

제어규칙 분해법을 이용한 다변수 퍼지 논리 제어기 Multivariable Fuzzy Logic Controller using Decomposition of Control Rules

이평기*
Pyeong-Gi Lee*

<Abstract>

For the design of multivariable fuzzy control systems decomposition of control rules is a efficient inference method since it alleviates the complexity of the problem. In some systems, however, inference error of the Gupta's decomposition method is inevitable because of its approximate nature. In this paper we define indices of applicability which decides whether the decomposition method can be applied to a multivariable fuzzy system or not.

Keywords : *Multivariable fuzzy control system,
Indices of applicability, decomposition of control rules*

1. 서 론

퍼지 제어이론은 제어에서 필요로 하는 제어 대상 시스템에 대한 정확한 모델링이 없이도 제어가 가능하다는 것이 실제 시스템에서의 성공적인 적용에 의해 입증되었다. Mamdani의 퍼지제어 이론에 바탕을 둔 고전적인 퍼지제어기 설계방법은 제어대상 시스템에 대한 전문가의 경험이나 지식이 필수적으로 요구되며 Rule Base에 대한 지식을 전문가가 제공하지 않으면 효과적인 제어기의 구성을 기대할 수 없다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 전문가의 경험 없이 미지의 플랜트를 스스로 식별하여 적절한 퍼지 제어규칙을 생성시킬 수 있는 자기구성 퍼지제어 이론이 연구되어 왔다. 자기구성 퍼지 제어 방법은 시스템 동정과 경험에 바탕을 둔 제어기를 결합하여 사용하는 것으로 제어대상

시스템에 대한 많은 지식을 필요로 하지 않고 최소한의 시스템 운용환경만 알면 적용가능하다⁽¹⁻⁶⁾. 이러한 이론을 교통망제어, 스팀엔진, 운수조절플랜트, 열교환기, DC 서어보모터등의 단입출력(SISO) 시스템에 적용하여 재래의 제어방법보다 빠른 수행속도 및 견실한 제어성능을 보여 주었다⁽⁷⁾. 그러나 산업현장에서의 복잡한 실제공정은 다수의 입력과 출력이 존재하는 다변수 시스템 구조이므로 지금까지 발표된 퍼지이론을 실제 시스템에 적용하는 데에 다변수간의 상호작용을 고려하기 힘든 문제점이 노출되었다. 이러한 문제점을 극복하기 위하여 1986년 Gupta등⁽⁸⁾은 다차원의 시스템 연관행렬을 하나의 입력과 출력에 의해 구성되는 여러 개의 2차원 연관행렬로 분해하여 현재 입력에 대해 *연산자를 이용하여 결과를 추론하는 제어규칙 분해방법을 제안하였다. 이러한 방

* 정희원 : 위덕대학교 전기공학부, 공학박사
경북대학교 대학원 전자과 졸업

* School of Electrical Engineering Uiduk University,
E-mail : pglee@mail.uiduk.ac.kr

법은 아주 많은 데이터 처리에 따른 계산시간의 증가를 해결할 수 있기 때문에 실시간 처리를 가능하게 하는 장점이 있다. 그러나 제안한 알고리즘이 복잡한 시스템을 아무리 계산이 간편한 시스템으로 변환할 수 있다고 하더라도 제어목적이 원하는 목표값을 따라가도록 하는 추적제어에 있다면 제어대상에 인가되는 부정확한 추론제어입력은 큰 의미가 없다. 따라서 최근에는 다변수 퍼지제어 시스템에서 추론오차를 감소시킬 수 있는 제어규칙분해법의 제어방법에 많은 관심을 불러 일으키고 있다. 본 논문에서는 제어규칙 분해방법에서 연관행렬의 차수를 결정하는 적용기준지수를 정의한다.

2. 퍼지 연관행렬

2.1. 퍼지집합(Fuzzy Set)

원소가 집합에 속하거나 속하지 않거나 두 종류로 구분되어지는 종래의 집합개념을 탈피하여 인간이 의사결정과정에 자주 사용하는 언어적 개념으로 만족되는 정도에 따라 0과 1 사이의 값으로 나타낸다. 퍼지집합의 표현은 $A = \{(y, \mu_A(y)) / y \in U\}$, 또는 $A = \int_U \mu_A(y_i) / y_i$ 로 나타낼 수 있다. 유한한 이산적인 요소 $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ 로 퍼지집합을 구성할 경우는 퍼지집합 A는 일반적으로 다음과 같이 표현한다.

