

< 논문 >

압력과 모멘트의 복합하중을 받는 곡관에 대한 유한요소 한계하중 해석

오 창 식* · 김 윤 재 †

(2005년 7월 25일 접수, 2006년 3월 3일 심사완료)

Limit Loads for Pipe Bends under Combined Pressure and in-Plane Bending Based on Finite Element Limit Analysis

Chang-Sik Oh and Yun-Jae Kim

Key Words : FE Analysis(유한요소해석), Limit Load(한계하중), Pipe Bend(곡관), Combined Pressure and In-Plane Bending(압력과 모멘트의 복합하중)

Abstract

In the present paper, approximate plastic limit load solutions for pipe bends under combined internal pressure and bending are obtained from detailed three-dimensional (3-D) FE limit analyses based on elastic-perfectly plastic materials with the small geometry change option. The present FE results show that existing limit load solutions for pipe bends are lower bounds but can be very different from the present FE results in some cases, particularly for bending. Accordingly closed-form approximations are proposed for pipe bends under combined pressure and in-plane bending based on the present FE results. The proposed limit load solutions would be a basis of defective pipe bends and be useful to estimate non-linear fracture mechanics parameters based on the reference stress approach.

1. 서 론

곡관의 한계하중에 대한 평가는 배관의 건전성 평가에 매우 중요하다. 예를 들면 압력배관의 한계하중 해석에 직접적으로 사용되며 또한 참조하중법을 사용하여 비선형 파괴역학 매개변수인 J 와 C^* 적분을 예측하는데 사용 가능하다.⁽¹⁻³⁾ 그러나 직관의 한계하중식에 비해 곡관의 한계하중식은 아직까지 명확히 알려져 있지 않다. 결함이 없는 직관이 복합하중을 받는 경우는 정밀해가 존재한다. 균열이 존재하는 직관이 복합하중을 받는 경우에도 이론적으로 그리고 유한요소 해석을 통한 식이 잘 알려져 있다.⁽⁵⁻⁷⁾ 그러나 결함이 없는 곡관의 경우 몇몇 이론식이 유용하지만 이 식들은

매우 보수적이고 실제 적용에 주의를 기울여야 한다고 알려져 있다.⁽⁵⁾ 유한요소해석은 곡관의 한계하중을 연구하는데 보편적으로 사용되어 왔다. 예를 들면,⁽⁸⁾ 내압과 모멘트의 복합하중을 받는 곡관의 소성한계하중(Plastic limit load)과 소성붕괴하중(Plastic collapse load)에 대해 소변형과 대변형에 기초한 유한요소해석이 수행되어 왔다. 그러나 아직까지 closed-form 한계하중식은 제시된 바가 없다.⁽⁴⁾ 균열이 있는 곡관에 대한 소성붕괴하중을 연구하기 위해 다양한 유한요소해석과 실험이 수행되어 왔으나⁽⁹⁻¹⁴⁾ 대부분의 연구에서 기하학적 비선형 효과(대변형 효과)가 고려되었다. 유한요소해석에서 소성붕괴하중을 결정하는 대변형 옵션은 매우 빈번히 사용되었다. 비록 소성붕괴하중이 설계 하중을 견디는 능력에 대한 보수적 평가에 매우 유용할 지라도, 소변형에 기초한 소성한계하중 또한 참조응력해석기법⁽¹⁻⁴⁾에 유용하다.

본 논문에서는 내압과 굽힘하중을 받는 곡관의 소성 한계하중을 3 차원 유한요소해석을 통해 제시하였다. 다양한 곡관 형상에 대하여 소변형 옵션과 탄성-완전소성(Elastic-perfectly plastic) 재료에

