

일방향 적층 복합재료 판에서 한 음원에서 발생한 램파의 군속도

The Group Velocity of Lamb Wave Generated by the one Source in Unidirectional Laminated Composite Plates

이 상 호*, 이 정 기**

(Rhee Sang-Ho*, Lee Jeong-Ki**)

*국방과학연구소 기술연구본부 4부, **도성테크㈜

(접수일자: 2006년 2월 20일; 채택일자: 2006년 4월 5일)

판재를 따라 전파하는 Lamb wave (램파)는 주파수에 따라 속도가 변하는 분산특성을 갖는다. 일반적으로 등방성 재료에서는 파수 벡터 방향과 에너지 흐름 방향은 같아, 파면이 원형을 유지하면서 전파하지만, 복합재료와 같이 이방성 재료에서는 파수 벡터와 에너지 흐름 방향이 서로 다르다. 따라서 이방성 재료에서 하나의 속도에서 다른 속도로 전환하려면 방향을 교정해야 하고 이에 따라 크기도 달라지게 된다. 본 연구에서는 복합재료 판재에서 전파하는 램파 분산방정식을 이용하여 대칭, 비대칭 모드의 분산선도를 작성하였고, 각도에 따라 구한 위상속도 분산선도에서 얻어진 위상속도 값으로 slowness surface를 구한 후, 이로부터 군속도의 크기와 방향을 교정하였고, 이를 실험적으로 측정된 속도값과 비교하여 서로 일치함을 확인하였다.

핵심용어: Lamb wave, 분산특성, 이방성 재료, 위상속도분산선도, 군속도

투고분야: 초음파 및 탄성과 분야 (4.2)

The elastic waves in a plate are dispersive waves due to the characteristics of Lamb waves. However, SO symmetric mode is less dispersive in the frequency region below the first cut-off frequency. The wave propagation velocities vary with the direction in anisotropic plates such as Carbon Fiber Reinforced Plastic (CFRP) plates. The wave vector direction and energy flow vector direction are same in isotropic plates. However, the wave vector direction same as the phase velocity direction is not in accordance with the energy flow direction same as the group velocity direction in anisotropic plates. In this study, the dispersion curves of the phase velocity from anti-symmetric and symmetric Lamb wave dispersion equation are calculated for unidirectional laminated composite plate. Slowness surface is sketched using phase velocity under the first cut-off frequency. The direction and magnitude of group velocity are corrected with this slowness surface. The measured group velocities are in good agreement with the corrected group velocity curve except near the fiber direction zone which is called the cusp region.

Keywords: Lamb Wave, Dispersion Characteristics, Anisotropic Material, Phase Velocity Dispersion Curve, Group Velocity

ASK subject classification: Ultrasonic and Elastic Waves (4.2)

1. 서론

섬유강화복합재료는 밀도에 비해 높은 강도 및 강성으로 재래식 재료보다 우수한 기계적, 물리적 성질을 보유하여 우주항공분야 및 선박 그리고 여러 산업 시설물 등

의 다양한 분야로 그 적용 범위가 확대되어 왔다. 특히 탄소섬유 복합재료는 강화섬유의 기계적 강도가 우수하여 고압력을 받는 압력용기 등에 사용되고 있으나, 섬유(fiber)와 기지(matrix)로부터 제작된 이종재료로서 비균질하며, 강화섬유의 배열에 의해 구조적으로 이방성을 갖는다. 일반적으로 등방성 재료에서는 파수 벡터(wave vector) 방향과 에너지 흐름(energy flow) 방향은 같아, 파면이 원형을 유지하면서 전파하지만, 그림 1에서 보여

주는 바와 같이 복합재료와 같은 이방성재료에서는 파수 벡터와 에너지 흐름 방향이 서로 다르다. 따라서 이방성 재료에서 하나의 속도에서 다른 속도로 전환하려면 방향을 교정해야 하고 이에 따라 크기도 달라지게 된다.

