

프랙탈 보간에 의한 엔드밀링 절삭력 예측

정진석*, 진도훈**, 윤문철#

End-milling Force Estimation by Fractal Interpolation

Jin-Seok Jeong*, Do-Hun Chin**, Moon-Chul Yoon#

ABSTRACT

Recently, the fractal interpolation methods have been widely introduced and used to estimate and analyze various theoretical and experimental data. Because of the chaotic behaviors of dynamic cutting force data, some method for end-milling force analysis must be used. The fractal analysis used in this paper is fractal linear interpolation and fractal dimension. Also, several methods for computing fractal dimensions have been used in which the fractal dimension of the typical dynamic end-milling force was calculated according to number of data points that are generally lower than 200 data points sampled. This fractal analysis shows a possible prediction of end-milling force that has some dynamic chatter property or stationary property in endmilling operation.

Key Words : Chatter(채터), Cutting Force(절삭력), Fractal Dimension(프랙탈차원), Fractal Interpolation(프랙탈보간)

1. 서 론

정상적인 절삭력 신호와 채터 같은 동적인 이상신호의 실제 신호특성과 갖도록 모델링하고 예측하는 것은 엔드밀 절삭력특성을 분석하는데 매우 중요하다. 기존에는 주로 시계열 모델링에 의하여 엔드밀 절삭력을 식으로 정의하거나 이 식에서 계산되는 여러 상수나 변수의 거동을 통하여 절삭력을 분석할 수 있었다. 이 시계열 모델은 신호의 특성을 나타내기 위해서 데이터 정보를 어느 정도 충분히 갖고 있어야 하거나 모델링 차수를 올려야 동적인 특성을 나타낼 수 있다. 즉 데이터 수가 많아야 신호를 비교적 충분

히 나타낼 수 있다. 이와 같은 의미에서 본 연구에서는 적은 정보 데이터를 이용하여 원하는 신호 특성을 충분히 나타내려는 목적으로 프랙탈 보간법을 이용하여 원하는 절삭력을 모델링하였다. 또한 프랙탈 보간법에서만 얻을 수 있는 프랙탈 상수를 이용하여 엔드밀 절삭력을 분석하는 방법을 연구하였다. 대부분의 엔드밀링 절삭력의 표현은 유클리드선(euclidean line)으로 표현하고 있다. 그러나 대부분의 절삭력은 보다 특이한 동적인 성질도 포함하고 있다고 볼 수 있으며 이런 성질은 유클리드선 으로 표현하는 것 보다는 프랙탈 보간으로 절삭력을 표현하는 것이 보다 복잡한 랜덤(random) 동적 절삭력 성질을 표현할 수 있다고 볼 수 있다. 그 이유는 유클리드 보간과 프랙탈 보간의 차이에서 알 수 있듯이 전자는 시계열 모델링과 같이 특성방정식을 정의하여 이를 분석하는 방법에 의한 것이고 후자는 랜덤성질을 이용한 순환 알고리즘을 이용한 방법이다. 전자는 스무싱

* 재활공학연구소

** 부경대학교 대학원 정밀기계공학과

교신저자 : 부경대학교 기계공학과

E-mail : mcyoon@pknu.ac.kr

(smoothing) 효과 때문에 급격히 변화하는 절삭력 신호를 나타낼 수 없는 단점이 있다. 이런 점에서 프랙탈 방법은 보다 수월하게 표현하고 충분한 정보를 가질 수 있는 방법이라고 할 수 있다. 최근에 프랙탈을 적용한 연구가 수행되고 있으나 주로 파괴분야나 마모분야에 국한하여 프랙탈 차원에 대한 연구가 수행되고 있다. 프랙탈에 의한 국내 연구는 가공분야에서 그다지 수행되지 않고 있으나 최근에 몇몇 연구가 수행되고 있다^[5]. 본 연구에서는 프랙탈 해석을 엔드밀 절삭력에 적용하여 보간과 차원해석을 통하여 엔드밀 절삭력의 특성을 분석하고자 하였다. 절삭력 실험에서 확보된 적은 수의 절삭력 데이터를 이용하여 전구간에 걸쳐 절삭력을 랜덤 순환 보간하는 방법으로 모델링을 수행하였다. 이 결과는 향후 프랙탈 보간 절삭력을 분석함으로써 프랙탈 차원 해석 등 독특한 분석을 통하여 엔드밀 절삭력의 특성을 연구하는데 이용하고자 하였다.

