

# 커플시스템의 파라메트릭 모델링

윤문철\*, 김종도\*\*, 김병탁#

## Parametric Modelling of Coupled System

Moon-Chul Yoon\*, Jong-Do Kim\*\*, Byung-Tak Kim#

### ABSTRACT

In this successive study, the analytical realization of coupled system was introduced using the times series identification and spectrum analysis, which was compared with conventional *FFT* spectrum. Also, the numerical responses of second order system, which is coupled, were solved using the numerical calculation of *Runge-Kutta Gill* method. After numerical analysis, the displacement, velocity and acceleration were acquired. Among them, the response of displacement was used for the analysis of time series spectrum. Among several time series, the *ARMAX* algorithm was proved to be appropriate for the spectrum analysis of the coupled system. Using the separated response of 1st and 2nd mode, the mode was calculated separately. And the responses of mixed modes were also analyzed for calculation of the mixed modes in the coupled system

**Key Words** : Coupled System(경성시스템), *FFT*(고속푸리에변환), Parametric Model(파라메트릭 모델), Spectrum(스펙트럼), Time Series(시계열), 1st Mode(1차모드), 2nd Mode(2차모드), Mixed Mode(혼합모드)

### 1. 서론

가공이나 구조 진동 시스템은 일반적으로 언커플 및 커플시스템의 두 경우로 나누어 연구가 되고 있다. 그러나 이에 대한 연구는 응답 구하는 것에 제한이 되어있고 구체적인 결과는 없는 상황이다. 또한 구체적인 결과의 하나인 스펙트럼 분석에 있어서도 주로 *FFT*에 의한 연구에 국한되어 있다. 그러나 스펙트럼 분석에 이용할 수 있는 또 다른 방법인 시계열

모델 스펙트럼의 적용은 없는 실정이다. 따라서 본 연구에서는 커플시스템의 시계열 모델링과 또 그 스펙트럼 분석을 통하여 커플시스템의 고유모드 분석을 하고자 한다. 시계열 모델링에 대한 연구는 주로 *S. M. Wu*<sup>[1]</sup>가 주로 가공시스템에 적용하여 연구가 되어 왔으며 현재는 그 제자들이 연구하고 있으나 예전과 같이 활발하지 못하고 있는 실정이다. 그 이유는 그 적용 한계를 극복하는데 좋은 아이디어가 없어서인 것으로 사료된다. 따라서 수학적으로 정의해놓고 그 시스템을 분석하는 방법인 시계열 모델링은 적용 아이디어에 따라 그 연구 가치가 확대된다고 할 수 있다. 최근 연구 중 의미 있는 연구는 *K. kanazawa*<sup>[2]</sup>의 연구로 그는 2 자유도의 커플시스템과

