한국학교수학회논문집 제 9 권, 제 2 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 9, Number 2, 163-177, June 2006

사사프로젝트 학습을 통한 수학영재 지도

전영주[1)]

수학영재의 창의적 문제해결력 신장을 위한 새로운 교수·학습방법이 요구되고 있다. 이에 본 연구는 과학고 수학반 학생들을 대상으로 사사프로젝트 학습을 실시하여 수학영재들이 어떠한 상황에서 창의성을 발휘하는가, 학습과정에서 벌어지는 영재 상호간의 교류가 그들의 창의성 신장에 도움이 되는가, 또한 창의적 문제해결력 검사를 실시하고 그 결과 분석을 통해 수학영재들에게 사사프로젝트 학습이 효과성이 있는가를 알아보았다.

주요용어 : 수학영재, 창의성, 사사프로젝트 학습

Ⅰ. 서론

지식·정보화 사회에서는 정보를 이해하는 능력, 얻어진 정보가 타당한지 판단하는 능력, 정보를 다른 사람과 직접 또는 간접으로 교환하는 능력, 실생활에서 다른 교과 영역의 문제를 구성하고 해결하는 능력의 소유자를 원하고 있다. 이러한 21세기 지식 관리자이면서 새로운 지식창출자로서의 영재들을 발굴하고 이끌어주는 것은 국가경쟁력 차원에서 중요한 일이며, 수학영재교육의 필요성도 여기에 있다고 말할 수 있다.

수학영재교육은 영재 스스로 정보를 탐색하고 조직하여 새로운 정보를 만들어 낼 수 있는 능력개발과 그들의 특성에 맞는 교육과정과 프로그램설계로부터 시작되어야 한다. 그것은 뛰어난 영재성과 창의성을 지닌 영재라 할지라도 교사중심의 획일적 강의 아래에서는 그들이 갖고 있는 재능이 침묵하거나 사라질 수 있기 때문이다. 수학영재는 광범위한 수학적 기능을 가지고 수학의 여러 분야에서 강한 지적욕구를 분출한다. 이들의 재능을 살리고 지적 호기심을 충족시켜 줄 수 있는 새로운 형태의 교수·학습과정이 요구되는 것은 이러한 이유에서이다.

영재교육에서 지향하는 바가 '창의성 교육'이라 한다면 수학 창의적 문제해결력 신장은 수학영재교육에서 중요한 가치를 갖는다는 것에 이견이 없을 것이다. 이러한 창의적 문제해결력 신장은 단순한 개념이나 내용의 전달이 아닌 사고과정과 문제해결과정에 중점을 둔 교수·학습을 통해 이루어지기 때문에 영재 스스로 해결과제를 결정·선택하고 풀어나갈 수 있는 교수·학습제도가 선행되어야 한다.

최근 이러한 요구에 맞는 효과적인 교수·학습방법으로서 사사(mentorship)제도에 대한

1) 충남과학고등학교 (whaljuro@paran.com)

관심과 기대가 크게 나타나고 있다. 사사는 수준 높은 맞춤식 개별 지도가 가능하고 탐구 심화학습과 자기주도적 학습활동을 강화할 수 있을 뿐만 아니라 고등 수준의 문제해결력 함양과 복잡한 논리적 사고력 증진과 수학영재의 정의적 측면을 고려할 수 있다는 장점을 갖고 있다.

수학영재의 창의성을 신장시키기 위한 또 하나의 교수·학습방법으로서 프로젝트 학습을 들 수 있다. 프로젝트 학습은 학습주제 설정부터 학생이 직접 교사와 함께 참여하므로 그들의 관심과 흥미가 적극 반영되어진다. 따라서 학생들은 자신이 선택한 연구과제 해결을 위해 역동적으로 활동하며 고도의 경험과 지식을 쌓을 수 있는 기회를 제공받는다. 또한 프로젝트 과정에서 동료들과의 팀워크(Teamwork)는 협동심과 공동의 책임감, 이타심을 길러줄 수 있어 민주시민 양성이라는 효과도 얻을 수 있다.

이에 본 연구는 '해석학에서의 ε-δ에 관한 탐구'라는 주제로 사사프로젝트 학습을 진행하면서 수학영재들은 어떠한 상황에서 창의성을 발휘하는가, 프로젝트 활동과정에서 영재 상호간의 교류가 그들의 창의성 신장에 도움을 주는가, 그리고 창의적 문제해결력 검사를 실시하고 그 결과를 분석하여 사사프로젝트 학습의 효과성을 알아보는 데 있다. 또한 이를 토대로 사사프로젝트 학습에 대한 시사점을 도출하고자 한다.

Ⅱ. 사사프로젝트 학습과 창의성

1. 사사제도

사사(師事)라는 말은 '스승으로 섬김 또는 스승으로 삼고 가르침을 받음'이라는 의미로서 (표준 국어 대사전, 1999), 영어로는 'Mentorship'으로 표현하고 있다. 사사 즉, 멘토는 고대 그리스에서 시작되어 중세 시대에 제도화된 교육 방법의 하나로, 현재는 영재 학생을 가르치는 방법으로 급속히 확산되어 가고 있다(Clasen & Hansen, 1987; Prillaman & Richardson, 1989).

이러한 사사제도는 진로계획 수립, 지식, 기술, 재능의 향상 영향력 있는 전문가와의 만남, 자아존중감과 자신감 획득, 개인적 윤리관과 기준 수립, 창의력 향상, 심도 있는 만남 등 여러 장점들을 지니고 있다(Davis & Rimm, 1989). 또한 수준 높은 맞춤식 학습 기회와 자기주도적 탐구 활동을 영재들에게 제공함으로써 영재의 창의성을 보다 효율적으로 신장시킬 수 있다.

하지만 사사제도는 영재들의 자발적이고 높은 동기가 필수적이다. 따라서 사사제도를 효과적으로 운영하기 위해서는 영재의 흥미와 관심을 파악하는 것과 정보의 습득보다는 새로운 정보를 창출할 수 있는 창의성과 논리적 사고력 신장에 초점을 맞춘 프로그램으로 운영하는 것이다. 이를 위해서는 적합한 영재교육 프로그램개발이 필요하며, Cox와 Daniel(1983)이 언급한 지도교사와 학생간의 관계 유지, 영재 개인의 목표 달성 도움 제공, 영재의 학문적인 욕구 충족 등이 사사제도를 통해 달성되도록 해야 한다는 권고는 고려할 만 하다.