$$A = \sum_{i=1}^n \mu_A(y_i) / y_i \quad (1)$$

2.2. 퍼지연관행렬(Fuzzy Relation Matrix)

정의 1. 카테시안 곱(Cartesian product)

만약 A_1, A_2, \dots, A_n 의 퍼지집합들이 각각의 전체공간 U_1, U_2, \dots, U_n 에서 정의되어 질때 A_1, A_2, \dots, A_n 의 카테시안 곱은 프로덕트 공간인 $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$ 에서 다음과 같이 정의된다.

$$\mu_{A_1 \times \dots \times A_n}(y_1, \dots, y_n) = \min(\mu_{A_1}, \dots, \mu_{A_n}) \quad (2)$$

퍼지집합 X와 퍼지집합 Y의 연관행렬은 카테시안 곱 $X \times Y$ 공간에서 멤버쉽 함수인 $\mu_R(x, y)$ 로 정의 된다.

$$R_{X \times Y}(x, y) = \{\mu_R(x, y) / (x, y)\}. \quad (3)$$

3. 제어규칙 분해법에 대한 적용기준지수

2차원 연관행렬로 구성되는 Gupta의 제어규칙 분해법은 근사적으로 출력값을 추론하므로 경우에 따라 많은 추론오차가 발생할 수 있다. 따라서 Gupta의 제어규칙 분해법에 의해 발생하는 추론오차를 적용기준지수를 정의하여 분석해보기로 한다.

한 예로서 2개의 입력과 1개의 출력이 존재하는 시스템의 언어적인 제어규칙(Linguistic control rules)이 다음과 같다고 가정하자. 이러한 제어규칙은 전문가의 경험에 의해 구성될 수 있다.

$$\begin{aligned} & \text{IF } X_1 \text{ is } X_{1(1)} \text{ AND } X_2 \text{ is } X_{2(1)} \\ & \text{THEN } Y_1 \text{ is } Y_{(1)} \\ & \text{ALSO} \quad \quad \quad \vdots \\ & \text{IF } X_1 \text{ is } X_{1(k)} \text{ AND } X_2 \text{ is } X_{2(k)} \\ & \text{THEN } Y_1 \text{ is } Y_{(k)} \\ & \text{ALSO} \quad \quad \quad \vdots \\ & \text{IF } X_1 \text{ is } X_{1(K)} \text{ AND } X_2 \text{ is } X_{2(K)} \\ & \text{THEN } Y_1 \text{ is } Y_{(K)} \end{aligned} \quad (4)$$

이때 출력값 추론에 필요한 전체 연관행렬은

$$R = \bigvee_{k=1}^K X_{1(k)} \wedge X_{2(k)} \wedge Y_{(k)} \quad (5)$$

이다. 한편 하나의 입력과 출력으로 구성되는 2차원 연관행렬은 각각 다음과 같다.

$$R_{11} = \bigvee_{k=1}^K X_{1(k)} \wedge Y_{(k)} \quad (6)$$

$$R_{21} = \bigvee_{k=1}^K X_{2(k)} \wedge Y_{(k)} \quad (7)$$

현재 입력 X_1, X_2 가 주어질 경우 Gupta의 제어규칙분해법에 의해 추론된 출력은 다음과 같은 Max, Min 연산자에 의해서 산출된다.

$$\begin{aligned}
 Y &= X_1 \circ R_{11} \wedge X_2 \circ R_{21} \\
 &= X_1 \circ A_2 \circ \bigvee_{k=1}^K X_{1(k)} \wedge A_{2(k)} \wedge Y_{(k)} \\
 &\quad \wedge A_1 \circ X_2 \circ \bigvee_{k=1}^K A_{1(k)} \wedge X_{2(k)} \wedge Y_{(k)} \\
 &\geq X_1 \circ X_2 \circ \bigvee_{k=1}^K X_{1(k)} \wedge X_{2(k)} \wedge Y_{(k)} \quad (8)
 \end{aligned}$$