\* 부경대학교 기계공학부

\*\* 부경대학교 대학원

# 교신저자 : 부경대학교 기계공학부  
btkim@pknu.ac.kr

언커플시스템에서 *ARMAMA* 시계열 모델을 이용하여 고유모드를 구하는 방법을 제시하였다. 최근 시계열에 대한 왕성한 연구는 L. Ljung<sup>[3,4]</sup> 등이 있으며 이들 연구는 주로 전기공학에 필수적인 신호처리에 그 초점을 맞추고 있다. 시계열 연구법 중 스펙트럼의 정확도가 상당히 높은 것으로 알려진 기구변수법에 대한 연구는 T. Söderström<sup>[5]</sup> 이 주로 하였으며 이 기구변수법을 이용하여 기본적인 연구를 통하여 시스템 모델링과 분석을 하였다. 시스템 분석 후 모델링 식에서 스펙트럼을 얻게 되며 이 스펙트럼에 대한 연구는 S. M. Kay<sup>[6]</sup>가 많은 연구를 하였다. 따라서 이 시계열의 스펙트럼 분석으로 그 커플시스템에 대하여 체계적인 결과를 얻는 것도 상당히 의미가 있다고 할 수 있다. 시스템의 고유모드를 분석하는데 기존에 *FFT* 스펙트럼을 이용하여 많은 연구가 수행되고 있다. 그러나 *FFT* 방법보다는 시계열 모델링은 수학적식에서 모델링과 더불어 바로 스펙트럼을 구하고 고유모드를 구할 수 있다는 장점이 있다. 이 고유모드 계산은 절삭역학의 채터 연구에 필수적인 파라미터이고 이 고유모드를 구하여 채터 역학을 연구하여 채터의 안정영역을 구할 수 있다. 이 안정영역에 대한 연구는 Y. Altintas<sup>[9]</sup> 가 많은 연구를 하였으며 S. L. Oh<sup>[10]</sup>는 이 영역을 실험데이터를 분석하여 경계영역을 구하는 방법을 제시하고 있다. 채터가 일어나면 채터 주파수가 생기게 되며 이 채터 주파수는 시스템의 고유모드나 그 주변에서 확대되어 일반적으로 나타난다. 따라서 채터 연구를 하기 위해서는 시스템의 고유모드를 구할 수 있어야 채터 역학의 연구 전개가 가능하다. 한편, 이들의 연구는 시계열이 아닌 방법으로 연구하였으며 각 시계열 방법으로 커플시스템에 적용하여 각 방법의 장단점을 규명하는 것은 이 분야의 연구에 매우 필요하다고 할 수 있다. 본 연구에서는 이 시계열 방법을 커플시스템에 적용하였고 1차 및 2차 모드 계산을 수행하여 각 모드 계산 및 커플시스템 분석의 타당성을 입증하고자 한다. 즉 시스템을 분석하는데 가장 많이 이용되는 커플시스템의 시계열 분석과 고유 모드의 특성을 알아보하고자 하였고 이 결과는 가공시스템의 진동특성 분석에 유용하게 사용될 수 있다.

## 2. 커플시스템 모델링

본 연구에서는 커플시스템의 고유모드 및 스펙트럼을 분석하기 위하여 통계학적인 분석 방법인 시계열 모델링<sup>[3]</sup>을 이용하였으며 그 중 가장 신뢰성이 높은 *ARMAX* 모델을 소개하면 아래와 같다.

### 2.1 *ARMAX(n,m,l,nk)* 모델

*ARMAX* 모델은 잡음의 입력과 독립적인 새로운 입력을 고려하여 다음과 같이 정의되며 여기서  $A(z)$ 은 자동회귀변수부이고  $B(z)$ ,  $C(z)$ 은 각각 해당 입력의 이동평균 변수부가 된다.<sup>[3-5]</sup>

$$A(z)y(t) = B(z)u(t - nk) + C(z)a(t) \quad (1)$$

여기서,

$$A(z) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_nz^{-n}$$

$$B(z) = 1 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_mz^{-m}$$

$$C(z) = 1 + c_1z^{-1} + c_2z^{-2} + \dots + c_lz^{-l}$$

$a_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, n$ )는 자동회귀변수, 또한  $b_i$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, m$ )는 이동평균변수이며  $z^{-1}$ 는 지연연산자(backshift operator),  $a(t)$ 는 백색잡음(white noise)으로  $E[a(t)] = 0$  및  $E[a(t) \cdot a(t-u)] = \delta_a^2 \cdot u$  을 만족한다. 또한  $u$ 는 *Kronecker delta* 함수 이다.

### 2.2 커플시스템의 고유모드

참고문헌 3)과 위에서 정의된 시계열 모델의 경우 각 전달함수의 자동회귀 부분인 분모 항에서 고유진동수와 감쇠계수를 계산할 수 있다. 분모 항에서 인수분해된 짝  $(1 - \lambda_i \cdot z^{-1})(1 - \lambda_i^* \cdot z^{-1})$ 로부터 각각의 한 개의 고유진동수와 감쇠계수를 구하게 된다. 시스템에서 측정된 실험데이터의 샘플링 주기를  $T_s$ 라 하면 이 시스템의 고유진동수와 감쇠계수는 각각 다음과 같이 표현된다.<sup>[1]</sup>

$$\sigma_i = \frac{1}{T_s} \sqrt{\frac{[\ln(\lambda_i \cdot \lambda_i^*)]^2}{4} + \left[ \cos^{-1} \left( \frac{\lambda_i + \lambda_i^*}{2 \cdot \sqrt{\lambda_i \cdot \lambda_i^*}} \right) \right]^2} \quad (2)$$

$$\xi_i = \frac{\sqrt{\left[\ln(\lambda_i \cdot \lambda_i^*)\right]^2}}{\sqrt{\left[\ln(\lambda_i \cdot \lambda_i^*)\right]^2 + 4 \left[\cos^{-1} \left( \frac{\lambda_i + \lambda_i^*}{2 \cdot \sqrt{\lambda_i \cdot \lambda_i^*}} \right)\right]^2}} \quad (3)$$

### 3. 수치해석

#### 3.1 커플시스템의 시뮬레이션

일반적으로 커플시스템의 모델은 Fig. 1(a) 와 같이 나타내며 입출력 신호를 고려한 전체모델은 아래의 직렬모델과 같이 표현할 수 있고 식으로 표현하면 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다.