Linda(1994)는 사사제도에서 "어려운" 수학을 학습할 수 있도록 학생들에게 용기를 주는 예비적인 토대가 이루어져야 한다고 주장하고 있다. 이런 점에 비추어 수학영재교육에 있어 사사제도는 수학지식을 단지 안다는 것에서 알고자 하는 것, 실제로 수학을 해보는 실천적 교수·학습방법으로의 전환이 요구된다.

2. 프로젝트 학습

프로젝트 학습은 Dewey의 실험학교와 Stimson의 home project에서 출발하였다. 듀이는 시카고 대학 안에 자신의 실험학교를 세우고, 교육과정을 전통적인 교과목이 아닌 프로젝트 형식으로 구성한 바 있다. 그는 아동들이 진정으로 흥미 있는 문제를 스스로 탐구하는 과정, 즉 프로젝트를 수행하는 과정에서 사고하는 방법과 문제를 해결하는 방법을 배울 수 있다고 믿었다. 프로젝트 학습이 추구하는 학생상은 자기주도적인 학습자(self-directed learner), 협동하는 동료(collaborative worker), 복잡한 사고가(complex thinker), 질 높은 산출자(quality producer), 지역사회의 기여자(community contributor) 등으로 요약할 수 있다(조한국, 2001).

이 학습의 가장 큰 특징은 복잡한 과제학습의 형태로 문제가 제시되며 주어진 문제를 동료와 협동하여 해결한다는 것이다. 또 제시된 과제나 문제를 해결하기 위해서는 복잡한 사고과정을 거쳐야 한다. 따라서 학생들은 과제를 해결하는 과정에서 건전한 비판적인 사고를 갖게 될 뿐 아니라 의미 있는 질문들을 하게 된다. 그러한 질문들에 답을 얻기 위해 무엇을 어떻게 해야 하는지를 자연스럽게 깨달아 간다. 학생들은 이러한 문제를 해결하면서 필요한 지식과 문제해결에 필요한 상위 사고력과 창의성도 키우게 된다(Trefz, 1996).

이와 같은 프로젝트 학습의 교육적 가치는 학습자의 적극적인 참여와 협력, 교사의 열의와 능력, 교육 여건 등 여러 변인에 의해 달리 나타날 수 있다. 그러나 일반적으로는 학습자의 내적 동기를 유발시킴으로서 학습 효과를 높이고, 후속 학습에 대한 의욕을 고취시킨다는 것, 학습자의 창의적인 문제해결력을 길러준다는 것, 다양한 탐구 활동과 표현 능력을 종합적으로 길러준다는 것, 사고의 유연성을 길러준다는 것으로 요약할 수 있다.

이와 같은 맥락에서 보면 프로젝트 학습은 영재들에게 적합한 학습활동 유형의 하나로서 영재의 잠재능력과 재능을 계발하고 신장시켜 주는 효과적인 학습방법으로 평가할 수 있다(박성익 외, 2003).

3. 사사프로젝트 학습과 창의성

본 연구자가 말하는 사사프로젝트 학습이란 학습자가 멘토와 밀착되어 지원을 받으면서도 탐구 및 표현 활동에 주도성을 갖는 학습 형태로서 자기 주도적 학습 능력과 창의력 신장을 목표로 하는 프로젝트 학습을 말한다.

일반적으로 창의성은 '문제 상황에 적절한 새롭고 독창적인 산출물을 만들어 내는 능력'을 의미하며(Lubart, 1994; Urban, 1995), 창의성을 구성하는 요소에 대해서는 의견들이 분분하나 크게 인지적 측면과 정의적 측면으로 구분할 수 있다. 초기 연구자들은 창의성 구성요소를 주로 인지적 측면에서 접근하여 유창성, 융통성, 독창성, 추상성, 정교성, 민감성 등을 그 구성 요소로 거론해왔지만 현재는 지식 기반의 중요성을 강조하여 지적 능력을 포함한 일반적인 지식도 창의성의 주요 요소로 보고 있다(Sternberg, 1999; Urban, 1995). 또한 용기, 호기심, 사고와 판단에서의 독자성, 자신이 하고 있는 일에 대한 몰두, 직관 이용, 사물을 당연한 것으로 받아들이지 않는 태도, 모험심 등도 창의성의 구성요소로 볼 수 있다(Torrance, 1962).

이러한 관점에서 바라보면 사사프로젝트 학습은 탐구 주제를 학생 스스로 선정하고 선정한 주제를 깊이 있게 연구하고, 정보의 습득보다는 과정중심의 학습 활동을 통해 사고력 신장과 학습 과정에서 자아개념, 협동심, 지적 호기심 등을 증진시킴으로써 영재들의 창의적 신장에 도움이 될 것으로 기대된다.

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

1. 연구 참여자

본 연구에는 고등학교 1학년 1명(진혁)과 2학년 3명(용태, 기한, 영웅)의 학생들[2]이 참여하였다. 이들 4명 모두 과학고등학교 남학생들로 입학당시 수학분야에서 일정수준 이상의 능력을 갖추고 있다고 검증되었으며, 현재도 수학동아리 활동(주당 2시간 이상)과 수학분야의 전문 교과를 16단위 이상 집중 이수하고 있어 연구자는 이들을 수학영재로 판별하였다. 또한 위 연구 참여 학생들은 사사프로젝트의 연구주제인 해석학(미분적분학)에 대해 관심있는 학생들로 본 연구에 참여하겠다는 그들의 개인적 의사를 존중하여 선정하였다.

2. 연구 방법

본 연구는 수학영재의 특성에 맞추어 일반적인 탐구활동, 집단훈련 활동과 실제연구 활동으로 분리·운영하였다. 이것은 교과학습의 연계성과 이번 연구의 독립성을 동시에 고려하기 위함이었다. 집단훈련 활동과 실제연구 활동은 단계별 소주제를 두었다. 연구는 2005년 4월에서 9월까지(6개월) 매주 금요일 방과 후에 2시간이상 진행되었다. 이 과정 속에서 수학영재들은 어떠한 상황에서 창의성을 발휘하는가, 프로젝트 활동과정에서 영재 상호간의 교류가 창의성 신장에 도움을 주는가, 그리고 수학영재의 창의성이 실제적으로 신장되었는지 알아보고자 질적 연구방법 중 사례연구방법과 양적 연구를 병행하였다.