† 책임저자, 회원, 고려대학교 기계공학과

E-mail : kimy0308@korea.ac.kr

TEL : (02)3290-3372 FAX : (02)926-9290

* 회원, 고려대학교 대학원 기계공학과

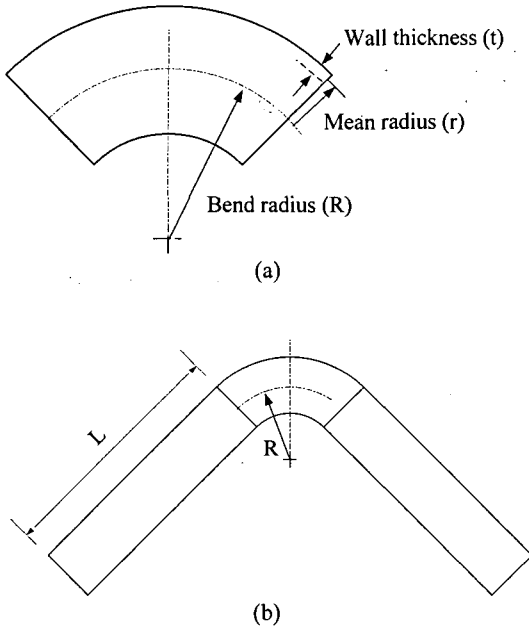


Fig. 1 Schematic illustrations of 90° pipe bends, considered in the present work, bends (a) without a straight pipe attachment, and (b) with the attachment

입각한 유한요소 한계해석을 수행하였다. 또한 유한요소 해석결과를 이용하여 소성한계하중의 closed-form 근사식을 제시하였다.

2. 유한요소 한계해석

2.1 해석 대상

Fig. 1 은 본 연구에 사용된 90° 곡관의 형상을 나타낸 것이다. 평균반경과 두께는 r 과 t 로, 곡률반경과 직관의 길이는 R 과 L 로 나타내었다. 중요한 무차원 변수는 R/r 과 r/t 이며, 곡률특성을 나타내는 무차원 변수 λ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\lambda = \frac{Rt}{r^2} = \frac{(R/r)}{(r/t)} \quad (1)$$

위의 무차원 변수는 R/r 과 r/t 가 독립적으로 변화함으로써 소성한계하중에 대한 곡관의 기하학적 영향을 정량화한다. 본 논문에서는 R/r 을 1.5 부터 50.0 까지, r/t 를 5.0 부터 100.0 까지 변화시켰으며, 식 (1)에 따라 λ 는 0.1 부터 0.5 까지 변화한다. 해석에 사용된 곡관의 형상은 Fig. 1(b)와