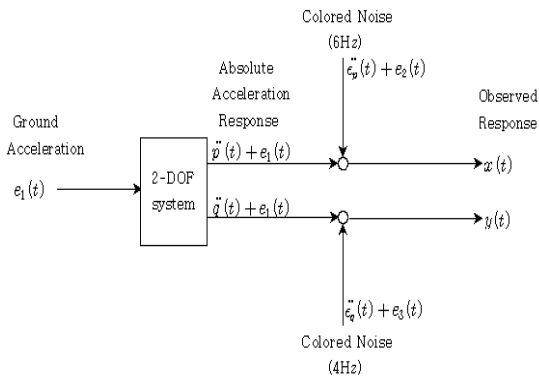
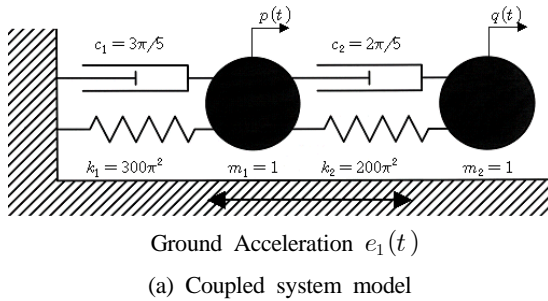


Fig. 1 Simulation model of coupled system

Fig. 1은 커플시스템의 진동 모델(a)과 그 시스템의 입출력과 잡음을 고려한 관찰 모델(b)를 보여 주고 있다. 이 커플시스템을 나타내는 모델의 이론적인 고유

특성은 Table 1과 같이 된다. 이 커플 시스템에서 두 출력은 서로 다른 구성 특성을 가진다. 예를 들면,  $x(t)$ 와  $y(t)$ 의 각 출력은 각각 고유 주파수가 5 Hz와 12.25 Hz의 서로 다른 두개의 진동 특성을 갖게 된다.

Table 1 Eigenvalues and eigenvector of coupled system

	Eigenvalues		Eigenvectors
	Freq. (Hz)	Damp.	$\{\phi_p, \phi_q\}$
<i>System</i>			
1st mode	5	1/100	{1,0}
2nd mode	$5\sqrt{6}$	$\sqrt{6}/100$	{0,1}
<i>Noises</i>			
$\epsilon_p$	4	5/1000	—
$\epsilon_q$	6	5/1000	—

Table 1에서 커플시스템의 고유모드와 그 감쇠계수를 나타내고 있고 1차 모드에서는 고유주파수가 5 Hz, 감쇠계수가 0.01로 주어지고 2차 모드에서는 고유모드와 감쇠계수는 각각 12.25 Hz 및 0.025 이다. 이 예의 경우 커플시스템의 지배 방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.<sup>[2]</sup>

$$\begin{cases} \ddot{p}(t) \\ \ddot{q}(t) \end{cases} + \frac{\pi}{5} \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \begin{cases} \dot{p}(t) \\ \dot{q}(t) \end{cases} + 100\pi^2 \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \begin{cases} p(t) \\ q(t) \end{cases} = - \begin{cases} e_1(t) \\ e_1(t) \end{cases} \quad (4)$$

그리고 커플시스템의 관찰모델에서 백색잡음을 입력으로 하여 나타나는 출력신호와 칼라잡음과의 관계는 다음의 식(5)~(8)로 나타낼 수 있다.

$$\ddot{\epsilon}_p(t) + 0.12\pi\dot{\epsilon}_p(t) + 144\pi^2\epsilon_p(t) = -e_2(t) \quad (5)$$

$$\ddot{\epsilon}_q(t) + 0.08\pi\dot{\epsilon}_q(t) + 64\pi^2\epsilon_q(t) = -e_3(t) \quad (6)$$