판에서 전파하는 Lamb wave는 주파수에 따라 속도가 변하는 분산특성을 갖는다[1]. 그러나 첫번째 단절주파수 (cut-off frequency) 이하의 S0대칭모드는 분산이 거의 없는 모드로 잘 알려져 있다[2, 4]. 따라서 분산이 적은 S0대칭모드를 이용하여 단일방향 섬유강화 복합재료 판에서 군속도와 위상속도와의 방향 차이 및 정확한 속도 측정을 위한 연구가 수행되어 왔다[5-6]. Rose 등은 단일방향 복합재료 적층 판재에서 실험적으로 S0 모드를 이용하여 군속도와 위상속도의 방향이 일치하지 않는다는 것을 밝혔으나, 섬유와 수직인 방향을 제외하고 에너지의 흐름이 섬유방향을 향하고 있다고 제시하였다 [5]. 이러한 실험 결과는 실제로 이방성 매질이라 하더라도 모든 방향으로 에너지가 전파한다는 사실과 모순된다. 또한, Lee 등은 분산이 적은 S0 대칭모드의 군속도를 이용하여 slowness 선도를 구하여 군속도의 방향과 크기를 교정하여 측정된 속도가 교정한 군속도와 일치하는 결과를 제시하기도 하였으나[6], 분산이 적은 영역이기 때문에 군속도를 위상속도로 근사하여 slowness 선도를 구하였다. 이방성재료의 전파이론에 따르면, 위상속도 값로부터 역수를 취한 후, 군속도의 크기와 방향을 구하는 것이 이방성재료에서의 전파이론에 해당한다.

본 연구에서는 복합재료의 품질평가 방법을 연구하기 위하여 산업현장에서 널리 사용되고 있는 초음파 비파괴 시험법으로 복합재 판 (plate)에서의 전파되는 Lamb wave를 활용하여 전파방향에 따른 wave의 군속도 변화 특성을 연구하고자 하였다. 단일방향 적층 복합재료 판재에서 전파하는 Lamb wave 분산방정식을 이용하여 대칭, 비대칭 모드의 속도분산곡선을 작성하였고, 전파 방향을 달리하여 구한 S0대칭모드의 위상속도 분산곡선을 구하여 얻은 위상속도 값으로부터 slowness surface를

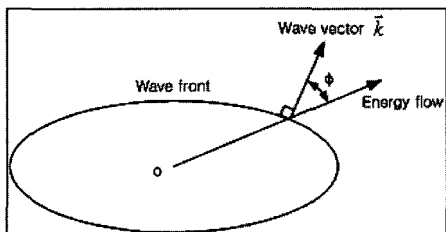


그림 1. 타원형 파면에서 파수벡터와 에너지 흐름방향의 각도 관계
Fig. 1. Incompatibility between wavevector \vec{k} and energy flow direction in nonspherical wavefront.

구하여 군속도의 크기와 방향을 교정하고, 방향에 따라 교정된 군속도를 측정된 군속도 값과 비교하였으며, 서로 일치함을 확인하였다.

II. 본 론

2.1. 복합재료 판에서의 Lamb wave 속도분산곡선

단일방향 복합재료를 균질한 재료로 가정하고, 이를 선형,탄성에 관한 운동방정식을 대입하여 판의 양 표면에서 자유응력 경계조건을 이용해서 정리하면, Lamb wave의 대칭 및 비대칭 분산방정식을 얻을 수 있다[6]. 이 방정식에 복합재료 (CU-125NS)의 탄성계수 표(1)를 대입해서 수치해석방법 (Bi-section method)을 이용해서 풀면, 단일방향 복합재료 판에 대한 속도분산곡선을 얻을 수 있다.

그림 2는 0도인 섬유 방향을 전파방향으로 하는 복합재료 판에서 파수와 주파수의 분산관계 그래프이다. 이

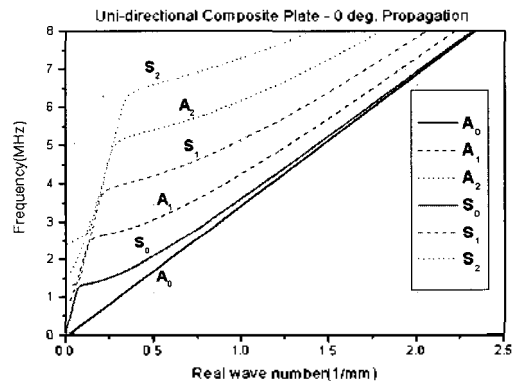


그림 2. 단일방향 복합재료 판에서 파수와 주파수의 분산 그래프-0 도 전파 방향
Fig. 2. Dispersion graph between wave number and frequency for unidirectional composite plate - 0 deg. wave propagation direction.

