

## A Program for Teaching Type I and Type II Errors

Hyun-Seok Choi<sup>1)</sup>

### Abstract

The purpose of this article is to develop a program for teaching Type I and Type II errors in one sample. In this program, the concepts of two errors are visually explained, and the probabilities of two errors are also visually displayed as the rejection region changes or the sample size changes. Also, in this program, the power curve and the operating characteristic curve are visually displayed in terms of the parameter value of interest.

**Keywords** : 검정력, 엑셀 매크로, 제1종 오류, 제2종 오류

### 1. 서론

통계학은 매우 광범위하게 활용되고 있고 일반인들에게도 통계학에 대한 지식이 필수적으로 되어가고 있는 실정이다. 이처럼 통계학은 거의 모든 학문분야에서 필요로 되고 있는데 반해 통계학에 대한 이해 정도는 매우 낮은 것이 현실이다. 따라서 통계학습의 흥미를 높이고 이해능력을 향상시키기 위해서는 학습자들이 적극적으로 활용할 수 있는 프로그램이 시급히 필요한 실정이다.

모집단의 특성에 대한 어떤 가설을 설정한 뒤에 표본관찰을 통하여 그 가설에 대한 채택여부를 결정하는 통계적 분석방법인 가설검정은 실제 자료 분석에서 가장 중요한 통계이론이지만 저학년이나 비전공자들이 가설검정문제와 그것을 해결하는 절차에는 많은 정의와 개념이 필요하기 때문에 어려움이 있다.

통계학의 이론적인 내용을 강의 또는 학습할 때는 컴퓨터를 통한 적극적인 학습활동이 내용 이해에 많은 도움을 주므로 가설설명, 제1종 오류와 제2종 오류의 설명, 기각역 변화에 따른 두 종류 오류의 확률, 표본크기  $n$ 의 변화에 따른 두 종류 오류의 확률, 검정력 함수 등을 효과적으로 학습할 수 있는 프로그램을 개발하여 소개한다.

이 프로그램은 일반 사회업무와 밀접한 관련이 있는 엑셀(Excel)을 사용하여 개발하였다. 이렇게 함으로써 통상 사용되는 통계패키지들이 일반인들에게 사용하기 까다롭고 비용 또한 많이 드는 단점을 극복하고자 한다.

---

1) Lecturer, Department of Statistics, Keimyung University, Daegu, 704-701, Korea  
E-Mail : chsuk1@kmu.ac.kr

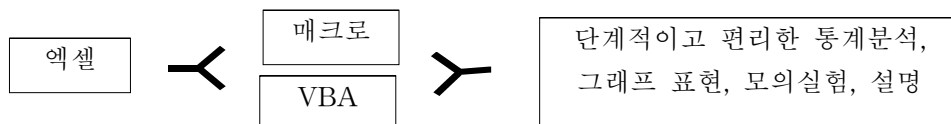
## 2. 프로그램

Excel의 가장 큰 장점은 학교나 직장에서 학습과 업무에 쉽게 활용할 수 있는 도구라는 점이다. 이러한 이유 때문에 엑셀을 이용한 다양한 통계 교육 혹은 분석 도구가 개발되고 있다. 신봉섭(1998)은 엑셀의 매크로를 이용한 엑셀 교육용 도구를 개발하였고, 조신섭 등(1999)은 엑셀을 이용하여 구현한 통계교육용 도구(Korean Educational Statistics Software, KESS)를 개발하였으며 엑셀을 사용하여 통계자료분석을 다른 문헌들이 출판되고 있다([1],[3]). 또한 웹사이트 [www.unistat.com](http://www.unistat.com), [www.xlstat.com](http://www.xlstat.com)에서도 엑셀을 이용한 다양한 통계 분석방법을 제공하고 있다. 이러한 도구들의 공통적인 단점은 그들이 엑셀의 함수식을 사용하여 단순히 계산의 편리함을 도모했거나 결과 창 위주의 프로그램 개발로 인해 의도한 교육적 내용을 효과적으로 전달하지 못하고 있다고 판단된다.

