

## 국가 수준에 준하는 수학과 수준별 교수·학습 자료의 개발 및 활용

황혜정<sup>1)</sup>

수준별 수업의 운영이라는 당면 과제에 직면하여 어려움을 겪고 있는 학교 현장의 시급하면서도 절박한 요구를 충족시키기 위한 노력의 일환으로 교육인적자원부에서는 2004년부터 현재(2006년 9월)에 이르기까지 수준별 수업 운영의 실제적, 실천적 도움을 주기 위한 수준별 교수-학습 자료의 개발을 추진해 왔으며, 현재에는 이 수준별 자료에 대한 보조 자료가 개발 중에 있다. 이 자료는 교실 수업에서 학생들의 각 학업 성취 수준에 따라 다르게 요구되는 다양한 활동 및 차별화된 내용 전개 방식 등을 감안하여 개발된 수준별 교수-학습 자료이다. 본고에서는 수학 교육 관련 전문가를 독자로 삼고 있는 본 학회를 통해 이 자료의 개발 취지 및 방향, 그리고 본 자료 내용을 일부 소개하고, 이의 활용 방법을 알리고자 함이다. 그럼으로써, 이 자료의 적극적 활용은 물론 새로운 자료의 개발 등과 같은 실천적 노력을 통하여 수준별 수업이 보다 성공적으로 정착되고 교실 수업이 개선되기를 기대하는 바이다.

주요용어 : 수준별 수업, 수준별 교수 학습 자료

### I. 들어가는 말

제7차 수학과 수준별 교육과정은 문서상에 기본 과정과 심화 과정으로 나뉘어 구성되어 있는데, 여기서 기본 과정을 성공적으로 학습한 학생들이 발전적으로 학습할 수 있는 내용으로 심화 과정이 제시되었다(교육부, 1997). 교육과정에 따르면, 심화 과정의 내용은 기본 과정에서 습득한 수학적 지식을 실생활에 활용하는 다양한 방법을 찾아보고, 문제해결을 배양하도록 하는 데에 그 중점을 두고 있다. 단, 심화 과정의 내용을 다룰 때에는 상위 단계에서 학습할 수학적 개념, 원리, 법칙을 도입하거나 탐구하지 않도록 명시하고 있다. 보충 과정의 경우, 기본 과정이나 심화 과정과 달리 보충 학습에 해당하는 내용 요소는 교육과정 문서에 별도로 제시되어 있지 않고, 교사가 재량껏 최소 필수가 되는 내용 요소들을 추출하여 구성하거나 기본 과정의 내용을 더 낮은 난이도로 하향 초등화하여 구성하도록 권고하고 있다.<sup>2)</sup>

1) 조선대학교 (sh0502@chosun.ac.kr)

2) 사실, 제7차 수학과 교육과정은 단계형 교육과정을 주창하면서 교육과정 내용을 단계적으로 구성하여 모든 학생들이 특정 학년이나 학기에 구애받지 않고 자신의 능력에 부합되는 '단계'에서 수학을 학습할 수 있도록 하고 있다. 이에 따라, 학업 성취 결과가 만족스럽지 못한 경우, 즉 보충 학습이 요구되는

금년(2006년)에 수학 교과에서는 차기 교육과정을 위한 개정이 이뤄지고 있는데, 사실상, 교사 수급, 교과실 운영 등의 여러 가지 여건상의 문제, 교육 불평등을 주장하는 단체들의 반발, 교육과정과 일치되지 않는 평가제도, 수준별 수업 운영에 적절한 교수·학습 자료의 부족 등으로 인하여 수준별 교육과정의 운영 여부가 낙관적이지만은 않다. 허나, 교육과정 문서상에 기본, 심화 등과 같은 특정 과정의 제시 여부와 상관없이, 또 수준별 교육과정 내지 수준별 수업에 관한 내용이 교육과정 문서상에 강조되어 있지 않더라도 우리나라 학교 교육에서, 특히 수학과 같이, 학습자에 따라 성취도의 차가 심하고 학습 결손의 부재가 심한 교과의 경우에는 수준별 수업의 운영이 더욱더 요구되고 지속적으로 관심의 대상이 될 것이므로, 이의 활성화를 위한 노력의 일환으로 이의 실제적 시행에 있어서의 어려움에 대한 극복 방안이 보다 적극적으로 마련될 것으로 여겨진다.

지난 2004년, 교육인적자원부는 사교육비경감대책(2004. 2.17)을 발표하고, 현장 학교에서 수준별 수업을 활성화하는 정책을 제시한 바 있다. 이의 핵심 내용은 중학교 1학년에서부터 고등학교 1학년까지 수학·영어 교과의 경우 수준별 이동 수업을 확대하고, 국어·사회·과학 교과는 학급 내 수준별 분단 학습을 강화하는 것이었다. 또한, 수준별 이동 수업의 확대를 위해 수학, 영어 교과를 중심으로 기초·보충·심화 등의 다양한 수준별 수업 자료를 개발·보급하도록 명시하였다. 그 동안 교육 기관 및 현장 학교, 교과 연구회 등에서 수많은 교수·학습 자료가 개발·보급되었으나, 대부분의 자료는 학급 내 심화·보충 수업을 지원하는 데에 보다 적합한 자료라 할 수 있으며, 이러한 자료를 활용하여 이동 수업의 활성화를 도모하기에는 다소 미흡한 자료들이라 하겠다. 그리하여, 이러한 정책의 일환으로, 현장 학교에서 수준별 이동 수업 실시에 따른 애로 사항의 하나인 학생들의 다양한 수준에 적합한 교재 빈곤의 문제를 부분적으로나마 해결하고자 수준별 교수·학습 자료를 개발하게 되었다. 이에 따라, 2004년에 기초반(하수준) 학생을 위한 수준별 교수·학습 자료가 경기도 교육정보연구원의 주관 하에 개발되었다(교육인적자원부, 2005a~2005h). 이어서, 2005년과 2006년에 걸쳐 기본반과 상위반 과정의 교수·학습 자료가 교육인적자원부 및 서울특별시교육청의 주관 하에 서울대학교와 한국교육과정평가원을 중심으로 개발되었다.<sup>3)</sup> 결국, 학급 내에서는 물론, 학급 간의 수준별 수업 운영의 활성화를 위하여, 교사와 학습자 양측을 대상으로 중학교 1학년에서 고등학교 1학년까지, 즉 7-가에서 10-나의 총 8단계의 모든 수학 내용이 기초, 기본, 상위의 세 수준으로 나뉘어 각 단계별로 3종씩, 총 24책의 자료가 개발되었다. 전국적으로 각 학교에 해당 단계의 수준별 자료가 한 권씩 배포되었으며, 현재(2006년 9월) 이 수준별 자료에 대한 보조 자료(Workbook)가 단계별로 개발 중에 있다.

기존의 수준별 자료들의 상당수는 문항의 난이도를 차별화하여 문제 중심의 학습지 형태로 구성된 것에 반해, 이 자료는 현 교과서와 같은 전개 방식과 내용 형식을 취하되, 이를

학습자의 경우, 해당 단계에 머무르면서 반복적으로 학습 내용을 보충하여 재이수케 하는 제도적 장치가 마련되어 있으므로, 굳이 보충 내용이 별도로 제시되어 있을 필요가 없다.

3) 이 연구에 참여한 연구자는 조승제(서울대학교), 최승현(한국교육과정평가원), 정상권(서울대학교), 최영기(서울대학교), 권점례(한국교육과정평가원), 황혜정(조선대학교), 그리고 연구협력관은 정경호(교육인적자원부), 박인규(서울시교육청)이며, 본고는 한국교육과정평가원 연구보고 CRI 2006-1에서 본인이 작성한 부분을 중심으로 일부 내용을 발췌하여 수정 보완한 것이다. 이 연구에서의 산출물은 7-가 단계에서 10-나 단계에 이르기까지 총 8단계를 각각 기본, 상위 수준으로 구분하여 총 16권의 자료이며, 상위반을 위한 자료는 “활용력을 키우는 생각하고 뛰어넘는 수학”이며, 기본반을 위한 자료는 “기본을 익히는 생각하고 탐구하는 수학”이다. 이에 관한 문헌은 참고문헌에서 생략하였다.

세 가지의 수준에 따라 달리 구현되어 제시하고 있다. 또, 기존의 교수 학습 자료들이 개인 차원에서 몇몇 연구자들에 의해 개발되었던 것에 비해, 이 자료는 전국적으로 백 명에 달하는 수학 교사들이 자료 개발 및 검토 작업에 참여하였다. 이처럼, 교육인적자원부, 경기도 교육청과 서울시 교육청 등과 같이 국가 및 시도 교육청 차원에서 정부출연기관 및 대학 기관을 중심으로 수많은 수학 교과 전문가들이 나름대로 힘 기울여 제작한 수준별 교수-학습 자료가 학교 현장에서는 물론 예비 교사를 양성하는 사범대학 등에서 보다 효율적으로 활용되기를 바란다. 이러한 취지에서 본고에서는 수학 교육 관련 전문가를 독자로 삼는 본 학회를 통해 이 자료의 개발 취지 및 방향, 그리고 본 자료의 내용을 일부 소개하고<sup>4)</sup>, 이의 활용 방법을 알리고자 함이다. 궁극적으로, 이러한 자료의 적극적 활용 및 새로운 자료의 개발 등과 같은 실천적 노력을 통하여 수준별 수업이 보다 성공적으로 정착되고 교실 수업이 개선되기를 기대하는 바이다.

## II. 수학과 수준별 수업 및 자료 관련 선행 연구

### 1. 수준별 교육 및 수업의 이해

학업 성취 능력, 학습 선호도, 관심 등의 측면에서 천차만별인 학생들로 이루어진 일반 교실 상황에서 개개 학생 모두의 성장 발전을 꾀하고자 할 때 누구에게나 적합한 하나의 수업 모형이란 있을 수 없다. 그렇다면, ‘모든 학생의 수월성 추구’라는 수준별 교육의 목적을 실현하려면 학생들의 다양한 개인차를 고려한 수준별 수업(differentiated instruction)을 제공할 필요가 있는데, 여기서 수준별 수업이란 학생들의 다양한 개인차를 고려하여 수업의 제공 면에서 그 처치 방법을 달리하는 수업을 의미한다(이화진, 1998). 그런데, 수준별 교육과 가장 혼동되어 사용되는 개념은 개별화 교육이다. 두 형태의 교육 모두 대량 공교육 체제하에서 개별 학생들의 개인차를 고려한 교육을 실시하고자 제안되었다는 공통점을 갖지만, 학습 집단 구성 방식을 포함하여 몇 가지 점에서 구분될 필요가 있다. 이하에서 개별화 교육의 특성을 간략하게 개관하고, 수준별 교육과의 차이점을 찾아보고자 한다.

교육이란 원래 집단 중심의 활동이 아닌 개인 중심의 활동이며, 학습 또는 교육의 결과는 개별 학습자의 주체적인 정신 작용의 산물이라고 할 수 있다. 익히 아는 바와 같이, 고대 그리스의 소크라테스나 플라톤 등은 대화식 방법으로 한두 명의 학생들을 가르쳤고, 중세에서도 가정교사가 개별적으로 혹은 소집단별로 학생들을 지도하였다(임재훈, 2004). 우리나라의 경우도 예외가 아니어서 가정에서 글 선생을 모시고 개별 지도를 받거나, 서당에서 한동들이 자신의 진도별로 개별화 학습을 받던 것이 보편적인 교육의 모습이었던 것이다. 그러나 근대 학교 교육 제도가 확립되고 대중화됨에 따라 집단 수업을 통해 모든 학습자에게 동일한 내용, 방법과 자료를 통해 교육이 이루어지는 것이 보편화되었다.

허나, 이러한 대중 교육은 국가가 지향하는 이념이나 체제 등을 전파하고 비용 절감의 효율성은 있을지 몰라도, 개별 교육에 비해 그 효과성이 크게 떨어지는 약점을 지닌다. 따라서 20세기 초부터 공교육 제도 하에서 교육의 효율성을 제고하기 위한 개인차에 대한 심리학적 연구와 더불어 교육에 있어서 개별화에 대한 요구가 점차 증대하게 되면서 집단 학습 체제

4) 이 자료들은 한국교육과정평가원 사이트인 <http://classroom.kice.re.kr>에 한글과 PDF 파일로 제공되어 있으며, 또 대한교과서주식회사에서 구입가능하다.

에서 개인을 중심으로 학습할 수 있도록 하는 다양한 개별화 수업 체제가 제안되었다. 그러나, 개별화 수업에 대한 이러한 관심은 오랫동안 지속되지 않았으며, 1920년대 말경부터 1950년대까지 개별화 수업에 대한 의미 있는 실험 연구가 사실상 중단되었다. 1960년대 중반부터 1970년대 초반에 수업의 개별화에 대한 관심은 다시 일어나기 시작하고 스키너의 행동주의 심리학에 영향을 받은 프로그램들이 많이 나오기 시작하였으나, 1970년대 후반부터는 개별화 수업에 대한 연구와 관심이 다시 쇠퇴하기 시작하였다. 개별화 수업에 대한 관심이 쇠퇴하게 된 이유는 여러 가지 있겠지만, 그 중 몇 가지를 보면 다음과 같다(박성익, 1997). 첫째, 30명이 넘는 교실에서 매 학생마다 다른 과제를 수행하게 하는 것은 교사들이 감당하기 어려운 것이었으며, 둘째, 개별 학생의 출발점 행동에 정확하게 부합하기 위해서 수업을 단편적인 기능으로 나누어 제시하였는데, 이는 학습을 파편화시킬 뿐더러 동시에 매우 부적절한 것으로 만드는 결과를 초래하였다. 셋째, 대부분의 개별화 교수 체제에서 고려되는 개인차 변인은 학습 능력이나 속도에 국한되어 다양한 개인차 고려가 제대로 이루어지지 않았다. 넷째, 개별 학습자가 자신의 진도에 맞게 진행해 나갈 수 있도록 학습자의 능력 및 학습 속도에 적합한 과제를 제시하는 등의 개별 학습 방법이 지나치게 강조되어, 아동의 사회성이나 협동성 배양 등의 정의적 영역의 학습이 소홀히 된 바가 없지 않았다.

한 마디로, 수준별 교육은 개별화 교육과 마찬가지로 개인차를 고려한 교육을 지향하지만, 다음과 같은 차이점을 갖는다(이화진, 1998). 첫째, 매 학생마다 다른 과제, 수업을 제공하지는 않는다. 다시 말해 수준별 교육은 1:1 개별화 교육과는 구분된다. 수준별 교육은 30~40명 각각의 학생에게 알맞은 개별 수업을 제공하는 것을 목적으로 하지 않는다. 학습 주제에 따라, 구성원의 특성을 감안하여 획일적인 수업 대신에 몇 가지의 대안적 학습을 제공하면 된다. 둘째, 수준별 교육에서는 동질 집단, 때로는 이질 집단을 구성하여 학습을 하게 하므로, 개별 학생 하나 하나의 출발점 행동 확인과 그에 따른 개별 과제 제시 등의 활동은 중시되지 않는다. 따라서 단편적 기능, 지식 주입형 수업에서 탈피할 수 있다. 셋째, 지식기반 사회에서의 수준별 교육의 목적을 '모든 학생의 수월성과 다양성 추구'로 설정할 때, 지적 특성에 국한된 개인차 교육은 지양되어야 할 것이다. 수준별 교육은 교수·학습 활동 영역에서 다양한 개인차를 고려한 교육을 제공한다. 넷째, 수준별 교육에서는 개별 학습 방법뿐만 아니라 다양한 소집단 활동이 이루어진다. 특히 이질 집단 협동 학습 등을 통해 학생들이 서로 도우며 함께 학습할 수 있는 기회를 많이 제공하게 되므로 지적 영역의 학습과 더불어 정의적 학습이 자연스럽게 일어날 수 있다.