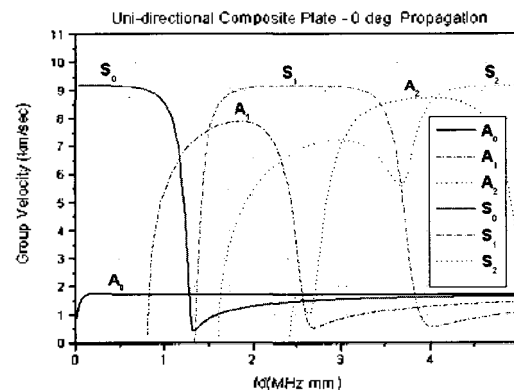


그림 3. 단일방향 복합재료 판에서 Lamb wave 군속도 분산선도-0 도 전파 방향
Fig. 3. Group velocity dispersion curves of Lamb wave propagation for unidirectional composite plate-0 deg. wave propagation.

표 1. CU-125NS 물성표
Table 1. CU-125NS Material property.

Property	Symbol	Value
Elastic modulus in fiber direction	E1	135.4 GPa
Elastic modulus in transverse directions	E2, E3	9.6 GPa
Shear modulus in 1-2	G12	4.8 GPa
Poisson's ratio	ν_{12}, ν_{13}	0.31

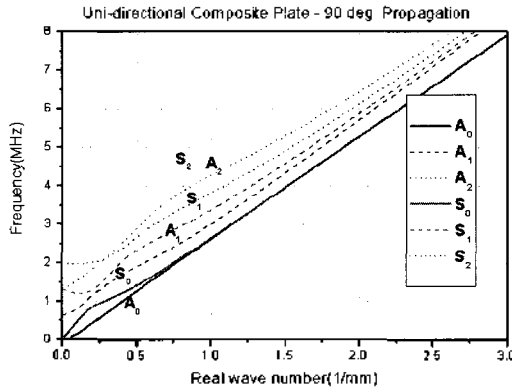


그림 4. 단일방향 복합재료 판에서 파수와 주파수의 분산 그래프-90도 전파 방향
Fig. 4. Dispersion graph between wave number and frequency for unidirectional composite plate-90 deg. wave propagation direction.

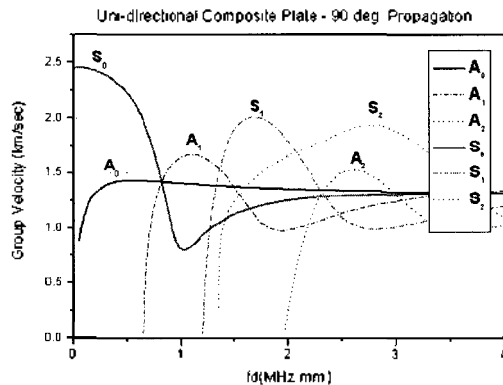


그림 5. 단일방향 복합재료 판에서 Lamb wave 군속도 분산선도- 90도 전파 방향

Fig. 5. Group velocity dispersion curves of Lamb wave propagation for unidirectional composite plate-90 deg. wave propagation.

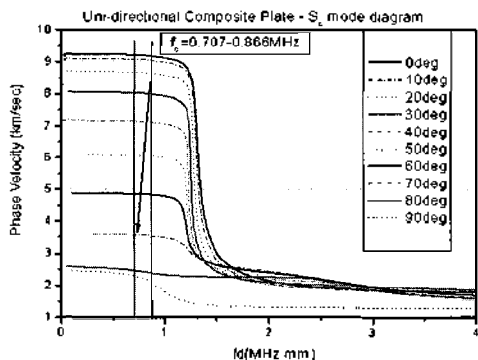


그림 6. S0 대칭모드의 위상속도 분산선도- 0~90도 전파 방향(화살표시는 절단주파수를 나타냄)

Fig. 6. Phase velocity dispersion curves of S0 symmetric mode for unidirectional composite plate-0~90 deg. wave propagation(Arrow symbol indicates cut-off frequency).