엑셀을 기반으로 하는 통계 패키지를 포함하여 현재 사용되는 대부분 통계패키지는 분석 기능에 초점을 맞춘 것으로 사용자에게 패키지의 작동 단계를 동적으로 보여주지 않기 때문에 학습효과 개선기능은 부족한 것으로 판단된다. 본 연구는 주어진 자료를 가지고 단계적 절차를 거쳐 결과가 나오기까지 과정을 나타내는 것으로 많은 자료를 빠르게 처리하기보다는 통계 자료 분석의 단계적 과정들을 설명, 수식, 그래프 등을 통해 보여준다. 엑셀의 통계분석도구는 다른 통계패키지보다 매우 제한적인 것은 사실이나 통계학개론에서 다루는 통계기법들을 실습하는 데는 별로 어려움이 없다. 특히 매크로(Macro)로 프로그램을 작성하면 고급통계기법들을 사용할 수 있다([5],[6],[7],[8],[9],[10]).

교재와 연계된 프로그램 개발에 사용하는 도구는 계산업무 전반에 이용할 수 있는 엑셀을 기반으로 하여 스프레드시트(spreadsheet)와 양식도구, 매크로, VBA(Visual Basic for Application)등이다. 여기서 스프레드시트는 자동계산 기능, 문서작성 기능, 차트작성 기능, 데이터베이스 관리 기능, 작업 자동화 기능을 수행하며 양식도구, 매크로, VBA 등은 프로그램 제어 및 함수 사용, 설명, 그래프 등을 위한 작업을 수행한다. 매크로는 엑셀에서 실행한 작업 내용을 비주얼베이직(Visual Basic)이라는 프로그래밍언어로 기록하여 기록된 비주얼베이직 언어의 내용을 추후 자동으로 실행하게 된다. 매크로는 비주얼베이직 코드로 기록되는데 마이크로소프트 오피스에서 사용되는 비주얼베이직을 VBA라 하며 엑셀에서 사용되는 VBA 코드를 '엑셀 VBA'이라고 한다([10],[11]).

양식도구는 Dialog Sheet에서 대화상자를 사용자가 직접 작성할 때 사용하는 것으로 프로그램에서는 명령단추(CommandButton), 확인란(CheckBox), 옵션단추(OptionButton), 그룹상자(GroupBox) 등을 사용한다.



<그림 1> VBA와 매크로 활용

VBA Project의 모듈 창에는 다음과 같이 코드를 작성하였다.  
 첫째, Sub 문을 사용하여 셀을 지정하여 입력받은 값을 수식을 이용하여 기록하는 프로시저를 작성하였다.  
 둘째, 엑셀 자체에서 제공되는 분석기능과 VBA 등으로 작성된 프로그램을 연결하였다[Jacobson, (2002)].  
 셋째, 명령단추를 사용하여 단추를 누르면 바로 매크로가 실행되게 하였다.

### 3. 프로그램의 구성 및 설명

#### 3.1 초기화면

본 프로그램은 <그림 2>의 경우에 대하여 학습할 수 있다.



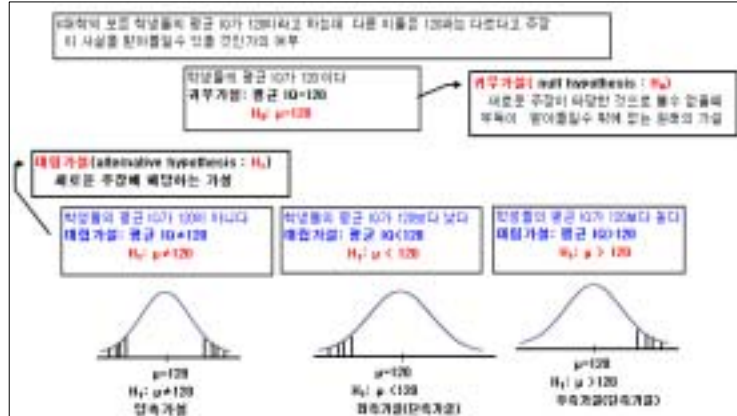
<그림 2> 초기화면

#### 3.2 가설에 대한 설명

가설에 대한 설명화면으로 해당단추를 누르면 설명이 나타난다. <그림 4>는 <그림 3>에서 가설설명 ①~⑦단추를 누르면 한 화면씩 차례로 나타난 화면으로 귀무가설과 대립가설에 대한 내용을 설명해준다. 엑셀 매크로로 파워포인트와 비슷하게 단계적으로 내용을 살펴볼 수 있다.