2. 프랙탈 해석

2.1 프랙탈 보간

엔드밀 절삭력 데이터를 보간하여 전구간의 절삭력을 예측하고 또 이때 구해지는 프랙탈 차원은 숫자로 표현할 수 있으며 보통 1.3 ~ 1.8 의 범위에 있는 것으로 알려져 있다^[1]. 프랙탈 차원은 프랙탈 보간에서도 구할 수 있으며 실험데이터에서 프랙탈 차원을 구하는 방법에는 몇 가지 방법이 있으며 그 중 가장 많이 사용되는 방법이 BCM(box counting method)^[1]이며 이 방법은 $L/2n$ 크기의 박스 요소로 나누어 데이터를 분할하여 표현하는 것이다. 여기서 L 은 데이터 길이이고 정수 $n = 0, 1, 2, \dots$ 이다. 박스 수와 박스 크기의 역수관계를 도형으로 나타낼 수 있고 이 프랙탈 도형 영역의 구배(slope)를 보통 프랙탈 차원이라고 정의하며 이 방법은 간단하기 때문에 가장 널리 사용되고 있다. 그러나 이 방법은 실험데이터에 제한이 있어 데이터에 따라서 잘 나타내지 못하는 단점이 있다. 최근 소개되는 또 한 가지 방법은 Strahle^[6]에 의한 방법으로 데이터를 고정점(fixed point)과 이웃 고정점 구간에서 보간 하려는 절삭력의 목표점(target point)을 분류하여 보간이 되도록 한 방법이다. 이때 고정점은 보

간 하려는 여러 구간에서의 절삭력 데이터의 끝을 나타내며 구하는 목표점인 절삭력 신호는 이들 고정점 사이에서 생성되는 신호를 나타내고 결국 절삭력을 나타내는 보간 데이터라고 할 수 있다. 2개의 고정점 사이에서 각각의 데이터 그룹으로 나뉘지며 각 그룹에서 수축전사(contraction mapping)에 의하여 데이터가 보간 생성되어 전체 절삭력을 얻게 된다.

절삭력 곡선 위 임의 좌표를 수직좌표(cartesian coordinates)에서 수축전사한 과정은 (1)식과 같이 나타낼 수 있다. 이 경우 상수 s 는 0 과 1 사이의 상수이어야 한다.

$$D(w_n(x), w_n(y)) \leq sD(x, y) \quad (1)$$

여기서 D 는 변환된 좌표 값이고 s 는 수축상수(contractive factor) 라고 하고 이 좌표 변환에 의한 w_n 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.^[1]

$$w_n \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_n & 0 \\ c_n & d_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} e_n \\ f_n \end{Bmatrix} \quad (2)$$

여기서 a_n, c_n, d_n, e_n, f_n 은 n 번째 구간에서의 관련 변환 상수이고 프랙탈 보간은 (2)식과 같은 변환(transformation) 이라고 할 수 있다. x - y 평면에서 y 축에 평행한 선은 변환 후 y 축에 평행하게 되고 L 이 y 축에 평행한 부분의 길이라고 하면 다음 식이 성립된다.

$$|d_n| = \frac{w_n(L)}{L} \quad (3)$$

여기서 d_n 은 수직방향의 특성을 나타내는 스케일 상수(scale factor) 라고 하며 수축형태의 전사(mapping)에 의한 프랙탈 차원의 구배 w_n 은 다음 식을 만족한다.^[1]

$$\sum_{n=1}^N |d_n| a_n^{D_f-1} = 1. \quad (4)$$

식에서 a_n 과 d_n 을 모든 구간에서 결정한 후 (4)식을 이용하여 프랙탈 차원을 구할 수 있다. 이것을 Strahle^[5] 이 계산하였는데 이 방법은 구간에서 데이터가 균등하게 배열이 되어야 하며 정확한 계산을 위해

서는 많은 데이터를 필요로 한다는 단점이 있다. 본 연구에서는 후자의 방법을 이용하여 고정점을 균일하게 배열하여 프랙탈 차원 해석을 하였다.

