고 다음의 가정을 정의한다.

**가정1**  $(A, B_1)$  가안정,  $(C_1, A)$  가검출

**가정2**  $(A, B_2)$  가안정,  $(C_2, A)$  가검출

**가정3**  $D_{12}^T [C_1 \ D_{12}] = [0 \ I]$

**가정4**  $\begin{bmatrix} B_1 \\ D_{21} \end{bmatrix} D_{21}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}$

이러한 가정에서, 1,2는 안정인 최적제어시스템이 구성될 수 있기 위한 조건이다. 3은  $C_1$ 의 열과  $D_{12}$ 의 열이 직교하고 있으며, 적당한 좌표변환에 의하여 제어출력  $z$ 의 각 요소가  $x$ 와  $u$ 항의 어느 한쪽만 갖지 않도록 가능하다는 것을 의미한다. 또한 4는  $B_1$ 의 행과  $D_{21}$ 의 행이 직교하고 있으며, 외란  $w$ 는 시스템 잡음과 관측 잡음을 동시에 포함하고 있지만 서로 독립이라는 것을 의미하고 있다.

본 연구에서는 고정도 및 높은 수준의 제어효과를 위하여 강인제어시스템설계에  $H_\infty$  제어이론을 적용한다. 외란  $w$ 에서 제어출력  $z$ 까지의 전달함수를  $T_{zw}(s)$ 라고 할 때, 페루프시스템을 내부안정으로 하며  $T_{zw}(s)$ 의  $H_\infty$  Norm

$$\| T_{zw}(s) \|_\infty$$

을 어떤 정수  $\gamma$ 미만으로 하는 문제이다. 기존의 이러한 강인  $H_\infty$  제어이론을 확장하여 다음과 같은 제어시스템을 구성한다. 정수  $\gamma$ , 정정행렬  $V_1, V_2$ 에 대하여  $X, Y$ 을 변수로 하는 다음과 같은 두 개의 Riccati 방정식

$$\begin{aligned} A^T X + XA + \gamma^{-2} X B_1 B_1^T X \\ - X B_2 B_2^T X + C_1^T C_1 + V_1 = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} AY + YA^T + \gamma^{-2} Y C_1^T C_1 Y \\ - Y C_2^T C_2 Y + B_1 B_1^T + V_2 = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

이  $\gamma^2 Y^{-1} > X$ 을 만족하는 정정해  $X, Y$ 가 존재하면, 페루프시스템에 있어서

$$\|T_{zw}(s)\|_{\infty} < \gamma \quad (4)$$

조건을 실현가능한 안정화 컨트롤러가 존재한다. 그리고 그와 같은 컨트롤러의 하나를 다음과 같이 정의 할 수 있다.[3]

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= (A + \gamma^{-2}B_1B_1^T X - B_2B_2^T X \\ &\quad - ZC_2^T C_2 - \gamma^{-2}ZV_1)\hat{x} + ZC_2^T y \\ u &= -B_2^T X \hat{x} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서  $Z = \gamma^2(\gamma^2 Y^{-1} - X)^{-1}$  이다.

센서와 액츄에이터가 동위치, 동방향으로 배치되어진 시스템은 최소위상시스템이며 비 최소위상시스템에 비해 제어효과가 우수하다. 그리고 이 경우 시스템의 전달함수는 대칭이다. 이와 같은 대칭시스템의 안정화에 있어서는 대칭인 제어장치가 비대칭인 제어시스템보다 강인 안정성면에서 우수하다. 여기서 강인  $H_{\infty}$  제어시스템이 대칭이 되기 위한 조건에 대하여 고찰해본다. 대칭인 시스템의 제어 및 관측 가능한 상태방정식 계수행렬  $A, B, C$  는, 임의의 대칭정칙행렬  $T$ 을 중간자로 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$A^T T = TA, \quad C^T = TB \quad (6)$$

이러한 관계를 본 연구의 능동서스펜션시스템설계에 적용해석 해보자. 일반적으로 능동현가장치를 포함한 기계시스템은 다음과 같은 2계미분방정식으로 모델링 할 수 있다.

$$M\ddot{q} + D\dot{q} + Kq = Lu, \quad y = L^T q \quad (7)$$

여기서  $MD, K$  는 질량, 감쇠, 강성행렬이며,  $L$ 은 시스템에 가해지는 힘 성분을 나타내는 행렬로써 액츄에이터의 성질 및 배치에 의하여 정해진다.  $L^T$ 는 변위가 센서를 통하여 어떻게 관측되는가를 나타내는 행렬이며,  $q$ 는 변위,  $u$ 는 제어입력,  $y$ 는 관측출력이다. 이 식에서의 계수행렬  $MD, K$  는 역학시스템에 있어서 특징적인 물리파라미터이며, 모델차수에 관계없이 물리적으로 모두 대칭행렬이며,  $M$ 은 정정,  $D, K$ 는 반 정정행렬이다. (7)식을 다음과 같은 상태방정식