초기화면	지움
귀무가설	지움
대립가설	지움
귀무가설	지움
대립가설	지움
귀무가설	지움
대립가설	지움
귀무가설	지움
대립가설	지움
귀무가설	지움
대립가설	지움
귀무가설	지움
대립가설	지움

<그림 3> 초기 화면



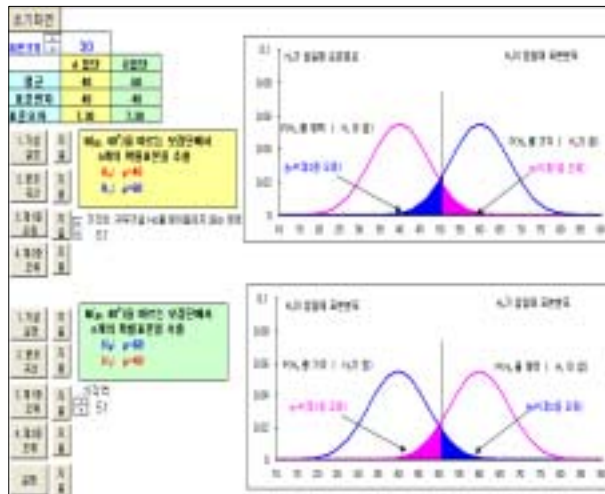
<그림 4> 귀무·대립가설 설명 화면

3.3 제1종 오류와 제2종 오류

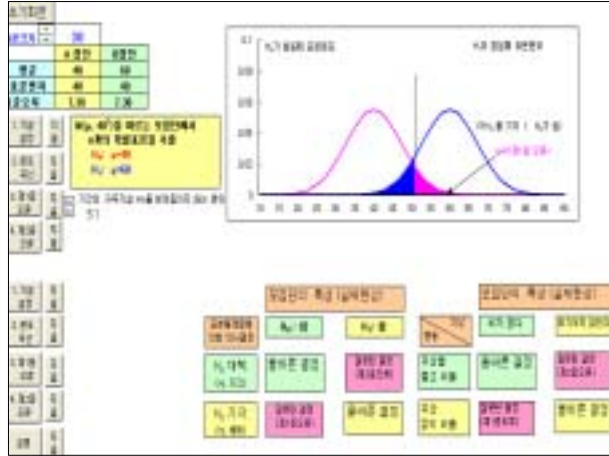
주어진 귀무가설  $H_0$ 를 검정하는 과정에서, 모든 경우에 결과적으로 나타날 수 있는 두 종류의 오류가 존재함을 주목해야 한다. 즉, 귀무가설  $H_0$ 가 참일 때  $H_0$ 를 기각하는 제1종 오류와  $H_0$ 가 거짓일 때 이를 채택하는 제2종 오류가 있다. 이 부분을 설명할 때 두 개의 정규곡선을 그려서 기각역을 변화시킬 때마다 그래프를 다시 그려야하는 불편함이 있다. 본 프로그램은 단추를 누르면 설명 또는 그래프가 나타난다. 기각역 단추를 변화시키면 기각역을 나타내는 막대가 움직여서  $\alpha$ 와  $\beta$ 가 변하는 것을 그래프로 바로 확인할 수 있어서  $\alpha$ 와  $\beta$ 의 관계를 쉽게 파악할 수 있다<그림 6>. 설명단추를 누르면 <그림 7>과 같이 설명이 주어져 내용이해를 쉽게 할 수 있다.

초기화면	지움
기본값	30
평균	A: 40, B: 50
표준편차	40, 50
표준오차	7.30, 7.30
1. 기각역	지움
2. 기각역	지움
3. 기각역	지움
4. 기각역	지움
설명	지움