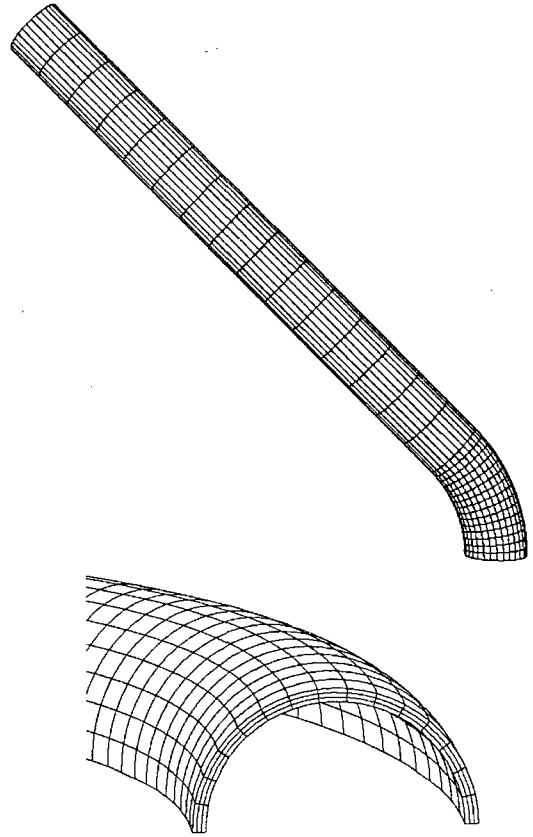


Fig. 2 A typical finite element mesh, employed in the present work

같이 길이 L 인 직관이 90° 곡관에 접합된 형상이다. 접합된 직관은 굽힘하중이 작용하는 곡관의 해석시 경계조건 적용에 대한 어려움을 없애주기 때문에 곡관과 직관이 접합된 형상이 보편적으로 사용된다. 특히 굽힘하중의 경우, 접합된 직관의 길이는 곡관의 한계하중에 영향을 끼치지 않는다. 따라서 본 연구에서는 직관의 길이를 곡률반경의 5 배($L=5R$)로 설정하였다. Fig. 2 는 해석에 사용된 곡관의 요소망을 나타낸 것이다. 해석 시간을 줄이기 위해 1/4 대칭조건인 3 차원 모델을 사용하였고, 재료는 탄성-완전소성 재료로 가정하였으며, 소변형 옵션을 사용하였다. 해석에 사용된 요소의 수는 675~1395 개, 결점의 수는 3712~7298 개이다. 유한요소 해석은 상용 프로그램인 ABAQUS Ver.6.4 를 사용하였다.⁽¹⁸⁾

2.2 해석 조건

본 논문에서는 3 가지 하중상태에 대한 곡관의 한계하중해석을 수행하였다.

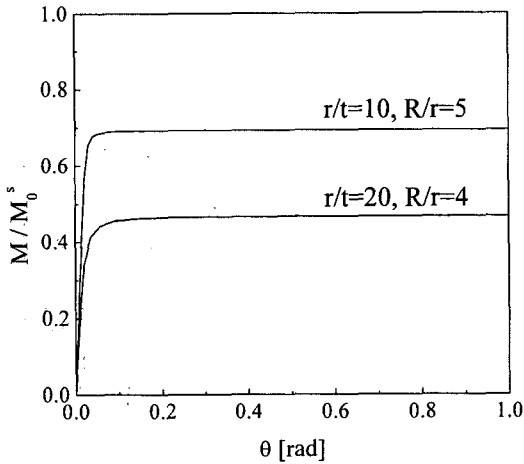


Fig. 3 Typical moment-rotation response from FE limit analyses

2.2.1 내압이 작용하는 경우

곡관의 내부 벽면에 분포하중을 가하고, 관 끝의 단힘을 고려하여 관 끝에 가해지는 내압에 상응하는 축 하중을 관 끝의 요소에 분포하중을 적용하였다. 또한 직관이 접합된 경우와 직관이 없는 경우에 대하여 각각 해석을 수행하였다.

2.2.2 굽힘하중이 작용하는 경우

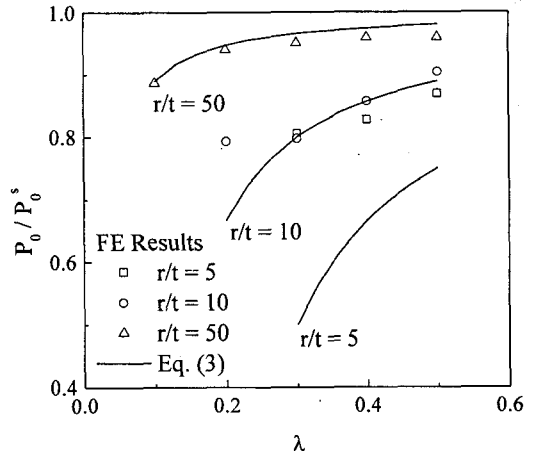
곡관과 직관이 접합된 경우, 직관의 끝을 MPC(Multi-point constraint) 옵션을 사용하여 in-plane 상의 단힘방향으로 충분한 회전을 통해 모멘트를 가하였다. 소변형에 기초하여 해석을 수행하였기 때문에 단힘방향과 열림방향의 해석은 동일하다.