그래프로부터 기울기를 구하면 위상속도가 되며, 순간기울기를 구하면 군속도가 된다. 그림 3에서는 0도 방향으로 구한 군속도 분산곡선으로 첫 번째 절단주파수 (1st cutoff frequency)아래에서는 A0와 S0 모드만이 존재하며, S0 모드는 A0 모드보다 5배정도 빠르게 전파하는 특성을 갖는다. 이 영역에서 분산이 적은 특성이 있어 초음파 속도 측정에 이용되고 있다. 그림 4는 90도 방향으로 구한 파수와 주파수의 분산관계 그래프로, 앞서 기술한 바와 같이 순간기울기를 표현하면, 그림 5와 같이 군속도를 구할 수 있다. S0와 A0 모드 및 다른 모드들도 주파수가 커질수록 A0 모드의 속도에 접근하는 특징을 갖는다. 그림 6은 단일방향 판재에서 0-90도 사이 각도에서 구한 위상속도 분산곡선으로 각도가 증가할수록 속도가 감소하는 현상이 뚜렷이 나타나며, 첫 번째 절단주파수아래에서는 분산이 적은 특징을 보여주고 있다.

2.2. Lamb wave 측정장치 구성

복합재 평판은 CU-125NS 수지 (prepreg)를 이용하여 8plies, 12plies, 16plies 3종류로 적층하여 제작하였으며, 가로, 세로를 800×800mm의 크기로 제작하였다. 표 <2>는 측정 시스템 구성에 사용된 장치들의 사양이다. 초음파 발생을 위하여 음원으로 직경이 25.4mm이고 중심주파수가 0.5MHz인 광대역 transducer를 약 0.5kV의 전기 펄스를 발생시키는 초음파 펄서 (C-101-HV, PAC)로서 구동하였다. Lamb wave 신호를 수신하기 위하여 직경이 6.35mm 이고 중심주파수가 10MHz인 광대

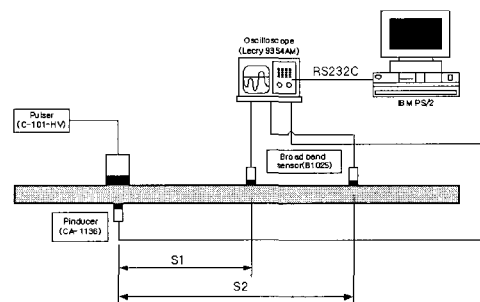


그림 7. 실험 장치
Fig. 7. Experimental setup.

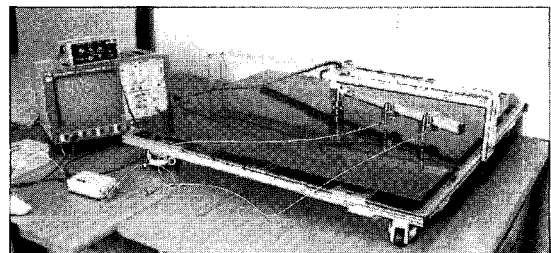


그림 8. Lamb wave 측정 장치 사진
Fig. 8. Lamb wave measurement system photograph.

표 2. Lamb 파 측정 장치 구성도
Table 2. Measurement system of Lamb wave.