실험:

$$x(t) = (\ddot{p}(t) + e_1(t)) + (\ddot{\epsilon}_p(t) + e_2(t)) \quad (7)$$

$$y(t) = (\ddot{q}(t) + e_1(t)) + (\ddot{e}_q(t) + e_3(t)) \quad (8)$$

즉 커플시스템의  $p(t)$ 와  $q(t)$ 은 기준 지면에서 2-자유도 진동시스템의 독립된 변위 응답을 나타내며  $\epsilon_p(t)$ 와  $\epsilon_q(t)$ 은 칼라잡음,  $x(t)$ 와  $y(t)$ 은 출력 실험치,  $e_1(t)$ ,  $e_2(t)$ 와  $e_3(t)$ 는 평균이 0 이고, 일정한 분산 값을 갖는 백색잡음이다. 이 모델의 물리적 의미는 지면에서의 가속도  $e_1(t)$ 가 독립적으로 작용한 시스템의 2 자유도의 입력으로 주어지고 이는 변위  $x(t)$ 와  $y(t)$ 의 가속도 성분인  $\ddot{p}(t) + e_1(t)$ 와  $\ddot{q}(t) + e_1(t)$ 로 주어진다. 이 가속도 출력은  $\ddot{e}_p(t) + e_2(t)$ 와  $\ddot{e}_q(t) + e_3(t)$ 의 칼라잡음과 합쳐져 실험 출력 신호가 나타나게 되는 것을 나타내며 식(4)는 커플시스템의 감쇠항을 질량항과 강성항의 선형항으로 가정하여  $[C] = a[M] + \beta[K]$  언커플 시스템으로 나타내어 *Runge-Kutta-Gill* 방법에 의한 수치해석으로 그 변위, 속도 및 가속도항을 구할 수 있고 여기서 구한 신호는 시계열의 신호로 이용하여 시스템의 스펙트럼을 구할 수 있다.

#### 4. 응답신호의 분석 및 고찰

제안된 커플시스템의 고유 모드가 두개 이므로 1차 모드와 2차 모드에 의하여 변위응답이 있고 1차 모드에 의한 변위, 속도 및 가속도의 성분 결과는 수치해석으로 구한 결과 각각 Fig. 2의 (a),(b),(c)로 나타났다. 또한, 이 응답을 *FFT*와 시계열 모델 중 *ARMAX*모델 방법으로 스펙트럼을 구한 결과가 각각 Fig. 2의 (d)와 (e)로 구하여 졌다. 이때의 샘플링 주파수는 2625개로 하고 샘플링 주파수는 나이퀴스트 주파수를 100 Hz 로 하기 위하여 200 Hz로 하였다.

Table 2은 Fig. 2의 (a), (b), (c)의 신호 중 변위 신호를 이용하여 여러 가지 시계열방법으로 모델링하여 각각의 고유모드와 감쇠계수를 구하여 나타낸 결과이다. 커플시스템의 경우 1차 모드의 주파수가 각 방법으로 5 Hz에서 계산되는 것을 대부분의 알고리즘에서 확인할 수 있었다.