## 2. 수준별 수업의 방향

수준별 수업을 할 때 이상적으로는 학생 개개인에게 각각 꼭 맞는 '맞춤 수업'을 제공하는 것이 바람직하겠지만, 그러한 요구는 우리나라 교육의 현실에 비취볼 때 요원한 일일 것이다. 개개인의 학생들에게 맞는 수업을 재단해 제공하기 보다는 예상되는 학생들의 다양한 특성을 고려하여 다양한 형태의 수업을 제공함으로써 학생들이 자신에게 알맞은 수업을 받게 하는 것도 한 방법이 될 수 있을 것이다. 수준별 수업을 제공할 때 유의할 사항은, 학생들은 다양하기도 하지만 많은 특성을 함께 공유한다는 점이다. 다시 말해 개인차를 고려하여 수준별 수업을 한다고 할 때 학생 개개인의 개별성, 독특성을 키우는 교육도 중요하지만, 학생들이 함께 어울려 경험할 수 있는 교육 또한 그에 못지않게 중요하다는 사실이 간과되어서는 안 된다.

여기서, 수준별 수업의 이해를 보다 명료화하기 위하여 몇몇 특징을 범주화하여 살펴보면 다음과 같다(박경미 외, 1998 ; 김재춘, 1999; 박순경 외, 2004). 첫째, 수준별 수업은 결코 새로운 수업 방법이 아니다. 다양한 능력 또는 특성을 지닌 학생들이 모인 집단을 지도하게 될 경우, 뜻있는 교사라면 어떤 식으로든 자신 나름대로의 수준별 수업을 운영하기 마련이다. 둘째, 수준별 수업은 능력별 수업, 이동식 수업만은 아니다. 실제로 능력별 이동식 수업 방식은 수준별 교육을 하는 한 가지 전략, 방법에 해당하며, 만약 수준별 이동식 수업이 효과가 없다면, 보다 효과적인 수준별 수업 전략을 찾아야 하는 것이지 무조건 수준별 교육과정을 폐기하자는 주장은 타당하지 않다. 수준별 수업에 대한 의미 있는 논쟁은 그것이 옳은 것이지 그른 것인지 판별하는 작업이 아니라, 어떤 조건에서 어떤 방법으로 실천했을 때 성공하겠는지 따져보고 연구해 보는 작업이 되어야 할 것이다. 똑같은 방식의 수준별 수업도 어떤 학교에서는 효과적이지만, 또 다른 학교에서는 부정적인 결과를 더 많이 초래할 수도 있다는 점을 유념하여<sup>5)</sup> 학교, 교사, 학생들에게 적합한 수준별 수업 모델을 창출해 나가는 노력이 필요하다.

셋째, 수준별 수업이 특정의 수준별 교육과정에 따른 수업만을 일컫는 것은 아니다. 단계형, 심화 보충형, 또는 다른 어떠한 형태의 수준별 수업 운영의 경우라도, 별도의 시간을 내어 심화 또는 보충 학습을 운영하거나 특별 보충 과정을 운영하는 것 보다는 기본 과정을 충실히 운영하여 모든 학생들이 기본 목표에 도달할 수 있도록 수업 전략, 수업 방법을 다양화하는 것이 가장 실천적이면서도 효율적인 수준별 교육 방안이 될 것이다. 결국, 기본 과정 수업에서 학생들의 다양한 요구에 맞는 수업을 제공하여 모든 학생들이 기본 목표에 도달하게 함으로써 심화 내지 보충 학습 대상자 수, 또는 특별 보충 과정 대상자 수 등을 최소화하는 것이 성공적인 수준별 교육의 운영 방식이다. 넷째, 수준별 수업은 1:1 개별 수업과는 구분된다. 수준별 수업은 30~40명 각각의 학생에게 알맞은 개별 수업을 제공하는 것을 목적으로 하지 않는다. 학습 주제에 따라, 구성원의 특성을 감안하여 3~4개 정도의 소집단(동질 능력 집단; 이질 능력 집단; 흥미 집단; 학습 양식 집단; 이질 협력 학습 집단 등)을 나누어 수업을 하는 방식이면 충분하다. 물론 수업 시작부터 끝까지 소집단 수업으로 일관할 필요도 없다. 도입 부분을 일제식 전체 수업으로 운영하고, 학습 활동을 수준별로 운영할 수도 있고, 학습 과제를 수준별 집단별 또는 개별로 수행하게 할 수도 있다.

### 3. 수준별 교육과정의 운영 방법

수준별 교육과정의 취지에 따른 운영 방식을 살펴보면 다음과 같으며(이화진 외, 2000), 이때 하나의 유일무이한 고정된 수준별 교육과정 운영 방식은 존재하지 않으며 학생들의 특성, 교실 여건, 교과 주제의 특성 등에 따라 다양한 운영 방식이 가능하며 또 가능해야 할 것이다. 첫째, '독립식 운영' 방식으로, 이는 사전 판정에 따라 학생들을 일정한 기준(성적, 능력 등)에 터하여 상/중/하 등의 수준별 집단(학급, 분단)으로 구성하여 서로 다른 수준의 내용, 방식 등으로 지도하는 유형이다. 즉, 이는 수준별 교육과정에서 기본·심화·보충 과

5) 실제로 적지 않은 학교에서는 수준별 이동식 수업을 통해 학생 수준에 맞는 수업을 제공하게 되어 효과를 보았다고 이야기하고 있다. S 중학교의 경우, 처음에 교육청에서 강제적으로 이동식 수업을 하라고 하였을 때는 교사 모두가 반대하였으나, 현재에는 그러한 강요가 없음에도 불구하고 수준별 이동식 수업을 적극적으로 하고 있다고 하였다. 학생들의 수준도 3 수준이 아니라 4 수준으로 확대하여 운영하고 있었고, 대다수의 학생, 학부모도 만족하고 있다고 하였다(최승현 외, 2004).

정을 운영하는 가장 일반적인 방법으로, 아예 처음부터 기본 집단, 심화 집단, 보충 집단을 구분하여 독립적으로 운영하는 것을 말하며, 그 예로 지금까지 운영되어 왔던 수준별 이동 수업을 들 수 있다. 둘째, 기본 과정을 공통으로 하고 심화 과정과 보충 과정을 병렬적인 하위 과정으로 편성·운영하는 ‘기본 + 심화·보충’ 운영 방식으로, 이는 기본 과정 수업을 마친 후, 중간 판정에 따라 일정한 기준에 따라 심화 및 보충 과정을 개설하여 잘하는 학생들에게는 심화의 기회를, 기본 과정 이해를 잘 하지 못하는 학생들에게는 보충의 기회를 제공하는 운영 형태이다. 셋째, ‘기본 + 심화’ 운영 방식으로, 이는 모든(또는 대다수) 학생들이 기본 과정을 성공적으로 마쳤을 경우, 심화 과정을 개설하여 심화 학습의 기회를 제공하는 운영 형태이다. 넷째, ‘기본 + 보충’ 운영 방식으로, 이는 대다수의 학생들이 기본 과정을 성공적으로 마치지 못했을 경우, 보충 학습의 기회를 제공하는 운영 형태이다. 끝으로, ‘단일식’ 운영 방식으로, 이는 기본 과정 내에서 학생들의 개인차에 따른 심화·보충 학습이 자연스럽게 이루어질 수 있도록 차별화 수업을 운영하는 형태이다. 전체, 소집단(이질, 동질), 개별 학습의 형태가 공존하게 된다.

#### 4. 수준별 수업에서의 학급 운영 전략

한국교육과정평가원에서는 학생들을 대상으로 자신들이 만족스럽게 생각하는 수업의 특징을 범교과적 차원에서 자유 반응식으로 제시하도록 요구하는 설문 조사를 실시한 바 있으며(이화진 외, 2001), 이에 관한 내용은 다음과 같다. 첫째, 수업 내용을 잘 이해할 수 있도록 재미있게 지도해 준 것이 만족스럽다. 둘째, 교사의 일방적인 설명을 통한 주입식 교육이 아닌 학생들이 직접 할 수 있는 활동을 통해 여러 가지를 배울 수 있는 것이 좋았다. 셋째, 모르는 것이 있으면 끝까지 설명해 주고 내 수준에 맞게 이해를 시켜준 것이 좋았다. 넷째, 여러 가지 학습자료 및 매체를 활용한 수업을 통해 수업 내용을 이해하는 데 큰 도움이 되어 좋았다. 이상으로 학생들의 의견을 살펴보았을 때, 기존의 수업 방법을 보완하고 좀 더 학생들 중심의 수업이 진행되는 것을 선호하고 있었으며, 이를 위해서는 학생들의 흥미나 관심을 불러일으키는 여러 가지 매체를 활용하고, 재미있는 예를 들거나 흥미 있는 이야기를 담은 많은 참고 자료를 제시하고 신나는 게임이나 놀이 방법도 곁들이며, 개별 활동이나 조별 활동 등을 원활히 할 수 있는 수업을 모색해야 함을 알 수 있다. 결국, 교사 자신의 흥미나 관심, 더 나아가 전문성에 따라 수업 방법을 달리해서 수업 내용을 이해할 수 있는 수업 자료를 개발하거나 재구성하여야 할 것이다.

수준별 교육에서 교사의 역할은 전통적인 교실에서의 교사의 역할과 많이 다르다. 수준별 교육에서 교사는 지식의 소지자, 전수자보다는 학생들에게 다양한 학습 기회를 제공하는 학습 활동의 조직자로서의 역할이 보다 더 강조된다. 교과 내용 지식의 전수도 중요하지만, 교사는 ‘학생들을 읽어’ 그들의 주의를 집중시키고 이해를 촉진하는 방식을 고안해 내는데 더 많은 노력을 경주해야 할 것이다. 즉, 수준별 교실에서 교사는 자신의 역할을 조력자로서 파악하고, 학생들에게 가능한 많은 책임을 주어 자기주도적인 독립적 학습자로 성장할 수 있도록 도와주어야 한다. 수준별 수업의 아이디어를 긍정적으로 받아들이고 이미 어떤 식으로든 실천하고 있는 교사들도 많이 있지만, 한편으로는 많은 교사들에게 이러한 제안은 또 다른 업무 부담으로 다가갈 수 있음을 부인할 수 없다. 끝으로, 수준별 수업을 계획할 때 교사들이 참고할 수 있는 몇 가지 학급 운영 전략을 제시해 보고자 한다(Tomlinson, 2001).

첫째, 수준별 수업은 교사에게 용이한 방식으로 차별화한다.

이미 많은 교사들은 나름대로의 방식으로 수준별 수업을 해오고 있다. 하지만 여전히 많은 교사들은 수준별 교육과정 운영을 포함한 수준별 수업에 대해 과민 반응을 보이고, 자신 없어 하는 것 또한 사실이다. 수준별 수업이 학생들의 다양한 특성에 따라 차별화되어야 하듯이, 교사의 특성에 따라 차별화될 필요가 있다. 경험이 없는 교사들, 그리고 수준별 교육에 다소 회의를 갖는 교사들의 경우 처음부터 복잡한 방식을 택하기보다 수업의 한두 단계에서 차별화를 시도하다가 점차 익숙해지면 점점 복합적인 차별화 전략을 사용하는 것이 바람직하다. 예컨대 학생들의 능력 수준에 따라 학습 자료만을 달리 제공하거나 학습 흥미를 고려하여 학습 활동만을 달리하는 식으로 시작하여 점점 익숙해지면 복합적으로 학생들의 개인차를 고려해 나갈 수 있을 것이다. 수준별 수업은 교사가 용이한 방식으로 차별화하는 것을 원칙으로 한다.

둘째, 학생들의 학습 활동 시간을 차별화 한다.

학업 능력이 뛰어난 학습자와 그렇지 않은 학습자, 나이든 학습자와 어린 학습자는 주의 집중 시간에서 차이가 난다. 따라서 학습 과제는 학생들의 주의 집중 시간을 고려해 부과해야 한다. 집중력이 뛰어난 학생들에게는 비교적 장기간에 걸쳐 수행할 수 있는 과제를 부과해도 좋지만, 주의 집중 시간이 짧은 학생들에게는 그들이 집중할 수 있는 시간 내에 끝낼 수 있는 과제를 주어 성취감을 맛보게 한다. 물론 궁극적으로는 모든 학생들의 집중 시간을 늘려 가는 것을 목적으로 한다.

셋째, 학생 선택, 교사 부과 과제 활동을 균형 있게 제공한다.

학생들의 성숙도, 과제의 특성, 교실 조건 등에 따라 학습자가 자기 주도적으로 학습 활동을 선택 또는 계획할 수도 있고, 교사가 학습자의 특성과 필요에 맞는 활동을 부과할 수도 있다. 학생 주도가 되었던, 교사 주도가 되었던 간에 학습자의 특성과 요구에 맞는 교육을 제공한다는 점에 있어서 수준별 수업은 학습자 중심의 교육을 실천해야 한다. 또, 교육의 궁극적인 목적은 독립적인 학습자, 자기 주도적 학습자를 기르는 데 있다. 학급 운영과 관련하여 학생들에게 가급적 많은 책임을 주어 자기주도 학습 능력을 기를 수 있게 한다. 이러한 취지에 따라, 예컨대, 자료 나누어주기, 동료 평가하기, 자신의 일 기록하기, 자신의 진보를 기록하기, 자신의 과제를 계획하기, 학급 운영에 대해 건의하기 등의 활동들을 학생들이 주도적으로 수행하게 한다.

넷째, 필요하면 어느 때라도 도움을 요청할 수 있는 방도를 강구한다.

교사가 다른 학생이나 다른 집단을 지도할 때, 학생들이 교사 또는 누군가의 도움을 필요할 때가 많다. 이 경우 다른 사람을 방해할까봐 그냥 자리에 조용히 앉아 있도록 해서는 안 되며, 교사가 시간이 없다면 동료 학생들에게 도움을 요청하게 할 수도 있다. 이미 그 날 할 과제를 잘 아는 학생들을 '전문가'로 정해두고 도움을 요청하게 하거나, 도움의 시급성에 따라 색깔이 다른 카드를 들게 하는 등의 방법을 이용할 수 있다.

그런데, 사실 수준별 수업에서의 학급 운영 전략을 논하기에 앞서, 수준별 교육하면 먼저 떠오르는 생각이 '학습 집단을 어떻게 편성할 것인가'의 문제이다. 대체적으로, 수준별 수업을 위한 학습 집단의 편성은 동질 집단과 다양한 집단의 편성, 학급간과 학급 내 분단의 편

성 등으로 구분할 수 있다. 이때, 학습 집단 편성에 따른 부작용을 최소화하면서도 수준별 교육의 효과를 극대화할 수 있는 방안이 적극 모색될 필요가 있는데, 현재까지 과제 선택 방안, 학습자 선택 방안, 이질 집단 협력 학습 방안 등이 제안되어 있다.<sup>6)</sup> 이 밖에도 학습 집단 편성 회수와 시기 등에 관한 논의가 가능할 것인데, 이에 관해 절대적인 기준은 없으며, 만약 일정한 횟수나 시기가 정해지면 수준별 집단의 운영이 고착화될 우려가 있다. 강조컨대, 수준별 학습 집단 편성은 학생 개개인에게 의미 있는 교육적 경험을 제공해 주기 위한 하나의 방법에 불과하지, 그 자체가 특별한 의미를 지니는 것은 아니다. 학교 또는 교사의 재량에만 맡기지 말고 구체적인 학습 집단 편성 방법을 정해 달라는 요구도 많지만, 학교마다 처한 상황이 다르고 학습자의 특성이 달라 일률적으로 어떠한 방식을 적용하게 한다면 득보다는 실이 더 많을 것이다. 학생들의 학습 능력 수준 분포, 학생과 학부모의 요구, 교원 수급 및 학교 여건, 교과목의 특성을 감안하여 융통성 있게 운영해야 할 것이다.