<그림 5> 오류 설명에 대한 화면



<그림 6>  $\alpha$ 와  $\beta$  설명

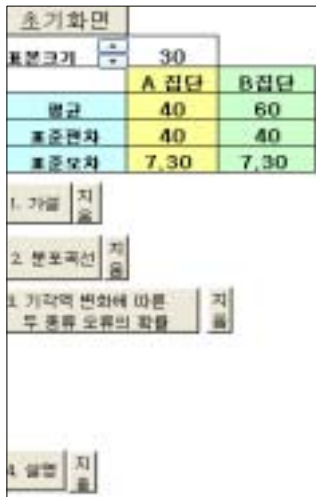


<그림 7> 제1종 오류와 제2종 오류와 설명

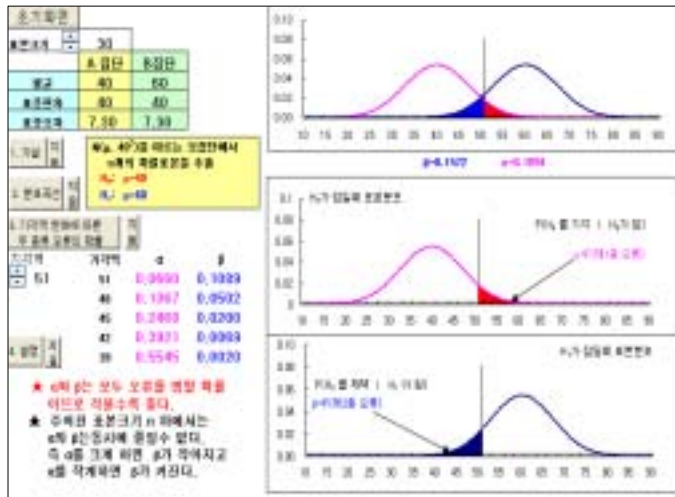
### 3.4 기각역 변화에 따른 두 종류 오류의 확률

회전자로 기각역에 변화를 주어 기각역 값과  $\alpha$ 와  $\beta$ 의 관계를 확률과 그래프로 확인하여 그래프의 특징을 이해할 수 있다.

본 프로그램에서는 분포곡선에서 회전자(spinner)로 기각역의 크기를 변화시키면 기각역의 막대가 변하는 것을 확인할 수 있고, 여러 개의 기각역을 함께 비교하여  $\alpha$ 를 크게 하면  $\beta$ 가 작아지고  $\alpha$ 를 작게 하면  $\beta$ 가 커지는 것을 확률과 그래프로 바로 확인할 수 있다<그림 9>.



<그림 8> 기각역 변화에 따른 두 종류 오류의 확률 초기화면

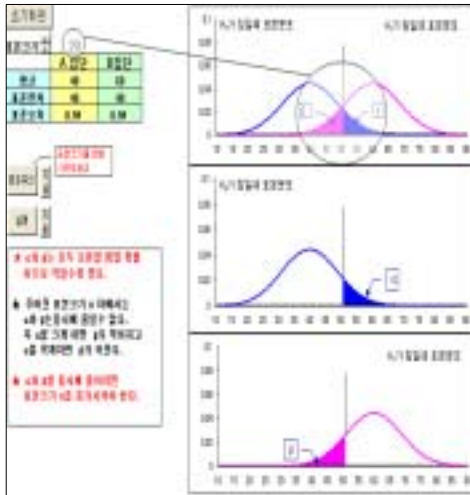


<그림 9> 기각역 변화에 따른 두 종류 오류의 확률

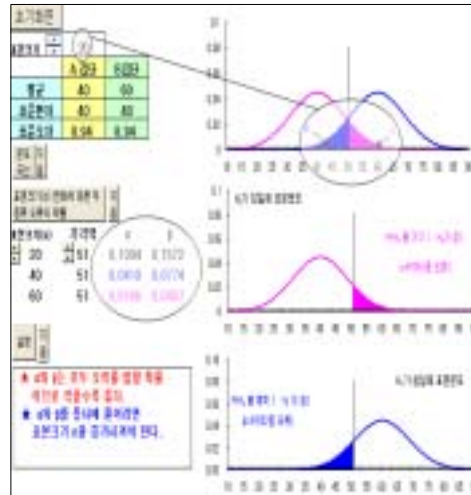
### 3.5 표본크기 n의 변화에 따른 두 종류 오류의 확률

가설검정문제에서는 표본크기 n은 고정되어 있으며, 두 종류의 오류를 범하는 확률들을 동시에 작게 하는 검정을 찾는 것은 불가능하다. 두 종류의 오류를 범하는 확률들을 동시에 적게 할 수 있는 유일한 방법은 표본크기 n을 증가시키는 것이다.