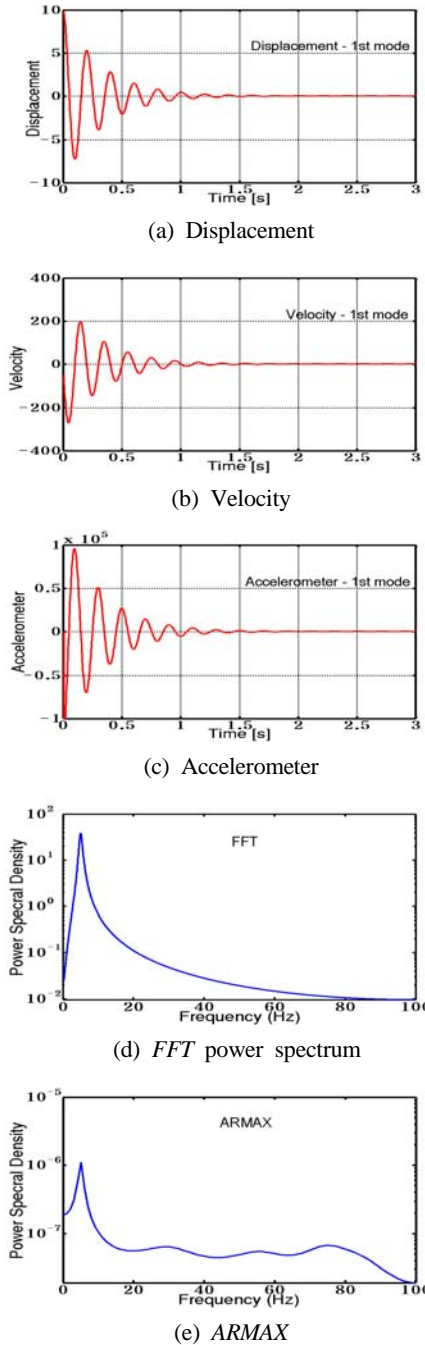
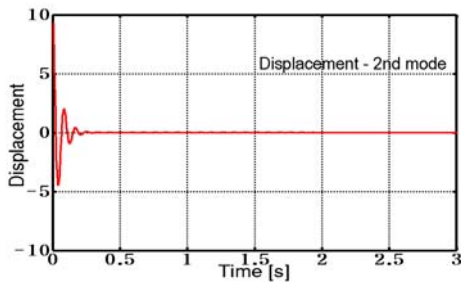


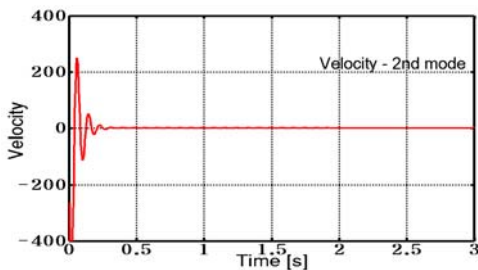
Fig. 2 Simulated 1st mode response of displacement, velocity and accelerometer and their power spectra for coupled system

Table 2 Natural frequency of coupled system(1st mode)

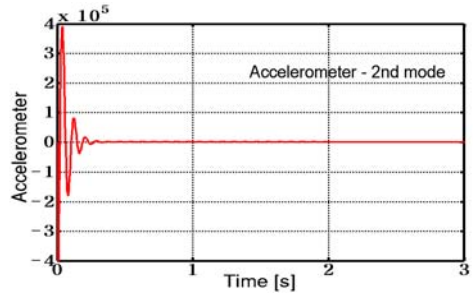
mode	1st	2nd	3rd	4th	5th
AR(10) ( $\omega_i$ )	4.9999	5.0000	46.918	69.045	86.457
( $\xi_i$ )	0.0397	0.0397	0.1159	0.1012	0.1183
AR(10) ( <i>burg</i> )	3.9802	4.6282	6.1699	7.6548	80.983
	0.0256	0.1114	0.0082	0.0500	0.0653
AR(10) ( <i>ls</i> )	5.0000	31.961	51.931	71.756	86.991
	0.0397	0.1270	0.1444	0.1330	0.1687
AR(10) ( <i>yw</i> )	5.7469	26.461	47.735	68.884	90.011
	0.0663	0.2615	0.2375	0.2161	0.1965
AR(10) ( <i>gl</i> )	4.5561	4.8802	5.3259	68.884	75.780
	0.0205	0.0296	0.0087	0.2161	0.1481
AR(10) ( <i>ivar</i> )	5.0000	30.852	53.684	71.600	87.618
	0.0397	0.0618	0.0330	0.0276	0.0765
ARX(10,5,1) ( <i>ls</i> )	5.0000	31.936	51.884	71.774	87.007
	0.0397	0.1274	0.1433	0.1325	0.1686
ARX(10,5,1) ( <i>iv4</i> )	4.9999	74.554	78.099	80.383	100.21
	0.0397	0.1375	0.1435	0.9486	0.8736
ARMAX(10,5,3,1)	5.0000	30.973	56.007	74.554	85.767
	0.0397	0.2626	0.1856	0.1375	0.1622
BJ(5,3,10,1) ( <i>c/d</i> )	5.0000	32.371	52.115	71.494	86.637
	0.0397	0.1320	0.1623	0.1478	0.1667
BJ(5,3,10,1) ( <i>b/f</i> )	4.9999	35.797	52.337	67.158	90.016
	0.0397	0.0449	0.3958	0.0786	0.1260
OE(5,10,1) ( <i>b/f</i> )	5.0000	35.180	41.054	73.687	85.634
	0.0397	0.0814	0.0223	0.1051	0.1776



