

A Study on the Support Vector Machine Based Fuzzy Time Series Model¹⁾

Kyung Ha Seok²⁾

Abstract

This paper develops support vector based fuzzy linear and nonlinear regression models and applies it to forecasting the exchange rate. We use the result of Tanaka(1982, 1987) for crisp input and output. The model makes it possible to forecast the best and worst possible situation based on fewer than 50 observations. We show that the developed model is good through real data.

Keywords : AR, Fuzzy regression, Fuzzy time series, Support vector machine

1. 서론

시계열분석에서 단기예측을 위해 주로 사용되는 대부분의 모형들은 분석을 위해 50개 이상의 자료가 필요하며, 비교적 정확한 분석을 위해서는 100개 이상의 자료가 필요하다. 그러나 최근의 시계열분석에서는 단기간동안 관측된 50개 이하의 소량의 자료를 사용하여 미래상황을 예측하기 위해 퍼지회귀분석법 기반의 퍼지시계열모형을 자주 사용한다(Tseng 등(2001)).

Tanaka 등(1982, 1987, 1992)은 퍼지환경 하에서 문제를 해결하고 모형오차를 피하기 위해 퍼지회귀분석법을 제안하였다. 기본적으로 이 모형은 구간예측모형(interval prediction model)이다. Watada(1992)는 처음으로 퍼지회귀모형을 퍼지시계열분석에 적용하였으나 Box-Jenkins 모형의 개념을 사용하지 않았다. Song과 Chissom(1993, 1994)는 퍼지시계열을 새롭게 정의하고 퍼지관계방정식과 근사추론(approximate reasoning)을 사용하여 시계열 모형수립을 설명하였다. Chen(1996)은 Song과 Chissom(1993, 1994)의 개념을 사용하여 퍼지시계열분석법을 제안하였다. Tseng 등

1) This work was supported by a Korea Research Foundation Grant funded by the Korean Government (MOEHRD, Basic Research Promotion Fund(KRF-2005-015-C00097)).

2) 경남 김해시 어방동 인제대학교 데이터정보학과
E-mail : statskh@paran.com

(2001)은 퍼지회귀분석과 ARIMA 모형을 결합하여 퍼지 ARIMA 모형을 제안하고 자료의 개수가 50개 미만인 환율자료에 적용하여 이 모형의 우수한 예측력을 입증하였다.

한편 SVM은 1995년에 Vapnik 중심의 MIT 인공지능 연구실에서 개발되어 통계학, 데이터마이닝, 컴퓨터과학 및 정보과학 분야에서 분류 및 회귀분석을 위한 우수한 성능의 기법으로 많이 활용되고 있다(Vapnik(1995, 1998), Smola와 Scholkopf(1998), Cristianini와 Shawe-Taylor(2000)). 최근 SVM을 비선형 시계열자료에 적용하여 그 우수성을 입증한바 있다. SVM의 비선형 시계열분석과 관련된 대표적 참고문헌은 Mukherjee 등(1997), Muller 등(1997), Rупing과 Morik(2003) 등이다. 그리고 Cao와 Tay(2003)는 SVM을 금융자료의 예측에 적용하고 그 우수성을 입증하였다. 그리고 Li & Fang(2003)은 SVM에 퍼지개념을 도입하여 더 정확한 시계열 예측을 유도하였다. 따라서 기존의 시계열분석법에 퍼지개념을 도입하면 자료의 수가 충분히 많거나 적은 경우에 더 정확한 예측을 유도할 수 있어 퍼지개념을 시계열 예측에 도입하는 것은 바람직하다고 하겠다. 본 연구에서는 입력과 출력이 모두 비퍼지(crisp) 자료인 경우에 대한 Tanaka(1982, 1987)의 퍼지선형회귀모형에 SVM의 이론을 적용하여 새로운 써포트벡터 회귀분석모형을 개발하고, 그 모형에 시계열자료를 적용하고자 한다.

다음 2절에서는 써포트벡터 회귀분석 알고리즘을 개발하고 3절에서는 개발된 알고리즘의 효용성을 실험을 통해 살펴본다. 그리고 마지막으로 4절에서는 결론 및 추후 연구과제에 대해 알아본다.