2.2.3 내압과 굽힘하중을 동시에 작용하는 경우

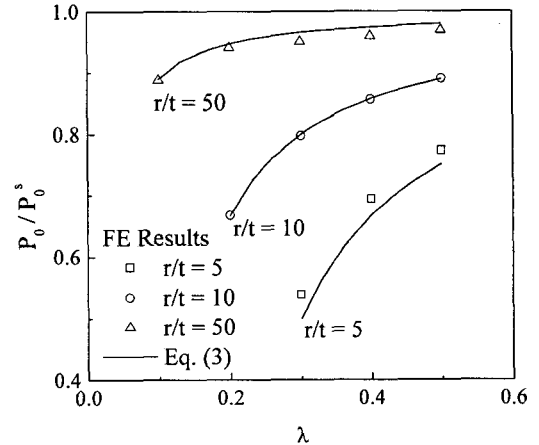
복합하중을 적용할 때에는 보편적으로 두 가지 방법이 사용된다. 첫 번째 방법은 내압과 굽힘하중을 동시에 비례적으로 증가시키는 방법이고, 다른 방법은 내압을 가한 후 모멘트를 증가시키는 방법이다. 본 논문에서는 두 가지 방법을 모두 수행하였다.

2.3 한계하중의 정의

한계하중은 구조물이 지지할 수 있는 최대하중이다. Fig. 3 은 굽힘하중이 작용하는 경우의 전형적인 굽힘하중-회전각 곡선이다. 소변형 옵션과 탄성-완전소성 재료에 입각하였기 때문에 일정한 굽힘하중에 수렴함을 알 수 있으며, 쉽게 한계하중을 얻을 수 있다. 복합하중의 경우는 굽힘하중의 경우와 동일하며, 내압의 경우는 ABAQUS 내의 LPF(load proportionality factor)를 이용하였다.



(a)



(b)

Fig. 4 Comparisons of theoretical limit pressure solutions with the present FE results (a) with the straight pipe attachment and (b) without the straight pipe attachment. See Eq. (3) for the definition of P_0^s .

3. 결과

3.1 내압을 받는 곡관의 한계하중

곡관에 대한 한계하중은 Goodall⁽¹⁵⁾에 의해 아래와 같이 유도되었으며, 하한계식이다:

$$P_0 = \left(\sigma_0 \frac{t}{r} \right) \left[\frac{1-r/R}{1-r/(2R)} \right] \quad (2)$$

σ_0 는 탄성-완전소성 재료의 한계응력을 나타낸다. 우측 첫째 항은 직관의 한계압력이고, 둘째

항은 곡률에 대한 보정항이다. 이 식은 곡관만을 고려한 이론식이며, 실제 곡관만을 고려하여 실험을 수행하기는 어렵기 때문에 정확히 검증할 실험결과는 존재하지 않는다. 위 식은 Tresca 항복조건에 입각한 하한선을 나타내며, Mises 항복조건을 사용할 경우 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_0 = \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 \frac{t}{r} \right) \left[\frac{1-r/R}{1-r/(2R)} \right]$$

$$= P_0^s \left[\frac{1-r/R}{1-r/(2R)} \right] \quad (3)$$

Fig. 4는 유한요소 해석결과를 나타낸 것이다. Fig. 4(a)는 곡관과 직관이 접합된 경우에, Fig. 4(b)는 직관이 없는 곡관에 대한 유한요소 해석결과이다. Fig. 4(a)는 r/t 에 대해 2% 이내의 좋은 결과를 나타냈지만, $r/t=5$ 와 $r/t=10$ 인 경우에 대해 식 (3)이 40% 낮은 결과를 나타내었다. 이것은 내압이 작용하면 내호면(intrados)에서 먼저 항복하기 시작하는데, 직관이 접합된 경우는 항복영역이 직관까지 확대됨으로써 더 큰 하중을 견딜 수 있기 때문이다. 이와 달리 Fig. 4(b)는 유한요소 해석결과와 식 (3)이 잘 일치함을 알 수 있다. 유한요소 해석결과와 식 (3)의 차이는 r/t 가 감소할수록 증가하며 7% 이내이다. 따라서 식 (3)은 내압을 받는 곡관의 한계압력을 예측하는데 사용될 수 있다.

3.2 굽힘하중을 받는 곡관의 한계하중

Spence와 Findlay⁽¹⁶⁾는 곡관에 대한 한계 굽힘

하중을 아래와 같이 제시하였다.

$$M_0 = (4r^2t\sigma_0)(0.8\lambda^{0.6}) = M_0^s (0.8\lambda^{0.6}) \quad (4)$$

우측 첫째 항은 직관의 한계 굽힘하중이고, 둘째 항은 곡관의 곡률에 대한 보정항이다.