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad y = Cx \quad (8)$$

으로 변환하면, 변수 및 계수행렬은

$$\begin{aligned} x &= \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}D \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}L \end{bmatrix}, \quad C = [L^T \ 0] \end{aligned} \quad (9)$$

와 같이 된다. 여기서, 대칭 및 정칙행렬  $T$ 을

$$T = \begin{bmatrix} DM \\ M \ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

로 정의하면, (6)식이 성립함을 알 수 있다.

여기서 (1)식의 제어입력  $u$ 에서 관측출력  $y$ 까지의 전달함수를 대칭으로 고려하여, (6)식과 같이 정칙 및 대칭인 임의의 행렬  $T$ 에 대하여

$$A^T T = TA, \quad C_2^T = TB_2 \quad (11)$$

가 성립한다고 한다.

이런 경우, (1)식의 행렬  $B_1, C_1$  이

$$C_1^T = TB_1 \quad (12)$$

의 관계를 만족할 경우, (5)식의 강인컨트롤러는 대칭이 된다. 이 조건은 외란  $w$ 에서 제어출력  $z$ 까지의 전달함수가 대칭인 것을 의미한다. 지금까지 해석한 내용을 고찰해볼 때, 이것은 외란과 제어출력이 동방향, 동위치관계에 있다는 사실을 의미한다는 것을 알 수 있다. 제어대상 시스템과 제어목적(사양)이 대칭일 경우, 대칭제어시스템을 자연스럽게 설계할 수 있다는 사실을 알 수 있다. 또한 이 경우, (2)식과 (3)식의 Riccati 방정식의 해는  $X = TYT$ 의 관계를 만족한다.

### III. 수치 시뮬레이션

본 연구의 유용성을 검증하기 위하여, 4분의 1 차체 모델(quarter car model)의 능동서스펜션장치에 대칭인 강인

제어시스템을 적용해 본다. 4분의 1 차체모델은 그림1과 같은 상하 2자유도 차체모델로써, 기존의 스프링, 댐퍼만으로 구성된 수동적 현가장치에 제어입력을 가할 수 있는 컨트롤러가 추가된( $F_a$ ) 시스템이 된다. 구체적 사양으로는 스프링 상질량  $M_2 = 267$  kg, 스프링 하질량  $M_1 = 36.6$  kg, 스프링계수  $K_2 = 1870$  N/m, 타이어 스프링계수  $K_1 = 1840$  N/m, 서스펜션감쇠계수  $C_2 = 14$  Ns/m 로 설정하였다. 외란  $w$ 는 타 연구에서 많이 이용되는 노면 변위 외란이 아닌, 지면으로부터 전달되는 가속도 외란으로 설정하였다. 서스펜션시스템의 운동방정식은

$$M_1 \ddot{z}_1 + C_2 \dot{z}_1 + (K_1 + K_2)z_1 - C_2 \dot{z}_2 - K_2 z_2 = u - M_1 \ddot{z}_0 \quad (13)$$

$$M_2 \ddot{z}_2 + C_2 \dot{z}_2 + K_2 z_2 - C_2 \dot{z}_1 - K_2 z_1 = -M_2 \ddot{z}_0 \quad (14)$$

과 같이 표현된다. (13), (14)식을 (7)식과 같은 2계미분방정식표현으로 다음과 같이 나타낸다.

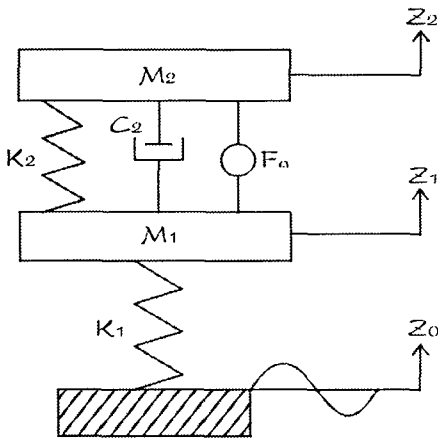


그림 1. 4분의 1차체 모델  
Fig. 1. Quarter car model

$$\begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z}_1 \\ \ddot{z}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_2 & -C_2 \\ -C_2 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 + K_2 - K_2 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u - \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} \ddot{z}_0 \quad (15)$$

결과적으로 강인제어시스템설계를 위한 (7)식의 운동방

정식과 (1)식 및 (8)식에 대응하는 상태공간방정식표현은 다음과 같이 모델링된다.