여기서 A_1 과 A_2 는 전체공간(Universe of discourse)상의 모든 원소의 값이 1인 무정의항(Don't care term) 퍼지집합이고 식(8)의 마지막 항은 분해되지 않은 원래 연관행렬로 추론하는 방법을 나타낸다. 식(8)에서 무정의항 A_1 과 A_2 를 이용하여 구성한 연관행렬의 각 원소의 값은 입력 $X_{1(k)}$, $X_{2(k)}$ 와 출력 $Y_{(k)}$ 로서 구성된 연관행렬의 각 원소값보다 크거나 같고 또한 A_1 과 A_2 의 각 원소의 값은 현재입력 X_1 , X_2 의 각 원소의 값보다 크거나 같으므로 식 (8)이 성립한다. 이러한 수식에서부터 2차원 연관행렬만에 의한 분해법은 경우에 따라 상당한 추론오차가 발생할 수 있음을 알 수 있다. 이러한 문제점을 예증하기 위하여 입력 X_1 , X_2 를 각각 전체공간상의 i_1 요소와 i_2 요소에서만 멤버쉽값이 1인 퍼지싱글톤(singleton)으로 가정하자. 이때 추론출력의 p 번째 원소의 값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 Y(p) &= X_1 \circ A_2 \circ \bigvee_{k=1}^K X_{1(k)} \wedge A_{2(k)} \wedge Y_{(k)}(p) \\
 &\quad \wedge A_1 \circ X_2 \circ \bigvee_{k=1}^K A_{1(k)} \wedge X_{2(k)} \wedge Y_{(k)}(p) \\
 &= [0, \dots, 1, \dots, 0] \circ [1, \dots, 1, \dots, 1] \circ R \\
 &\quad (i_1 \text{ 요소}) \\
 &\quad \wedge [1, \dots, 1, \dots, 1] \circ [0, \dots, 1, \dots, 0] \circ R \\
 &\quad (i_2 \text{ 요소}) \\
 &= \max_{i_1(p)} \wedge \max_{i_2(p)} \quad (9)
 \end{aligned}$$

여기서 $\max_{i_1(p)}$ 는 식(6)의 연관행렬 R_{11} 에서 A_2 가 무정의항이므로 분해하지 않은 3차원 연관행렬에서 입력 X_1 의 양자화된 원소 i_1 을 고정시키고 X_2 영역의 모든 원소를 직각투사하여 가장 큰값을 취한 것이며 그리고 $\max_{i_2(p)}$ 는 R_{21} 에서 A_1 이 무정의항이므로 입력 X_2 의 양자화된 원소 i_2 를 고정시키고 X_1 영역의 모든 원소를 직각투사하여 가장 큰값을 취한 것을 의미한다. 식(9)에서 A_1 , A_2 가 무정의항이므로 분해되지 않은 원래 연관행렬과 비교할 때 다음 관계가 성립됨

을 알 수 있다.

$$\begin{aligned}
 Y(p) &= \max_{i_1(p)} \wedge \max_{i_2(p)} \\
 &\geq R(i_1, i_2, p), \quad 1 \leq p \leq P. \quad (10)
 \end{aligned}$$

이와같은 관계에서 Gupta의 분해법은 경우에 따라 많은 추론오차를 보일 수 있다.

이러한 의미를 일반화하기 위해서 N개의 입력과 M개의 출력이 존재하는 다변수 퍼지 시스템에서 m번째 출력추론에 필요한 연관행렬 R_m 의 각 영역(X_1, \dots, X_N)에서 X_n 영역의 양자화된 i_n 원소를 고정시키고 다른영역의 모든 원소를 직각투사하는 것을 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned}
 P(X_n = i_n, Y_m = j_m) &= Proj_{X_n = i_n} R_m = \\
 Sup R_m(x_1, \dots, X_n = i_n, \dots, x_N, Y_m = j_m), \\
 x_1 \in X_1 \\
 \vdots \\
 x_n \in X_N \quad (11)
 \end{aligned}$$

이러한 직각투사를 이용하여 하나의 입력과 m번째 출력으로 구성되는 분해방법의 추론오차를 정량화하기 위한 지수는 다음과 같이 정의된다.

$$C_m^{(2)} = \frac{\sum_{i_1, \dots, i_N, j_m} \bigwedge_{n=1}^N P(X_n = i_n, Y_m = j_m) - R_m(i_1, \dots, j_m)}{q_1 \times q_2 \times \dots \times q_N \times p_m} \quad (12)$$

여기서

$$\begin{aligned}
 \bigwedge_{n=1}^N P(X_n = i_n, Y_m = j_m) &= P(X_1 = i_1, Y_m = j_m) \wedge P(X_2 = i_2, Y_m = j_m) \\
 &\quad \wedge \dots \wedge P(X_N = i_N, Y_m = j_m)
 \end{aligned}$$

이다.