2.2 프랙탈 차원 (fractal dimension)

절삭력을 자세히 살펴보면 굴곡(flexion)과 신장(extension)부분의 조합으로 구성되어 있으며 두 점 사이에서 1 사이클의 신호모양이 형성된다. 이 사이클에서의 프랙탈 차원은 다음과 같이 나타낼 수 있다.^[1,2,6]

$$FD_F = \frac{\log(L)}{\log(d_i)} \quad (5)$$

여기서 L 은 절삭력을 나타내는 곡선의 길이이고 d_i 는 첫 번째 점과 다음 점 사이 거리 (diameter)이다. 절삭력 신호는 이런 각각의 데이터 집합이 순서적으로 결합 구성된 것으로 볼 수 있고 이 절삭력 곡선의 전체 길이는 한 개의 집합을 구성하는 2 점 사이의 거리를 합하여 구할 수 있다.

$$L = \sum dist[(x_i, y_i), (x_{i+1}, y_{i+1})] \quad (6)$$

여기서 $dist$ 는 연속적으로 연결되는 두 점사이의 거리이다. 절삭력 신호의 첫 번째 점과 i -번째 점 사이 거리를 d_i 라고 하면

$$d_i = max([(x_1, y_1), (x_i, y_i)]) \quad (7)$$

절삭력신호의 길이는 간격의 크기와 스케일링 크기에 좌우되며 간격이 작을수록 길이는 길어진다. 일정한 간격을 얻기 위해서 절삭력은 평균 간격으로 정규화(normalized) 시키는 것이 적절하다. 절삭력의 간격 크기는 연속되는 두 점의 평균 거리라 할 수 있고 이 경우 프랙탈 차원은 다음과 같이 주어진다.

$$FD_F = \frac{\log(L/a)}{\log(d_i/a)} \quad (8)$$

즉 다음 (9)식과 같이 표현된다.

$$FD_F = \frac{\log(n)}{\log(n) + \log(d_i/L)} \quad (9)$$

여기서 $n = L/a$ 이고 n 은 데이터 점의 수를 나타

내는 간격의 수이고 a 는 평균 간격의 크기이다.

1개의 사이클 집합에서 원하는 절삭력의 랜덤 보간으로 절삭력 목표점을 구하게 되고 아래로 혹은 위로 향하는 방향성을 지정한 절삭력을 스케일 상수를 조절하여 만들 수 있다. 이 스케일링 상수를 잘못 선택하면 실제 절삭신호가 갖고 있는 성질을 무시하고 다른 성질의 절삭력 신호를 생성할 수가 있다. 그러나 이런 현상은 고정점의 수를 늘려서 목적하는 신호에 유사하게 접근을 할 수 있다.

3. 실험

Fig. 1의 (a), (b)는 엔드밀의 절삭력을 측정하는 실험과 이때 준비한 시편의 형상을 보여주고 있다. 실험 조건은 500 rpm, 축 방향 깊이는 3 mm, 이송은 각 단계에서 45~85 mm/min의 10단계, 4날-엔드밀 직경은 15 mm 의 조건으로 하여 실험을 수행하였다. 각 단계별로 측정된 절삭력 신호 중 ② 단계에서 측정된 신호는 Fig. 2(a) 이다. ③ 단계로 갈수록 가공 폭이 상당히 증가하여 심한 채터가 시작되었으며 1단계에서는 채터가 없다가 2단계 중간 이후 채터가 시작되었다.

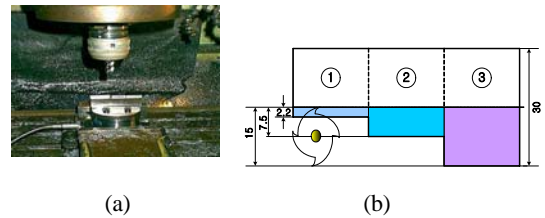
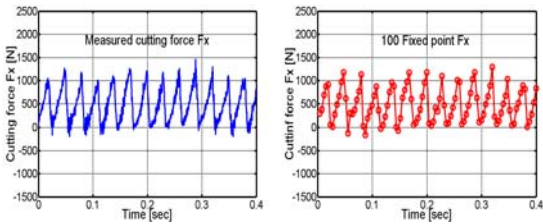