### III. 수준별 교수·학습 자료의 체제

#### 1. 자료 개발 방향 및 절차

수준별 이동 수업을 염두에 둔 기초, 기본, 상위 수준의 수학과 수준별 교수·학습 자료의 개발 방향은 다음과 같다.

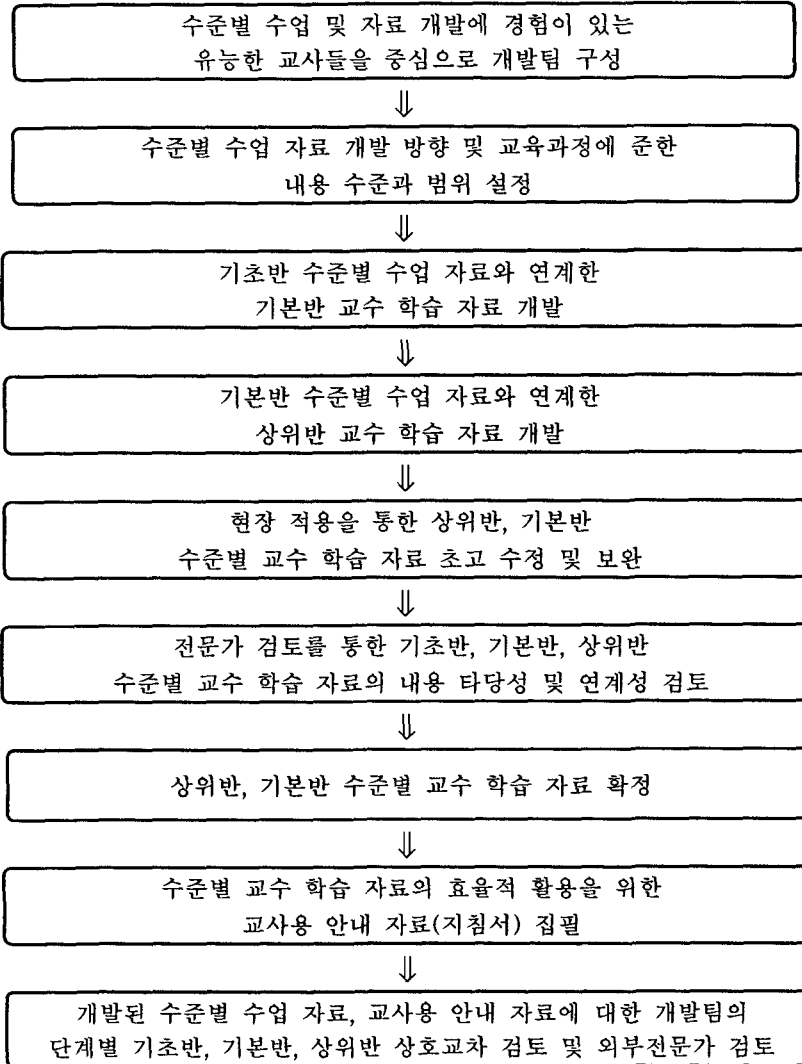
- 자료 간의 연속성과 연계성을 유지하는 차원에서 기초반, 기본반, 상위반 수준별 학습 자료를 동시에 개발한다.
- 기초반 자료는 현행 교과서(교육과정 기본과정) 수준을 유지하되, 기초를 다질 수 있도록 좀 더 쉽게 접근하고, 학생들이 흥미를 느낄 수 있는 수준별 수업 방법 및 전략을 활용하여 학생들이 수업에 참여하도록 구성한다.
- 기본반 자료는 현행 교과서(교육과정 기본과정) 수준을 유지하되, 다양한 수준별 수업 방법 및 전략을 활용하여 학생들의 학습 흥미를 고취하도록 구성한다.
- 상위반 자료는 학생들에게 도전감을 주고, 높은 수준의 사고력 배양과 자기 주도적 학습이 가능하도록 개발한다.
- 가급적 문제 풀이 위주의 자료를 지양하여 다양한 활동 중심의 수업이 가능하도록 자료를 구성한다.
- 이동 수업을 하되, 각 수준 내에서 학습 능력 및 흥미를 고려하여 학급 내 수준별 학습도 가능하도록 자료를 조직한다.
- 학교의 시설 및 교실 환경, 학생 수, 학습자의 인지적·심리적 발달 수준 등을 고려하여 수업 활동이 구체적으로 이루어질 수 있도록 자료를 구성한다.
- 용어나 표현에 있어 학습자의 흥미와 관심을 고려할 뿐 아니라 최신의 수학 교육 동향과 이론을 균형 있게 반영할 수 있도록 자료를 개발한다.
- 교육과정에 제시된 목적을 새로운 관점에서 달성할 수 있도록 참신한 내용과 소재를 선택하여 학습자의 흥미를 유발하고 동기 부여가 될 수 있도록 자료를 구성한다.
- 학습자수준에 맞게 내용을 일관성 있게 전개하고 계열성을 갖추도록 자료를 제시한다.

6) 이에 관해 구체적인 내용은 한국교육과정평가원에서 2001년에 연구 보고된 바 있는 '제7차 교육과정 적용에 따른 수준별 수업자료 개발 연구'를 참고하기 바란다.



국가 수준에 준하는 수학과 수준별 교수·학습 자료의 개발 및 활용

- 학습자들이 적극적으로 참여하여 자기 주도적 학습 환경을 조성할 수 있도록 자료를 구성한다.

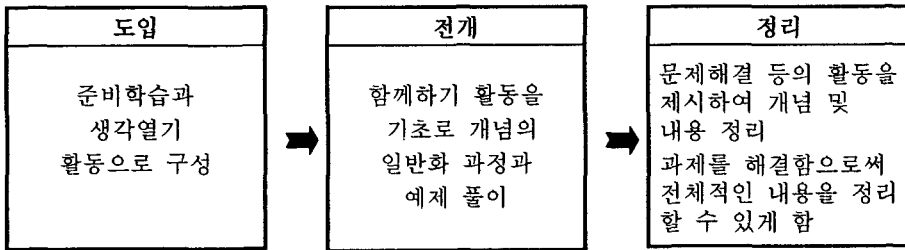


[그림 III-1] 자료 개발 절차<sup>7)</sup>

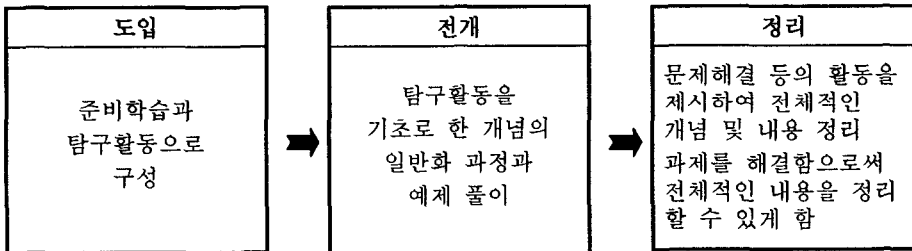
7) 이 연구의 근본 취지가 수준별 교수·학습 자료를 통한 수준별 이동 수업을 확산하는 것이므로 개발진 구성에 있어서 전국의 교사들을 고루 투입하여 조직하였다. 상위반과 기본반의 연계성 및 차별화 등을 고려하여 각 단계별로 팀장을 한사람으로 조직하였으며, 각 단계 개발진은 팀장을 제외한 8명으로 구성하고, 이 중 3명은 상위반과 기본반에 동시에 투입하였다. 일차 자료 개발이 끝난 후, 수학 또는 수학교육 전문가들로 검토팀을 구성하였고, 일차 자료 개발이 끝나 후 개발팀끼리 서로 교차하여 검토할 수 있도록 검토팀을 조직하여 운영하였다. 인쇄를 위한 자료 조판이 끝난 후, 개발팀이 우선 검토하고, 다시 교차 검토팀을 조직하여 재검토를 실시하였다.

## 2. 자료의 내용 조직

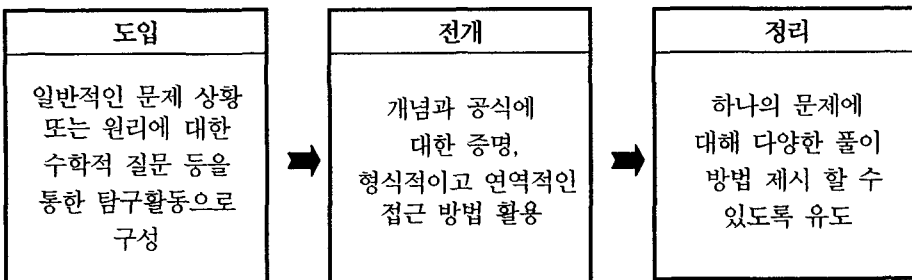
단원 구성 체제는 중단원 중심으로 내용을 구성하고 중단원 학습 후 연습문제와 수행평가(다지기) 과제로 피드백을 제공하며, 대단원 중심으로 학습 후 내용을 정리하고 종합문제와 도전문제, 새로운 문제 만들기 등으로 대단원을 정리한다. 또, 중단원과 대단원의 구성은 현재의 교과서 체제와 교육과정을 중심으로 구성하여 제시한다. 또, 단위 주제 내용 조직의 경우, 기초반, 기본반과 상위반 과정 자료는 모두 ‘도입→전개→정리’의 순으로 내용을 전개한다. 특히 기초반에서는 선행 학습의 내용을 좀더 철저히 검증하는 과정을 거치며, 상위반 과정에 대해서는 정리단계에서 다양한 기법의 증명을 포함한다.



[그림 III-2] 기초반 자료의 단위 주제 내용 조직



[그림 III-3] 기본반 자료의 단위 주제 내용 조직



[그림 III-4] 상위반 자료의 단위 주제 내용 조직

## 3. 자료의 구성 체제

기초반, 기본반, 상위반의 수준별 수학 학습 자료는 이동식 수준별 수업운영을 전제로 개

발하였다. 수학과 수준별 수업 운영은 학생의 능력 수준에 따라 그 수준을 구분하여 운영하는 것을 원칙으로 한다. 학습 능력에 따라 구분한다는 것은 질적으로 다른 수준의 능력을 가지고 있는 학습자들이 있다는 것을 전제하는 것으로서, 기초반은 교육과정의 최소 필수 학습 요소를 중심으로 실생활과 관련한 흥미 유발의 학습을 강조하며, 기본반은 교육과정 상에 제시된 내용을 학생들이 충실히 마치도록 수업을 운영하며, 상위반은 교육과정 상의 기본과정 내용을 바탕으로 하여 보다 발전된 내용, 도전적인 문제 해결을 통해 학생들의 고차원적 사고 기능이나 문제해결력을 기를 수 있도록 수업을 운영하는 것을 전제로 한다. 수준 구분은 단위학교 재량으로 구분하되, 분반 시 학생, 학부모의 의견을 청취하고 수렴하도록 한다.

● 기초반 학습자료 구성 방안

이 자료는 교육과정의 필수 학습 요소를 중심으로 구성하며, 선수 학습 내용의 학습 기회 부여, 흥미 유발을 위한 동기 유발 전략 적용, 반복 연습 기회 부여, 귀납적 사고에 비중을 두어 구성한다.

● 기본반 학습자료 구성 방안

이 자료는 교육과정 상에 제시된 내용의 수준과 범위에 준하여 구성하며, 기본 과정 내용 중에 필수 내용 요소를 중심으로 중요한 개념의 이해 도모를 강조하여 구성한다. 또, 기본 과정 내용의 충실한 이해를 강화하는 목적으로 기본 과정 학습에 임하는 학생들의 인지 수준 내지 학업 성취 능력 정도에 부합하는 예제 및 문제를 해결하게 하는 형식으로 구성한다.

● 상위반 학습자료 구성 방안

이 자료는 기본 지식의 사용 및 실생활에의 활용을 강조하거나, 고차원적 사고력(추리력, 분석력, 종합력, 비판적 사고력 등)을 기르는 데 초점을 두어 개발한다. 또, 수학적 개념(예: 비율)을 다양한 상황(예: 은행, 야구, 경마 등)에 적용할 수 있는 문제들로 구성하여 해결하게 하거나, 신문 사설이나 기사를 읽고 이와 관련 통계 자료를 찾아 '부분별한 개발과 환경오염 문제' 등을 사실적 자료를 근거로 심층적으로 토론해 보는 형식으로 심화 내용을 구성한다.

이상으로 기초반, 기본반, 상위반의 학습 자료 구성 체제는 기본적으로 같은 체제를 준수하되, 활동 요소 및 주안점 등을 달리하는 방식으로 연계성을 유지하여 개발하였다.

#### 4. 자료의 활용 방안

기초반-기본반-상위반 수준별 학습 자료의 구성 체제에 따른 활용 방법은 <표 III-1>에 제시된 내용에 기초한다. 즉, 이 자료는 각 수준에 따라 활동 단계별로 진행하도록 구성되어 있고, 교사는 자료의 순서에 따라 학생들의 흥미를 유발시켜 수업에 몰입할 수 있도록 하여 교사가 설명할 부분과 학생들이 스스로 생각하거나 탐구할 부분으로 분류된다.

황혜정

<표 III-1> 기초반 - 기본반 - 상위반 학습 자료 체제

구분	기초반		기본반		상위반	
	활동	주안점	활동	주안점	활동	주안점
대단원	도입	단원의 필요성	도입	단원의 필요성 및 활용	도입	단원의 필요성, 활용 및 학습 요소 사이의 관련성
중단원1	되짚기 (2쪽)	·필요한 선수 학습의 용어, 개념 및 학습 내용 제시 ·문제 풀이를 통하여 준비 학습	되짚기	·문제 풀이를 통하여 준비 학습 ·필요한 선수 학습에서의 용어를 보기를 포함한 한 단답형의 형태로 제시	되짚기	·문제 풀이를 통하여 준비 학습 ·필요한 선수 학습에서의 용어를 서술형 문항의 형태로 제시
소단원1	무엇을 공부할까?	필수 학습 요소를 단순화 또는 초등화하여 제시	무엇을 공부할까?	기초에 제시한 목표보다 통합적으로 필수 학습 요소를 제시	무엇을 공부할까?	필수 학습 요소 제시
	생각 열기1	실생활과 관련된 상황이 표현을 만화나 그림 등 유예를 통해 학습 동기가 유발 될 수 있도록 제시	생각 열기1	실생활과 관련된 상황을 이야기 자료 등을 통해 제시	생각 열기1	실생활과 관련된 상황을 신문, 잡지 자료를 통해 학습 동기가 유발 될 수 있도록 제시
	함께 하기	구체적인 예를 들어 함께 풀 후 개념 이해가 능도록 구성	탐구 하기	생각열기의 흐름을 이어 주면서 [예제]형식의 문제를 제시	탐구 하기	생각열기의 흐름을 이어 주면서 [예제]형식의 문제를 제시
	따라 하기	함께 풀 문제를 참고로 유사한 문항 제시	생각 다듬기	· 학습 개념 정리한 후 예제 제시	생각 다듬기	· 학습 개념 정리하면서 예제정리
	풀어 보기	학습내용 확인하고 응용할 수 있도록 다양한 문제 제시	풀어 보기	학습내용 확인하고 응용할 수 있도록 다양한 문제 제시	풀어 보기 생각 키우기	학습내용 확인하고 응용할 수 있도록 다양한 문제 제시 제시된 내용을 활용하여 다른 자료로 재구성한 심화학습을 할 수 있는 형태로 제시
소단원2	생각 열기2	(반복 가능)	생각 열기2	(반복 가능)	생각 열기2	(반복 가능)
	.....	(반복 가능)	.....	(반복 가능)	.....	(반복 가능)
	다지기	중단원에서 학습한 용어, 개념 및 학습 내용을 문제 풀이를 통하여 정리	다지기	중단원에서 학습한 용어, 개념 및 학습 내용을 문제 풀이를 통하여 정리	다지기	자기주도적/팀학습탐구 과제 제시
중단원 2	되짚기1,2	(반복 가능)	되짚기	(반복 가능)	되짚기	(반복가능)
	.....	(반복 가능)	.....	(반복 가능)	.....	(반복 가능)
대단원 종합문제	연습문제, 일부 도전 문제 제시		한 걸음 더	도전문제, 새로운 문제 만들기	뛰어 넘기	대단원 종합문제 도전문제, 새로운 문제 만들기, 다양한 문제 해결 방법 토론 및 발표를 통한 의사소통 능력 개발
읽기 자료	오개념, 용어, 퀴즈, 활동지, 읽기 자료 등 학습에 도움이 될 수 있도록 다양한 자료를 제시함. 특히 학생들이 갖기 쉬운 오개념과 관련된 내용을 만화로 제시함.		오개념, 용어, 퀴즈, 활동지, 읽기 자료 등 학습에 도움이 될 수 있도록 다양한 자료를 제시함. 특히 학생들이 갖기 쉬운 오개념과 관련된 내용을 이야기로 제시함		새로운 과학 기술이나 신문자료 등 학생들이 생각 키우기에 도움이 될만한 다양한 자료를 제시함	

각 수준별로 자료의 활용 방법을 좀더 구체적으로 살펴보면 다음과 같다.