Callandine⁽¹⁷⁾은 굽힘하중을 받는 곡관에 대한 한계 굽힘하중을 다음과 같이 제시하였다.

$$M_0 = (4r^2t\sigma_0)(0.935\lambda^{2/3})$$

$$= M_0^s (0.935\lambda^{2/3}) \quad (5)$$

위 두식은 모두 소변형에 입각한 한계하중식이며,

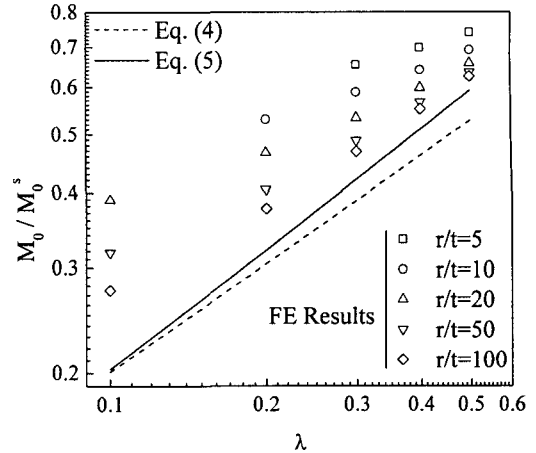


Fig. 5 Comparisons of limit load solutions for pipe bends under in-plane bending with the present FE results. See Eq. (4) for the definition of M_0^s

본 연구의 조건과 상응한다. 두 식을 비교해 보면, 식 (5)가 식 (4)보다 항상 높은 한계 굽힘하중을 나타내고, λ 가 증가할수록 차이는 증가하며 $\lambda=0.5$ 일 때 10% 정도이다.

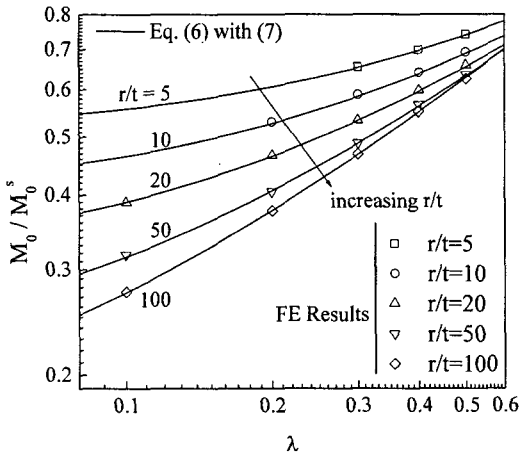
Fig. 5는 굽힘하중을 받는 경우 유한요소 해석결과와 식 (5)를 비교한 것이다. 로그-로그 단위에서 식 (5)는 선형적이며, 유한요소 해석결과보다 매우 낮은 한계 굽힘하중을 나타낸다. 그 차이는 r/t 가 감소할수록 현저히 증가함을 알 수 있다. 따라서 본 논문에서는 정확한 한계하중을 예측하기 위해 유한요소 결과를 fitting하여 새로운 식을 제안하고자 한다. 식 (4)와 (5)가 오직 λ 에 의존하는 한계하중식을 제시한 반면, 본 논문에서는 R/r 또는 r/t 에 의존하는 새로운 변수 k 를 도입하였다. 또한 각 항의 계수와 지수를 상수가 아닌 R/r 또는 r/t 의 함수로 나타내었다. 새로 제안된 굽힘하중을 받는 곡관의 한계하중식은 다음과 같다.