2. 써포트벡터 퍼지회귀분석

부정확(imprecise)하고 불확실한(uncertain) 자료(data) 또는 정보(information)를 다루는 대표적인 분야는 1965년 Zadeh에 의해 제안된 퍼지 집합 이론(Fuzzy Sets Theory)이다. 전통적인 회귀모형에서는 실제 관측값과 모형에 의한 예측값과의 차이는 관측오차로 간주하게 된다. 그러나 퍼지회귀모형에서는 모형과 자료의 차이는 입출력 관계를 나타내는 시스템 구조 자체의 애매함이라 가정하고 있다. 대부분의 통계 자료들은 입력과 출력이 모두 비퍼지(crisp-input and crisp-output)인 자료이기 때문에 전통적 회귀모형을 이용하여 해석하게 된다. 하지만 입력이 비퍼지이고 출력이 퍼지(crisp-input and fuzzy-output)인 자료나 또는 입력과 출력이 모두 퍼지(fuzzy-input and fuzzy-output)인 자료는 퍼지회귀모형을 이용하여 해석하는 것이 타당하다.

퍼지회귀분석(Fuzzy Regression Analysis) 관련 최초의 연구는 Tanaka(1982)의 비퍼지자료를 이용한 퍼지선형회귀분석이다. Diamond(1988)는 퍼지변수에 대한 최소제곱법을 이용하는 방법을 제안하였으며, Savic과 Pedrycz (1991)는 최소제곱 추정법과 최적화 선형계획법을 이용한 퍼지최소제곱선형회귀분석법을 제안하였다.

Tanaka(1982)는 선형계획법을 이용하여 회귀계수를 추정하는 퍼지선형회귀모형을 제안하였고, 그 이후에 Tanaka(1987)는 원래의 방법을 수정하여 다음과 같은 퍼지수 A 를 계수로 갖는 퍼지함수에 기초한 모형을 제안하였다. 주어진 자료가 (\mathbf{x}_i, y_i) , $i = 1, \dots, N$, $\mathbf{x}_i = (1, x_{i1}, \dots, x_{ik})^t$ 일 때

$$Y_j = A_0 + A_1 x_{j1} + \dots + A_k x_{jk}, \quad A_j = (a_j, c_j), \quad j = 1, \dots, N, \quad j = 0, \dots, k.$$

여기에서 $Y_j = (\hat{y}_j, \hat{e}_j)$ 는 추정된 출력인데 \hat{y}_j 는 j 번째 출력변수의 값이다. 그리고 이때 퍼지수 Y_j 의 소속함수는 다음과 같다.

$$\mu_{Y_j}(y) = 1 - \frac{|y - \hat{y}_j|}{\hat{e}_j},$$

여기서 $\hat{e}_j = \mathbf{c}^t | \mathbf{x}_j |$ 이다. 만일 입력변수가 하나($k = 1$)라면 모형은 $Y_j = A_0 + A_1 x_j$ 즉, $Y_j = (a_0, c_0) + (a_1, c_1)x_j$, $i = 1, \dots, N$ 이 된다. 이 때 a_0 와 a_1 는 퍼지수들의 중심값(center)이고 c_0 와 c_1 는 폭(spread)이다. 퍼지회귀모형에서 회귀계수를 추정하기 위한 기본 개념은 추정된 퍼지수들의 폭의 가중합에 해당하는 $\sum_{i=1}^N \mathbf{c}^t | \mathbf{x}_i |$ 를 최소로 하는 퍼지계수 A_j 들을 결정하는 것이다. 이는 몇 가지 제약조건을 갖는 다음 식과 같은 선형계획법을 푸는 문제가 된다.