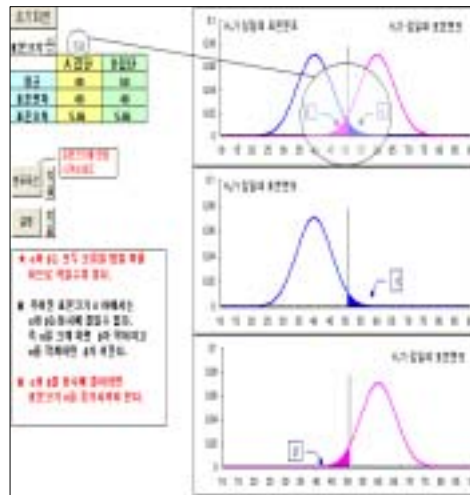
본 프로그램에서는 회전자(spinner)로 표본크기 n을 증가시키면 그래프의 모양도 변하고  $\alpha$ 와  $\beta$ 가 동시에 작아지는 것을 확인할 수 있다. <그림 10>과 <그림 12>에서 n=20일 때의  $\alpha$ 와  $\beta$ 가 n=50일 때는 더 작아지는 것을 그래프로 확인할 수 있고, <그림 11>과 <그림 13>에서는 표본크기,  $\alpha$ 와  $\beta$ 값, 그래프를 동시에 나타내어서 표본의 크기가 증가하면 두 종류의 오류가 훨씬 감소된다는 것을 이해할 수 있다.



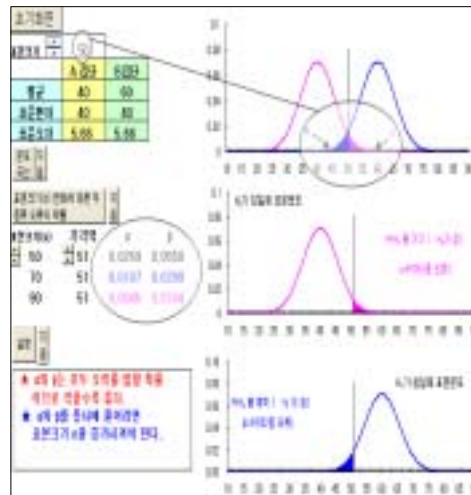
<그림 10> n=20인 경우의 1,2종 오류 확률의 그래프



<그림 11> n=20인 경우의  $\alpha, \beta$ 값과 그래프



<그림 12> n=50인 경우의 1,2종 오류 확률의 그래프



<그림 13> n=50인 경우의  $\alpha, \beta$ 값과 그래프

### 3.6 검정력

모집단의 모수를  $\theta$ 라 할 때 검정력이란 전체의 확률 1에서 제2종 오류를 범할 확률  $\beta(\theta)$ 를 뺀 나머지 확률  $1-\beta(\theta)$ 로서 사실이 아닌 귀무가설을 기각할 확률을 말한다. 따라서 검정력이 클수록 검정의 결과가 양호하다고 할 수 있다. 그런데 모수가 대립가설에서 가정한 범위의 모든 값들을 취할 때 이 모수의 변화에 따라 검정력이 변화해 가며 대립가설의 형태 또는 검정형식에 따라 그 변화가 달라진다는 것을 알 수 있다. 대립가설의 모수와 검정력사이에 하나의 함수관계가 성립하는데 이 함수를 검정력 함수(power function)라 하고  $f(\theta)=1-\beta(\theta)$ 로 나타낸다.  $f(\theta)$ 를 그래프로 나타낼 때 이를 검정력 곡선(power curve)이라고 한다. 제2종 오류를 범할 확률  $\beta(\theta)$ 와 모수  $\theta$ 와의 관계도 나타낼 수 있는데 이를 작용특성치 함수(operating characteristic function)라 하고  $g(\theta)=1-f(\theta)=1-(1-\beta(\theta))=\beta(\theta)$ 로 나타낸다. 함수  $g(\theta)$ 를 그래프로 나타낼 때 이를 작용특성치 곡선(operating characteristic curve)라고 한다.

본 프로그램은 모평균과 모비율에 대하여 검정력 함수, 검정력 곡선, 작용특성치 함수, 작용특성치 곡선 등을 구할 수 있다.

<표 1> 검정력 계산 범위

검정력 계산 범위	
모평균의 검정력	모비율의 검정력
$\sigma \text{ known} \Rightarrow Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$ $\sigma \text{ unknown} \Rightarrow n \geq 30 \Rightarrow Z = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$ $\sigma \text{ unknown} \Rightarrow n < 30 \Rightarrow t = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$	표본의 크기 n이 충분히 큰 경우