측정 장치 구성	모델명	제작사
PC	Pentium 4, 2.6GHz	개인 제작
Pluser	C-101-HV	Physical Acoustic Corporation(U.S.A)
Receiver	B-1025	Digital Wave Co. (U.S.A)
Triggering Sensor	Pinducer(CA-1136) Cable(CA-1146-3)- Pinlength=1.75"	Dyansec Co.(U.S.A).
Amplifier & Filter	PA2040G (broad band AE amplifier)	Digital Wave Co. (U.S.A)
Osilloscope	Lecroy 9354AM	Lecroy Co.
평판시편발치대	자체설계	영주산업(주) (경기도 부천시 원마구)

역 초음파 탐촉자 (B-1025, Digital wave Co.) 2개를 사용하였으며, 수신된 신호는 Amplifier & Filter (PA2040G)를 사용하여 20dB이상 증폭한 뒤에 digital oscilloscope로 관측하였다. 보다 정확한 속도 측정을 위하여 초음파 발생 순간을 신호 수신기의 trigger 시간으로 정하였으며, 이를 위하여 음원 transducer 아래에 직경이 1.5mm인 pinducer를 두었다. 그리고 측정된 Lamb wave의 신호는 RSC232C를 이용해서 PC로 데이터가 전송되도록 하였다. 그림 7에서는 실험 장치를 보여 주고 있으며, 그림 8에서는 각도에 따라 Lamb 파를 측정하는 장치 사진을 보였다.

2.3. Slowness surface를 이용한 군속도 교정

이방성 판 (anisotropic plate)에서 점원에 의해 전파되는 탄성파의 파면은 원형을 유지하지 않고 타원형 또는 다른 형태의 파면을 형성하며, 위상속도 방향은 파면

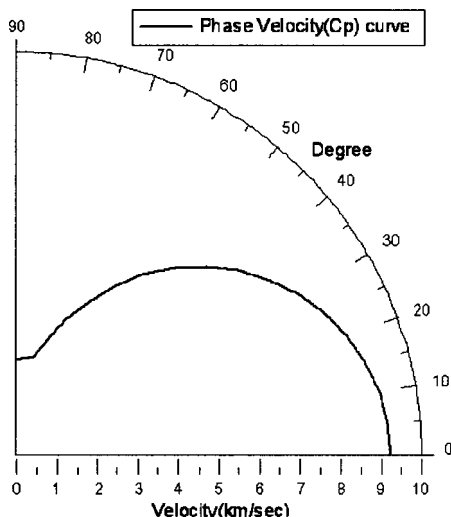


그림 9. 단일방향 복합재료 판에서의 위상속도 선도
Fig. 9. Phase velocity curve for unidirectional composite plate.

에 수직인 방향인 wave vector 방향과 같고, 군속도의 방향은 음원의 중심에서 일직선으로 연결한 방향이 된다. 따라서 등방성 매질인 경우에는 파면에 수직인 방향이 음원을 중심으로 한 직선과 일치하나, 이방성 매질에

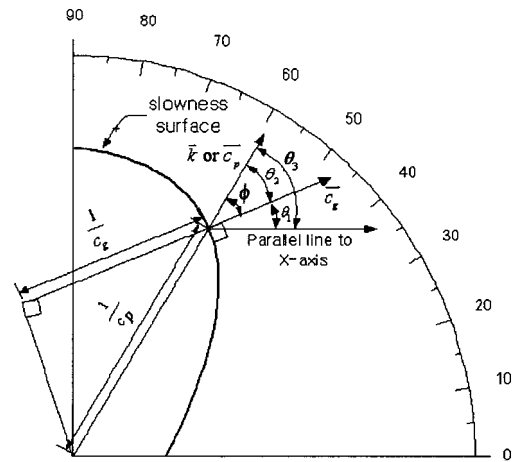


그림 10. Slowness 선도로부터 군속도의 크기와 방향 계산
Fig. 10. Group velocity magnitude and angle calculation from slowness surface.

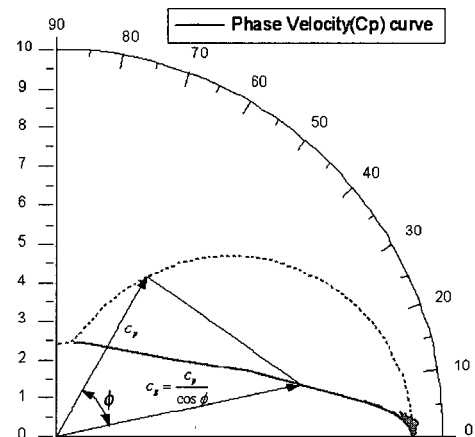


그림 11. 위상속도 선도로부터 군속도의 크기와 방향 교정
Fig. 11. Group velocity magnitude and angle correction from phase velocity curve.