$$\min_{\mathbf{a}, \mathbf{c}} \mathcal{J}(\mathbf{c}) = \sum_{i=1}^N \mathbf{c}^t | \mathbf{x}_i |$$

subject to

$$\mathbf{a}^t \mathbf{x}_i + (1-h) \mathbf{c}^t | \mathbf{x}_i | \geq y_i,$$

$$\mathbf{a}^t \mathbf{x}_i - (1-h) \mathbf{c}^t | \mathbf{x}_i | \leq y_i,$$

$$\mathbf{c} \geq \mathbf{0},$$

$$\text{단, } \mathbf{a} = (a_0, a_1, \dots, a_k)^t, \mathbf{c} = (c_0, c_1, \dots, c_k)^t,$$

$$| \mathbf{x}_i | = (1, |x_{i1}|, \dots, |x_{ik}|)^t, \quad i = 1, \dots, N.$$

여기에서 h 는 소속도(membership degree)이다.

2.1 썬포트벡터 퍼지선형회귀분석

먼저 퍼지선형회귀분석법을 유도하는 과정을 다음과 같이 설명한다. 전통적인 선형회귀분석은 최소제곱법을 이용하여 자료를 적합시키지만 본 연구에서는 SVM에서 주로 사용하는 ε -insensitive loss 함수를 사용한다. 그러므로 퍼지선형회귀분석법은 Tanaka 의 방법에 ε -insensitive loss 함수를 적용한 모형이다. 즉 다음식과 같이 몇 가지 제약조건을 갖는 이차계획법을 푸는 문제가 된다.

$$\min_{\mathbf{a}, \mathbf{c}} \frac{1}{2} (\| \mathbf{a} \|^2 + \| \mathbf{c} \|^2) + \gamma \left(\sum_{i=1}^n \xi_{1i} + \sum_{i=1}^n (\xi_{2i} + \xi_{2i}^*) \right)$$

subject to

$$\mathbf{c}^t | \mathbf{x}_i | \leq \xi_{1i}$$

$$y_i - \mathbf{a}^t \mathbf{x}_i \leq \varepsilon + \xi_{2i}, \quad \mathbf{a}^t \mathbf{x}_i - y_i \leq \varepsilon + \xi_{2i}^*, \quad i=1, \dots, n$$

$$\mathbf{a}^t \mathbf{x}_i + (1-h) \mathbf{c}^t | \mathbf{x}_i | \geq y_i, \quad \mathbf{a}^t \mathbf{x}_i - (1-h) \mathbf{c}^t | \mathbf{x}_i | \leq y_i, \quad i=1, \dots, n.$$

여기서 ξ_{1i} 는 추정된 출력의 폭을 나타내고, ξ_{2i}, ξ_{2i}^* 는 모형의 출력에 대한 상계(upper) 및 하계(lower) 제약조건을 나타내는 slack 변수이다. 따라서 Lagrange 함수는 다음과 같이 표현된다.

$$L = \frac{1}{2} (\|\mathbf{a}\|^2 + \|\mathbf{c}\|^2) + \gamma \left(\sum_{i=1}^n \xi_{1i} + \sum_{i=1}^n (\xi_{2i} + \xi_{2i}^*) \right) - \sum_{i=1}^n \alpha_{1i} (\xi_{1i} - \mathbf{c}^t | \mathbf{x}_i |)$$

$$- \sum_{i=1}^n \alpha_{3i} (\mathbf{a}^t \mathbf{x}_i + (1-h) \mathbf{c}^t | \mathbf{x}_i | - y_i) - \sum_{i=1}^n \alpha_{3i}^* (y_i - \mathbf{a}^t \mathbf{x}_i + (1-h) \mathbf{c}^t | \mathbf{x}_i |)$$

$$- \sum_{i=1}^n \eta_{1i} \xi_{1i} - \sum_{i=1}^n (\eta_{2i} \xi_{2i} + \eta_{2i}^* \xi_{2i}^*) \quad (1)$$

여기서 $\alpha_{1i}, \alpha_{2i}, \alpha_{2i}^*, \alpha_{3i}, \alpha_{3i}^*$ 는 Lagrange 배수이다. 그리고 primal 변수 $(\mathbf{a}, \mathbf{c}, \xi_{1i}, \xi_{2i}, \xi_{2i}^*)$ 에 관해서 L 을 편미분하여 방정식을 풀면 다음의 해를 얻는다.