Fig. 1 Experimental photo(a) and geometric condition (b) of the workpiece

4. 고찰

Fig. 2는 공구동력계로 ② 단계에서 측정된 절삭력 데이터의 모양을 보여 주고 있다. Fig. 2(a)는 x 방향의 절삭력 F_x 를 보여주고 Fig. 2(b)는 실제 2000 데이터 중 100개를 균일 샘플링하여 얻은 절삭력을 보여준다. F_x 에서는 공구날에 의한 절삭력이 그대로 채터가 없

이 나타나고 있다. Fig. 2(b)의 절삭력신호를 이용하여 프랙탈 보간을 통하여 원래의 데이터수와 같은 2000 개의 데이터를 랜덤 보간하고 크기별로 재배열 (sorting)하여 프랙탈 보간 절삭력을 구하였다. 전체 절삭력 신호를 보간하여 추출해 낸 절삭력 결과는 Fig. 4이고 이 신호를 이용하여 절삭력의 신호 특성을 분석하였다.



(a) Cutting force F_x (b) 100 fixed point of F_x sampled

Fig. 2 Measured cutting force and resampled cutting force in endmilling

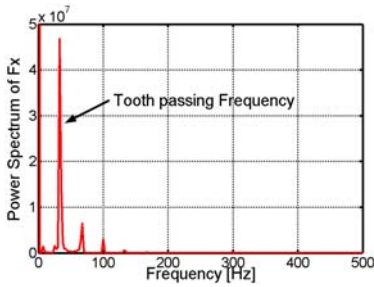
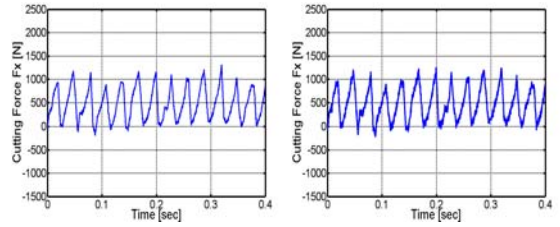
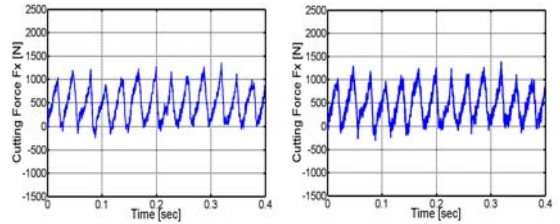


Fig. 3 Power spectrum for cutting force F_x

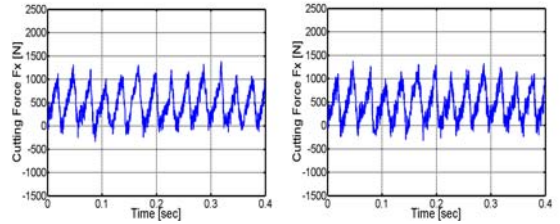
Fig. 4(a)-(i)는 공구동력계로 측정된 절삭력 F_x 의 100 개의 고정데이터를 이용하여 (2)식의 프랙탈 변환을 이용하여 전체 절삭력을 랜덤 보간을 이용하여 목표하는 절삭력을 예측한 결과이다. 스케일 상수 d_n 에 의하여 절삭력의 변화가 심하게 나타났으며 각 스케일 상수에 의하여 절삭력이 상당히 다르게 변화되고 있음을 보여 주고 있다. 즉 스케일 상수가 크면 절삭력에 진폭이 큰 잡음의 성질을 포함시킬 수 있음을 알 수 있다. F_x 의 경우 원래 데이터의 절삭력이 채터 주파수를 포함하지 않아 같은 조건에서 채터가 없는 절삭력으로 볼 수 있었고 이 경우는 d_n 의 범위가 0.15 ~ 0.2의 범위에서 비교적 원래의 측정 신호를 잘 나타내고 있었다.