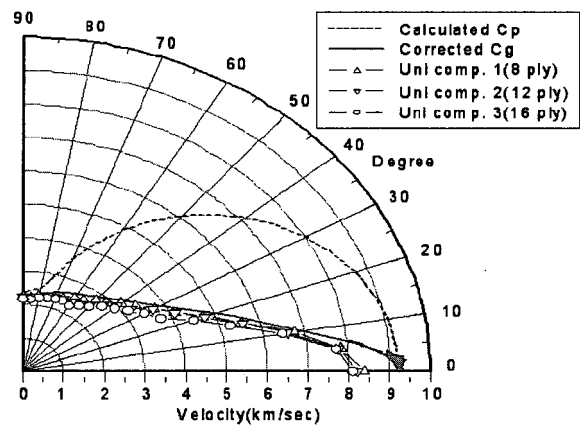


그림 12. Slowness 선도로부터 교정된 군속도와 측정된 군속도와의 관계
Fig. 12. The relation between corrected group velocity from slowness surface and measured group velocity.

서는 이 두 방향이 서로 일치하지 않게 된다. 즉, 위상속도 방향과 군속도 방향은 일치하지 않게 된다.

그림 6의 전파 방향에 따른 S0대칭모드의 위상속도 분산곡선으로부터 첫번째 단절주파수 이하의 위상속도 값을 선정하여 각 각도에 따라 그 크기를 나타내면 그림 9와 같은 위상속도 분산곡선 (Phase velocity dispersion curve)을 얻을 수 있다. 각 방향에 따라 계산된 위상속도에서 역수를 취한 후, 각도에 따라 역수 값의 궤적을 연결하면 그림 10과 같이 slowness surface를 얻을 수 있으며, 이 선도로부터 군속도의 크기와 방향을 구하는 방법을 기하학적인 관계를 이용하여 보았다. 원점으로부터 slowness surface의 특정점까지 연결한 크기는 $\frac{1}{c_g}$ 이 되며, 방향은 위상속도의 방향 즉, wave vector(k)의 방향이 된다. Slowness surface에서 수직한 방향은 군속도 방향 즉, energy 흐름 방향이 된다. 원점에서 특정점까지 연결한 방향과 각도를 고려하여 군속도의 크기를 얻을 수 있으며, 군속도의 크기는 $\frac{1}{c_g}$ 로 결정된다.

$$c_p = c_s \cos \phi$$

여기서 ϕ 는 slowness surface에서의 위상속도 방향과 군속도 방향의 사잇각이다. 그림 11은 slowness 선도로부터 군속도의 크기와 방향을 구한 결과를 이용해서 위상속도 선도로부터 군속도의 크기와 방향을 교정하는 방법과 결과를 나타냈다. 여기서, 위상속도 선도는 복합재 판에서 각도에 따라 위상속도값을 표현한 것이다. 그림 12는 단일방향 적층 복합재료판에서 위상속도 곡선으로부터 크기와 방향이 교정된 군속도값과 측정된 군속도값과 비교한 것이다. 8, 12, 16ply 두께의 판재에 대해 측정하였으며, 두께별로 차이는 없었다. 또한, 각 방향 별로 측정된 속도값은 섬유 방향 근처만을 제외하고는 교정된 군속도 값과 잘 일치하고 있다. 따라서 판재에서 본 실험 방법과 같은 방법으로 속도를 측정하면 Lamb wave의 군속도를 측정하게 되며, 이는 분산곡선의 전파 방향과는 다른 에너지 흐름방향의 속도를 측정하는 것이다. 따라서 Lamb 파 방정식으로부터 계산된 군속도분산곡선의 값과 측정된 군속도값과 비교 분석하기 위해서는 반드시 방향 교정이 필요하다. 그리고 섬유 방향 근처에서 측정된 속도와 교정된 속도가 차이가 나는 것은 이 방향으로 전파하는 파는 하나의 에너지 흐름 방향일지라도

여러 방향의 wave vector를 갖는 파가 전파되고 있어 이들이 서로 중첩되면서 나타나는 현상으로 판단된다.