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{a}} = \mathbf{0} \rightarrow \mathbf{a} = \sum_{i=1}^n (\alpha_{2i} - \alpha_{2i}^*) \mathbf{x}_i + \sum_{i=1}^n (\alpha_{3i} - \alpha_{3i}^*) \mathbf{x}_i$$

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{c}} = \mathbf{0} \rightarrow \mathbf{c} = - \sum_{i=1}^n \alpha_{1i} | \mathbf{x}_i | + (1-h) \sum_{i=1}^n (\alpha_{3i} + \alpha_{3i}^*) | \mathbf{x}_i |$$

$$\frac{\partial L}{\partial \xi_{1i}} = 0 \rightarrow \xi_{1i} = \gamma - \alpha_{1i}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \xi_{2i}^{(*)}} = 0 \rightarrow \xi_{2i}^{(*)} = \gamma - \alpha_{2i}^{(*)}$$

위의 식들을 식 (1)에 대입하면 다음의 쌍대(dual) 최적화 문제를 얻게 된다.

$$\text{maximize } \left\{ -\frac{1}{2} \left(\sum_{i,j=1}^n (\alpha_{2i} - \alpha_{2i}^*)(\alpha_{2j} - \alpha_{2j}^*) \mathbf{x}_i^t \mathbf{x}_j \right. \right.$$

$$+ 2 \sum_{i,j=1}^n (\alpha_{2i} - \alpha_{2i}^*)(\alpha_{3j} - \alpha_{3j}^*) \mathbf{x}_i^t \mathbf{x}_j + \sum_{i,j=1}^n (\alpha_{3i} - \alpha_{3i}^*)(\alpha_{3j} - \alpha_{3j}^*) \mathbf{x}_i^t \mathbf{x}_j$$

$$+ \sum_{i,j=1}^n \alpha_{1i} \alpha_{1j} | \mathbf{x}_i |^t | \mathbf{x}_j | - 2(1-h) \sum_{i,j=1}^n \alpha_{1i} (\alpha_{3j} + \alpha_{3j}^*) | \mathbf{x}_i |^t | \mathbf{x}_j |$$

$$+ (1-h)^2 \sum_{i,j=1}^n (\alpha_{3i} + \alpha_{3i}^*)(\alpha_{3j} + \alpha_{3j}^*) | \mathbf{x}_i |^t | \mathbf{x}_j | \left. \right) + \sum_{i=1}^n (\alpha_{2i} - \alpha_{2i}^*) y_i$$

$$- \varepsilon \sum_{i=1}^n (\alpha_{2i} + \alpha_{2i}^*) \left. \right\} \quad (2)$$

subject to

$$0 \leq \alpha_{1i}, \alpha_{2i}, \alpha_{2i}^* \leq \gamma.$$

위의 제약조건하에서 식 (2)를 풀면 Lagrange 배수 a_{1i}, a_{2i}, a_{2i}^* 를 구할 수 있다. 따라서, 만약 $c^t |x| \geq 0$ 이면, 퍼지선형회귀함수는 다음과 같다.

$$Y(x) = (a^t x, c^t |x|)$$

2.2 쉐포트벡터 퍼지비선형회귀분석

본 연구에서는 SVM의 기본원리를 사용하여 기저(underlying) 모형에 대한 특별한 가정없이, 즉 비모수적 퍼지비선형회귀분석법을 다룬다. 먼저 사상 $\Phi: R^d \rightarrow E$ 를 사용하여 입력 x_j 를 전처리 한 후에 얻어진 특징 $\Phi(x_j)$ 에 전술한 퍼지선형회귀분석법을 적용한다. 식 (2)에서 자료는 내적(inner product) $x_i^t x_j, |x_i|^t |x_j|$ 의 형태로 나타나므로 특징공간(feature space) E 에서의 퍼지비선형회귀분석법은 커널함수 $K(x_i, x_j) = \Phi(x_i)^t \Phi(x_j)$, $K(|x_i|, |x_j|) = \Phi(|x_i|)^t \Phi(|x_j|)$ 에 의존한다. 회귀함수 추정을 위해 주로 사용되는 커널은 다음과 같은 다항(polynomial) 커널과 Radial Basis Function(RBF) 커널이다.