$$\frac{M_0}{M_0^s} = A(\lambda + k)^n \quad (6)$$

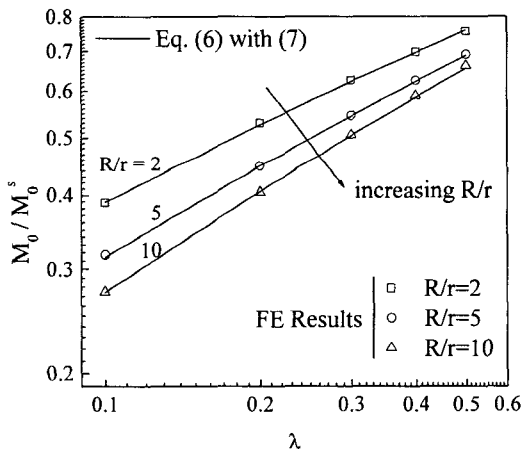
여기서, 각 변수 A, k, n 은 다음과 같이 표현된다.

$$A = 0.6453 \left(\frac{r}{t} \right)^{0.0772}$$

$$k = 1.5398 \left(\frac{r}{t} \right)^{-0.6755}$$



(a)



(b)

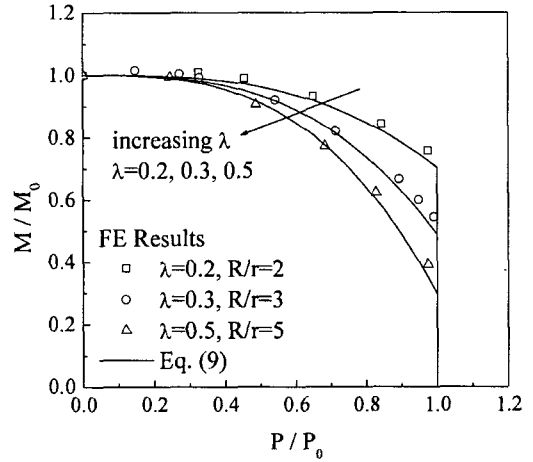
Fig. 6 Comparisons of the FE limit solutions for pipe bends under in-plane bending with the proposed closed-form solution: (a) in terms of r/t and (b) in terms of R/r . See Eq. (4) for the definition of M_0^s .

$$n = 0.5157 \left(\frac{r}{t} \right)^{0.0601} \quad (7)$$

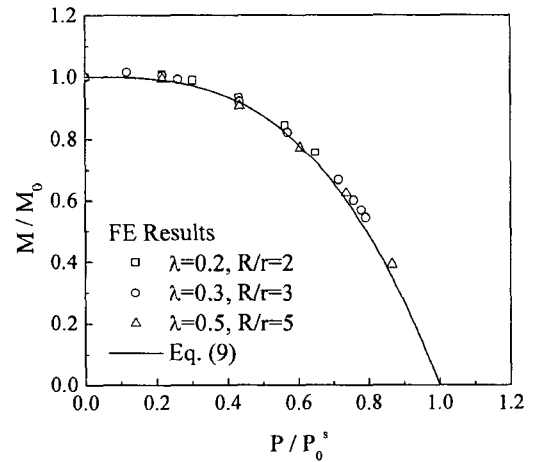
Fig. 6 는 유한요소 해석결과와 제안한 식 (6)을 비교한 것이다. 모든 r/t 에 대하여 1% 이내의 차이를 나타내며 매우 잘 일치함을 알 수 있다. R/r 은 식 (1)에 의하여 r/t 에 연관되기 때문에 R/r 의 변화에 대해서도 잘 일치함을 알 수 있다.

3.3 내압과 모멘트를 동시에 받는 곡관의 한계하중

Goodall⁽¹⁵⁾은 복합하중이 작용하는 곡관의 한계하



(a)



(b)

Fig. 7 Comparisons of the FE limit solutions for pipe bends under combined pressure and in-plane bending with the proposed closed-form solution

중을 아래와 같이 제시하였다.

$$M_0 = (4r^2\sigma_0)(1.04\lambda^{2/3}) \left[1 - P \frac{r}{2t\sigma_0} \right]^{1/3} \quad (8)$$

위 식의 우측 처음 두 항은 굽힘하중을 받는 곡관의 한계하중과 관련되고, 세 번째 항은 내압에 의한 굽힘하중의 감소와 관련된다. 우측 처음 두 항은 기존의 굽힘하중을 받는 곡관에 대한 한계하중을 나타내는 것이므로, 식 (8)의 우측 처음 두 항은 정확하지 않다. 따라서 복합하중을 받는 곡관에 대한 한계하중식 (8)의 정확성을 판단하기 어렵다. 또한 압력과 관련된 항은 오직 축하