### 1) 기초반 자료의 활용 안내

기초반 자료는 낮은 수준의 학생들을 대상으로 교수·학습 과정을 운영하는데 초점을 두고 제작하였다. <표 III-2 참조> 즉, 수준별 이동 수업에서 기초반의 수업이 어떻게 차별화될 수 있을 것인가를 염두에 두고 구성·제작하였다. 기초반 수업에서는 선수 학습 내용의 학습 기회 부여, 흥미 유발을 위한 동기 유발 전략 개발·활용(실생활 자료 활용, 시청각 자료 제공, 조작 활동 과정 부여 등), 반복 연습 기회 부여, 귀납적 사고에 비중을 둔 학습 활동 등이 보다 강조될 수 있을 것이다. 또, 기초반 자료는 교육과정의 필수 학습 요소를 중심으로 실생활과 관련된 다양한 상황을 도입하여 흥미를 유발할 수 있도록 하였다. 또, 선수 학습 관련 사항을 학습한 다음 생각열기→함께하기→따라하기→풀어보기 과정을 거쳐도록 함으로써 보다 접근하기 쉬운 학습이 이루어지도록 구성하였다. 아울러 단원 마무리에서는 오개념, 수학 이야기 등의 읽기 자료를 제공함으로써 수학에 대한 친근감을 느낄 수 있도록 하였다.

결국, 교실의 여건과 학습 대상의 구체적 특성에 따라서는 본 자료를 재구성하거나 보완하여 사용하는 것을 권장하며 시청각 자료 등 각종 기자재를 활용하여 보다 발전된 교수·학습을 전개할 수 있을 것이다. 이에 따라 개발된 각 항목에 대한 내용은 다음과 같다. 대부분의 자료가 중단원 중심으로 개발되었으나, 대단원 도입 부분과 대단원 종합문제, 읽기자료 등이 대단원 마무리에 제시되었다.

### 2) 기본반 자료의 활용 안내

이 자료는 보통 수준의 학생들을 대상으로 하는 기본반의 교수·학습 과정에서 활용할 수 있도록 제작하였다. <표 III-3 참조> 수준별 이동 수업에서 기본반의 수업이 어떻게 차별화될 수 있을 것인가를 염두에 두고 자료를 구성, 제작하였다. 기본반 수업에서는 선수 학습 내용의 학습 기회 부여, 흥미 유발을 위한 동기 유발 전략 개발 및 활용(실생활 자료 활용, 시청각 자료 제공, 조작 활동 과정 부여 등), 다양한 연습 기회 부여, 귀납적 사고에 비중을 둔 학습 활동 등이 보다 강조될 수 있을 것이다. 또, 이 자료는 교육과정의 필수 학습 요소를 중심으로 실생활과 관련된 다양한 상황을 도입하여 흥미를 유발할 수 있도록 하였으며, 선수 학습 관련 사항을 확인한 다음 생각열기→탐구하기→생각다듬기→풀어보기 과정을 거쳐도록 함으로써 보다 접근하기 쉬운 학습이 되도록 구성하였다. 아울러 중단원 마무리에서는 다지기, 대단원 마무리에는 대단원 종합문제와 좀더 생각을 발전시킬 수 있는 「한 걸음 더」 코너, 수학 관련 읽을거리 등을 제시하여 단원의 학습 내용을 정리하고 수학에 대한 친근감을 느낄 수 있도록 하였다.

결국, 교실의 여건과 학습 대상의 특성에 따라서 본 자료를 재구성하거나 보완하고 시청각 자료 등 각종 기자재를 활용하여 보다 발전된 교수·학습을 전개할 수 있을 것이다. 이에 따라 개발된 각 항목에 대한 내용은 다음과 같다. 대부분의 자료가 중단원 중심으로 개발되었으나, 대단원 도입 부분과 대단원 종합문제, 읽기 자료 등이 대단원 마무리에 제시되었다.

3) 상위반 자료의 활용 안내

이 자료는 우수한 수준의 학생들을 대상으로 하는 상위반의 교수·학습 과정에서 활용할 수 있도록 제작하였다. <표 III-4 참조> 이 자료는 수준별 이동 수업에서 상위반의 수업이 어떻게 차별화 될 수 있을 것인가를 염두에 두고 구성, 제작하였다. 상위반 수업에서는 흥미 유발을 위한 동기 유발 전략 개발 및 활용(실생활 관련 자료 활용, 시청각 자료 제공, 조작 활동 과정 부여 등), 다양한 연습 기회 부여, 수학적 고등 사고 함양을 위한 학습 기회 부여에 비중을 둔 학습 활동 등이 보다 강조될 수 있을 것이다. 또, 이 자료는 교육과정의 필수 학습 요소를 중심으로 실생활과 관련된 다양한 상황을 도입하여 흥미를 유발할 수 있도록 하였으며, 선수 학습 관련 사항을 확인한 다음 생각열기→탐구하기→생각다듬기→풀어보기→생각키우기 과정을 거치도록 함으로써 한 단계 높은 학습이 이루어질 수 있도록 구성하였다. 아울러 중단원 마무리에서는 다지기, 대단원 마무리에는 대단원 종합 문제, 발상의 전환을 도모할 수 있는 「뛰어 넘기」 코너, 수학 관련 읽을거리 등을 제시하여 단원의 학습 내용을 정리하고 수학에 대한 친근감을 느낄 수 있도록 하였다.

결국, 교실의 여건과 학습 대상의 특성에 따라서 본 자료를 재구성하거나 보완하고 시청각 자료 등 각종 기자재를 활용하여 보다 발전된 교수·학습을 전개할 수 있을 것이다. 이에 따라 개발된 각 항목에 대한 내용은 다음과 같다. 대부분의 자료가 중단원 중심으로 개발되었으나, 대단원 도입 부분과 대단원 종합문제, 읽기 자료 등이 대단원 마무리에 제시되었다.

<표 III-2> 기초반 자료의 내용 구성

대단원	도입	기초반 자료의 도입 부분은 수학에 대한 관심과 호기심을 유발하여 그 단원의 필요성을 느낄 수 있도록 만화로 제시하였다.
중단원	되짚기1	중단원을 학습하기 위해 필요한 선수 학습의 용어, 개념 및 학습 내용을 본 단원과 연계될 수 있도록 제시하였다.
	되짚기2	되짚기 2에서 학습한 내용을 문제 풀이를 통하여 준비 학습이 이루어질 수 있도록 하였다. 학생 수준에 따라 되짚기1, 되짚기 2의 내용을 추가하거나 생략할 수 있다.
	무엇을 공부할까?	소단원별로 반드시 학습해야 할 내용을 선정하여 학습 목표가 무엇인지를 한 눈에 알 수 있도록 필수 학습 요소를 단순화하여 제시하였다.
	생각열기	실생활과 관련된 상황이 표현된 만화나 그림 등을 통해 수학을 느끼고 생각하게 하여 학습 동기가 유발될 수 있도록 하였다. 이에 대한 해답을 구체적으로 찾으려는 활동보다는 학습 내용의 필요성, 문제 제기 등을 통하여 학습할 내용에 관심을 가지게 하는 것에 의미를 둘 수 있다.
	함께하기1	학습 내용의 기본적인 개념, 원리, 법칙 등을 쉽게 이해할 수 있도록 하기 위해 구체적인 예를 들어 구성하였다. 교사와 학생이 함께 단계적으로 문제를 해결함으로써 학습 내용을 이해할 수 있도록 하였다. 문제 해결 후에는 그 내용을 정리하여 학습 개념을 이해할 수 있도록 하였다.
	따라하기1	기본이 되는 예시적 문제를 교사와 학생이 함께 풀어 볼 수 있도록 하였으며, 그 다음에는 학생이 학습 내용을 익히는데 도움을 주고자 함께 푼 문제를 참고하여 제시된 유사 문제를 학생 스스로 풀어 볼 수 있도록 하였다.
	풀어보기	학습한 내용을 확인하고 응용할 수 있도록 다양한 문제를 제시하였다. 특히, 학습 내용에 따른 문제 난이도에 점진적인 변화를 주어 다양한 문제를 경험할 수 있도록 하였으며, 필요에 따라 문제를 추가하거나 생략할 수 있다.
	다지기	중단원에서 학습한 용어, 개념 및 학습 내용을 문제 풀이를 통하여 정리할 수 있도록 하였다. 발전 학습도 이루어질 수 있도록 하였으며, 문제 해결에 도움이 되도록 길잡이를 제시하였다.
대단원	단원 마무리	오개념, 용어, 퀴즈 활동지, 읽기 자료 등 학습에 도움이 될 수 있도록 다양한 자료를 제시하였다. 특히, “이러면 안 되지요!” 코너에서는 학생들이 틀리기 쉬운 오개념을 만화 등으로 제시함으로써 수학의 개념을 이해하기 쉽도록 구성하였다.

국가 수준에 준하는 수학과 수준별 교수·학습 자료의 개발 및 활용

<표 III-3> 기본반 자료의 내용 구성

대단원	도입	기본반 자료의 도입 부분은 수학에 대한 관심과 호기심을 유발하여 단원의 필요성을 느낄 수 있도록 사진과 단원 학습 요소의 흐름을 제시하였다.
중단원	되짚기	문제 풀이를 통하여 중단원을 학습하기 위해 필요한 선수 학습 내용을 확인할 수 있도록 하였다. 학생의 수준에 따라 되짚기의 내용을 추가하거나 생략할 수 있다.
	무엇을 공부할까?	소단원별로 반드시 학습해야 할 내용을 추출하여 학습 목표를 한 눈에 알 수 있도록 필수 학습 요소를 단순화하여 제시하였다.
	생각열기	실생활과 관련된 상황이 표현된 만화, 그림, 이야기 자료 등을 통해 수학을 느끼고 생각하게 하여 학습 동기가 유발될 수 있도록 하였다. 이에 대한 해답을 구체적으로 찾으려는 활동보다는 학습 내용의 필요성, 문제 제기 등을 통하여 학습할 내용에 관심을 가지게 하는 것에 의미를 둘 수 있다.
	탐구하기	탐구 활동을 통해 학습 내용의 기본적인 개념, 원리, 법칙 등을 쉽게 파악할 수 있도록 탐구문제를 제시하였다.
	생각다듬기	탐구하기에서 제시한 문제를 단계적으로 해결함으로써 학습 내용을 이해할 수 있도록 하였다. 문제 해결 후에는 그 내용과 관련된 수학적 개념과 원리를 이해할 수 있도록 일반화 과정을 포함하고, 그 결과를 정리하였다. 이 내용을 적용하여 해결할 수 있는 예시 문제를 제시하였다.
	풀어보기	학생이 학습 내용을 익히는데 도움을 주고자 생각다듬기의 예제 문제와 유사한 문제를 제공하여 학생 스스로 풀어 볼 수 있도록 하였다. 이 문제들은 학습한 내용을 확인하고 응용할 수 있도록 하는데 중점을 두었다. 특히, 학습 내용에 따른 난이도에 점진적인 변화를 주어 다양한 문제를 경험할 수 있도록 하였으며, 필요에 따라 문제를 추가하거나 생략할 수 있다.
	다지기	중단원에서 학습한 용어, 개념 및 학습 내용을 문제 풀이를 통하여 정리할 수 있도록 하였다.
대단원	대단원 종합문제	대단원에서 학습한 개념 및 학습 내용을 문제 풀이를 통하여 총정리 할 수 있도록 하였다. 「한결을 더」라는 코너를 두어 발전 학습이 이루어질 수 있도록 하였다.
	읽을거리	오개념, 용어, 퀴즈 활동지, 재미있는 수학 관련 이야기, 수학사 관련 자료 등 학습에 도움이 될 수 있는 다양한 자료를 제시하였다.


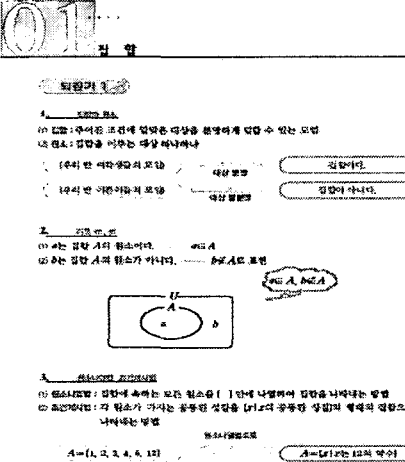
<표 III-4> 상위반 자료의 내용 구성

대단원	도입	상위반 자료의 도입 부분은 수학에 대한 관심과 호기심을 유발하여 단원의 필요성을 느낄 수 있도록 사진과 단원 학습 요소의 흐름을 제시하였다.
중단원	되짚기	문제 풀이를 통하여 중단원을 학습하기 위해 필요한 선수 학습 내용을 확인할 수 있도록 하였다. 학생의 수준에 따라 되짚기의 내용을 추가하거나 생략할 수 있다.
	무엇을 공부할까?	소단원별로 반드시 학습해야 할 내용을 추출하여 학습 목표를 한 눈에 알 수 있도록 필수 학습 요소를 단순화하여 제시하였다.
	생각열기	실생활과 관련된 상황이 표현된 만화, 그림, 이야기 자료 등을 통해 수학을 느끼고 생각하게 하여 학습 동기가 유발될 수 있도록 하였다. 이에 대한 해답을 구체적으로 찾으려는 활동보다는 학습 내용의 필요성, 문제 제기 등을 통하여 학습할 내용에 관심을 가지게 하는 것에 의미를 둘 수 있다.
	탐구하기	탐구 활동을 통해 학습 내용의 기본적인 개념, 원리, 법칙 등을 쉽게 파악할 수 있도록 탐구문제를 제시하였다.
	생각다듬기	탐구하기에서 제시한 문제를 단계적으로 해결함으로써 학습 내용을 이해할 수 있도록 하였다. 문제 해결 후에는 그 내용과 관련된 수학적 개념과 원리를 이해할 수 있도록 일반화 과정을 포함하고, 그 결과를 정리하였다. 이 내용을 적용하여 해결할 수 있는 예시 문제를 제시하였다.
	풀어보기	학생이 학습 내용을 익히는데 도움을 주고자 생각다듬기의 예제 문제와 유사한 문제를 제공하여 학생 스스로 풀어 볼 수 있도록 하였다. 이 문제들은 학습한 내용을 확인하고 응용할 수 있도록 하는데 중점을 두었다. 특히, 학습 내용에 따른 난이도에 점진적인 변화를 주어 다양한 문제를 경험할 수 있도록 하였으며, 필요에 따라 문제를 추가하거나 생략할 수 있다.
	생각키우기	풀어보기에서 연습한 문제보다 난이도가 있거나 사고 단계가 더 복잡한 문제를 경험할 수 있도록 하였다.
대단원	다지기	중단원에서 학습한 용어, 개념 및 학습 내용을 문제 풀이를 통하여 정리할 수 있도록 하였다.
	대단원 종합문제	대단원에서 학습한 개념 및 학습 내용을 문제 풀이를 통하여 총정리할 수 있도록 하였다. 도전문제, 새로운 문제 만들기, 다양한 문제해결 방법 토론 및 발표를 통해 의사소통 능력 개발하고 좀더 확산적 사고를 할 수 있도록 「뛰어넘기」라는 코너를 포함하여 구성하였다.
	읽을거리	오개념, 용어, 퀴즈 활동지, 재미있는 수학 관련 이야기, 수학사 관련 자료 등 학습에 도움이 될 수 있는 다양한 자료를 제시하였다.