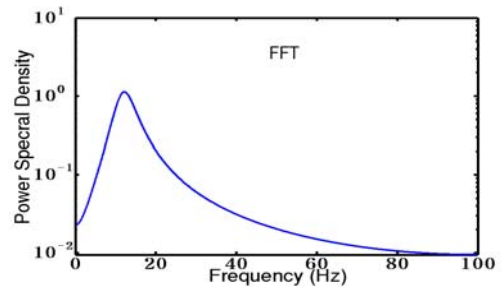
(a) Displacement



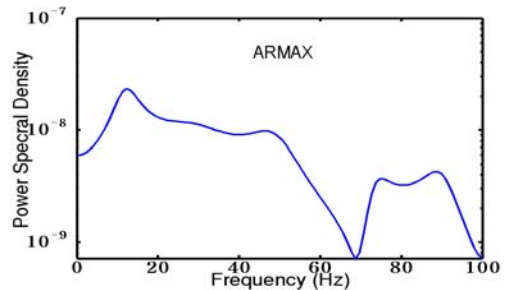
(b) Velocity



(c) Accelerometer



(d) FFT power spectrum



(e) ARMAX

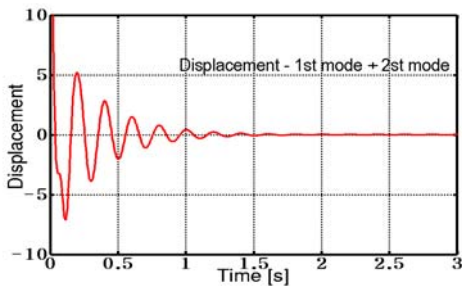
Fig. 3 Simulated 2nd mode response of displacement, velocity and accelerometer and their power spectra for coupled system

Fig. 3의 (a),(b),(c)는 같은 커플시스템에서 샘플링 데이터 수를 2625개로 하고 샘플링 주파수도 200 Hz로 하여 2차 모드의 변위, 속도 및 가속도 성분을 나타낸 결과로서 Runge - Kutta - Gill방법에 의하여 구한 결과이다. 변위 응답 성분을 FFT 및 ARMAX 스펙트럼분석을 한 결과가 각각 Fig. 3의 (d)와 (e)이다. 스펙트럼으로 구한 2차 고유모드는 주파수가 약 12.25 Hz에 거의 일치하는 것을 알 수 있다.

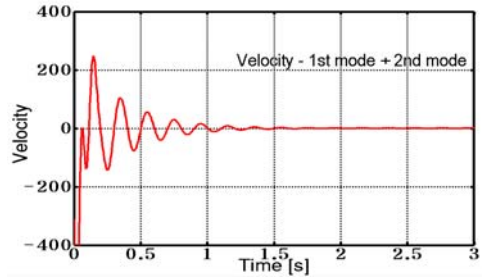
Table 3 Natural frequency of coupled system(2nd mode)

mode	1st	2nd	3rd	4th	5th
AR(10) ( $\omega_i$ )	12.247	12.247	42.979	71.012	85.634
( $\xi_i$ )	0.1525	0.1525	0.0565	0.0438	0.1776
AR(10) (burg)	6.6325	12.262	16.763	21.666	31.933
	0.0908	0.3631	0.0380	0.0275	0.0841
AR(10) (ls)	12.247	27.064	44.619	70.091	96.998
	0.1525	0.0960	0.1078	0.0542	0.1652
AR(10) (yw)	12.739	27.642	48.357	69.241	90.187
	0.0960	0.2728	0.2555	0.2328	0.2118
AR(10) (gl)	6.5715	7.1459	12.633	13.140	15.058
	0.1854	0.2060	0.1336	0.1269	0.0065
AR(10) (ivar)	7.1459	12.247	26.244	39.624	68.684
	0.2060	0.1525	0.0131	0.0648	0.0061
ARX(10,5,1) (ls)	12.247	27.077	44.633	70.090	97.010
	0.1525	0.0963	0.1079	0.0542	0.1654
ARX(10,5,1) (iv4)	12.247	61.740	90.582	102.86	116.81
	0.1525	0.1941	0.0800	0.9705	0.9175
ARMAX(10,5,3,1)	12.247	28.526	50.106	73.743	90.582
	0.1525	0.1736	0.1073	0.0552	0.0800
BJ(5,3,10,1) (c/d)	12.247	29.219	47.808	66.298	90.405
	0.1525	0.2842	0.1386	0.0836	0.0801
BJ(5,3,10,1) (b/f)	12.247	31.671	52.948	72.089	90.861
	0.1525	0.1721	0.1613	0.1672	0.1549
OE(5,10,1) (b/f)	12.247	25.546	52.722	74.323	86.964
	0.1525	0.1419	0.1056	0.0704	0.0543