<표 2> 모평균의 검정력 계산식

모평균의 검정력 계산(모분산이 $\sigma^2$ 인 정규모집단)	
$H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu < \mu_1$	$\mu = \mu_1 (\mu_1 < \mu_0)$ 에서의 검정력 $1 - \beta = P(\bar{X} < \mu_0 - z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}   \mu = \mu_1)$ $= P(Z \leq \frac{\mu_0 - \mu_1}{\sigma/\sqrt{n}} - z_{\alpha})$
$H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_1$	$\mu = \mu_1$ 에서의 검정력 $1 - \beta = 1 - P(\mu_0 - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \bar{X} < \mu_0 + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}   \mu = \mu_1)$ $= 1 - P(\frac{\mu_0 - \mu_1}{\sigma/\sqrt{n}} - z_{\alpha/2} < Z < \frac{\mu_0 - \mu_1}{\sigma/\sqrt{n}} + z_{\alpha/2})$
$H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu > \mu_1$	$\mu = \mu_1 (\mu_1 > \mu_0)$ 에서의 검정력 $1 - \beta = P(\bar{X} > \mu_0 + z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}   \mu = \mu_1)$ $= P(Z \geq \frac{\mu_0 - \mu_1}{\sigma/\sqrt{n}} + z_{\alpha})$

<표 3> 모비율의 검정력 계산식

모비율의 검정력 계산(표본의 크기가 큰 경우)	
$H_0: p = p_0, H_1: p < p_0$	$p = p_1 (p_1 < p_0)$ 에서의 검정력 $\hat{p}^* = p_0 - z_{\alpha} \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}$ $1 - \beta = P(\hat{p} < \hat{p}^* \mid p = p_1) = P\left\{Z < \frac{\hat{p}^* - p_1}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n}}}\right\}$
$H_0: p = p_0, H_1: p \neq p_0$	$p = p_1$ 에서의 검정력 $\hat{p}_1^* = p_0 - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}$ $\hat{p}_2^* = p_0 + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}$ $1 - \beta = P(\hat{p} < \hat{p}_1^* \mid p = p_1) + P(\hat{p} > \hat{p}_2^* \mid p = p_1)$ $= P\left\{Z < \frac{\hat{p}_1^* - p_1}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n}}}\right\} + P\left\{Z > \frac{\hat{p}_2^* - p_1}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n}}}\right\}$
$H_0: p = p_0, H_1: p > p_0$	$p = p_1 (p_1 > p_0)$ 에서의 검정력 $\hat{p}^* = p_0 + z_{\alpha} \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}$ $1 - \beta = P(\hat{p} > \hat{p}^* \mid p = p_1) = P\left\{Z > \frac{\hat{p}^* - p_1}{\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n}}}\right\}$

검정력 함수 및 작용특성치 함수는 표본의 크기가 변화함에 따라 그 곡선의 모습을 달리한다는 것이다. 즉 표본의 크기를 증가시킬 경우 표본분포는 분산이 감소하면서 평균을 중심으로 밀집한 분포를 이루게 된다. 따라서 대립가설에서 가정한 모수를 일정폭으로 변화시킨다고 할 경우 제2종 오류를 범할 확률  $\beta$ 와 검정력  $(1-\beta)$ 는 표본의 크기가 증가되기 이전의 경우보다 더 크게 변화한다. 표본의 크기를 증가시킬 경우 작용특성치 곡선과 검정력 곡선의 기울기의 절대값이 증가되어 그 곡선은 경사도가 큰 모습을 이루게 된다.

검정력은 다음 사실에 의존한다는 사실을 확인할 수 있다.

첫째, 주어진  $n, \alpha, \sigma$ 에 대해 가정된 평균  $\mu_0$ 로부터  $\mu_1$ 이 멀리 있을수록 검정력은 커진다.

둘째, 주어진  $n, \sigma, \mu_1$ 에 대해 유의수준  $\alpha$ 가 작을수록 검정력은 작아진다.

셋째, 주어진  $n, \alpha, \mu_1$ 에 대해  $\sigma$ 가 커질수록 검정력은 작아진다.

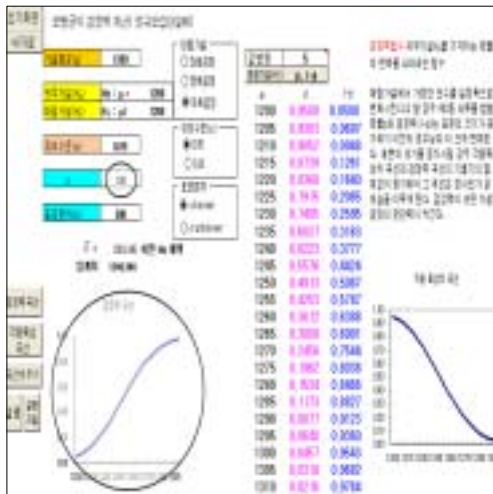
넷째, 주어진  $\alpha, \sigma, \mu_1$ 에 대해 표본크기  $n$ 이 커질수록 검정력은 높아진다.