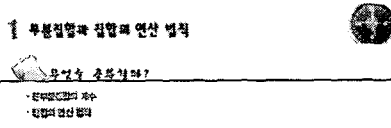

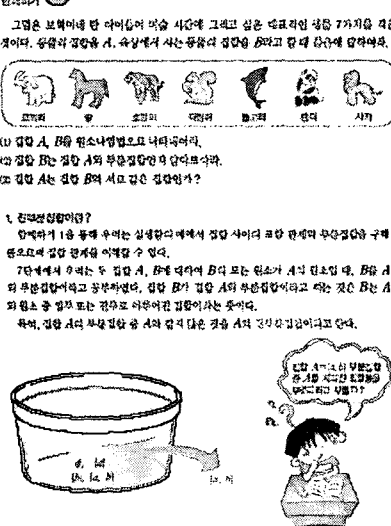
### IV. 예시 자료로 본 수준별 학습 자료의 활용 안내


이 장에서는 현행 교과서 및 지도서의 사용과 함께 (또는 교과서 대신에) 본고에서 소개하고 있는 “수학과 수준별 교수·학습 자료”를 좀 더 쉽고 효율적으로 활용할 수 있도록 독자의 이해를 돕기 위하여, 한 단원을 예로 선정하여 기초반, 기본반, 상위반 자료 각각에 제시된 대로 나타내었다. 여기서 예로 선정된 단원 내용은 10-가 단계의 ‘수와 연산’ 단원이며, 이 내용을 앞의 표 III-2, III-3, III-4에 제시된 내용 구성 순서에 따라 각각 나타내었다.

#### 1. 기초반 자료의 예 (10-가 단계 ‘수와 연산’)


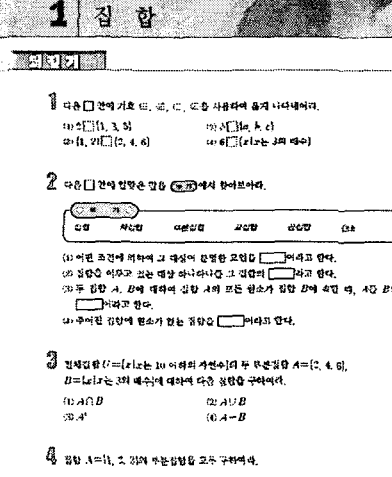
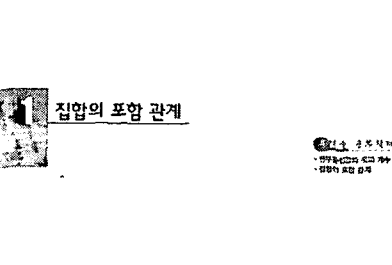
활 동	예시 자료	내용 설명
단원 도입		<p>이 단원은 교육과정의 수와 연산 영역에 속하는 내용으로, ‘집합’, ‘명제’, ‘실수’, ‘복소수’에 대해서 학습한다.</p> <p>기초 교재에서는 명제의 참과 거짓과 관련된 만화를 제시하여 학생들의 흥미를 유발시키고 있다.</p>
되짚기		<p>첫 번째 중단원은 ‘집합’이다. ‘되짚기 1’에서는 집합을 학습하는데 바탕이 되는 선수 학습 내용인 집합과 원소, 집합과 원소의 기호, 원소나열법과 조건제시법에 대해서 설명하고 있다. 이들 개념들은 중학교에서 이미 학습한 내용이다. ‘되짚기 2’에서는 ‘되짚기 1’에서 정리한 내용과 관련하여 그림을 보고 과일과 채소의 집합을 각각 원소나열법으로 나타내는 문제, 집합의 원소를 나타내는 방법을 확인하는 문제, 원소나열법을 조건제시법으로, 조건제시법을 원소나열법으로 나타내는 문제 등을 제시하여 학생들에게 직접 풀어보게 한다.</p>

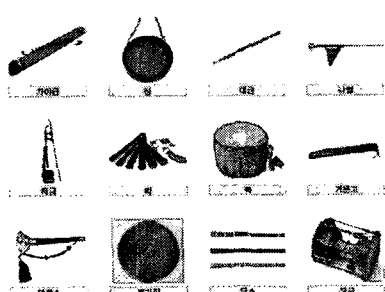


활 동	예시 자료	내용 설명
<p><b>무엇을 공부할까?</b></p>	<p><b>1 부분집합과 집합의 연산 법칙</b></p> 	<p>‘무엇을 공부할까?’에서 중단원에서 다루는 학습 내용들을 제시하여 각 중단원에서 학습할 내용을 개관할 수 있도록 하였다.</p> <p>이 중단원에서는 왼쪽에 제시된 것과 같이 진부분집합의 개수와 집합의 연산 법칙에 대해 학습한다.</p>
<p><b>생각열기</b></p>	<p><b>생각열기</b> <b>새 태어난 펭귄</b></p> 	<p>‘생각열기’에서는 펭귄의 가족의 대화를 통하여 집합과 부분집합, 원소의 개수의 의미를 설명하고 있다. 새롭게 태어난 아기 펭귄들은 펭귄 가족에 포함되기 때문에 펭귄 가족의 부분집합이다.</p>
<p><b>함께하기</b></p>	<p><b>함께하기</b> <b>진부분집합의 개수</b></p> <p>그림은 보충이래 달 아래쪽에 있을 시간에 그리고 싶은 대표적인 동물 7가지의 짝은 것이다. 동물과 집합을 A, 육상에서 사는 동물과 집합을 B라고 할 때 상황에 답하여라.</p>  <p>1. 진부분집합이 몇 개? 답: 1을 통해 우리는 실생활에서 집합 사이의 포함 관계의 무한집합을 구해 원소로써 집합 관계를 이해할 수 있다. 7단계에서 우리는 두 집합 A, B에 대하여 B가 A의 원소 A의 진부분집이다. B를 A의 부분집합이라고 공부하였다. 집합 B가 집합 A의 부분집합이라고 하는 것은 B는 A의 원소 중 일부 또는 전부로 이루어진 집합이라는 뜻이다. 즉, 집합 A의 부분집합 중 A와 같지 않은 것을 A의 진부분집이라고 한다.</p>	<p>‘함께하기’의 탐구문제는 주어진 집합에서 동물의 집합과 육상에서 사는 동물의 집합을 원소나열법으로 나타낼 후 두 집합 중 어느 집합이 어느 집합을 포함하는지, 두 집합은 서로 같은지를 확인하는 문제로 구성된다.</p> <p>탐구문제를 통해서 알게 된 진부분집합의 의미와 특정 원소를 포함하는 부분집합의 개수를 구하는 방법을 일반화한다.</p>
<p><b>따라하기</b></p>	<p><b>따라하기</b> <b>집합의 부분집합</b></p> <p>다음 집합 중 집합 A={1, 2, 3, 4, 6, 12}의 진부분집합을 모두 쓰라.</p> <p>① B={1, 3, 4, 6, 12} ② C={1, 2, 3, 4, 6, 12} ③ D={1, 2, 3, 4, 6, 12}</p> <p>답: 1. B는 A의 진부분집합 2. C는 A의 진부분집합 3. D는 A의 진부분집합 4. A는 A의 진부분집합이 아니다.</p> <p>다음 집합 중 집합 A={2, 3, 5, 7, 11}의 진부분집합을 모두 쓰라.</p> <p>① B={2, 5, 11} ② C={2, 3, 5, 7, 11} ③ D={2, 3, 5, 7, 11}</p> <p>답: 1. B는 A의 진부분집합 2. C는 A의 진부분집합 3. D는 A의 진부분집합이 아니다.</p>	<p>‘따라하기’에서는 특정 집합이 주어진 집합에 포함되는지의 여부를 확인하여 진부분집합을 확인하는 예제를 제시하였다. 이때 두 집합이 서로 같을 때는 부분집합이지만 진부분집합이 될 수 없음을 확인한다.</p>



활 동	예시 자료	내용 설명
풀어보기	<p><b>풀어보기 1</b></p> <p>집합 <math>A = \{1, 2, 3\}</math>에 대하여                      (1) <math>A</math>의 부분집합을 모두 구하여라.                      (2) <math>A</math>의 진부분집합을 모두 구하여라.                      (3) <math>A</math>의 부분집합 중 원소 1을 반드시 포함하는 부분집합들을 모두 구하여라.                      (4) <math>A</math>의 부분집합 중 2를 원소로 가지지 않는 부분집합들을 모두 구하여라.</p>	<p>‘풀어보기1’에서는 집합 <math>A = \{1, 2, 3\}</math>에 대하여 부분집합과 진부분집합을 모두 구하고, 원소 1을 반드시 포함하는 부분집합, 원소 2를 포함하지 않는 집합을 모두 구하게 하였다.</p>
다지기	<p><b>다지기</b></p> <p>01 두 집합 <math>A, B</math>에 대하여 <math>A \cap B = \emptyset</math>일 때, 집합 <math>A, B</math>는 <input type="text"/>이다.</p> <p>02 집합 <math>A = \{1, 2\}</math>의 부분집합의 개수는 <input type="text"/>이다.</p> <p>03 집합 <math>A = \{1, 2\}</math>는 2개의 4수를 포함하고 집합 <math>B = \{2, 3, 4\}</math>는 3개의 4수를 포함한다. 이 때 <math>A \cup B</math>는 <input type="text"/>이다.</p> <p>04 두 집합 <math>A = \{1, 2, 3\}</math>, <math>B = \{2, 3, 4\}</math>에 대하여 <math>A \cap B = \{2, 3\}</math>이고 <math>A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}</math>이다.</p> <p>05 두 집합 <math>A, B</math>에 대하여 <math>(A \cup B)^c = A^c \cap B^c</math>, <math>(A \cap B)^c = A^c \cup B^c</math>가 성립한다. 이 때를 집합의 분할에 대한 <input type="text"/>로 부르는 것이다.</p>	<p>‘다지기’는 중단원의 마지막에서 각 중단원에서 학습한 내용을 정리하는 단계이다. 이 중단원에서는 9문제를 제시하였는데 이중 처음 5개의 문제는 개념이나 용어에 대해서 간단하게 답할 수 있도록 하였으며, 이후 4개의 문제는 이전 문제보다 약간 난이도가 높은 문제로 ‘길잡기’에서 문제해결과 관련된 힌트를 제시한다.</p>
읽을거리	<p>무리수의 존재를 발표하면 죽음</p> <p>“개신자를 처단하지.”                      한상에 물러 있는 후관된 사위들이 외쳤다.                      “아니야, 나는 배신자가 아니라, 당의 집합을 알겠을 뿐이야.”                      가운데에 있는 사람이 이렇게 외쳤다.                      “피타고라스, 너는 피타고라스 학파의 강술을 저지르지 않았다?                      “그래 맞아, 배신자를 물어 배트하려!”                      “<math>\sqrt{2}</math>가 아닌 어떤 수로 한 번의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이를 정확히 나타낼 수 있는가? <math>\sqrt{2}</math>를 분수로 나타낼 수 없다는 것은 우리 모두가 아는 사실이잖습니까?”                      “우리는 <math>\sqrt{2}</math>를 수로 인정하지 않는다. 너는 배신자야.”                      “맞다, 배신자를 물어 배트하려!”                      “네가 권리를 추구하고자 하는 피타고라스 학파에서 권리를 숨기려 하는가? 아무도 비밀로 하려고 애를 써도 진리는 밝혀지게 되어 있다.”                      “네 이상 시간과 필요가 없다. 이번 처형하자.”                      “잠에 빠트려라.”</p> <p>상상에 있는 피타고라스 학파의 무리는 점점 더 흥분하기 시작했고 아무도 그들을 진정시킬 수는 없었다. 그리고는 피타고라스를 물 속으로 던져 버렸다.                      단지 <math>\sqrt{2}</math>에 대한 비감을 극복하려 하겠다는 이유로 그들은 결국 배신자를 처형하였다. 그들만이 알고 있는 진리를 감추기 위해…….</p> 	<p>기초교재에서는 집합, 명제, 실수, 복소수와 관련된 여러 가지 자료가 제시되어 있다. ‘이러면 안되지요!’에서는 집합과 음수, 무리수 계산에 대해서 학생들이 오개념을 가질 수 있는 사례들을 제공한다. ‘읽을거리’에서는 0의 역할, 수를 세는 단위, 수 집합을 나타내는 외래어 약어 등을 소개한다. 또 무리수의 존재를 알았던 히파소스의 일화, 착시현상, 2와 3의 크기 비교 등에 대한 읽을거리가 제공된다.</p>

2. 기본반 자료의 예 (10-가 '수와 연산' 단원)


활 동	예시 자료	내용 설명
<p>단원 도입</p>		<p>이 단원은 교육과정의 수와 연산 영역에 속하는 내용으로, '집합', '명제', '실수', '복소수'에 대해서 학습한다.</p> <p>기본 교재에서는 학생들의 흥미를 유발시킬 수 있는 그래픽을 제시한다.</p> <p>본 단원과 관련된 선행 학습으로는 7-가 단계의 집합, 자연수의 성질, 정수와 유리수, 8-가 단계의 유리수, 9-가 단계의 제곱근과 실수, 근호를 포함한 식의 계산 등을 들 수 있다.</p>
<p>되짚기</p>		<p>첫 번째 중단원은 '집합'이다. '되짚기'에서는 집합을 학습하는데 바탕이 되는 선수 학습 내용인 집합과 원소의 포함관계, 집합 관련 용어, 집합의 연산, 부분 집합 등에 대한 문제를 제시하여 학생들에게 직접 풀어보게 한다. 이를 통해서 학생들은 선수 학습 내용을 상기할 수 있고 교사들은 학생들의 선수 학습 정도를 파악할 수 있을 것이다.</p>
<p>무엇을 공부할까?</p>		<p>'무엇을 공부할까?'에서 중단원에서 다루는 학습 내용들을 제시하여 각 중단원에서 학습할 내용을 개관할 수 있다. 이 중단원에서는 왼쪽에 제시된 것과 같이 진부분집합의 뜻과 개수, 집합의 포함 관계에 대해 학습한다.</p>