$$M_f \ddot{z}_f + C_f \dot{z}_f + K_f z_f = F_f u - H_f \ddot{z}_0 \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_f x + B_{1f} w + B_{2f} u \\ z &= C_{1f} x + D_{12} u \\ y &= C_{2f} x + D_{21} w \end{aligned} \quad (17)$$

여기서 행렬 및 설계변수 값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A_f &= \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M_f^{-1} K_f - M_f^{-1} C_f & 0 \end{bmatrix} \\ B_{1f} &= \begin{bmatrix} 0 \\ -M_f^{-1} H_f \end{bmatrix}, B_{2f} = \begin{bmatrix} 0 \\ M_f^{-1} F_f \end{bmatrix} \\ C_{2f} &= [F_f^T \ 0], z_f = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

우선 (11)식의 조건을 만족하는지 검증해보겠다. (10)식과 같이 대칭 및 정정행렬  $T = \begin{bmatrix} C_f M_f \\ M_f \ 0 \end{bmatrix}$  을 정의하여 계산하면

$$\begin{aligned} A_f^T T &= T A_f = \begin{bmatrix} -2027 & 187 & 0 \\ 187 & -187 & 0 \\ 0 & 36.6 & 0 \\ 0 & 0 & 26.7 \end{bmatrix} \\ C_{2f}^T &= T B_f = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

과 같은 결과로써, (11)식의 조건이 성립함을 확인할 수 있다. 즉, 본 연구에서 설계대상으로 하는 대상시스템은 대칭인 시스템이며 (12)식의 조건을 다음과 같이 정의하여 강인제어시스템을 구성함으로써 대칭제어시스템을 설계할 수 있다.

$$C_{1f}^T = T B_{1f} \quad (19)$$

(19)식의 조건 하에서 기존의 강인  $H_\infty$  제어시스템의 설계수준으로 제어알고리즘을 구성하여 대상 액티브서스

펜션시스템에 적용하여 수치시뮬레이션을 실시한 결과를 다음에 나타낸다. 그림2의 결과에서 약 8rad/sec 부근에서 공진피크가 있음을 알 수 있다.

표 1.  $\gamma$ -iteration 결과  
Table. 1. Results of  $\gamma$ -iteration

Test bounds: 0.0000 < gamma <= 10.0000

gamma	hmx_eig	xinf_eig	hmy_eig	yinf_eig	nrho_xy	p/f
10.000	2.4e-002	1.9e-010	2.8e-002	0.0e+000	0.0008	p
5.000	2.4e-002	1.9e-010	2.8e-002	0.0e+000	0.0032	p
2.500	2.4e-002	1.9e-010	2.8e-002	0.0e+000	0.0128	p
1.250	2.4e-002	1.9e-010	2.8e-002	0.0e+000	0.0529	p
0.625	2.3e-002	1.9e-010	2.7e-002	0.0e+000	0.2435	p
0.313	1.6e-015	*****	2.6e-002	0.0e+000	*****	f
0.469	2.3e-002	1.9e-010	2.7e-002	0.0e+000	0.5277	p
0.391	2.2e-002	1.9e-010	2.7e-002	0.0e+000	1.0668	f

Gamma value achieved: 0.4688

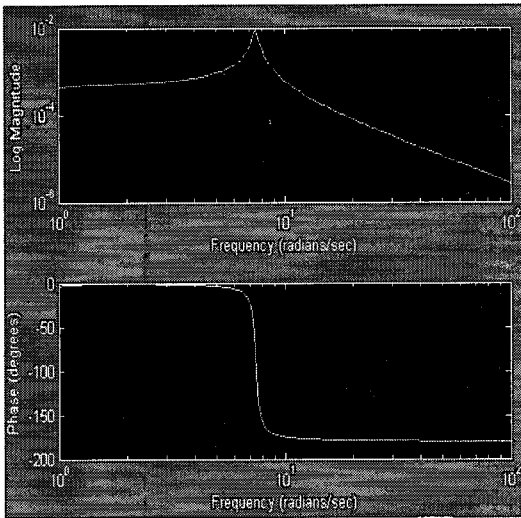


그림 2. 제어대상의 보드선도  
Fig. 2. Bode frequency response of plant

표1에 강인  $H_{\infty}$  제어시스템설계에서의  $\gamma$ -iteration 결과를 나타내었다.  $\gamma$ 의 최솟치는 0.4688로 비교적 좋은 결과를 얻었다. 그림3은 본 연구에서 해석 및 설계되어진 대칭인 강인제어시스템의 보드선도이다. 그림4에 가속도외란  $\ddot{z}_0$  로써 임펄스의란을 입력했을 경우의  $z_1$ 의 변위응답을 나타낸다. 그림에서 점선은 제어가 없을 경우, 즉 기존의 기계현가장치인 경우의 응답이고, 실선이 대칭컨트롤러를 적용한 능동서스펜션시스템을 적용시켰을 경우의 외