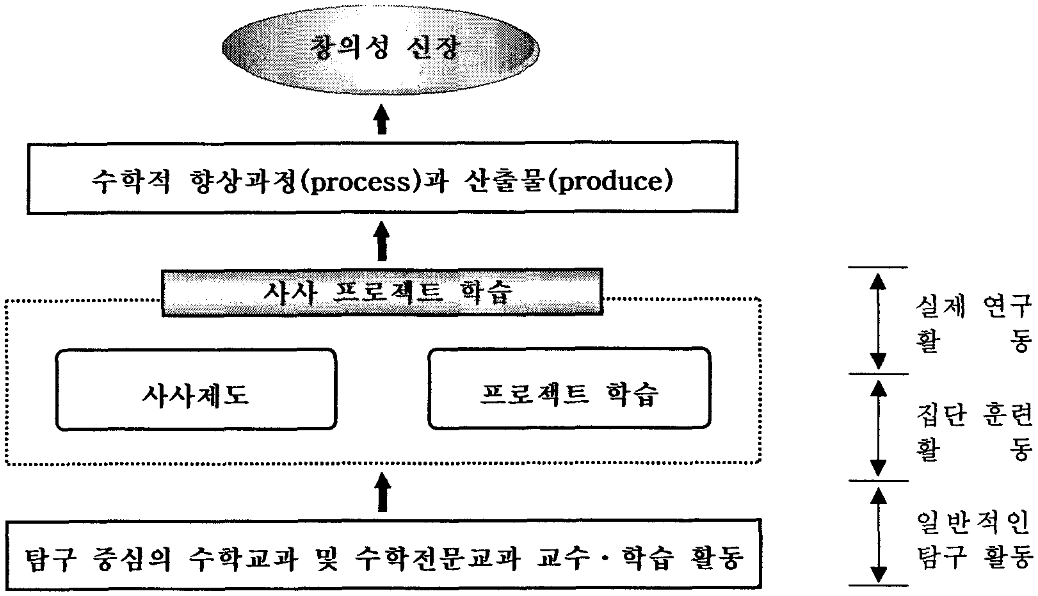
3. 자료의 수집과 분석

본 연구를 위해 사전준비[3] 10시간과 15차시(1차시 당 약 120분 정도 진행) 분량의 프로그램이 집단훈련 활동과 실제연구 활동에 투여되었다. 집단훈련 활동(3차시, 6시간)에서는 ε-δ의 정의와 기하학적인 의미, ε-δ는 변수 혹은 기호인가 그리고 ε-δ에 관한 여러 문제를 다루었다. 실제연구 활동(12차시, 24시간)에서는 유계, 완비성공리, 수열의 극한, 함수의 극한, 함수의 연속, 도함수, Δx, Δy의 기하학적 의미, 평균값 정리, 로피탈 정리, 테일러 정리 등을 집중 연구하였다.

이러한 단계를 거쳐 사사프로젝트 학습 진행에서 나타난 각 영재들의 반응 즉, 그들의 언어와 태도, 성향 등을 기록한 프로토콜과 체크리스트를 분석하였다. 또한 창의성 신장 여부를 알아보기 위해 한국교육개발원이 개발하고 한국적성검사소에서 시행하는 '창의적 문제해

2) 본 연구의 특성상 가명을 사용하였다.
3) 학생들은 논문자료 및 미분적분학(박기석 외, 2004), Tomas' Calculus(Weir, 2005)를 탐구학습 하였다.

결력 검사지' 결과를 SPSS 13 프로그램으로 Paired-Samples t-Test 사전·사후 비교검사를 실시하였다.



[그림 1] 사사프로젝트 학습 연구과정 모형

Ⅳ. 연구 결과

1. 수학영재의 창의성 발휘

수학에서의 창의성은 비일상적이거나 독창적이면서 적용가능한 수학적 문제 해결방법을 산출하는 능력으로 기존에 알고 있는 지식, 개념, 원리, 문제 해결방법 들을 새롭게 관련짓거나 자신이 새롭게 창안하여 수학문제를 해결하는 능력이다(Sparker, 1960 in 김홍원 외, 1996). 수학영재들은 문제를 발견하고, 이해하고, 해결하는 과정에서 이러한 수학적 창의성을 보인다. 수학영재들이 어떠한 상황에서 창의성을 발휘하는가에 대한 구체적인 사례를 살펴보도록 하겠다.

1) 새로운 탐구내용에 대한 흥미와 집중력을 나타내는 과정에서

수학적 재능이 있는 학생들은 속진 능력과 같은 일반적인 학문적 영재성 뿐만 아니라 주변 사물의 수량적인 면에 빠른 반응을 보인다(Greenes, 1981). 다음의 프로토콜은 수학영재들의 새로운 학습내용에 대한 반응과 그들이 주어진 상황을 어떻게 정리해 나가는지를 보여준다.

교사 : 무한수열 $\{a_n\}$에서 n의 값이 한없이 커질 때 일반항 a_n의 값이 일정한 수 α

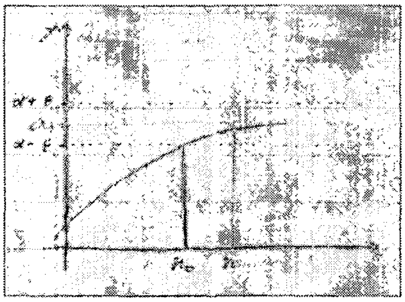
에 한없이 가까워지면 수열 $\{a_n\}$은 α에 수렴한다고 한다. 이 정의에서 '한없이 커진다. 한없이 가까워진다.'는 말의 의미는 무엇일까?

진혁 : '한없이 커진다. 한없이 가까워진다.'는 말은 애매모호 합니다. 어느 정도가 한없이 커진 것인지, 아니면 가까워진 것인지 알 수가 없잖아요.

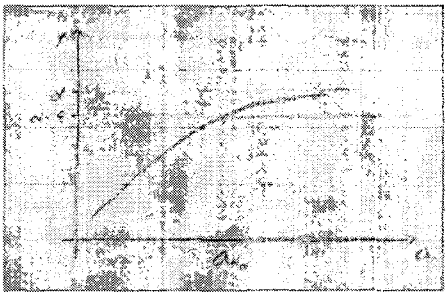
교사 : 진혁이 말이 맞다. 수학에서는 분명하고 정확한 것을 요구하지, 그래서 실수의 대소 관계와 연산을 이용하면 이러한 모호성을 없앤 새로운 정의를 내릴 수 있지. 이 방법을 찾아보아라.