중만을 고려하였기 때문에 정확하지 않다. Fig. 7 은 내압과 모멘트가 동시에 작용하는 곡관에 대한 해석결과를 나타낸다. 고정된 $r/t=10$ 에 대하여 R/r 를 2 부터 5 까지 변화시키고, 이에 따라 0.2 부터 0.5 까지의 λ 에 대해 결과를 추출하였다. 유한요소 해석을 위해 곡관에 $L=5R$ 인 직관이 접합된 형상이 고려되었다. Fig. 7 의 유한요소 한계하중은 두 가지 방법으로 하중을 적용하여 나타낸 것이다. 첫 번째 방법은 내압과 모멘트를 동시에 비례적으로 증가시키는 것이고 다른 방법은 일정한 내압을 가한 후 모멘트를 작용시키는 방법이다. 두 방법 모두 일관된 경향을 나타냈으며, 본 연구에 사용된 복합하중에 대한 유한요소해석의 정확성을 확인하였다. Fig. 7 에 나타난 한계하중은 단일하중의 한계하중으로 무차원화한 것이다. 즉, 무차원화를 위해, 굽힘하중의 경우 식 (6), (7)이 사용되었으며, 내압의 경우 식 (3)이 사용되었다. Fig. 7 에 나타난 결과는 아래의 압력과 모멘트를 받는 곡관에 대한 항복선도를 따른다.

$$\frac{M}{M_0} = 1 - \left(\frac{1-r/R}{1-r/(2R)} \cdot \frac{P}{P_0} \right)^3 = 1 - \left(\frac{P}{P_0^*} \right)^3 \quad (9)$$

여기서, M_0 는 식 (6), (7)에 제시된 곡관의 한계 굽힘하중이고, P_0 와 P_0^* 는 식 (3)에 제시된 곡관의 한계압력과 직관의 한계압력이다. P/P_0 는 1 보다 클 수 없기 때문에 항복선도인 식 (9)는 $P/P_0 > 1$ 에서 의미가 없다. 이 예측식은 유한요소 해석결과와 비교하여 Fig. 7(a)에 나타나 있으며, 전부 잘 일치함을 알 수 있다. Fig. 7(b)는 직관의 한계압력 P_0^* 를 이용하여 유한요소 결과를 다시 나타낸 것이다. 유한요소 결과가 λ 에 관계없이 식 (9)와 잘 일치함을 알 수 있으며, P_0^* 가 항복선도에서 중요한 변수임을 알 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는, 탄성-완전소성 재료와 소변형 옵션에 기초하여 압력과 모멘트의 복합하중을 받는 곡관에 대하여 3 차원 유한요소해석을 수행하였다. 곡관의 형상과 관련된 변수를 넓은 범위까지 고려하였다. 유한요소 해석결과를 굽힘하중에 대한 기존 한계하중식이 정말로 하한계식임을 보여 주었다. 그러나 굽힘하중의 경우와 압력과 모멘트의 복합하중의 경우, 기존 한계하중식이 유한요소 해석결과와 확연히 다름을 알 수 있었다. 따

라서 유한요소 해석결과에 기초하여, 내압, 굽힘하중 그리고 내압과 모멘트의 복합하중을 받는 곡관의 소성한계하중에 대한 closed-form 근사식을 제안하였다. 일반적으로 유한요소 한계해석에 기초한 한계 하중은 실 한계하중 (Exact limit load)에 가장 가까운 값을 준다고 알려져 있으므로, 제안된 한계하중식은 충분히 정확성 있는 한계하중식이라 여겨진다.

결합이 없는 곡관의 한계하중식은 한계하중해석을 이용한 곡관의 안전성 평가에 매우 중요하다. 또한 결합이 존재하는 곡관의 한계하중식을 개발하는데 중요한 기초가 된다. 본 논문에서 제안한 균열이 없는 형상에 대한 정확한 한계하중식을 사용한다면, 결합을 포함한 곡관에서 결합이 한계하중에 미치는 영향을 더욱 잘 이해할 수 있을 것이다.