본 프로그램은 마우스 클릭만으로 대립가설의 선택여부에 따라, 유의수준의 값 변화에 따른 작용특성치 함수 및 검정력 함수가 표본의 크기가 변화함에 따라 변하는 함수값과 곡선의 모양을 화면상에서 확인할 수 있다<그림 14>~<그림 18>.

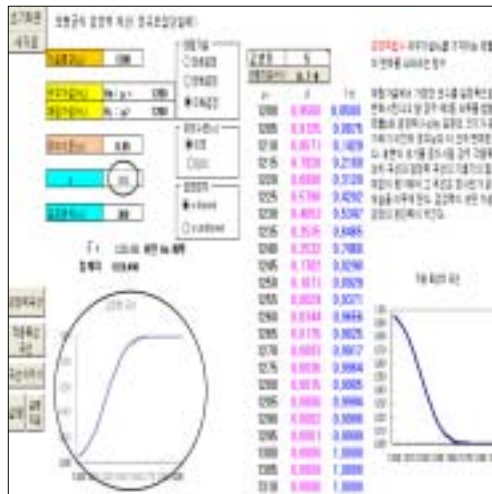




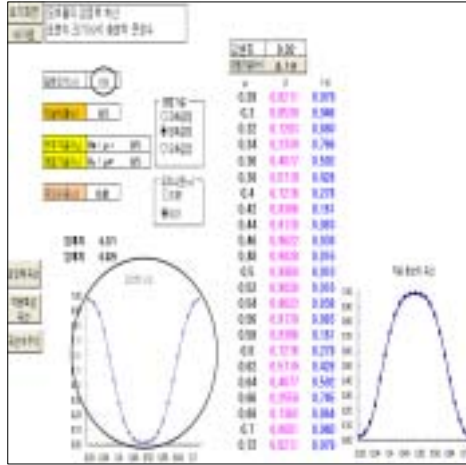
<그림 14> 모평균의 검정력 초기화면



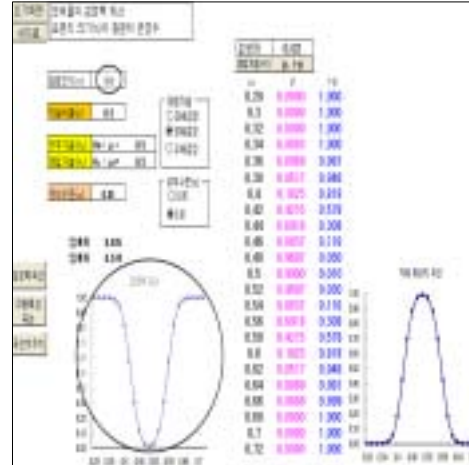
<그림 15> 모평균의 검정력 결과화면(n=100)



<그림 16> 모평균의 검정력 결과화면(n=300)