진혁 : 기준만 정하면 될 것 같은데요. 예를 들어 n은 자연수이므로 1000 또는 10000과 같이 기준이 되는 수를 정하고 n이 이 수를 넘어서면 한없이 커진다고 정의하고 또 한없이 가까워진다는 것은 절대값을 이용하여 어떠한 값들이 $|A|$안의 범위에 들어오면 α에 가까워진다고 정의내리면 되죠.

교사 : 진혁이가 어느 정도 극한에 대한 개념을 이해하고 있는 것 같다. 진혁이의 말을 수정해서 정리하면 다음과 같다. 임의로 주어지는 양수 ε에 대해 적당한 자연수 n_0가 존재하여 $n_0 \le n$일 때 $|a_n - \alpha| < \varepsilon$이 성립하면 수열 $\{a_n\}$은 α에 수렴한다고 하고 α를 수열 $\{a_n\}$의 극한값이라고 한다. 이것을 그림으로 그려보아라.



[그림1] 수열의 극한



[그림2] 수열의 극한

교사 : 어떠한 생각으로 이러한 그림을 그렸는가? 또 그림에서 얻을 수 있는 정보는 무엇인가?

진혁 : 자연수 n_0의 값은 임의로 주어지는 양수 ε에 의해 결정됩니다.

기한 : 극한값이 존재하기 위해서는 어떤 경계가 있어야 합니다. 즉, $n_0 \le n$일 때 a_n의 범위가 $\alpha - \varepsilon < a_n < \alpha + \varepsilon$ 을 만족해야 합니다.

교사 : 너희들이 말하는 경계는 상계와 하계가 있고 수열의 상계와 하계가 있을 때 그 수열은 유계(bounded)라 한다.

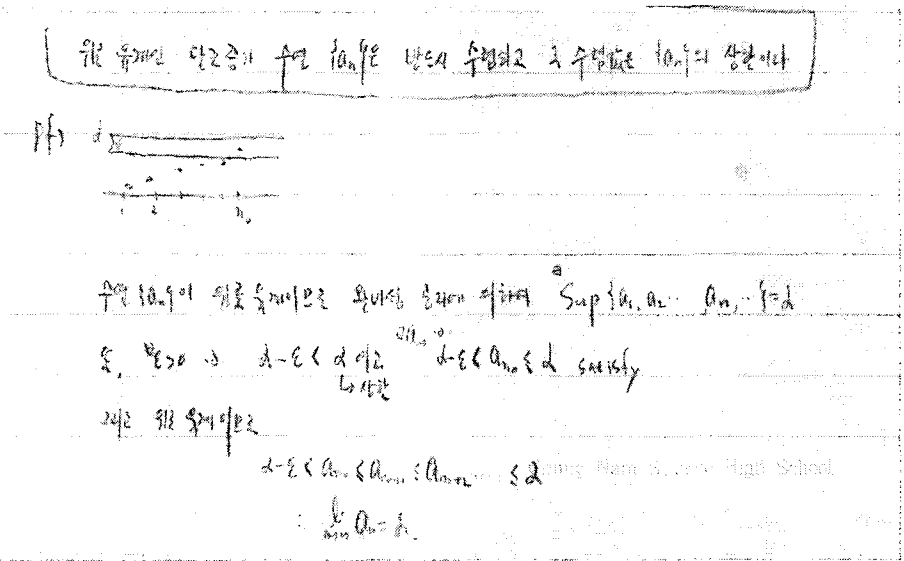
위 프로토콜에서 보듯, 새로운 탐구내용은 수학영재들의 흥미와 집중력을 크게 분출하도록 만들었으며, 영재들에게 탐구과제에 대한 집중력 그리고 개념의 관련성을 연결하는 사고의 유연성을 불러 일으켰다. 이러한 행동특성들은 고등학교 교육과정을 다루는 교실수업에서는 흔히 일어나지 않는 일들로, 영재들은 새로운 지식 탐구에 대한 뜨거운 열정을 갖고 있음을 시사해 주고 있다. 또한 이 과정에서 교사의 적절한 학습안내와 자료는 영재의 창의성 신장을 위해 필수적으로 제공되어야 하는 것으로 나타났다.

2) 연구에 대한 적극성, 메타인지를 통해

학생들은 사사프로젝트 학습에서 자신들이 "무엇을 해야 할 것인가"를 미리 검토하고 학습에 도움이 될 만한 계획을 수립하는 적극적 과제 실천자세를 보였다. 의문스런 학습내용에 대해서는 관련정보를 탐독하여 자료를 수집하고 이를 토대로 문제해결을 이끌어 냈다. 이 과정에서 학생들은 기존에 알고 있던 지식과 프로젝트 활동을 통해 얻은 새로운 지식을 재조직하는 등 뛰어난 종합능력을 보여주었다. 또한 과제 해결의 성과가 없을 경우, 학생들은 문제해결을 위해 사용했던 단서들을 분석하고 문제해결을 위해 행해왔던 자신의 사고과정에 오류는 없었는지의 반성을 통해 해결책을 찾고자 노력하였다.

교사 : 위로 유계인 단조증가 수열 $\{a_n\}$은 반드시 수렴하고 그 수렴값은 $\{a_n\}$의 상한임을 말해 보자.

기한 : 선생님께서 주신 문제에 대해 다음과 같이 말씀드릴 수 있습니다([그림3]).



[그림3] 위로 유계인 단조증가 수열의 극한 증명

교사 : 처음에는 수열의 그래프를 곡선으로 표현([그림1], [그림2])하다가 지금은 왜 점집합([그림3])으로 표현했지?

학생들 : 수열은 정의역이 자연수 집합인 함수 $f: N \rightarrow R$ 입니다. 따라서 수열을 그래프로 나타내려면 지금과 같은 방법으로 표현해야 합니다. 따라서 지금의 표현이 맞습니다. 함수 $f: N \rightarrow R$에 대하여 $f(n) = a_n$이라 하면 함수의 극한에서 수열의 극한을 도출할 수 있습니다. 즉, 임의의 $\varepsilon > 0$에 대하여 실수 $a > 0$가 존재하여 $x > a$인 모든 x에 대하여 $|f(x) - L| < \varepsilon$입니다.

교사 : 여기서, 함수의 극한이 수열의 극한과 다른 점은 무엇인가?