활 동	예시 자료	내용 설명															
<p><b>생각열기1</b></p>	<p><b>생각열기1</b> <b>사물놀이와 악기는 타악기</b></p> <p>선문님 : 여러분은 전통 악기를 보통 어떻게 구분하시나요?                  학생 : 예, 관악기, 관악기, 타악기라고요.                  선문님 : 잘 아네요. 그럼 아래 사진에서 타악기를 찾아보고 그 중에서 사물놀이에 사용되는 악기가 모두 있는지 살펴주세요.                  학생 : 예.</p> 	<p>‘생각열기’에서는 여러 종류의 국악기를 제시하고 악기를 여러 가지 방법으로 구분하는 대화가 제시되어 있다. 학생들이 악기와 현악기, 관악기, 타악기, 사물놀이에 사용되는 악기의 모임을 각각 집합으로, 각 악기를 원소로 인식할 수 있도록 한다.</p>															
<p><b>탐구하기1</b></p>	<p><b>탐구하기1</b> <b>진부분집합의 개수 계산</b></p> <p>생각열기에서의 사진은 전통 악기를 나열해 놓은 것이다. 전통 악기는 보통 현악기, 관악기, 타악기 등으로 구분을 한다. 관악기에는 가야금, 대금, 거문고 등이 있고, 관악기에는 대금, 나팔, 대금소, 판소 등이 있고, 타악기에는 장, 북, 북, 장구, 장구 등이 있다. 또한, 사물놀이에서 사용하는 악기에는 장, 북, 장구, 장구 등이 있다.</p> <p>① 사물놀이에서 사용하는 악기의 집합을 A, 타악기의 집합을 B라고 할 때, 두 집합 A, B의 포함 관계를 말하여라.</p> <p>② 집합 A의 부분집합은 무엇이 있는가?</p> <p>③ 집합 A가 다음과 같을 때, 부분집합을 모두 구하고, 그 개수를 구하여라.</p> <table border="1" data-bbox="370 1081 686 1178"> <thead> <tr> <th>집합 A</th> <th>부분집합</th> <th>부분집합의 개수</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>{장}</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>{장, 북}</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>{장, 북, 장구}</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>{장, 북, 장구, 장구}</td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>④ 집합 A의 원소의 개수와 그 부분집합의 개수 사이에는 어떤 관계가 있는지 알아보아라.</p>	집합 A	부분집합	부분집합의 개수	{장}			{장, 북}			{장, 북, 장구}			{장, 북, 장구, 장구}			<p>‘탐구하기’에서는 생각열기에 제시된 악기를 여러 가지 모임으로 나누고 모임별로 포함관계를 알아본다. □□에서는 사물놀이에 사용하는 악기의 집합과 타악기의 집합을 각각 구한 후 집합의 포함 관계를 알아본다. □□와 □□에서는 주어진 집합의 부분집합과 부분집합의 개수를 구한다. □□에서는 집합의 원소의 개수와 부분집합의 개수 사이의 관계를 탐구한다.</p>
집합 A	부분집합	부분집합의 개수															
{장}																	
{장, 북}																	
{장, 북, 장구}																	
{장, 북, 장구, 장구}																	
<p><b>생각다듬기</b></p>	<p><b>생각다듬기 1</b></p> <p>사물놀이에서 사용하는 악기의 집합과 타악기의 집합을 각각 A={장, 북, 장구, 장구}, B={장, 북, 북, 장구}, 장구라고 나타낼 수 있다. 여기에서, 집합 A의 모든 원소가 집합 B에 속하므로 집합 A는 집합 B의 부분집합이며, A⊂B라고 나타낼 수 있다.</p> <p>특히, A⊂B이고, A⊂B일 때, 집합 A를 집합 B의 진부분집합이라고 한다.</p> <p><b>부분집합의 개수</b></p> <p>원소의 개수가 n개인 집합 A에 대하여</p> <p>① 집합 A의 모든 부분집합의 개수는 2<sup>n</sup>이다.</p> <p>② 집합 A의 모든 진부분집합의 개수는 2<sup>n</sup>-1이다.</p> <p>예) 다음 중 집합 A={1, 2, 3, 4, 6, 12}의 진부분집합을 모두 찾아라.</p> <p>① B={1, 3, 4, 6, 12}</p> <p>② C={2, 12}는 A의 원의 약수</p> <p>③ D={2, 12}는 A의 약수</p>	<p>‘생각다듬기’에서는 위의 탐구 문제를 정리하고 일반화하여 진부분집합을 정의하고, 집합의 원소의 개수와 부분집합의 개수 사이의 관계를 정리한다.</p> <p>예제 1에서는 주어진 집합의 진부분집합을 구하는 방법을 보이고, 예제 2에서는 특정한 원소를 반드시 포함하는 부분집합의 개수를 구하는 방법을 설명한다.</p>															

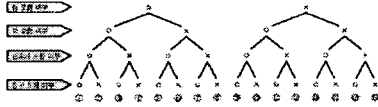


활 동	예시 자료	내용 설명
읽을거리	<p><b>힐베르트의 무한 호텔</b></p> <p>무한대를 수학적으로 정의한 최초의 수학자 칸토어(Cantor, G.: 1845~1918)는 수의 집합을 무한과 무한으로 구분하였고, '어떤 집합이 자신의 일부분과 동치일때를 관계로 만들 수 있을 때, 그 집합을 무한집합이라고 부른다'라고 하였다. 이러한 정의를 따르면, 자연수의 집합이란 크기를 가진 어떤 모두 무한대가 되는 것이다.</p> <p>힐베르트는 무한대가 갖고 있는 기묘한 무한 성질을 잘 보여 주는 하나의 예제를 만들었다. 이것이 바로 '힐베르트의 무한 호텔' 이야기이다.</p>   <p>힐베르트가 증명한대로 넓히고 있는 무한 개의 객실이 있는 기묘한 호텔이 있다. 어느 날 한 손님이 호텔에 찾아왔는데 객실이 무한 개가 있음에도 불구하고 호텔이 모두 예약되어 있어 입장하려고 할 방법을 내 줄 수가 없었다. 그런데 호텔 손님장인 힐베르트는 잠시 생각하면 물어 새로 온 손님을 반쯤을 데려갈 수 있으니 잠시 기다리게 하였다. 그는 객실에 있는 모든 투숙객들에게 집중하게 다룬다. "지금까지만 1호실 손님은 2호실로, 2호실 손님은 3호실로, 즉 한 칸씩만 앞방으로 이동해 주시기 바랍니다."</p> <p>이처럼 한 칸씩씩은 모두 앞방으로 옮겨 갔으며, 새로 온 손님은 비어 있는 1호실 여백 있게 들어갔다. 이것은 무한대에 1을 더해도 여전히 무한대임을 잘 보여주는 예이다. 그런데 다음 날 밤, 호텔에는 더욱 곤란한 문제가 발생하였다. 무수대이 한 일도 나가지 않은 상태에서 무한히 긴 코리더를 다녔을 무한히 많은 손님들이 새로 도착한 것이다. 힐베르트는 어떻게든 무한대의 숙박자를 데려갈 수 있다고 고려했다. 그는 곧 객실에 안내 방송을 보냈다. "한상 여러분, 지금부터는 한상 객실의 객실 번호를 2를 곱해서, 그 번호에 해당하는 객실로 모두 옮겨 주시기 바랍니다. 감사합니다." 이렇게 하면 1호실 손님은 2호실로, 2호실 손님은 4호실로, ... 모두 이동을 하였다. 어느새 호텔에는 무한 개의 빈 객실이 생긴 것이다.</p> <p>힐베르트의 세심 덕분에 새로 도착한 무한대의 손님들은 모두 숙소가 있어 있는 무한 개의 객실로 모두 배정되어 편히 잘 수 있었다. 이것은 무한대에 2를 더해도 여전히 무한대임을 잘 보여주는 예이다.</p>	<p>기본 교재에서는 집합, 명제, 실수, 복소수와 관련된 여러 가지 읽을거리가 제시되어 있다. '스승과 제자의 심판'과 '2가 클까, 3이 클까?'는 기초교재에 제공된 읽을거리와 동일한 내용이다. '힐베르트의 무한 호텔'은 힐베르트가 무한대가 갖고 있는 기묘한 성질을 잘 보여주는 문제이다. 이 문제는 학생들이 무한의 의미를 이해하는 좋은 예가 될 수 있다.</p>

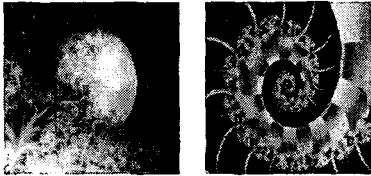
3. 상위반 자료의 예 (10-가 '수와 연산' 단원)

활 동	예시 자료	내용 설명						
단원 도입	 <p>1. 집합 2. 명제 3. 실수 4. 복소수</p> <p>◎ 학업 요소의 흐름</p> <table border="1" data-bbox="299 1439 696 1590"> <thead> <tr> <th>학습할 내용</th> <th>이 단원(1학년)</th> <th>이 단원(2학년)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>                     [수학 7-가]                      * 실 집                      * 자연수의 성질                      * 정수법칙 이해하기                      * 정수의 복소수                 </td> <td>                     [수학 10-가]                      * 정수의 덧셈과 뺄셈                      * 정수의 곱셈과 나눗셈                      * 정수의 덧셈과 뺄셈의 법칙                      * 정수의 곱셈과 나눗셈의 법칙                      * 정수의 덧셈과 뺄셈의 교환법칙과 결합법칙                 </td> <td>                     [수학 10-가]                      * 자연수                      * 정수의 덧셈과 뺄셈                      * 정수의 곱셈과 나눗셈                      * 정수의 덧셈과 뺄셈의 법칙                      * 정수의 곱셈과 나눗셈의 법칙                      * 정수의 덧셈과 뺄셈의 교환법칙과 결합법칙                 </td> </tr> </tbody> </table>	학습할 내용	이 단원(1학년)	이 단원(2학년)	[수학 7-가] * 실 집 * 자연수의 성질 * 정수법칙 이해하기 * 정수의 복소수	[수학 10-가] * 정수의 덧셈과 뺄셈 * 정수의 곱셈과 나눗셈 * 정수의 덧셈과 뺄셈의 법칙 * 정수의 곱셈과 나눗셈의 법칙 * 정수의 덧셈과 뺄셈의 교환법칙과 결합법칙	[수학 10-가] * 자연수 * 정수의 덧셈과 뺄셈 * 정수의 곱셈과 나눗셈 * 정수의 덧셈과 뺄셈의 법칙 * 정수의 곱셈과 나눗셈의 법칙 * 정수의 덧셈과 뺄셈의 교환법칙과 결합법칙	<p>이 단원은 교육과정의 수와 연산 영역에 속하는 내용으로, '집합', '명제', '실수', '복소수'에 대해서 학습한다.</p> <p>단원의 도입에서는 기본 교재와 동일하게 학생들의 흥미를 유발시킬 수 있는 그래픽을 제시하였다.</p> <p>본 단원과 관련된 선행 학습으로는 7-가 단계의 집합, 자연수의 성질, 정수와 유리수, 8-가 단계의 유리수, 9-가 단계의 제곱근과 실수, 근호를 포함한 식의 계산 등을 들 수 있다.</p>
학습할 내용	이 단원(1학년)	이 단원(2학년)						
[수학 7-가] * 실 집 * 자연수의 성질 * 정수법칙 이해하기 * 정수의 복소수	[수학 10-가] * 정수의 덧셈과 뺄셈 * 정수의 곱셈과 나눗셈 * 정수의 덧셈과 뺄셈의 법칙 * 정수의 곱셈과 나눗셈의 법칙 * 정수의 덧셈과 뺄셈의 교환법칙과 결합법칙	[수학 10-가] * 자연수 * 정수의 덧셈과 뺄셈 * 정수의 곱셈과 나눗셈 * 정수의 덧셈과 뺄셈의 법칙 * 정수의 곱셈과 나눗셈의 법칙 * 정수의 덧셈과 뺄셈의 교환법칙과 결합법칙						



활동	예시 자료	내용 설명
<p><b>생각 다듬기1</b></p>	<p><b>생각다듬기 1</b></p> <p>사람들이어서 사용하는 약기의 집합과 허약기의 집합을 가주  <math>S = \{정, 복, 평과제, 장구, B=1정, 복, 평과제, 장구\}</math>중으로 나뉠 수 있다.          여기에서, 집합 <math>S</math>의 모든 원소가 집합 <math>B</math>에 속하므로, 집합 <math>S</math>는 집합 <math>B</math>의 부분집합이며  <math>S \subset B</math>로 나타낼 수 있다.          즉, <math>S \subset B</math>이고 <math>S=B</math>일 때, 집합 <math>S</math>를 집합 <math>B</math>의 전부분집합이라고 한다.</p> <p>집합 <math>S = \{정, 복, 평과제, 장구\}</math>의 부분집합의 개수를 살펴보자. 각 원소의 포함 여부에 따라          다음과 같이 살펴볼 수 있다.</p>  <p>예 1. 집합 <math>A = \{1, 2, 3\}</math>에 대하여</p> <p>(1) 집합 <math>A</math>의 부분집합 중 1을 반드시 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라.          (2) 집합 <math>A</math>의 부분집합 중 1을 반드시 포함하고, 2는 반드시 포함하지 않는 부분집합의          개수를 구하여라.</p> <p>예 2.</p> <p>(1) 구하는 부분집합은 1을 제외한 <math>\{2, 3\}</math>의 부분집합을 구한 후에 원소 1을 포함시키면 되므로,  <math>\{2, 3\}</math>의 부분집합의 개수와 같다.          따라서, <math>2^2 = 4</math>개</p> <p>(2) 구하는 부분집합은 1, 2를 제외한 <math>\{3\}</math>의 부분집합을 구한 후에 원소 1을 포함시키고 2를 포          함시키지 않으면 되므로, <math>\{3\}</math>의 부분집합의 개수와 같다.          따라서, <math>2^1 = 2</math>개</p>	<p>‘생각다듬기’는 기본 교재와 유사하다. 위의 탐구 문          제를 정리하고 일반화하여 진부분집합을 정의하고, 집          합의 원소의 개수와 부분집합의 개수 사이의 관계를          정리한다.</p> <p>예제 1에서는 특정한 원소를 반드시 포함하는 부분          집합의 개수를 구하는 방법을 설명한다.</p>
<p><b>풀어보기1</b></p>	<p><b>풀어보기 1</b></p> <p>1. 집합 <math>A = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}</math>의 부분집합 중 3의 개수 모두를 반드시 포함하고, 5의 개수          는 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.</p> <p>2. 집합 <math>A = \{1, 2, 3\}</math>에 대한 집합 <math>B = \{1, 2, 3, 4\}</math>의 진부분집합이고, 집합 <math>C</math>는 집합  <math>C = \{1, 2, 3, 2a, 2b, 2c\}</math>의 진부분집합일 때, 원소 <math>a, b</math>의 값을 구하여라. (단, <math>a, b</math>는 양의          정수)</p> <p>3. 집합 <math>A</math>의 진부분집합의 개수가 1023개일 때, 집합 <math>A</math>의 원소의 개수를 구하여라.</p>	<p>‘풀어보기’에서는 생각다듬기에서 일반화한 진부분          집합과 부분집합의 개수에 대한 문제를 제공한다. 1은          특정한 원소를 반드시 포함하는 또는 반드시 포함하지          않는 부분집합의 개수를 구할 수 있는지를 확인하는          문제이다. 3번은 집합의 원소의 개수와 부분집합의 개          수 사이의 관계를 알아 진부분집합의 개수를 이용해서          집합의 원소를 구하는 문제이다.</p>
<p><b>생각 키우기</b></p>	<p><b>생각 키우기</b></p> <p>5. 집합 <math>A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}</math>의 원소의 개수가 3개인 부분집합 중 1을 포함하          지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.</p>	<p>‘생각 키우기’는 활용 교재에서만 제공되는 심화문          제이다. 5번 문제는 먼저 주어진 집합의 부분집합 중          원소의 개수가 3개인 집합을 모두 구한 후 1을 포함하          고 2를 포함하지 않는 부분집합을 찾으면 된다.</p>
<p><b>다지기</b></p>	<p><b>다지기</b></p> <p>1. 집합 <math>A = \{a, 1, 2, (1, 2)\}</math>에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고지하여라.          (1) <math>a \in A</math> (2) <math>\{a\} \subset A</math>          (3) <math>\{1, 2\} \subset A</math> (4) <math>\{1, 2\} \subset A</math></p> <p>2. <math>A = \{1, 2, 3, 4\}</math>이고 <math>(A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 3, 4\}</math>일 때, 집합 <math>B</math>를 구하여라.</p> <p>3. 두 집합 <math>A = \{a, a+2\}</math>, <math>B = \{2a+1, a^2\}</math>에 대하여 <math>A \subset B</math>이기 위한 원수 <math>a</math>의 값          을 구하여라.</p> <p>4. 자연수 전체의 집합 <math>N</math>의 부분집합 <math>X</math>가 다음 조건을 만족한다.  <math display="block">x \in X \Rightarrow \frac{x}{2} \in X</math>          집합 <math>X</math>의 모든 원소의 합을 <math>S(X)</math>라 할 때, <math>S(X)</math>의 최대값을 구하여라.</p>	<p>‘다지기’는 중단원의 마지막에서 중단원에서 학습          내용에 대한 학생들의 학습 정도를 알아본다. 이 중단          원에 제시된 8문제 중 처음 4개의 문제는 부분집합,          진부분집합, 부분집합의 개수에 대해서 아는지 확인하          는 문제이고, 이후 4문제는 집합의 연산에 대한 문제          이다.</p> <p>2번은 <math>(A \cup B) - (A \cap B)</math>를 벤다이어그램으로 나타내          어 색칠된 부분이 <math>(A-B) \cup (B-A)</math>와 같음을 확인하는          것이 필요하다.</p>