한편 두개의 입력과 m번째 출력으로 구성되는 3차원 연관행렬로 분해할 때의 지수 $C_m^{(3)}$ 는 다음과 같다.

$$C_m^{(3)} = \frac{\sum_{i_1, \dots, i_N, j_m} \left\{ \bigwedge_{l=1}^{N-1} \bigwedge_{n=l+1}^N P(X_l = i_l, X_n = i_n, Y_m = j_m) \right\} - R_m}{q_1 \times q_2 \times \dots \times q_N \times p_m} \quad (13)$$

여기서

$$\begin{aligned}
 \bigwedge_{l=1}^{N-1} \bigwedge_{n=l+1}^N P(X_l = i_l, X_n = i_n, Y_m = j_m) &= \\
 P(X_1 = i_1, X_2 = i_2, Y_m = j_m) \wedge \dots \wedge P(X_1 = i_1, X_N = i_N, Y_m = j_m) \\
 \wedge P(X_2 = i_2, X_3 = i_3, Y_m = j_m) \wedge \dots \wedge P(X_2 = i_2, X_N = i_N, Y_m = j_m) \\
 \dots \dots \dots \\
 \wedge P(X_{N-1} = i_{N-1}, X_N = i_N, Y_m = j_m)
 \end{aligned}$$

내면 그림1과 같다.

이다. 지수의 일반적인 형태는 앞에서 정의한 형태로 나타낼 수 있는데 표현의 복잡성때문에 생략한다.

4. 제어규칙 분해법을 이용한 다변수 개루프 (Open Loop) 퍼지시스템 제어

개루프 퍼지시스템은 시스템의 출력값이 시스템을 적절하게 제어할 수 있도록 하는데 필요한 제어입력량 산출에 영향을 주지 않는 시스템이다. 이러한 시스템에 적용기준지수를 도입함으로써 제어규칙의 과도한 단순화에서 기인되는 추론오차를 최소화할 수 있는 새로운 형태의 퍼지시스템 제어방법을 제안한다. 이 방법은 상위 계층에서 조정자를 두고서 적절한 제어량 추론에 필요한 연관행렬의 차수를 결정한다. 다변수 조정자를 가진 개루프 퍼지시스템에서 출력값을 추론하기 위한 알고리즘을 요약하면 다음과 같다.

단계 1 : 적용기준지수의 상한값(ζ)을 할당하고 연관행렬의 초기 차수(r)를 2로 한다.

단계 2 : 퍼지시스템의 원래 연관행렬로부터 각 출력과 관련 있는 지수 값들 $C_i^{(r)}$, $I=1, \dots, M$ 를 구한다

단계 3 : 각각의 지수 값들이 미리 설정한 상한값의 범위내에 포함되는지를 검토하여 만약 상한값 범위를 벗어나면 연관행렬의 차수를 1차원 증가시켜 2단계로 가서 다시 반복한다. 그렇지 않으면 해당 출력에 대한 연관행렬의 차수를 r 로 고정시켜 추론한다.

한 예로서 3개의 입력과 2개의 출력이 있는 퍼지시스템을 생각해 보기로 한다. 만약 $C_1^{(2)}$ 와 $C_2^{(3)}$ 는 미리 설정한 상한값보다 작고 $C_2^{(2)}$ 는 미리 설정한 상한값보다 크다고 가정한다. 이러한 경우에 제안한 제어규칙 분해법에 의한 다변수 개루프 퍼지시스템 제어의 블록선도를 나타

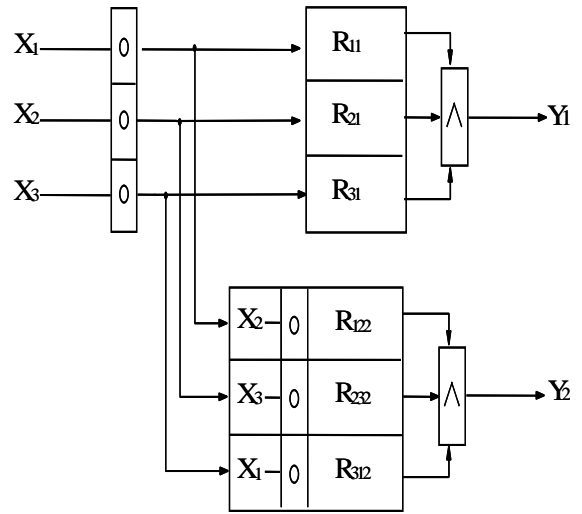


Fig. 1. Block diagram of the multivariable open-loop system by the proposed method