영웅 : 함수의 극한은 양수 ε을 정하면 그에 따라 양수 δ를, 수열은 자연수 n_0를 찾을 수 있습니다. 함수의 극한은 좌극한과 우극한이 따로 존재하는데 반해 수열은 그렇지 않습니다. 또, 함수의 극한에서 기호 $x \rightarrow a$는 $x \neq a$ 이므로 $f(a)$의 값

이 결정되지 않아도 극한값을 찾을 수 있습니다.

교사 : 수열의 극한과 함수의 극한을 잘 이해하고 있구나. 그렇다면 여러분들이 함수의 극한에서 해결하기 어려웠던 문제는 무엇인가? 그리고 왜 어려웠는가?

진혁 : $\lim_{x\to 3} x^2 = 9$을 ε-δ로 증명하는 문제였습니다. 그것은 ε-δ의 정확한 의미를 이해하지 못했기 때문으로 ε에 대해 δ의 값을 구하기가 어려웠습니다. 그렇지만 특정한 양의 실수 ε에 대해 $0<|x-a|<\delta_1 \Rightarrow |f(x)-L|<\varepsilon$인 양의실수 δ_1을 구했을 경우 이 δ_1을 이보다 더 작은 양수 δ_2로 대치할 수 있다는 것을 알게 되었고 결국 문제를 해결 할 수 있었습니다.

2. 영재 상호간의 교류와 창의성

Slavin(1987 in Davis & Rimm, 1989)은 공동의 목표를 달성하기 위해 모인 집단구성원은 상호 격려하기 때문에 학습동기가 매우 높으며, 활발한 교류 속에 일어나는 토론, 견해에 대한 갈등, 의미성 유무의 구별, 창의적 사고 등은 지적성장과 사고기술을 자극할 수 있다고 주장하였다. 이러한 주장을 받아들인 본 연구에서는 학생들 간의 아이디어나 느낌의 교류, 적극적인 의사 표현 등을 보장하는 개방형 프로젝트로 진행되었다. 그 결과 학생들의 창의성이 신장된 것으로 판단하고 있으며, 다음 두 사례를 통해 학생들이 어떻게 창의적 산출물을 만들어 가는가를 구체적으로 볼 수 있다.

영웅 : '$x=a$에서 연속인 두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 $f(g(x))$는 $x=a$에서 연속인가?'라는 명제는 일반적으로 참이 아닌가 싶다.

기한 : 정리를 다시 한번 살펴보자. '함수 $y=g(x)$가 $x=a$에서 연속이고, 함수 $f(y)$가 $y=g(a)$에서 연속이면 $(f\circ g)(x)$도 $x=a$에서 연속이다.' 앞서 영웅이가 말한 것에는 함수 $f(y)$가 $y=g(a)$에서 연속이라는 조건을 고려하지 않았기 때문에 영웅이의 말은 틀렸다고 생각하는데, 영웅아, 다시 한번 생각해봐.

영웅 : 아하! 임의의 양수 ε에 대해, $|x-a|<\delta$이면 $|(f\circ g)(x)-(f\circ g)(a)|<\varepsilon$ 이 성립하는 δ가 존재함을 보이면 된다. 가정에서 $f(y)$가 $y=g(a)$에서 연속이므로 $|g(x)-g(a)|<\delta_1$일 때 $|f(g(x)-f(g(a))|<\varepsilon$이 되는 δ_1이 존재한다. 그리고 $g(x)$가 $x=a$에서 연속, δ_1은 양수이므로 $|x-a|<\delta_2$이면 $|g(x)-g(a)|<\delta_1$이 되 는 δ_2가 존재한다. 그러므로 δ를 δ_2로 하면 된다. 기한이의 지적이 옳았다. 결국, $g(x)$의 치역이 $f(x)$의 정의역에 포함되어야 한다는 조건을 생각하지 못했다.

학생들은 다른 사람의 의견에 수용적 자세를 보였다. 이러한 태도를 통해 영재자신이 범한 사고의 오류를 발견하게 되고, 미처 깨닫지 못했던 문제 해결 방안을 찾아내는 결과를 얻게 되었다. 그러면서 학생들은 새로운 아이디어를 도출해냈다.

용태 : $\sqrt{402}$의 근사값을 Δx와 Δy를 이용하여 구하기 위한 방법을 생각해 보자.

진혁 : $\sqrt{402}$와 $\sqrt{400}$의 값은 별 차이가 없으니까 $\sqrt{400}$의 값을 이용하면 될 것 같다.

용태 : 우선 일반화를 생각해 보자. 미분가능한 함수 $y=f(x)$가 주어졌을 때

$\frac{dy}{dx}=f'(x)$에서 $\Delta y=f'(x)\Delta x+\varepsilon\Delta x$ 이므로 $|dy-\Delta y|=\varepsilon\Delta x$이다. 따라서 $dy \fallingdotseq \Delta y$이다.
$f(x+\Delta x)-f(x)=\Delta y \fallingdotseq dy$에서 $f(x+\Delta x) \fallingdotseq f(x)+dy=f(x)+f'(x)\Delta x$가 된다. 이것을 이제 증명을 해 보도록 하자.

진혁 : 다음과 같이 증명할 수 있다[그림4]. 미분계수의 정의에 의하여
$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}-f'(x)=f'(x)-f'(x)=0$ 따라서 극한의 정의로부터 임의의 $\varepsilon>0$에 대하여 적당한 $\delta>0$가 존재하여 $0<|\Delta x|<\delta$이면 $\left|\frac{\Delta y}{\Delta x}-f'(x)\right|<\varepsilon$이 성립한다. 즉, $0<|\Delta x|<\delta$ 인 모든 Δx에 대해서
$|\Delta y-f'(x)\Delta x|=|\Delta y-dy|<\varepsilon|\Delta x|$이다. 이로써 $|dx|=|\Delta x|$가 충분히 작으면 dy는 Δy의 좋은 근사값이 될 수 있다. 이 방법을 이용하여 $\sqrt{402}$의 값을 구하기 위해 $y=\sqrt{x}$, $x=400$, $dx=2$라 놓으면
$dy=\frac{1}{2\sqrt{x}}\cdot dx=\frac{1}{2\sqrt{400}}\cdot 2=\frac{1}{20}=0.05$이므로 $\sqrt{402}$의 값은
$\sqrt{402}\fallingdotseq\sqrt{400}+0.05=20.05$이다.

위 프로토콜에서와 같이, 영재들이 주어진 과제에 대한 서로의 의견을 나누는 과정에서 문제해결의 새로운 접근방법을 도출해낸다는 것을 관찰할 수 있었으며, 이러한 학습의 결과로서 창의적 산출물을 만들어내는 등 프로젝트 학습의 긍정적 시너지효과로 작용한다는 것을 발견할 수 있었다.