활 동	예시 자료	내용 설명																									
<p><b>대단원 종합문제</b></p>	<p><b>대단원 종합문제</b></p> <p>1. 두 집합 <math>A = \{1, 2, 3, 4\}</math>, <math>B = \{x, 4\}</math>에 대하여 <math>A \cap B = X</math>, <math>(A - B) \cup B = Y</math>를 만족시키는 집합 <math>X</math>의 개수를 구하여라.</p> <p>2. <math>a, b</math>가 실수일 때 다음 등식의 역, 역, 필요조건과 필요충분조건을 구하여라. (<math>x, y, z \in \mathbb{R}</math>)  <math>ax = ay</math>이면 <math>x + 3a = ay + 3a</math>이다.</p> <p>3. <math>\sim</math>가 <math>\mathbb{R}</math>의 원소들 <math>x, y, z</math>에 대해 <math>x \sim y</math>가 되기 위한 충분조건과 필요조건을 구하여라.</p> <p>4. 집합 <math>S = \{1, 2, 3, 4\}</math>에서 모든 원소 <math>x, y</math>에 대해 <math>x \sim y</math>가 성립한다. 이때, <math>S</math>의 원소들에 대한 동등관계의 1차 역원들 <math>x \sim y</math>를 구하여라.</p> <table border="1" data-bbox="610 656 692 743"> <tr><td>2</td><td>6</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>4</td><td>6</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>0</td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> </table> <p>5. 다음 등식을 만족하는 실수 <math>x, y</math>의 값을 구하여라. (<math>x, y \in \mathbb{R}</math>)  <math>(1) (x - 2y)^2 + (-2x + 3y)^2 = 2 - 12</math>  <math>(2) \frac{x}{1 + 2x} - \frac{y}{1 - 2y} = 5 + 6</math></p>	2	6	1	2	3	4	6	1	2	3	1	1	2	3	0	2	2	3	0	1	3	3	0	1	2	<p>‘대단원 종합문제’에서는 집합, 명제, 실수, 복소수에 대해서 학습한 내용을 종합하는 문제가 제시되어 있다. 1, 2, 3번은 기본교재의 문제와 동일하다. 1번은 집합의 연산과 포함 관계에 대해서, 2, 3번은 명제의 역, 이, 대우와 필요조건, 충분조건 등에 대해서 아는지 확인하는 문제이다. 4번은 주어진 집합에서 정의된 연산 <math>\otimes</math>에 대하여 항등원과 1의 역원은 구하는 문제이다. 이를 통해서 학생들이 주어진 집합에 대해서 연산이 닫혀있는지, 항등원과 역원에 대해서 알고 있는지를 확인할 수 있다. 5, 6번은 복소수의 성질과 연산에 대한 문제이다.</p>
2	6	1	2	3																							
4	6	1	2	3																							
1	1	2	3	0																							
2	2	3	0	1																							
3	3	0	1	2																							
<p><b>뛰어넘기</b></p>	<p><b>5. 뛰어넘기</b></p> <p>1. 영구, 진주, 헬륨, 연화기 화강암 등 네 가지 종류의 MP3를 샀다. 이 MP3에서 선택하는 MP3는 A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z, AA, AB, AC, AD, AE, AF, AG, AH, AI, AJ, AK, AL, AM, AN, AO, AP, AQ, AR, AS, AT, AU, AV, AW, AX, AY, AZ, BA, BB, BC, BD, BE, BF, BG, BH, BI, BJ, BK, BL, BM, BN, BO, BP, BQ, BR, BS, BT, BU, BV, BW, BX, BY, BZ, CA, CB, CC, CD, CE, CF, CG, CH, CI, CJ, CK, CL, CM, CN, CO, CP, CQ, CR, CS, CT, CU, CV, CW, CX, CY, CZ, DA, DB, DC, DD, DE, DF, DG, DH, DI, DJ, DK, DL, DM, DN, DO, DP, DQ, DR, DS, DT, DU, DV, DW, DX, DY, DZ, EA, EB, EC, ED, EE, EF, EG, EH, EI, EJ, EK, EL, EM, EN, EO, EP, EQ, ER, ES, ET, EU, EV, EW, EX, EY, EZ, FA, FB, FC, FD, FE, FF, FG, FH, FI, FJ, FK, FL, FM, FN, FO, FP, FQ, FR, FS, FT, FU, FV, FW, FX, FY, FZ, GA, GB, GC, GD, GE, GF, GG, GH, GI, GJ, GK, GL, GM, GN, GO, GP, GQ, GR, GS, GT, GU, GV, GW, GX, GY, GZ, HA, HB, HC, HD, HE, HF, HG, HH, HI, HJ, HK, HL, HM, HN, HO, HP, HQ, HR, HS, HT, HU, HV, HW, HX, HY, HZ, IA, IB, IC, ID, IE, IF, IG, IH, II, IJ, IK, IL, IM, IN, IO, IP, IQ, IR, IS, IT, IU, IV, IW, IX, IY, IZ, JA, JB, JC, JD, JE, JF, JG, JH, JI, JJ, JK, JL, JM, JN, JO, JP, JQ, JR, JS, JT, JU, JV, JW, JX, JY, JZ, KA, KB, KC, KD, KE, KF, KG, KH, KI, KJ, KK, KL, KM, KN, KO, KP, KQ, KR, KS, KT, KU, KV, KW, KX, KY, KZ, LA, LB, LC, LD, LE, LF, LG, LH, LI, LJ, LK, LL, LM, LN, LO, LP, LQ, LR, LS, LT, LU, LV, LW, LX, LY, LZ, MA, MB, MC, MD, ME, MF, MG, MH, MI, MJ, MK, ML, MM, MN, MO, MP, MQ, MR, MS, MT, MU, MV, MW, MX, MY, MZ, NA, NB, NC, ND, NE, NF, NG, NH, NI, NJ, NK, NL, NM, NN, NO, NP, NQ, NR, NS, NT, NU, NV, NW, NX, NY, NZ, OA, OB, OC, OD, OE, OF, OG, OH, OI, OJ, OK, OL, OM, ON, OO, OP, OQ, OR, OS, OT, OU, OV, OW, OX, OY, OZ, PA, PB, PC, PD, PE, PF, PG, PH, PI, PJ, PK, PL, PM, PN, PO, PP, PQ, PR, PS, PT, PU, PV, PW, PX, PY, PZ, QA, QB, QC, QD, QE, QF, QG, QH, QI, QJ, QK, QL, QM, QN, QO, QP, QQ, QR, QS, QT, QU, QV, QW, QX, QY, QZ, RA, RB, RC, RD, RE, RF, RG, RH, RI, RJ, RK, RL, RM, RN, RO, RP, RQ, RR, RS, RT, RU, RV, RW, RX, RY, RZ, SA, SB, SC, SD, SE, SF, SG, SH, SI, SJ, SK, SL, SM, SN, SO, SP, SQ, SR, SS, ST, SU, SV, SW, SX, SY, SZ, TA, TB, TC, TD, TE, TF, TG, TH, TI, TJ, TK, TL, TM, TN, TO, TP, TQ, TR, TS, TT, TU, TV, TW, TX, TY, TZ, UA, UB, UC, UD, UE, UF, UG, UH, UI, UJ, UK, UL, UM, UN, UO, UP, UQ, UR, US, UT, UY, UV, UW, UX, UY, UZ, VA, VB, VC, VD, VE, VF, VG, VH, VI, VJ, VK, VL, VM, VN, VO, VP, VQ, VR, VS, VT, VU, VW, VX, VY, VZ, WA, WB, WC, WD, WE, WF, WG, WH, WI, WJ, WK, WL, WM, WN, WO, WP, WQ, WR, WS, WT, WU, WV, WW, WX, WY, WZ, XA, XB, XC, XD, XE, XF, XG, XH, XI, XJ, XK, XL, XM, XN, XO, XP, XQ, XR, XS, XT, XU, XV, XW, XX, XY, XZ, YA, YB, YC, YD, YE, YF, YG, YH, YI, YJ, YK, YL, YM, YN, YO, YP, YQ, YR, YS, YT, YU, YV, YW, YX, YY, YZ, ZA, ZB, ZC, ZD, ZE, ZF, ZG, ZH, ZI, ZJ, ZK, ZL, ZM, ZN, ZO, ZP, ZQ, ZR, ZS, ZT, ZU, ZV, ZW, ZX, ZY, ZZ, AA, AB, AC, AD, AE, AF, AG, AH, AI, AJ, AK, AL, AM, AN, AO, AP, AQ, AR, AS, AT, AU, AV, AW, AX, AY, AZ, BA, BB, BC, BD, BE, BF, BG, BH, BI, BJ, BK, BL, BM, BN, BO, BP, BQ, BR, BS, BT, BU, BV, BW, BX, BY, BZ, CA, CB, CC, CD, CE, CF, CG, CH, CI, CJ, CK, CL, CM, CN, CO, CP, CQ, CR, CS, CT, CU, CV, CW, CX, CY, CZ, DA, DB, DC, DD, DE, DF, DG, DH, DI, DJ, DK, DL, DM, DN, DO, DP, DQ, DR, DS, DT, DU, DV, DW, DX, DY, DZ, EA, EB, EC, ED, EE, EF, EG, EH, EI, EJ, EK, EL, EM, EN, EO, EP, EQ, ER, ES, ET, EU, EV, EW, EX, EY, EZ, FA, FB, FC, FD, FE, FF, FG, FH, FI, FJ, FK, FL, FM, FN, FO, FP, FQ, FR, FS, FT, FU, FV, FW, FX, FY, FZ, GA, GB, GC, GD, GE, GF, GG, GH, GI, GJ, GK, GL, GM, GN, GO, GP, GQ, GR, GS, GT, GU, GV, GW, GX, GY, GZ, HA, HB, HC, HD, HE, HF, HG, HH, HI, HJ, HK, HL, HM, HN, HO, HP, HQ, HR, HS, HT, HU, HV, HW, HX, HY, HZ, IA, IB, IC, ID, IE, IF, IG, IH, II, IJ, IK, IL, IM, IN, IO, IP, IQ, IR, IS, IT, IU, IV, IW, IX, IY, IZ, JA, JB, JC, JD, JE, JF, JG, JH, JI, JJ, JK, JL, JM, JN, JO, JP, JQ, JR, JS, JT, JU, JV, JW, JX, JY, JZ, KA, KB, KC, KD, KE, KF, KG, KH, KI, KJ, KK, KL, KM, KN, KO, KP, KQ, KR, KS, KT, KU, KV, KW, KX, KY, KZ, LA, LB, LC, LD, LE, LF, LG, LH, LI, LJ, LK, LL, LM, LN, LO, LP, LQ, LR, LS, LT, LU, LV, LW, LX, LY, LZ, MA, MB, MC, MD, ME, MF, MG, MH, MI, MJ, MK, ML, MM, MN, MO, MP, MQ, MR, MS, MT, MU, MV, MW, MX, MY, MZ, NA, NB, NC, ND, NE, NF, NG, NH, NI, NJ, NK, NL, NM, NN, NO, NP, NQ, NR, NS, NT, NU, NV, NW, NX, NY, NZ, OA, OB, OC, OD, OE, OF, OG, OH, OI, OJ, OK, OL, OM, ON, OO, OP, OQ, OR, OS, OT, OU, OV, OW, OX, OY, OZ, PA, PB, PC, PD, PE, PF, PG, PH, PI, PJ, PK, PL, PM, PN, PO, PP, PQ, PR, PS, PT, PU, PV, PW, PX, PY, PZ, QA, QB, QC, QD, QE, QF, QG, QH, QI, QJ, QK, QL, QM, QN, QO, QP, QQ, QR, QS, QT, QU, QV, QW, QX, QY, QZ, RA, RB, RC, RD, RE, RF, RG, RH, RI, RJ, RK, RL, RM, RN, RO, RP, RQ, RR, RS, RT, RU, RV, RW, RX, RY, RZ, SA, SB, SC, SD, SE, SF, SG, SH, SI, SJ, SK, SL, SM, SN, SO, SP, SQ, SR, SS, ST, SU, SV, SW, SX, SY, SZ, TA, TB, TC, TD, TE, TF, TG, TH, TI, TJ, TK, TL, TM, TN, TO, TP, TQ, TR, TS, TT, TU, TV, TW, TX, TY, TZ, UA, UB, UC, UD, UE, UF, UG, UH, UI, UJ, UK, UL, UM, UN, UO, UP, UQ, UR, US, UT, UY, UV, UW, UX, UY, UZ, VA, VB, VC, VD, VE, VF, VG, VH, VI, VJ, VK, VL, VM, VN, VO, VP, VQ, VR, VS, VT, VU, VW, VX, VY, VZ, WA, WB, WC, WD, WE, WF, WG, WH, WI, WJ, WK, WL, WM, WN, WO, WP, WQ, WR, WS, WT, WU, WV, WW, WX, WY, WZ, XA, XB, XC, XD, XE, XF, XG, XH, XI, XJ, XK, XL, XM, XN, XO, XP, XQ, XR, XS, XT, XU, XV, XW, XX, XY, XZ, YA, YB, YC, YD, YE, YF, YG, YH, YI, YJ, YK, YL, YM, YN, YO, YP, YQ, YR, YS, YT, YU, YV, YW, YX, YY, YZ, ZA, ZB, ZC, ZD, ZE, ZF, ZG, ZH, ZI, ZJ, ZK, ZL, ZM, ZN, ZO, ZP, ZQ, ZR, ZS, ZT, ZU, ZV, ZW, ZX, ZY, ZZ</p> <p>1. 영구, 진주, 헬륨, 연화기 화강암 등 네 가지 종류의 MP3를 샀다. 이 MP3에서 선택하는 MP3는 A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z, AA, AB, AC, AD, AE, AF, AG, AH, AI, AJ, AK, AL, AM, AN, AO, AP, AQ, AR, AS, AT, AU, AV, AW, AX, AY, AZ, BA, BB, BC, BD, BE, BF, BG, BH, BI, BJ, BK, BL, BM, BN, BO, BP, BQ, BR, BS, BT, BU, BV, BW, BX, BY, BZ, CA, CB, CC, CD, CE, CF, CG, CH, CI, CJ, CK, CL, CM, CN, CO, CP, CQ, CR, CS, CT, CU, CV, CW, CX, CY, CZ, DA, DB, DC, DD, DE, DF, DG, DH, DI, DJ, DK, DL, DM, DN, DO, DP, DQ, DR, DS, DT, DU, DV, DW, DX, DY, DZ, EA, EB, EC, ED, EE, EF, EG, EH, EI, EJ, EK, EL, EM, EN, EO, EP, EQ, ER, ES, ET, EU, EV, EW, EX, EY, EZ, FA, FB, FC, FD, FE, FF, FG, FH, FI, FJ, FK, FL, FM, FN, FO, FP, FQ, FR, FS, FT, FU, FV, FW, FX, FY, FZ, GA, GB, GC, GD, GE, GF, GG, GH, GI, GJ, GK, GL, GM, GN, GO, GP, GQ, GR, GS, GT, GU, GV, GW, GX, GY, GZ, HA, HB, HC, HD, HE, HF, HG, HH, HI, HJ, HK, HL, HM, HN, HO, HP, HQ, HR, HS, HT, HU, HV, HW, HX, HY, HZ, IA, IB, IC, ID, IE, IF, IG, IH, II, IJ, IK, IL, IM, IN, IO, IP, IQ, IR, IS, IT, IU, IV, IW, IX, IY, IZ, JA, JB, JC, JD, JE, JF, JG, JH, JI, JJ, JK, JL, JM, JN, JO, JP, JQ, JR, JS, JT, JU, JV, JW, JX, JY, JZ, KA, KB, KC, KD, KE, KF, KG, KH, KI, KJ, KK, KL, KM, KN, KO, KP, KQ, KR, KS, KT, KU, KV, KW, KX, KY, KZ, LA, LB, LC, LD, LE, LF, LG, LH, LI, LJ, LK, LL, LM, LN, LO, LP, LQ, LR, LS, LT, LU, LV, LW, LX, LY, LZ, MA, MB, MC, MD, ME, MF, MG, MH, MI, MJ, MK, ML, MM, MN, MO, MP, MQ, MR, MS, MT, MU, MV, MW, MX, MY, MZ, NA, NB, NC, ND, NE, NF, NG, NH, NI, NJ, NK, NL, NM, NN, NO, NP, NQ, NR, NS, NT, NU, NV, NW, NX, NY, NZ, OA, OB, OC, OD, OE, OF, OG, OH, OI, OJ, OK, OL, OM, ON, OO, OP, OQ, OR, OS, OT, OU, OV, OW, OX, OY, OZ, PA, PB, PC, PD, PE, PF, PG, PH, PI, PJ, PK, PL, PM, PN, PO, PP, PQ, PR, PS, PT, PU, PV, PW, PX, PY, PZ, QA, QB, QC, QD, QE, QF, QG, QH, QI, QJ, QK, QL, QM, QN, QO, QP, QQ, QR, QS, QT, QU, QV, QW, QX, QY, QZ, RA, RB, RC, RD, RE, RF, RG, RH, RI, RJ, RK, RL, RM, RN, RO, RP, RQ, RR, RS, RT, RU, RV, RW, RX, RY, RZ, SA, SB, SC, SD, SE, SF, SG, SH, SI, SJ, SK, SL, SM, SN, SO, SP, SQ, SR, SS, ST, SU, SV, SW, SX, SY, SZ, TA, TB, TC, TD, TE, TF, TG, TH, TI, TJ, TK, TL, TM, TN, TO, TP, TQ, TR, TS, TT, TU, TV, TW, TX, TY, TZ, UA, UB, UC, UD, UE, UF, UG, UH, UI, UJ, UK, UL, UM, UN, UO, UP, UQ, UR, US, UT, UY, UV, UW, UX, UY, UZ, VA, VB, VC, VD, VE, VF, VG, VH, VI, VJ, VK, VL, VM, VN, VO, VP, VQ, VR, VS, VT, VU, VW, VX, VY, VZ, WA, WB, WC, WD, WE, WF, WG, WH, WI, WJ, WK, WL, WM, WN, WO, WP, WQ, WR, WS, WT, WU, WV, WW, WX, WY, WZ, XA, XB, XC, XD, XE, XF, XG, XH, XI, XJ, XK, XL, XM, XN, XO, XP, XQ, XR, XS, XT, XU, XV, XW, XX, XY, XZ, YA, YB, YC, YD, YE, YF, YG, YH, YI, YJ, YK, YL, YM, YN, YO, YP, YQ, YR, YS, YT, YU, YV, YW, YX, YY, YZ, ZA, ZB, ZC, ZD, ZE, ZF, ZG, ZH, ZI, ZJ, ZK, ZL, ZM, ZN, ZO, ZP, ZQ, ZR, ZS, ZT, ZU, ZV, ZW, ZX, ZY, ZZ</p> <p>위의 내용으로부터 네 사람이 각각 샀던 MP3의 종류를 설명하라.</p>	<p>‘뛰어넘기’는 ‘대단원 종합문제’ 이후에 제공되는 상위 교재의 심화 문제에 해당한다. 1번은 주어진 문장을 읽고 네 명의 사람이 세 종류의 MP3를 어떻게 샀는지를 추론하는 문제이다. 2번은 <math>z</math>가 실수가 아닌 복소수일 때 주어진 명제를 증명하도록 하였다.</p>																									
<p><b>읽을거리</b></p>	<p><b>복소수의 아름다움</b></p> <p>가우스(Carl Friedrich Gauss, 1777~1855)는 허수의 자연성을 재발견한 사람으로, 복소수의 응용 영역을 확장할 수 있는 기본적인 증명 수를 제시하였다.</p> <p>그는 실수에서 음수를 포함하는 나눗셈 수 없이 대칭적인 실을 기호로 나타내며, 실수와 복소수의 관계를 설명하는 데에 공헌하였다. 실수의 응용 범위를 확장하여 실수의 응용 범위를 넓혀주었다. 실수의 응용 범위를 확장하여 실수의 응용 범위를 넓혀주었다. 실수의 응용 범위를 확장하여 실수의 응용 범위를 넓혀주었다.</p> <p>이런 특이한 복소수는 미학과 과학의 영역에서 컴퓨터 공학에 이르기까지 다양한 분야에 응용되고 있다. 실수의 응용 범위를 확장하여 실수의 응용 범위를 넓혀주었다. 실수의 응용 범위를 확장하여 실수의 응용 범위를 넓혀주었다. 실수의 응용 범위를 확장하여 실수의 응용 범위를 넓혀주었다.</p> <p>이런 특이한 복소수는 미학과 과학의 영역에서 컴퓨터 공학에 이르기까지 다양한 분야에 응용되고 있다. 실수의 응용 범위를 확장하여 실수의 응용 범위를 넓혀주었다. 실수의 응용 범위를 확장하여 실수의 응용 범위를 넓혀주었다. 실수의 응용 범위를 확장하여 실수의 응용 범위를 넓혀주었다.</p> 	<p>상위 교재에서는 집합, 명제, 실수, 복소수와 관련된 여러 가지 읽을거리가 제시되어 있다. ‘힐베르트의 무한 호텔’은 기본 교재에 제공된 읽을거리와 동일한 내용이다. ‘러셀의 패러독스’에서는 수학자 러셀이 발견한 집합론에서의 패러독스를 소개한다. ‘복소수의 아름다움’에서는 복소수가 컴퓨터 공학의 발전과 결합하여 만든 만델브로트 집합에 대해서 소개한다. 이를 통해서 학생들은 수학의 아름다움을 느낄 수 있을 것이다.</p>																									