제안한 방법에 의한 출력값 추론을 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$Y_1 = X_1 \circ R_{11} \wedge X_2 \circ R_{21} \wedge X_3 \circ R_{31} \quad (14)$$

$$Y_2 = X_1 \circ X_2 \circ R_{122} \wedge X_2 \circ X_3 \circ R_{232} \wedge X_3 \circ X_1 \circ R_{312} \quad (15)$$

여기서

$$R_{huv} = \bigvee_{k=1}^K X_{h(k)} \wedge X_{u(k)} \wedge Y_{v(k)}$$

$$R_{uv} = \bigvee_{k=1}^K X_{u(k)} \wedge Y_{v(k)}$$

이다.

5. 예제 결과 및 고찰

제안한 방법의 타당성을 검증하기 위해서 다음과 같은 규칙을 갖는 ENOR 게이트 시스템에 제안한 방법을 적용해보기로 한다.

IF X_1 is L AND X_2 is L THEN Y_1 is H
 ALSO
 IF X_1 is L AND X_2 is H THEN Y_1 is L
 ALSO
 IF X_1 is H AND X_2 is L THEN Y_1 is L
 ALSO

IF X_1 is H AND X_2 is H THEN Y_1 is H (16)

$$R_{21} = \bigvee_{k=1}^4 X_{2(k)} \wedge Y_{1(k)}$$

그림 2와 3은 각각 ENOR게이트와 입력과 출력변수의 멤버십 함수를 나타낸 것이다.

$$= \begin{bmatrix} 1.0 & 1.0 & 0.8 & 0.8 & 1.0 & 1.0 \\ 1.0 & 1.0 & 0.8 & 0.8 & 1.0 & 1.0 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 1.0 & 1.0 & 0.8 & 0.8 & 1.0 & 1.0 \\ 1.0 & 1.0 & 0.8 & 0.8 & 1.0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

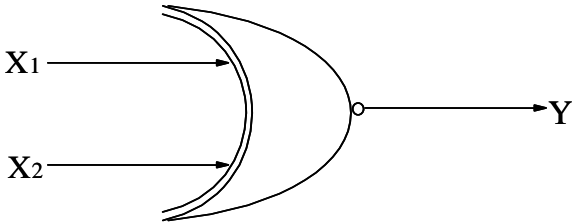


Fig. 2. Logic symbol of an ENOR gate

이때 적용기준 지수값은

$$C_1^{(2)} = \frac{\sum_{i_1, i_2, j_1} \bigwedge_{n=1}^2 (X_n = i_n, Y_1 = j_1) - R_1(i_1, i_2, j_1)}{6 \times 6 \times 6} = 0.32 \quad (18)$$

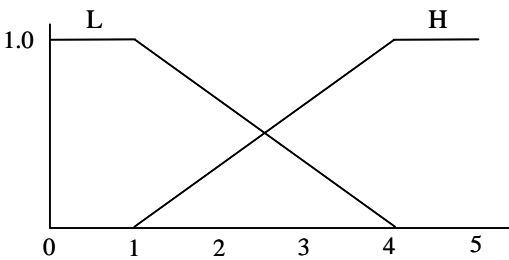


Fig. 3. Membership function of input and output variables

만약 현재 입력이 모두 H상태인 것으로 가정하고서 출력값을 Gupta의 분해법으로 추론하면

$$Y = X_1 \circ R_{11} \wedge X_2 \circ R_{21} = [1.0 \ 1.0 \ 0.8 \ 0.8 \ 1.0 \ 1.0] \quad (17)$$

이다. 여기서

$$R_{11} = \bigvee_{k=1}^4 X_{1(k)} \wedge Y_{1(k)} = \begin{bmatrix} 1.0 & 1.0 & 0.8 & 0.8 & 1.0 & 1.0 \\ 1.0 & 1.0 & 0.8 & 0.8 & 1.0 & 1.0 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 & 0.8 \\ 1.0 & 1.0 & 0.8 & 0.8 & 1.0 & 1.0 \\ 1.0 & 1.0 & 0.8 & 0.8 & 1.0 & 1.0 \end{bmatrix}$$

이다. 이러한 지수값의 의미는 제어규칙을 2차원으로 분해하지 않고 전체 연관행렬로 추론한 출력값과 2차원으로 분해해서 추론한 결과와의 오차가 정규화된 값으로 32%의 오차가 발생할 수 있다는 것일 알 수 있다. 다음 그림은 각각의 입력에 대해 Gupta 방법과 원래 연관행렬 그리고 제어규칙에서의 출력값을 상호 비교한 것이다.