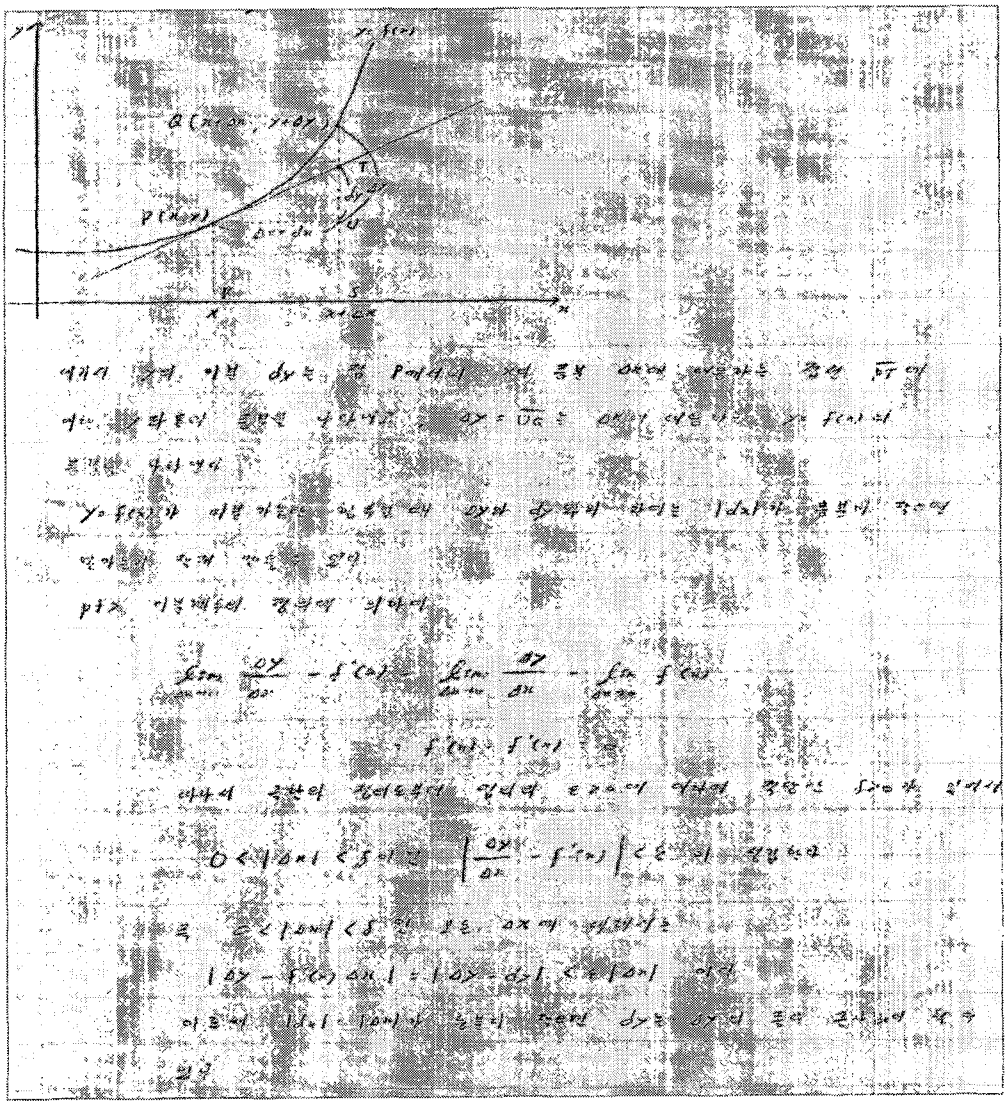
3. 창의적 문제해결력 검사

본 연구과제 중 하나인 사사프로젝트 학습이 창의력 신장에 어느 정도 영향을 주었는가를 알아보기 위해 창의적 문제해결력 검사[4] 결과를 이용하였다. 검사는 사전, 사후로 나누어 시행되었으며 사전검사는 2005년 4월 C형으로, 사후검사는 2005년 9월 A형으로 실시하였다. [표 1]은 창의적 문제해결력에 대한 사전·사후 검사의 항목과 시기를 나타낸 것이다.

[표 1] 창의적 문제해결력 사전·사후 검사 항목 및 시기

종류	검사지 유형	검사 항목	검사 시기
사전 검사	과학창의적 문제해결력검사지 C형	타당성, 과학성 정교성, 독창성	4월 19일
사후 검사	과학창의적 문제해결력검사지 A형	타당성, 과학성 정교성, 독창성	9월 5일

4) A, B, C 세 가지 유형으로 되어 있으며, 각 유형별로 구체적인 문항은 서로 약간씩 다르지만 난이도 등이 같도록 표준화되어 있어서 유사한 연구에 많이 적용하고 있다.



[그림4] $\varDelta x$와 $\varDelta y$ 에 관한 정리 증명

창의적 문제해결력 검사가 포함하고 있는 항목은 타당성, 과학성, 정교성, 독창성 등 4가지이다. 타당성은 일반 영역 지식과 기능 기반이 풍부한 정도에 의해 영향을 받도록 되어있어 타당성 점수는 주어진 문제를 해결한 정도에 따라서 달라질 수 있다. 과학성은 과학 영역의 지식과 탐구 기능에 영향을 가장 많이 받도록 되어 있어서, 문제를 해결하는 과정에 과학적 개념, 원리, 방법 등을 어느 정도 적용했는가에 의해 점수가 달라진다. 정교성은 논리적 사고, 독창성은 확산적 사고에 의하여 영향을 가장 많이 받는다.

창의적 문제해결력 검사를 실시한 후, 학생개인별 백분위 점수[표 2]와 학생의 백분위 점수를 가지고 각각의 검사 항목에 대하여 'SPSS 13' 프로그램으로 'Paired-Samples t-Test'를 실시하여 다음의 결과를 얻었다[표 3].