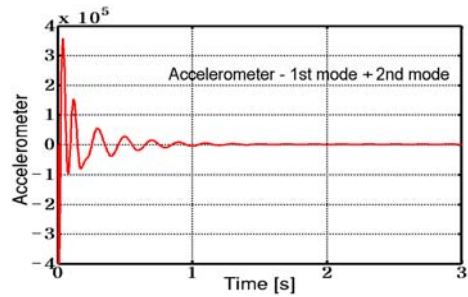
Table 3은 같은 커플시스템에서 2차 모드에 의한 3 가지 응답 중 변위 응답 신호를 각 시계열로 모델링 한 후 식(2)와 (3)을 이용하여 2차 모드 주파수와 감쇠 계수를 구한 수치이다. Table 3에서 알 수 있듯이 2차의 고유 모드가 12.25 Hz에 거의 일치하게 계산되고 있는 것을 알 수 있다.



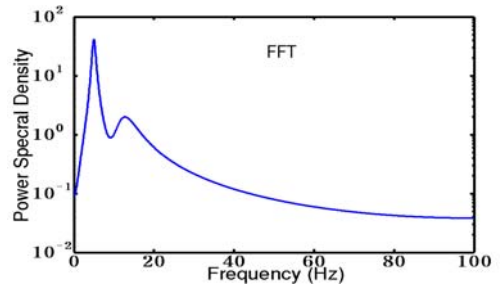
(a) Displacement



(b) Velocity



(c) Accelerometer



(d) FFT power spectrum

Fig. 4 Simulated results of coupled system for mixed mode

Fig. 4의 (a), (b), (c)는 커플시스템에서 1차 모드와 2차 모드가 혼합되어 있는 변위, 속도, 가속도의 응답 신호를 보여 주고 있다. 마찬가지로 이 응답은 Runge-Kutta-Gill 방법에 의해 구하였고 이때 두 모드가 더해진 변위를 FFT 스펙트럼으로 구한 결과가 Fig. 4(d)이다. 이때 준비된 샘플링 데이터 수와 샘플링 주파수도 1차와 2차 모드에서 구한 경우와 같이 각각 2625개와 200 Hz로 하였다. 여기서 구한 결과는 5 Hz의 1차 고유모드와 12.25 Hz의 2차 고유모드를 함께

표현 할 수 있었고 이것은 다음의 Table 4에서 구한 결과 고유 모드와 거의 일치하였다.

**Table 4 Natural frequency of coupled system(mixed mode)**

mode	1st	2nd	3rd	4th	5th
AR(10) ( $\omega_i$ )	4.9832	5.0339	12.239	12.259	87.462
	( $\xi_i$ )	0.0221	0.0174	0.0158	0.0156
AR(10) (burg)	4.9832	5.0294	6.8799	12.211	12.737
	0.0221	0.0004	0.0976	0.0040	0.0055
AR(10) (ls)	5.0000	12.247	47.124	66.671	90.319
	0.0039	0.0151	0.0944	0.1298	0.0728
AR(10) (yw)	6.3733	17.901	45.158	67.624	89.573
	0.1462	0.3216	0.2257	0.2025	0.1832
AR(10) (gl)	4.8988	5.8253	6.3733	12.004	12.524
	0.0083	0.0312	0.1462	0.0007	0.0001
AR(10) (ivar)	4.9999	6.3733	12.247	46.611	90.321
	0.0039	0.1462	0.0152	0.1298	0.0728
ARX(10,5,1) (ls)	5.0000	12.247	47.124	66.671	90.321
	0.0039	0.0151	0.0942	0.1298	0.0728
ARX(10,5,1) (iv4)	4.9221	5.0000	12.091	70.294	95.666
	0.0616	0.0039	0.0169	0.9229	0.8470
ARMAX(10,5,3,1)	5.0000	12.247	35.382	55.845	89.107
	0.0039	0.0151	0.2162	0.1937	0.1641
BJ(5,3,10,1) (c/d)	5.0000	12.248	47.419	66.145	90.130
	0.0039	0.0152	0.0959	0.1305	0.0686
BJ(5,3,10,1) (b/f)	4.9973	12.247	45.999	60.216	89.187
	0.0039	0.0151	0.0746	0.0173	0.0158
OE(5,10,1) (b/f)	5.0000	12.247	30.773	60.540	89.650
	0.0039	0.0151	0.3650	0.0107	0.0051