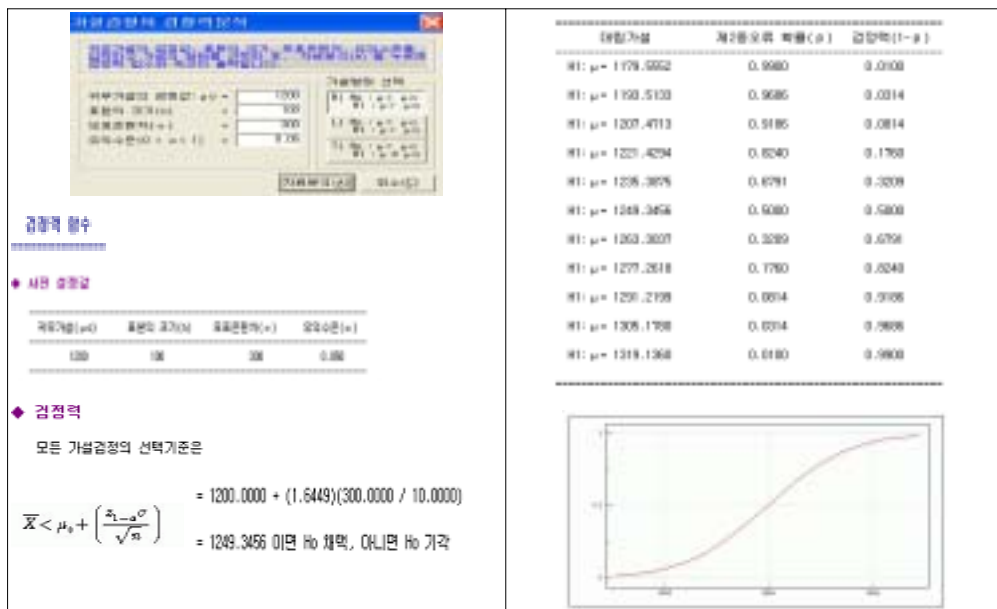


<그림 17> 모비율의 검정력(n=100)



<그림 18> 모비율의 검정력(n=300)

통계패키지에서 가설검정에서 검정력 분석을 제공하는 프로그램은 S-link이다. 이를 이용하여 <그림 15>의 자료를 가지고 가설검정의 검정력 분석결과는 다음과 같다. S-link에서는 모평균에서만 검정력 분석이 주어지고 <그림 19>와 같이 입력창과 결과창이 다르고, 결과도 한꺼번에 주어진다. 본 프로그램에서는 값을 입력하고 해당단추를 누르면 결과가 나타난 단계적인 학습을 할 수 있다. 대립가설, 유의수준, n값을 변화시키면 동적으로 확률과 그래프가 동적으로 움직이는 것을 확인할 수 있다.



<그림 19> S-link를 이용한 모평균의 검정력

#### 4. 결론

본 연구는 제1종 오류와 제2종 오류를 학습하는데 결과가 나오는 과정을 GUI(Graphic User Interface)환경으로 버튼을 누름으로써 진행이 되도록 하여, 학습자의 통계 개념의 이해를 돕는 역할에 초점을 맞춘 프로그램이다.

본 연구는 특징은 다음과 같다.

첫째, 개념을 설명, 수식, 그래프 등을 통해 보여준다.

둘째, 자료입력 후 결과가 바로 나오는 것이 아니라 중간과정, 설명, 수식 등이 제공되기 때문에 현재의 통계 프로그램과는 다른 독창성을 가진다.

셋째, 매크로 기능을 사용하여 동적인 엑셀 프로그램으로 기각역과 표본의 크기에 따라 확률과 그래프의 변화에 따른 출력결과의 변화를 동시에 비교할 수 있다.

본 프로그램은 <http://home.kmu.ac.kr/~statexe>의 자료실에서 다운받아서 사용할 수 있다.

#### 참고문헌

1. 송문섭, 조신섭 (2002). 엑셀에 기초한 통계학 입문, 자유아카데미, 서울.
2. 신봉섭 (1998). 엑셀 활용과 통계자료분석, 자유아카데미, 서울.
3. 윤상운, 이태섭(2000). Excel을 이용한 실용통계학 입문, 자유아카데미, 서울.
4. 조신섭, 송문섭, 이운모, 성병찬, 윤영주, 이현부 (1999). 기초통계교육을 위한 통계소프트웨어의 개발 -Excel에 기초한-. *품질경영학회지*, 제27권 제2호, 277-290.
5. 최현석 (2004a). The Development of Program for Teaching on Statistical Inference at One Population, *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, Vol 15, No 3, 543-554.
6. 최현석 (2004b). The Program for Teaching on Type I error and Type II error, *한국데이터정보과학회, 추계학술발표회논문집*, 17-23.
7. 최현석, 최성우, 김태운(2005). Computer Program Development for Two Populations Inference, *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, Vol. 16, No 2. pp.185~193.
8. 최현석, 김태운(2005). Computer Simulation Program for Central Limit Theorem, *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, Vol. 16, No 2. pp.359~369.
9. 최현석, 송규문(2005). Computer Program Development for Probability Distribution, *Journal of the Korean Data & Information Science Society*, Vol. 16, No 3. pp.581~589.
10. Jacobson, R. (2002). *Microsoft Excel 2002 Visual Basic Step by Step*. Redmond, W.A., Microsoft Press.
11. Walkenbach, J.(2004). *Excel 2003 Power Programming With VBA*, Wiley Publishing.
12. <http://home.kmu.ac.kr/~statexe>

13. <http://www.xlstat.com>
14. <http://www.unistat.com>

[ 2005년 11월 접수, 2006년 1월 채택 ]