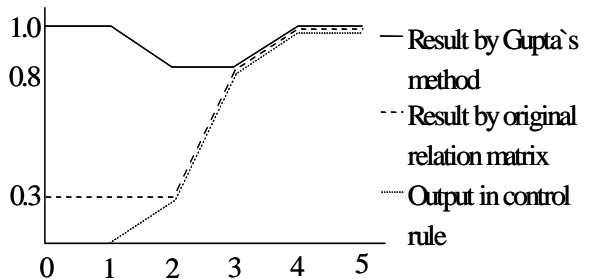


Fig. 5. Result of inference

이러한 결과에서 제안한 방법은 2차원 연관행렬로 무조건 분해하여 추론한 Gupta방법은 원래 연관행렬로 추론한 결과와 상당한 오차가 발생할 수 있음을 알 수 있다. 정규화된 오차량이 32%라는 사실로 추론에 필요한 행렬의 차수가 2로서는 정확한 추론결과를 산출할 수 없음을 나타내며 이러한 경우 차수를 3차원으로 증가시켜 추론해야만 정확한 추론결과를 얻을 수 있다.

6. 결 론

Gupta 방법은 다차원의 시스템 연관행렬을 하나의 입력과 출력에 의해 구성되는 여러 개의 2차원 연관행렬로 분해하여 현재 입력에 대해 *연산자를 이용하여 결과를 추론하는 제어규칙 분해방법을 제안하였다. 이러한 방법은 아주 많은 데이터 처리에 따른 계산시간의 증가를 해결할 수 있기 때문에 실시간 처리를 가능하게 하는 장점이 있다. 그러나 제한한 알고리즘이 복잡한 시스템을 아무리 계산이 간편한 시스템으로 변환할 수 있다고 하더라도 제어목적이 원하는 목표값을 따라가도록 하는 추적제어에 있다면 제어대상에 인가되는 정확하지 않은 추론 제어입력은 큰 의미가 없다. 따라서 최근에는 다변수 퍼지제어 시스템에서 추론오차를 감소시킬 수 있는 제어규칙분해법의 제어방법에 많은 연구가 되고 있다. 본 논문에서는 제어규칙 분해방법에서 연관행렬의 차수를 결정하는 적용기준지수를 정의한다. 또한 출력값이 입력에 영향을 끼치지 않는 개루프 다변수 퍼지 시스템의 추론오차를 감소시킬 수 있는 새로운 제어방법을 제안하였다.

참 고 문 헌

- 1) T. J. Procyk and E. H. Mamdani : A linguistic Self-Organizing Process Controller. *Automatica*, vol. **15**, pp. 15-30, (1979)
- 2) R. Tanscheit and E. M. Scharf : Experiments with the Use of a Rule-Based Self-Organizing Controller for Robotics Applications, *Fuzzy Sets and System*, vol. **26**, pp. 195-214, (1988)

- 3) S. Shao : Fuzzy Self-Organizing Controller and Its Application for Dynamic Processes, *Fuzzy Sets and System*, vol. **26**, pp. 151-164, (1988)
- 4) P. Ramaswamy, R. M. Edwards, and K. Y. Lee : An Automatic Tuning Method of a Fuzzy Logic Controller for Nuclear Reactors, *IEEE Transactions on Nuclear Science*, vol. **40**, no. 4, pp. 1253-1262, August, (1993)
- 5) J. S. Jang : Self-Learning Fuzzy Controllers Based on Temporal Back Propagation, *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. **3**, no. 5, pp. 714-723, (1992)
- 6) C. L. Karr and E. J. Gentry : Fuzzy Control of pH Using Genetic Algorithm, *IEEE Transactions on System, Man and Cybernetics*, vol. SMC-**19**, no. 4, pp. 745-755, (1989)
- 7) P. J. King and E. H. Mamdani : The Application of Fuzzy Control System to Industrial Processes. *Automatica* vol. **13**, pp. 235-242. (1977)
- 8) M. M., Gupta, J. B. Kiszka, and G. M. Trojan : Multivariable Structure of Fuzzy Control Systems, *IEEE Trans. Syst. Man, Cybern.* vol. **16**, pp. 638-655. (1986)

(2005년 7월 26일 접수, 2006년 8월 20일 채택)