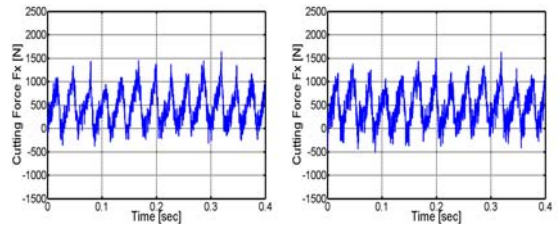
(a) Case 1($d_n = 0.05$) (b) Case 2($d_n = 0.10$)



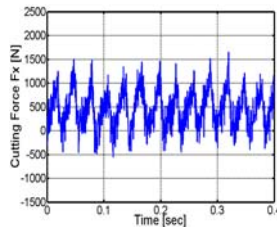
(c) Case 3($d_n = 0.15$) (d) Case 4($d_n = 0.20$)



(e) Case 5($d_n = 0.25$) (f) Case 6($d_n = 0.30$)



(g) Case 7($d_n = 0.35$) (h) Case 8($d_n = 0.40$)



(i) Case 9($d_n = 0.45$)

Fig. 4 Predicted endmilling force by fractal interpolation according to scale factor d for F_x

Fig. 5는 스케일 상수 d_n 을 0.05에서 0.45까지 0.05씩 증가시킨 9가지 절삭력을 구하여 3차원적으로 표현하고 있다. 그림에서 스케일 상수가 증가 할수록 동적성질을 랜덤형태로 가지고 있으며 이 신호에 공구날 패싱 주파수(tooth passing frequency)가 포함된 것을 알 수 있다.

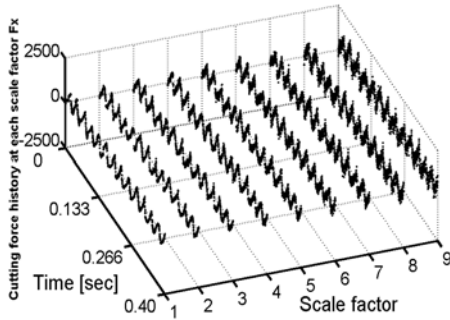


Fig. 5 Three dimensional view for predicted endmilling force by fractal interpolation according to scale factor d_n

Fig. 6은 스케일 상수 d_n 을 0.05에서 0.45까지 0.05씩 증가시킨 9가지 절삭력을 구하여 그 절삭력의 파워스펙트럼을 구하여 3차원적으로 표현하고 있다. 그림에서 스케일 상수가 증가할수록 동적성질을 랜덤형태로 가지고 있으며 이 신호에 공구날 패싱주파수가 포함되어 있었으며 자세히 분석하면 Fig. 3의 스펙트럼과 같은 형태로 나타났다. 따라서 프랙탈 보간 절삭력을 이용하여서도 공구날 패싱 주파수는 그대로 표현할 수 있음을 알 수 있었다.

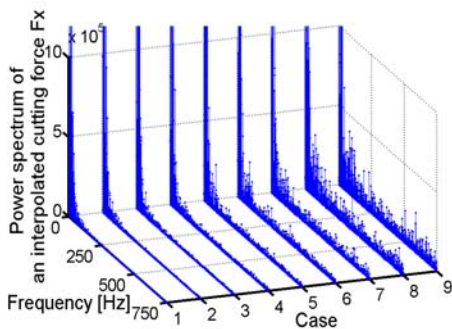


Fig. 6 Power spectrum of each predicted endmilling forces by fractal interpolation in each cases

Fig. 7은 스케일 상수 d_n 을 0.05에서 0.45까지 0.05씩 증가시킨 9가지 경우의 각 절삭력에서 프랙탈 차원상수 FD_F 를 구한 것이며 스케일링 상수가 증가함에 따라 FD_F 가 증가하고 있는 것을 나타내고 있다. 그림에서 실제 측정된 신호 Fig. 2(a)는 동적인 성분이 없는 보간된 절삭력 Fig. 4(c) 혹은 Fig. 4(d)의 경우 프랙탈 차원 수치 값은 Fig. 7의 세 번째 혹은 네 번째 경우인 1.59~1.65 정도가 됨을 알 수 있었다. 본 연구의 결과로 대부분의 절삭력 신호는 프랙탈 보간으로 표현이 가능하며 앞으로 다양한 성질을 포함하는 절삭력에 대한 프랙탈 보간 연구가 더 상세히 되어야 할 것으로 사료된다.