[표 2] 개인별 창의적 문제해결력 검사 사전·사후 검사 결과

학생명	검사 항목(사전검사)				평균	검사 항목(사후검사)				평균	평균증감
	타당성	과학성	정교성	독창성		타당성	과학성	정교성	독창성		
진혁	45.3	44.9	37.2	34.2	40.40	81.0	45.9	36.6	98.4	65.47	▲25.07
용태	35.8	57.1	28.2	18.4	34.88	75.6	70.8	36.6	94.3	69.33	▲34.45
기한	56.4	78.9	47.9	50.7	58.48	75.6	60.0	23.3	94.3	63.30	▲ 4.82
영웅	20.1	32.2	20.3	18.4	22.75	92.0	86.4	76.4	98.4	88.30	▲65.55
평균	39.40	53.27	33.40	30.43	39.13	81.05	65.78	43.23	96.35	71.60	▲32.47

[표 2]에서와 같이 학생들의 창의력이 크게 신장된 것으로 나타났다. 영웅이의 경우 평균점수가 무려 65.55점이나 증가하였다. 특히 주목되는 것은 프로젝트에 참여한 4명의 모든 학생이 사전검사보다 높은 점수를 얻었다는 것이다. 여기에는 '사사 프로젝트 학습'으로 인한 효과 외에도 다른 변인들, 예를 들면 사전·사후 검사지의 문항 유사성으로 인해 나타난 결과로서, 또는 평소 학생중심의 탐구활동을 중요시 하는 학교 교육풍토의 영향이 작용된 것으로 판단되어지기도 한다. 그러나 이 결과를 보면 '사사프로젝트 학습'이 영재의 창의적 문제해결력을 신장시키는 데 긍정적 효과가 있었음을 부인하기 어렵다.

[표 3] 창의적 문제해결력 검사 유의성 검증 (n=4)

검 사 항 목	사전 검사		사후 검사		t	p
	평균	표준편차	평균	표준편차		
타 당 성	39.40	15.38	81.05	7.73	-3.78	.032
과 학 성	53.27	19.88	65.78	17.12	-8.10	.477
정 교 성	33.40	11.88	43.23	22.99	-5.81	.602
독 창 성	30.43	15.43	96.35	2.37	-8.08	.004
합 계	39.13	5.07	71.60	22.66	-2.45	.092

또한 [표 3]을 보면, 4개영역 모두 평균점수가 증가하였으며, 영역 가운데 타당성과 독창성에서 검정통계량의 유의확률이 각각 0.032와 0.004로 이는 유의수준 0.05보다 작게 나타나 유의수준 5%하에서 유의미한 차이가 있음을 보여주고 있어, 사사프로젝트 학습의 효과성을 간접적으로 증명한다 하겠다.

V. 결론 및 제언

본 연구는 사사프로젝트 학습을 통해 학생들에게 수학적 소양을 지니도록 권장하며 수학적 사고와 창의적 아이디어를 생산할 수 있는 토대를 마련코자 추진되었다. 그러면서 다음 세 가지 과제, 첫째, 수학영재들은 어떠한 상황에서 창의성이 발휘되는가, 둘째, 학생

상호간의 교류는 그들의 창의성 신장에 도움을 주는가, 마지막으로 수학영재의 창의성이 실제적으로 신장되었는가를 알아봄으로써 사사프로젝트의 효과성을 검증하는 것이었으며, 여기서 얻어진 결론은 다음과 같다.

첫째, 수학영재들은 두뇌 활동을 필요로 하는 지적과정을 즐기는 가운데 창의성이 발현되는 것으로 나타났다. 예를 들어, '수열 $\lim_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n$은 어떤 일정한 수에 수렴할 것으로 보인다.'는 교과서의 관념적 표현은 오히려 영재들에게 이 문제해결에 대한 도전의식과 지적활동을 자극함으로써 '수열 $\lim_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n$은 위로 유계인 단조증가 수열로 극한값(최소상계)을 갖는다.'는 결론을 도출해 내기에 이르렀다. 이와 같이 수학영재들은 새로운 학습내용을 접할 때 그들의 수학적 재능을 최대로 발휘한다는 것을 보여주었다.

둘째, 수학영재들은 자신이 왜 문제를 못 풀었는지, 혹 문제해결의 실마리를 찾아가며 고정관념에 빠져있는 것은 아닌지를 반성하는 과정에서 창의성을 나타내 보였다. 예를 들어, $\lim_{x\to a}f(x)=L$의 함수 극한을 ε-δ방법으로 증명하는 것을 이용하여 $\lim_{x\to 3}x^2=9$임을 증명하려고 하면 δ를 찾지 못하는 난관에 부딪히게 되는데, 그들은 이 때 기존의 접근 방식을 버리고 새로운 접근방식을 선택함으로서 임의의 $\varepsilon>0$에 대해서 적당한 $\delta>0$가 존재해서 $0<|x-3|<\delta$이면 $|x^2-9|<\varepsilon$되는 양수 δ가 유일하게 존재하는 것이 아니라는 것을 깨닫고 δ를 개구간 $(0,1)$에서 찾아냈다.

셋째, 정규교육과정 이상의 학습내용과 학생주도의 내용 선택을 요구한 심화된 과제 수행에서 창의성이 나타냈다. 이것은 Johns Hopkins 대학의 SMPY(Study of Mathematically Precocious Youth) 프로그램이 수학영재들에게 대학수준의 공부를 할 수 있도록 배려하여 영재들에게 자기가치와 성취감을 고양시키고, 심화된 학습을 통해 우수대학에 진학할 수 있는 자질을 향상시켰다(Stanley & Benbow, 1983 in Davis & Rimm, 1989)는 결과와 부합되는 것으로, 영재들은 기존에 알고 있던 지식들을 구조화시킴으로서 새로운 지식으로 발전시켜 나갔다.

넷째, 수학영재들은 주변 동료들과의 경쟁과 협동을 통해 자신들의 능력을 극대화하였다. 경쟁적인 협동학습 구조는 그들의 새로운 지식 구성과 문제해결 방법을 창출하도록 하는 자극제가 된 것이다. Davis & Rimm(1989)도 문제해결과 수학 등의 프로그램에서 경쟁적 학습이 학생들에게 더 효과적이라고 주장한 바 있어, 이러한 새로운 자극을 통한 지적강화는 영재들의 창의성 신장에 도움이 되는 것으로 나타났다.

다섯째, 학습 과정의 자발적 참여와 꾸준한 연구태도는 수학영재들에게 과제 해결에 대한 자신감과 성취감을 가져다주었다. 이것은 그들에게 실제 연구가 어떤 것인가에 대한 간접체험을 제공함으로서, 능동적이고 자기주도적인 학습의 중요성을 깨닫는 계기가 되었다.