Table 4은 커플시스템에서 1차 모드와 2차 모드가 혼합된 변위 신호를 이용하여 시계열 모델링 한 결과로 각각의 알고리즘으로 고유모드와 감쇠계수를 분석하여 표로 나타내었다. 표에서 1차 모드와 2차 모드의 계산 값이 대부분 5 Hz와 12.25 Hz로 시스템의 고유모드를 잘 나타내고 있으며 각 고유모드를 각 시계열 알고리즘으로 정확하게 계산하여 나타나고 있음을 확인할 수 있다.

## 5. 결 론

커플시스템을 시계열 모델링 기법으로 분석하였고 1차 및 2차 모드를 분석한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. 커플시스템을 모델링하여 수치해석으로 응답을 구할 수 있었고 변위응답으로 파워 스펙트럼분석을 한 결과 1차 및 2차 모드를 구할 수가 있었다.
2. FFT와 비교하여 볼 때 시계열분석에 의해서도 커플시스템의 고유모드 계산을 정확하게 할 수 있었고, 데이터수가 적고 약한 모드(weak mode)의 경우 시계열이 FFT 보다 그 고유 모드 검출이 보다 수월하였다.
3. 시계열 분석법은 스펙트럼을 잡음의 영향 작게 하여 처리하는데 유리함을 알 수 있었고 이 경우에도 정확하게 나타났고 이론적인 식(2)와 (3)으로 비교적 적절히 구할 수 있었다.
4. 언커플시스템에서의 결과<sup>[4]</sup>와 유사하게 커플시스템에서도 ARMAX 시계열 스펙트럼 분석을 통하여 1차 및 2차 모드를 정확하게 구할 수 있었다.

## 참고문헌

1. Pandit, S. M. and Wu, S. M., Time Series and System Analysis with Applications, John Wiley and Sons, 1993.
2. Kenji Kanazawa, Kazuta Hirata, "Parametric Estimation of the Cross-Power Spectral Density," J. of SV, Vol. 282, pp. 1-35, 2005.
3. Yoon, M. C., Kim, B. T., Kim, K. H., "Natural Mode Estimation of Cutting Dynamics with Time Series," J. of MPT, Vol. 156, pp. 1373-1382, 2004.
4. Yoon, M. C., Kim, J. D., Kim, K. H., "An Analysis of the Parametric Modelling of Uncoupled System," J. of KSMPE, Vol. 5, No. 3, 2006.
5. Ljung, L., System Identification - Theory for the User, Prentice Hall, 1999.
6. Ljung, L., Glad, T., Modeling of Dynamic Systems, Prentice Hall, 1999.
7. Söderström, T. and Stoica, P., Instrumental Variable Methods for System Identification, Berlin : Springer Verlag, 1993.
8. Kay, S. M., Modern Spectral Estimation: Theory and Application, Prentice Hall, 1990.
9. Yusuf Altintas, Manufacturing Automation, Cam-

bridge University, 2000.

10. Oh, S. L., Chin, D. H., Yoon, M. C., Ryoo, I. I., Ha, M. K., "Chatter Mode and Stability Boundary Analysis in Turning," Trans. of KSMTE, Vol. 14 No.5, 2005.
11. Dilley, D. N., Bayly, P. V., Schaut, A. J., "Effects of the Chisel Edge on the Chatter Frequency in Drilling," J. of SV, Vol. 281, pp. 423-438, 2005.
12. Insperger, T., Stépán, G., Bayly, P. V., Mann, B. P., "Multiple Chatter Frequencies in Milling Processes," J. of SV, Vol. 262, pp. 333-345, 2003.