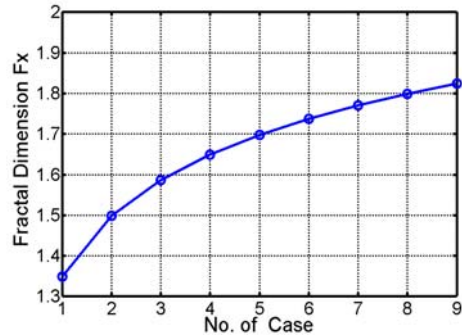


Fig. 7 Fractal dimension F_x for cases.

5. 결 론

본 연구에서 절삭력 데이터를 이용한 프랙탈 차원을 결정하는 방법이 소개되었고 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 적은 데이터를 이용하여 엔드밀 절삭력을 예측해 낼 수 있었고 이 프랙탈 보간을 이용하면 실험에서 얻게 되는 모든 데이터를 적절히 예측할 수가 있고 특히 채터의 유무에 따른 가공특성의 절삭력도 예측할 수 있다.
2. 실험에서 얻은 절삭력 파형과 프랙탈 보간에 의한 절삭력은 잘 일치하고 있었고 특히 스케일링 변수를 조절하여 노이즈 효과 및 필터링 효과를 부여하여 적절한 절삭력을 예측할 수 있었다.
3. 본 연구에서 프랙탈 차원해석도 수행 되었고 진동이 커지는 즉 스케일 인자가 큰 보간에 의한 절삭

력은 채터가 있는 신호의 경우와 잘 일치하였고 이 경우 프랙탈 차원 수치값 FD_F 은 증가하였다.

4. 채터와 같은 동적 성분이 많이 포함된 절삭력 일수록 프랙탈 차원 수치 값 FD_F 은 증가하는 것으로 판명되었다. 향후 이 프랙탈 차원 값의 분석을 통하여 채터 발생 등의 천이지점 결정에 대한 연구가 필요할 것으로 사료된다.

fractured bodies with non-monotone interface conditions,” Chaos, solutions & fractals, Vol. 8, No. 2, pp. 269-285, 1997.

10. Oh, S. L., Chin, D. H., Yoon, M. C., Ryoo, I. L. and Ha, M. K., “Detection of Chatter using Wavelet Transform,” Journal of the KSMPE, Vol 3. No. 2. pp. 32-38, 2005.

참고문헌

1. Barnsley, M. F., Fractals everywhere, Academic Press Inc, 1993.
2. Shah, E. N., Reddy, N. P. and Rothschild, B. M., “Fractal analysis of acceleration signals from patients with CPPD, rheumatoid arthritis, and spondyloarthropathy of the finger joint,” Computer methods and programs in biomedicine, Vol. 77, pp. 233-239, 2005.
3. Yoon, M. C., Kim, Y. G., “Cutting dynamic force modelling of endmilling operation,” Journal of MPT, Vol. 156, pp. 1383-1389, 2004.
4. Jeong, J. S., Jeong, J. S., Cho, H. K. and Yoon, M. C., “End-milling force estimation by fractal interpolation,” Proceeding of the KSMPE spring conference, pp. 214-219, 2005.
5. Kang, M. C., Kim, J. S. and Kim, K. H., “Fractal dimension analysis of machined surface depending on coated tool wear,” Surface & coating technology, Vol. 193, pp. 259-265, 2005.
6. Marvasti, M. A. and Strahle, W. C., “Fractal geometry analysis of turbulent data,” Signal processing, Vol. 41, pp. 191-201, 1995.
7. Oh, S. L., Chin, D. H. and Yoon, M. C., “Detection and Analysis of Chatter in Endmilling Operation,” KSMTE, Vol. 13, No. 6, pp. 10-16, 2004.
8. Hadjileontiadis, L. J., Douka, E. and Trochidis, A., “Fractal dimension analysis for crack identification in beam structures,” MSSP, Vol. 19, pp. 659-674, 2005.
9. Mistakidis, E. S., “Fractal geometry in structural analysis problems: A variational formulation for