여섯째, 창의적 문제해결력 검사 결과, 타당성과 독창성에서 유의미한 결과를 얻었다는 사실이다. 이것은 사사프로젝트 학습이 영재들의 풍부한 지적 학습을 유도한 성과라 할 수 있을 것이다. 또한 학생 자신이 알고 있는 지식을 토대로 고차원의 개념을 상상하고 그 방향으로 연구 성과를 도출하는 관찰을 통해 이번 연구가 학생들의 확산적 사고에도 영향을 끼친 것으로 볼 수 있을 것이다. 특히 개인별 창의적 문제해결력검사([표 3])에 나

타난 바와 같이 학생들의 창의적 문제해결력 점수가 향상된 것은 사사프로젝트 학습의 효과성을 어느 정도 입증한 것이라 할 수 있을 것이다.

이번 연구들 통해 영재들은 정규교육과정 이외의 고급과정과 새로운 교육내용을 접해보기를 원한다는 것을 알게 되었다. 이들의 이러한 지적요구를 충족시킬 수 있는 대안으로 시작된 이번 사사프로젝트 학습은 영재들에게 상위 학습에 대한 적응력 강화와 기존 수학 학습에 대한 검토와 반성, 앞으로의 영재교육에 대한 방향과 목표가 무엇인가를 알게 해 주었다. 부수적으로는 영재들의 수학학습에 대한 열기를 고조시키고, 학교학습에 대한 신뢰를 높인 것으로 판단된다.

교사 : 각자 지난 주말에 학습한 내용을 말해보자.

영웅 : 모든 양의 실수 ε에 대해 $|x|<\varepsilon$이면 $x=0$임을 증명하였습니다. 먼저, $x=a(a\neq 0)$라고 가정하고, $\varepsilon=\frac{|a|}{2}>0$을 택하면, $|x|=|a|<\varepsilon=\frac{|a|}{2}$이 되어 모순이 됩니다.

교사 : 잘했구나! 미적분학은 수학의 기본이며, 공학 분야에서 매우 유용하게 활용되므로 미적분학을 열심히 공부함으로서 앞으로 너희들이 진학하고자 하는 각 영역에서 도움이 될 것이다.

용태 : 테일러 정리를 공부하였습니다. 평균값정리는 한 번 미분한 함수에 대해서 적용하는 반면 테일러 정리는 평균값정리를 일반화 한 것이었습니다.

기한 : 저는 전에 학습했던 함수극한의 성질을 증명 해 보았습니다. 처음에는 어려웠지만 다른 학생들이 하지 않는 공부를 한다고 생각하니 가슴이 뿌듯하고 자랑스럽습니다.

교사 : 모두들 열심히 해주어 고맙다.

사사 프로젝트학습에 참여하고 있다는 자부심은 학생들의 과제수행에 플러스(Plus) 요소로 작용되었으며, 그들의 지적갈망 역시 고난도의 탐구과제를 끈기 있게 연구할 수 있는 원동력이 되었다. 또한 수학영재들은 자신에 대한 강한 믿음을 갖게 되었다.

이러한 성과에도 불구하고 사사프로젝트 학습을 더욱 성공시키기 위해 해결되어야 할 선행과제를 언급하고자 한다. 먼저, 사사프로젝트 학습은 주로 방과 후에 진행됨에 따라 교사의 헌신과 사명감에 의존해야 하는 문제점이 있다. 따라서 재량활동시간의 일부를 사사프로젝트 학습에 활용할 수 있도록 연간 계획을 수립·운영해야 한다는 것을 대안으로 제시한다. 두 번째, 학생들은 대학진학과 직접적으로 관련되는 교과교육중심의 프로젝트 활동에만 참여함으로써 고도의 창의적 산출물을 얻을 수 있는 통합교과적 학습경험을 제공받지 못하고 있다. 따라서 여기에는 지도교사의 전문성 신장 제고와 함께 학생들의 인식변화가 요구된다.

참고문헌

김홍원, 김명숙, 송상헌 (1996). 수학 영재 판별 도구 개발 연구(Ⅰ)-기초연구편-. 연구보고 CR 96-26. 한국교육개발원.

박성익, 조석희, 김홍원, 이지현, 윤여홍, 진석언, 한기순 (2003). 영재교육학원론. 서울: 교육과학사.

조한국 (2001). 프로젝트형 탐구학습을 통한 영재들의 과학하기, 영재교육, 11, 23-44.
Clasen, D. R. & Hansen, M. (1987). Double mentoring: A process for facilitating mentorships for gifted students. Roeper review, 10, 107-110.
Cox, J. & Daniel, N. (1983). The role of the mentor. G/C/T. 54-61.
Davis, G. A. & Rimm, S. B. (1989). Education of the gifted and talented (2nd Eds.), Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
Greenes, C. (1981). Identifying the gifted student in mathematics. Arithmetic Teacher, 28(6), 14-17.
Linda J. S. (Eds.) (1994). The Development of Gifted and Talented Mathematics Students and the National Council of Teachers of Mathematics Students, RBDM 9404.
Lubart, T. I. (1994). Creativity. IN R. J. Sternberg (Ed.)., Thinking and problem solving. California: Academic Press.
Prillaman, D., & Richardson, R. (1989). The William and Mary mentorships model: College students as a resource for the gifted. Roeper Review, 12, 114-118.
Sternberg, R. J. (1999). Handbook of Creativity. Cambridge University Press.
Torrance, E. P. (1962). Guiding creative talent. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
Trefz, R. (1996). Maximizing your classroom time for authentic science: Differentiating science curriculum for the gifted. ED 400 188. Paper presented at the Global Summit on Scinece and Science Teaching, San Francisco, CA.
Urban, K. K. (1995). Creativity-A component approach model. A paper presented at the 11th World Conference on the Education for the Gifted and Talented. Hong Kong : July 31-August 4, 1995.

사사프로젝트 학습을 통한 수학 영재지도

Teaching mathematically gifted students through Mentor-Project Studying

Jeon, Young Ju[5]

Abstract

A new teaching-learning method is needed to improve creative problem-solving ability of the gifted students at mathematics. In response to this demand, I applied mentor-project studying to the mathematically gifted class students of Chungnam Science High School. The purpose of this monograph is to analyze in what situations they demonstrated mathematical creativity and whether the interactions among the gifted in the process of studying were of great help toward improving creativity. The effectiveness of mentor-project studying was especially verified by the analysis of creative problem-solving test results.

Key Words : Mathematically Gifted, Creativity, Mentor-Project Studying

5) Chungnam Science High School (whaljuro@paran.com)