$$K(x, y) = (x^t y + 1)^d, \quad K(x, y) = e^{-\frac{|x-y|^2}{2\sigma^2}}$$

여기서, d 와 σ^2 은 커널모수이다. 그리고, 시계열분석을 위해 주로 사용되는 커널은 RBF 커널, Fourier 커널, Subsequence 커널, Pair Hidden Markov Models(PHMM) 커널 등이다. 퍼지비선형회귀함수는 다음의 쌍대(dual) 최적화 문제를 풀어 구해진다.

$$\begin{aligned} \text{maximize } & \left\{ -\frac{1}{2} \left(\sum_{i,j=1}^n (a_{2i} - a_{2i}^*)(a_{2j} - a_{2j}^*) K(x_i, x_j) \right. \right. \\ & + 2 \sum_{i,j=1}^n (a_{2i} - a_{2i}^*)(a_{3j} - a_{3j}^*) K(x_i, x_j) \\ & + \sum_{i,j=1}^n (a_{3i} - a_{3i}^*)(a_{3j} - a_{3j}^*) K(x_i, x_j) + \sum_{i,j=1}^n a_{1i} a_{1j} K(|x_i|, |x_j|) \\ & - 2(1-h) \sum_{i,j=1}^n a_{1i} (a_{3j} + a_{3j}^*) K(|x_i|, |x_j|) \\ & + (1-h)^2 \sum_{i,j=1}^n (a_{3i} + a_{3i}^*)(a_{3j} + a_{3j}^*) K(|x_i|, |x_j|) \left. \right) \\ & \left. + \sum_{i=1}^n (a_{2i} - a_{2i}^*) y_i - \varepsilon \sum_{i=1}^n (a_{2i} + a_{2i}^*) \right\} \end{aligned}$$

subject to

$$0 \leq a_{1i}, a_{2i}, a_{2i}^* \leq \gamma.$$

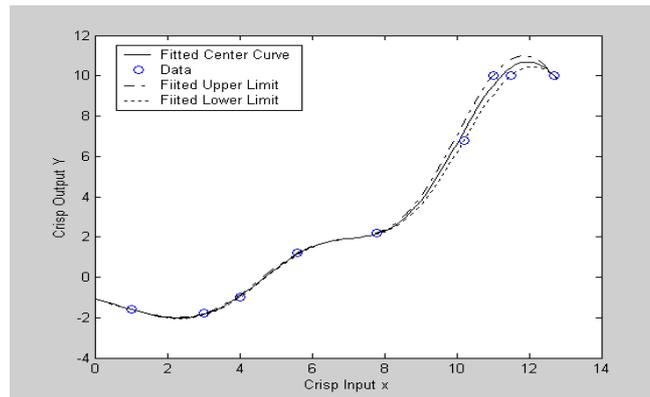
3. 모의실험

3.1 퍼지회귀함수 추정 예제

<표 1> 퍼지비선형회귀함수 추정을 위한 자료

x_i	1	3	4	5.6	7.8	10.2	11.0	11.5	12.7
y_i	-1.6	-1.8	-1.0	1.2	2.2	6.8	10.0	10.0	10.0

퍼지비선형회귀함수 추정을 위해 여기서 사용된 자료는 Gunn(1998)에 있는 자료이다. Gunn(1998)은 위의 자료가 기본적으로 비선형 회귀함수로 적합가능한 자료라고 설명하고 있다. 따라서 본 연구에서도 퍼지비선형회귀함수로 적합을 한다. 소속도 h 의 값이 1인 경우는 상한과 하한이 0이 되므로 h 가 0인 경우가 일반적인 결과를 보이는 것이다. 그래서 본 연구에서는 h 가 0인 경우만 다루었다. 다음 <그림1>은 소속도 h 의 값이 0인 경우에 <표 1>대한 추정의 결과를 보여준다.