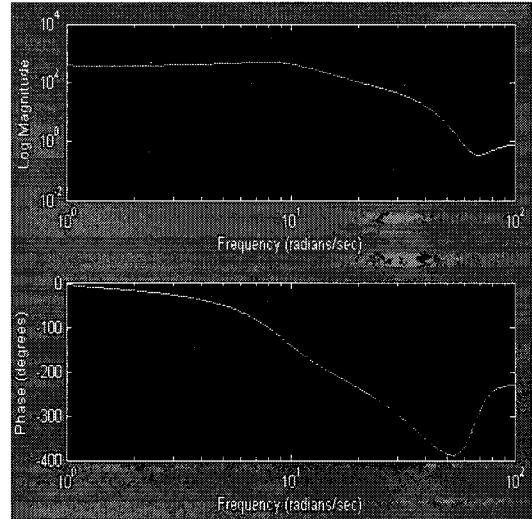


그림 3. 제어기의 보드선도  
Fig. 3. Bode response of controller

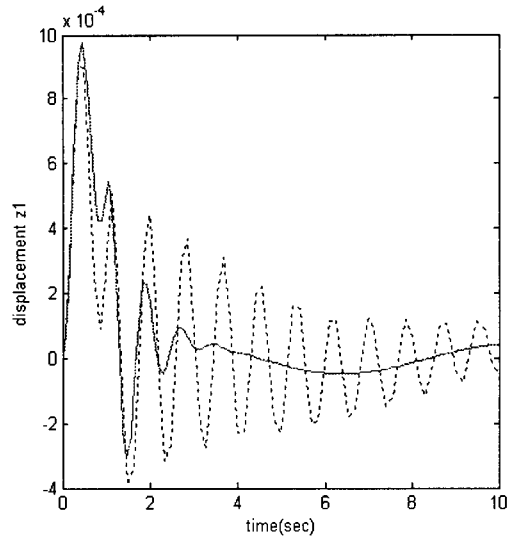


그림 4. 임펄스외란응답  
Fig. 4. Impulse disturbance response

란응답이다. 그림4의 결과는 본 연구의 대칭인 강인제어시스템이 높은 수준의 제어효과를 보여 준다는 것을 알 수 있다.

#### IV. 결 론

본 연구에서는 4분의 1 차체모델(quarter car model)의

능동서스펜션장치를 대상으로 대칭인 강인제어시스템을 설계해 보았다. 강인제어시스템이 대칭이 되기 위한 조건에 대하여 외란과 제어출력관계를 해석하여 안정화 피드백 컨트롤러의 존재성에 대하여 살펴본 다음, 제어시스템이 대칭이 되기 위한 조건을 해석하여 강인제어시스템이 그러한 조건 하에서 대칭이 되는 것을 검증하였다. 수치 시뮬레이션을 통하여 기존의 강인제어시스템인  $H_{\infty}$  제어시스템설계에 본 연구의 대칭시스템이론을 적용하여 본 연구의 유용성을 보였다. 제어대상시스템과 제어 목적(사양)이 대칭일 경우, 대칭제어시스템을 자연스럽게 설계할 수 있다는 사실을 확인할 수 있었다.

### 참고문헌

- [1] 車兩システムのダイナミックスと制御, 社団法人 日本機械學會編, 養賢堂 (1999)
- [2] E. I. Ono, "A Study on the Integrated Control of Automotive Dynamics", Journal of Systems, Control and Information, Vol. 49, No. 6, 2005, pp. 205-210
- [3] J. H. Park "Combined Optimal Design with Minimum Phase System", Journal of Control, Automation, and Systems Engineering, Vol. 10, No 2, 2004, pp. 192-196

### 저자소개

#### 박 중 현(Jung-Hyen Park)



부산대학교 생산기계공학과 공학사  
고베대학교 시스템공학과 공학석사  
고베대학교 시스템과학과 공학박사  
2001년~현재 신라대학교 조교수

※관심분야: 차량시스템해석, 강인성제어, 최적설계

#### 김 순 호(Soon-Ho Kim)



동아대학교 금속공학과 공학사  
부산대학교 재료공학과 공학석사  
부산대학교 재료공학과 공학박사  
1998년~현재 신라대학교 부교수

※관심분야: 기계재료역학, 차량제어, 최적설계