III. 결론

본 연구에서는 복합재료의 품질평가 및 비파괴적 물성평가 방법을 연구하기 위하여 산업현장에서 널리 사용되고 있는 초음파 비파괴 시험법으로 판(plate)에서 전파되는 Lamb wave를 단일방향 적층 복합재료 판에 하나의 음원으로 발생시켜, 전파 방향에 따라 실험적으로 측정된 군속도와 Lamb 파 방정식으로부터 구한 위상속도 곡선 및 교정된 군속도 곡선과 비교 분석하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 복합재료 판의 각 방향에 따른 위상속도 곡선으로부터 slowness surface를 구하였고, 이 선도로부터 군속도의 크기와 방향을 구하였으며, 이를 이용하여 위상속도곡선에서 각도와 크기를 교정된 군속도 곡선을 얻었다.
- 2) 복합재료 판에서 전파되는 Lamb wave 측정장치를 제작하여 실험적으로 측정된 군속도 값과 교정된 군속도 곡선을 비교하여 잘 일치함을 확인하였다.
- 3) 이전 연구에서는 앞에서 구한 Lamb wave에 대한 해와 분산 방정식의 계산에 있어서 국부적인 부분의 source에 의해 발생되어 모든 방향으로 퍼져나가는 wave대신에 평면파 (plane wave)를 가정하였기 때문에, 이론적으로 계산한 군속도와 실험적으로 측정된 속도 (군속도)와의 값에서 차이가 발생한 것이다. 즉, 解를 구하는 과정에서 wave vector k 와 에너지 전파 방향 (군속도 전파 방향)에 대한 어긋남을 고려하지 않은 것이 원인이며, 이론적으로 구한 군속도 방향과 크기가 교정되어야 한다.

참고 문헌

1. H. Lamb, "On Waves in an Elastic Plates," Proceedings of the Royal Society, London, Series A, 93, 114-128, 1917
2. V. Dayal and V. K. Kinra, "Leaky Lamb waves in an anisotropic plate I : An exact solution and experiments," J. Acoust. Soc. Am., 85(6) 2268-2276, 1989
3. D.E. Chimenti and A. H. Nayfeh, "Leaky Lamb waves in fibrous composite laminates," J. Applied Physics, 58(12) 4531-4538, 1985
4. R. L. Weaver and Y. H. Pao, "Axisymmetric Elastic Waves Excited by a Point Source in a Plate," J. Applied Mechanics,

- 49, 821-836, 1982
5. W. R. Rose, S. I. Rokhlin and L. Adler, "Evaluation of Anisotropic properties of Graphite-Epoxy Composite Using Lamb waves," Rev. of Prog. Quantitative NDE, 6B, 1111-1118, 1987
6. 이정기, 김영환, 이승석, 김호철, "단일방향 탄소섬유 복합재료 적층 판에서 전파 방향에 따른 S0 모드의 군속도의 변화," 복합재료, 제18권, 제1호, 38-44, 2005

저자 약력

• 이상호 (Rhee Sang-Ho)

1967년 4월 14일생
1991년 2월: 충북대학교 기계공학과 (공학사)
1993년 8월: 충북대학교 기계공학과 (공학석사)
1992년 12월~1996년 1월: 한국원자력연구소 계통기계분야 연구원
1996년 1월~2006년 2월 현재: 국방과학연구소 기술연구본부 선임연구원

• 이 정 기 (Lee Jeong-Ki)

1961년 2월 27일생 (음력)
1991년 2월: 성균관대학교 물리학과 (공학사)
1993년 2월: 한국과학기술원 물리학과 (공학석사)
1999년 2월: 한국과학기술원 물리학과 (공학박사)
2004년~2006년 2월 현재: 도성테크(주) 대표이사