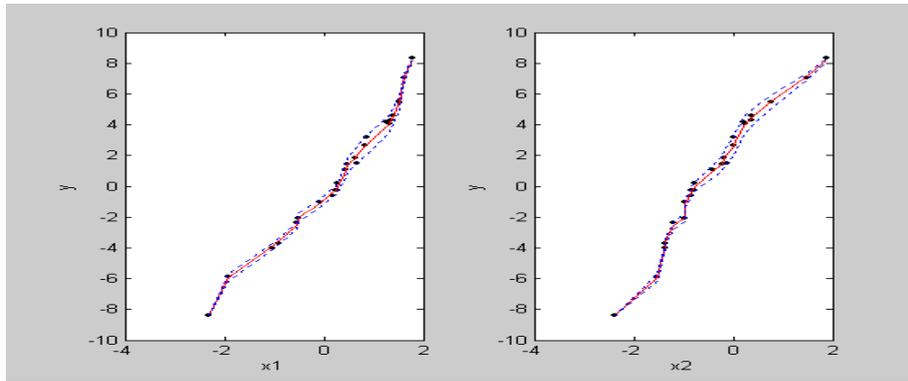
<그림 1> 퍼지비선형회귀함수 추정

<그림 1>에서 실선은 중심 y_i 들을 추정된 곡선이며, 절단선과 점선은 각각 추정된 상한(upper limit)과 하한(lower limit)을 나타낸다. 소속도 h 의 값이 0일 경우에도 추정된 상한 및 하한의 폭이 매우 좁음을 알 수 있다. 따라서 선행연구에서 제안된 퍼지비선형회귀분석법의 성능이 매우 우수함을 알 수 있다. 여기에서는 RBF 커널이 사용되었는데 커널모수와 벌칙상수의 값을 교차타당성방법(cross-validation)을 사용하여 결정하였다. 그 값은 각각 $\varepsilon=0.1$, $\sigma=2.6$, $\gamma=140$ 이다.

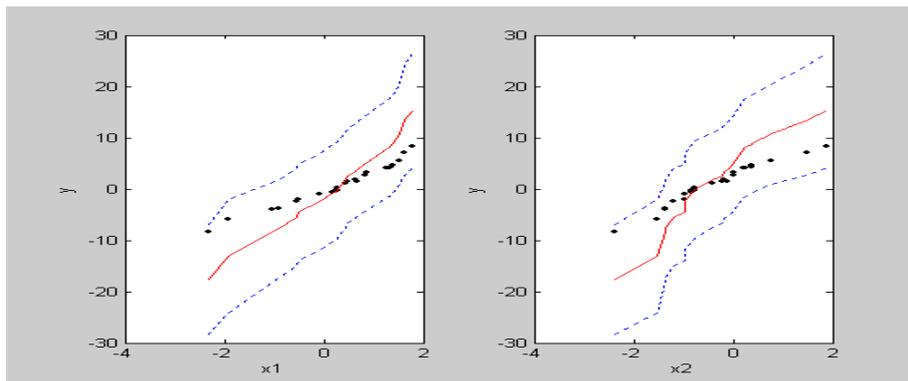
다음 예제는 다중공선성이 존재할 때 개발한 퍼지회귀모형의 수행능력을 살펴보기 위한 것이다. 이 실험을 위하여

$$y = x_1 + x_2 + x_3 + e,$$

와 같은 관계를 가지는 크기 25인 자료를 생성했다. 여기에서 설명변수 x_1 과 x_2 는 $N(0,1)$ 에서 랜덤하게 추출된 값이고, $x_3 = x_1 + x_2$ 의 관계를 가지고 있다. 그리고 오차항 e 는 서로 독립인 $N(0,0.3^2)$ 의 분포를 가진다. <그림 2>는 퍼지회귀모형으로 추정된 추정값(실선)과 상한과 하한(점선)을 자료값(점)과 같이 나타낸다. 왼쪽 그림은 x_1 과 y 의 관계를 오른쪽은 x_2 와 y 의 관계를 나타낸다. 이 그림에서 추정값은 자료의 근방에 위치하고 상한과 하한이 많이 떨어지지 않는 좋은 결과를 보인다. 같은 자료를 전통적인 중선형회귀에 적합을 하여 추정값과 95% 신뢰구간을 구하여 <그림 3>에 나타내었다. 이 그림에서 우리는 예상된 결과인 추정값이 자료와 많이 떨어져 있고 신뢰구간의 폭이 상당히 커지는 것을 볼 수 있다. <그림 4>는 각 방법에 의한 추정값과 μ (점과 원) 그리고 $y_{true} = x_1 + x_2 + x_3$ 과 μ (실선)를 나타내었다. 이 그림에서 퍼지회귀모형은 다중공선성이 존재하더라도 좋은 추정을 할 수 있음을 다시 확인할 수 있다.