후 기

본 논문은 과학기술부 지원으로 수행하는 원자력연구개발사업(원자력기초공동연구소)의 일환으로 수행되었습니다.

참고문헌

- (1) R6, 2001, "Assessment of the Integrity of Structures Containing Defects," Revision 4, British Energy.
- (2) R5, 1999, "An Assessment Procedure for the High Temperature Response of Structures," Revision 2, British Energy.
- (3) Webster GA., Ainsworth RA., 1994, "High Temperature Component Life Assessment," Chapman & Hall.
- (4) Ainsworth RA., 1984, "The Assessment of Defects in Structures of Strain Hardening Materials," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 19, pp. 633~642.
- (5) Miller AG, 1988, "Review of Limit Loads of Structures Containing Defects," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 32, pp. 191~327.
- (6) Kim Y-J, Shim D-J, Huh N-S, Kim Y-J., 2002, "Plastic Limit Pressures for Cracked Pipes Using Finite Element Limit Analyses," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 79, pp. 321~330.
- (7) Kim Y-J, Shim D-J, Nikbin K, Kim Y-J, Hwang S-S, Kim J-S., 2003, "Finite Element Based Plastic Limit Loads for Pipes with Part-Through Surface Cracks Under Combined Loading," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 80, pp. 527~540.
- (8) Roberston A. Li H. and Mackenzie D., 2005, "Plastic Collapse of Pipe Bends Under Combined Internal Pressure and In-Plane Bending," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 82, pp. 407~416.
- (9) Miller AG, 1986, "The Plastic Collapse of Cracked

- Pipe Bends Under Internal Pressure or In-Plane Bending,” CEGB Report, TPRD/B/0806/R86 Central Electrical Generating Board
- (10) Yahiaoui K. Moffat DG. and Moreton DN., 2000, “Piping Elbows with Cracks-a Parametric Study of the Influence of Crack Size on Limit Loads Due to Pressure and Opening Bending,” *Journal of Strain Analysis*, Vol. 35, pp. 35~46.
- (11) Yahiaoui K. Moffat DG. and Moreton DN., 2000, “Piping Elbows with Cracks-Global Finite Element and Experimental Plastic Loads Under Opening Bending,” *Journal of Strain Analysis*, Vol. 35, pp. 47~57.
- (12) Chattopadhyay J. Natahani DK. Dutta BK. and Kushwaha HS., 2000, “Closed-Form Collapse Moment Equations of Elbows Under Internal Pressure and In-Plane Bending Moment,” *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 122, pp. 431~436.
- (13) Yahiaoui K. Moreton DN. and Moffat DG., 2002, “Evaluation of Limit Load Data for Cracked Pipe Bends Under Opening Bending and Comparisons with Existing Solutions,” *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 79, pp. 27~36.
- (14) Chattopadhyay J. Tomar AKS. Dutta BK. and Kushwaha HS., 2004, “Closed-Form Collapse Moment Equations of Throughwall Circumferentially Cracked Elbows Subject to In-Plane Bending Moment,” *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 126, pp. 307~317.
- (15) Goodall I.W., 1978, “Lower Bound Limit Analysis of Curved Tubes Loaded by Combined Internal Pressure and In-Plane Bending Moment,” CEGB report RD/B/N4360 Central Electrical Generating Board.
- (16) Spence J. and Findlay GE., 1973, “Limit Load for Pipe Bends Under In-Plane Bending,” *Proc. 2nd Int. Conf. On Pressure Vessel Technology, San Antonio*, Vol. 1-28, pp. 393~399.
- (17) Calladine CR., 1974, “Limit Analysis of Curved Tubes,” *Journal of Mechanical Engineering Science*, Vol. 16, pp. 85~87.
- (18) ABAQUS Version 6.4., 2003, “User’s Manual,” Hibbitt, Karlsson and Sorensen, Inc.