<그림 2> 퍼지회귀분석 결과: 추정값(실선), 상한과 하한(점선)



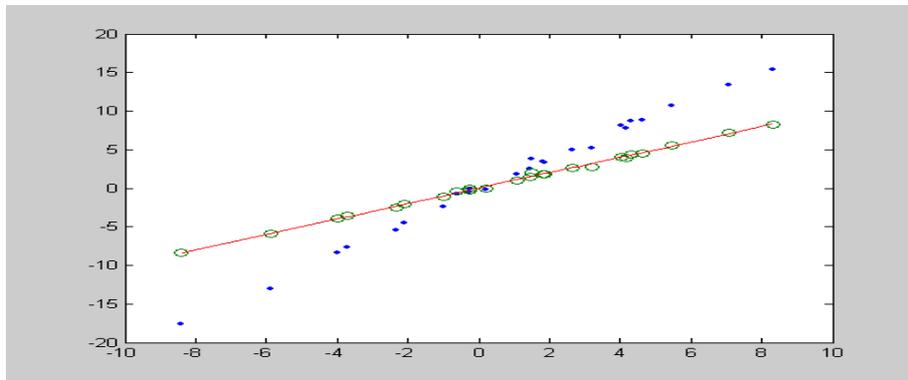
<그림 3> 중선형회귀분석 결과: 추정값(실선), 95% 신뢰구간(점선)

3.2 시계열 자료적용예제

퍼지시계열분석을 위해서 본 연구에서는 다음과 같은 자기회귀(autoregressive) AR(p) 모형을 가정한다.

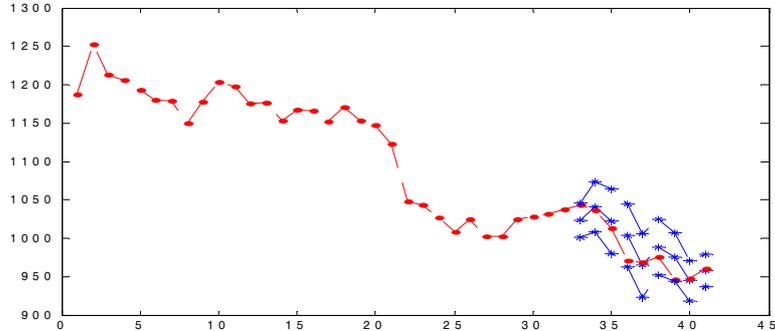
$$x_t = g(x_{t-1}, \dots, x_{t-p}).$$

이 실험에 사용된 자료는 2004년 2월부터 2006년 6월까지의 환율의 월자료(월말기준)



<그림 4> 퍼지회귀분석과 중선형회귀분석 결과: 참값(실선), 퍼지추정값(원), 중선형회귀추정값(점)

이다. 퍼지비선형모형이 더 좋은 결과를 보일 것으로 예상되지만 추정해야 할 모수를 객관적으로 선택하는 것이 쉽지 않은 작업이고, 본 연구에서는 퍼지회귀모형이 시계열자료에 잘 적합 할 수 있다는 가능성을 제시하는 수준이기 때문에 퍼지선형모형을 사용하였다. 2006년 6월을 기준으로 최근 9개월의 환율을 예측하여 아래의 <그림 5>에 나타내었다. 점은 실제 환율을 나타내고, 별표는 예측값과 상한 그리고 하한을 나타낸다. 이 그림에서 실제의 환율이 상한과 하한 사이에 놓이는 좋은 결과를 보임을 알 수 있다. 이 실험에서도 소속도 $h=0$ 이 사용되었고, 교차타당성방법을 사용하여 $p=7$ 이 결정되었다.



<그림 5> 퍼지시계열 모형에 환율자료를 적합한 결과: 환율자료(점), 예측값과 상한 그리고 하한(별)

4. 결론 및 추후연구과제

SVM을 이용한 퍼지회귀분석 알고리즘을 개발하여 시계열모형에 적합시켜서 좋은 결과를 얻었다. 그러나 이모형을 유용하게 사용하기 위해서는 퍼지비선형회귀모형에서 필요한 여러 가지 모수를 선택할 수 있는 방법이 개발되어야 할 것이다.

참고문헌

1. L. Cao, F.E.H. Tay(2003), Financial forecasting using support vector machines, <http://www.svms.org/regression/>.
2. S. Chen(1996), Forecasting enrollments based on fuzzy time series, *Fuzzy Sets and Systems* 81, 311-319.
3. N. Cristianini, J. Shawe-Taylor(2000), *An Introduction to Support Vector Machines and other kernel-based learning methods*, Cambridge.
4. P. Diamond(1988), Fuzzy least squares, *Information Sciences* 46, 141-157.
5. S. Gunn(1998). *Support vector machines for classification and regression*, ISIS Technical Report, University of Southampton.
6. Y. Li, T. Fang(2003), Application of fuzzy support vector machines in short-term load forecasting, *Lecture Notes in Computer Science* 2639, 363-367.
7. S. Mukherjee, E. Osuna, F. Girosi(1997), Nonlinear Prediction of Chaotic Time Series Using Support Vector Machines, *IEEE Workshop on Neural Networks for Signal Processing VII*.
8. K. Muller, A. Smola, G. Ratsch, B. Scholkopf, J. Kohlmorgen, V. Vapnik(1997), *Predicting time series with support vector machines*, Technical Report, GMD First.

9. S. Ruping, K. Morik(2003), Support vector machines and learning about time, Technical Report, University of Dortmund.
10. D.A. Savic, W. Pedrycz(1991), Evaluation of fuzzy linear regression models, *Fuzzy Sets and Systems* 39, 51-63.
11. A. Smola, B. Scholkopf(1998), A Tutorial on Support Vector Regression, NeuroCOLT2 Technical Report, NeuroCOLT.
12. Q. Song, B. Chissom(1993), Fuzzy time series and its models, *Fuzzy Sets and Systems* 54, 269-277.
13. Q. Song, B. Chissom(1994), Forecasting enrollments with fuzzy time series-part II, *Fuzzy Sets and Systems* 62, 1-8.
14. H. Tanaka, S. Uejima, K. Asai(1982), Linear regression analysis with fuzzy model, *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics* 12, 903-907.
15. H. Tanaka(1987), Fuzzy data analysis by possibility linear models, *Fuzzy Sets and Systems* 24, 363-375.
16. H. Tanaka, H. Ishibuchi(1992), Possibility regression analysis based on linear programming, in: J. Kacprzyk, M. Fedrizzi (Eds.), *Fuzzy Regression Analysis*, Omnitech Press, Warsaw and Physica-Verlag, Heidelberg, 47-60.
17. F. Tseng, G. Tzeng, H. Yu, B. Yuan(2001), Fuzzy ARIMA model for forecasting the foreign exchange market, *Fuzzy Sets and Systems* 118, 9-19.
18. V. Vapnik(1995), *The Nature of Statistical Learning Theory*, Springer.
19. V. Vapnik(1998), *Statistical Learning Theory*, John and Wiley.
20. J. Watada(1992), Fuzzy time series analysis and forecasting of sales volume, in: J. Kacprzyk, M. Fedrizzi (Eds.), *Fuzzy Regression Analysis*, Omnitech Press, Warsaw and Physica-Verlag, Heidelberg, 211-227.

[2006년 7월 접수, 2006년 8월 채택]