## V. 맺는 말

제7차 교육과정의 특징의 하나는 학습자 중심 교육의 구체적 실천 방안으로서 수준별 교육과정의 구현이다. 하지만, 우리 교육의 병폐인 획일적 교육을 지양하기 위해 도입된 수준별 교육과정의 정신이 아무리 좋다고 하더라도 그것을 구현하는 교실 수업이 바뀌지 않는 한 소기의 성과를 기대하기는 어렵다. 그 동안 시행된 수차례의 교육 개혁이 제대로 결실을 맺지 못한 주된 이유도, 거시적 제도 개혁 만에 중점을 두었을 뿐 실천적인 측면에서 학교 단위, 교실 단위의 미시적 개혁이 뒤따르지 못한 데 기인한바 크다고 볼 수 있다. 수준별 수업의 운영이라는 당면 과제에 직면하여 어려움을 겪고 있는 학교 현장의 시급하면서도 절박한 요구를 충족시키기 위한 노력의 일환으로 교육인적자원부에서는 2004년부터 현재(2006년 9월)에 이르기까지 수준별 수업 운영의 실제적, 실천적 도움을 주기 위한 수준별 교수-학습 자료를 개발하여 왔으며, 현재에는 수준별 자료의 보조 자료가 개발 중에 있다.

좀 더 자세히 설명하면, ‘수학과 수준별 교수·학습 자료’는 교육인적자원부의 수준별 이동 수업 활성화 추진 계획(2005. 02. 24)에 의해 배정된 2005년도 교육인적자원부 특별교부금(2005. 04. 19) 지원으로 서울시교육청의 주관 하에 개발 기관을 공모하여 기획된 것이다. 이 자료는 수학(7~10학년용)을 대상으로 학년별로 1단계용(1학기용)과 2단계용(2학기용), 즉 총 8단계의 수학 내용을 대상으로 기초, 기본, 상위의 세 수준으로 나누어 각 단계별로 3종씩, 총 24책으로 구성되었다. 이 자료는 학교 현장에서 수준별 교수·학습 자료 개발에 따른 어려움 해소를 통하여 기초·기본 교육 및 수월성 제고를 위해 개발된 것으로, 이 자료 개발의 주목적은 다양한 수업 자료를 제공하여 수학과 학습에 대한 학생의 흥미를 유발하고 수준별 수업 자료의 개발·보급을 통해 수준별 이동 수업의 활성화 및 정착에 기여하고자 함이다.

이러한 교육인적자원부 및 시 교육청의 취지를 살려, 본고에서는 이 자료의 개발 취지 및 목적을 소개하고, 이 자료가 여느 필요한 상황에 적절히 활용할 수 있도록 하고자 함이며, 특히 현장에서 수업에 임하는 교사들이 보다 친숙함을 느끼며 (주교재인 교과서와 더불어) 어떠한 수업 상황이나 교실 상황 여건 등에 따라 시기적절하게 활용할 수 있도록 도움을 주고자 함이다. 기본적으로, 교사의 판단 하에 수준별 이동 수업뿐만 아니라 교실 내 수준별 수업에서도 적절히 활용할 수 있도록 구성하였다. 또 기초와 기본, 그리고 기본과 상위 수준 자료의 내용을 각각 30-60% 정도 서로 동일하거나 유사하도록 개발하였다. 이는 기초-기본-상위의 자료 내용의 수준이 다르기는 하지만, 학습자의 성취 수준이나 수업 상황에 따라 언제든지 기초-기본-상위에 해당하는 자료에 제시된 수학 내용을 자연스럽게 넘나들 수 있도록 자료 활용에 관한 융통성을 꾀하고자 함이었다.

결국, 각 수준의 수업이 어떻게 차별화 될 수 있을 것인가를 염두에 두고 수학과 수준별 교수 학습 자료를 구성, 제작하였으나, 전체적으로 기초-기본-상위 자료에 실린 수학적 내용(개념 및 문제 상황 포함)이 가급적 학습자들의 흥미 유발, 실생활 관련 문제 상황을 통한 새로운 수학적 개념의 이해, 시청각 자료 및 구체적 조작물 등을 활용한 학습 내용(활동) 제공, 다양한 유형의 문제 해결의 기회 부여, 수학적 고등 사고 함양을 위한 학습 기회 부여 등에 고루 비중을 두었다. 좀 더 부연 설명하면, 이 자료는 교육과정의 필수 학습 요소를 중심으로 실생활과 관련된 다양한 상황을 도입하여 흥미를 유발할 수 있도록 하고, 선수 학습 관련 사항을 확인한 다음 학습자의 학업 성취 능력 정도에 따라 다양한 과정 내지 단계를

거치며 원만한 학업 성취의 결과를 이뤄낼 수 있도록 구성하였다. 이와 더불어, 중단원의 마무리 단계에서는 다지기, 대단원 마무리에는 대단원 종합문제와 수학 관련 읽을거리 등을 제시하여 단원의 학습 내용을 정리하고 수학에 대한 친근감, 수학의 활용성 등의 장점 및 가치를 느낄 수 있도록 하였다. 허나, 아무리 잘 개발된 훌륭한 자료라 할지라도 수업의 여건이나 학습 대상의 특성 및 수준, 태도 등에 따라 그 효율성과 효과성이 달라질 수 있으므로, 교사들 자신이 수업 시간에 이 자료를 손쉽게 이용할 수 있도록 하기 위하여 교사들이 실제 교실 수업에서 이 자료를 적절히 재구성하거나 보완하여 활용할 수 있도록 한글로 제작된 파일과 프로젝션 TV를 사용하여 볼 수 있는 PDF 파일을 제공하고 있다.

수업의 수월성 제고 차원에서 상위반 학생들의 학습 욕구와 수준에 적합한 수업 자료, 즉 “활용력을 키우는 생각하고 뛰어넘는 수학”이 개발되었고, 기본 교육의 강화 차원에서 기본반 학생들의 학습 욕구와 수준에 적합한 수업자료, “기초를 익히는 생각하고 탐구하는 수학”이 개발되었다. 또, 각 수준별 수업 자료 활용 안내 및 교사용 지침서를 개발 보급하여 학교 현장 및 수업 상황에서 자료를 보다 쉽고 탄력적으로 활용할 수 있도록 하였다.

끝으로, 이 자료는 수학과 이동 수업의 원활하면서도 효율적인 활성이 극대화되고, 현재 단선적으로 개발되어 있는 주교재인 교과서 및 지도서와 병행하여 수학 수업이 원만히 운영되고, 더 나아가 활성화되기를 기대하는 바이다. 또한, 이미 언급된 바와 같이 학습자 수준을 고려하여, 상중하의 세 유형, 즉 기초-기본-상위용 자료로 세분화 하여 개발 보급함으로써, 각각의 수준에 적합한 자료의 활용을 활성화하고 극대화함으로써 학습자의 수학에 대한 깊은 이해 충족은 물론 학습자의 수학 수업에 관한 흥미도 및 수업 내용에 관한 친근감 등이 한층 더 증진될 수 있기를 기대한다.

## 참고자료

- 교육부 (1997). 수학과 교육과정(제 7차 교육과정 교육부 고시 제 1997-15호). 서울 : 대한교과서 주식회사.
- 교육인적자원부 (2005a). 기초를 다지고 생각하고 함께하는 수학 7-가. 서울 : 대한교과서 주식회사.
- 교육인적자원부 (2005b). 기초를 다지고 생각하고 함께하는 수학 7-나. 서울 : 대한교과서 주식회사.
- 교육인적자원부 (2005c). 기초를 다지고 생각하고 함께하는 수학 8-가. 서울 : 대한교과서 주식회사.
- 교육인적자원부 (2005d). 기초를 다지고 생각하고 함께하는 수학 8-나. 서울 : 대한교과서 주식회사.
- 교육인적자원부 (2005e). 기초를 다지고 생각하고 함께하는 수학 9-가. 서울 : 대한교과서 주식회사.
- 교육인적자원부 (2005f). 기초를 다지고 생각하고 함께하는 수학 9-나. 서울 : 대한교과서 주식회사.
- 교육인적자원부 (2005g). 기초를 다지고 생각하고 함께하는 수학 10-가. 서울 : 대한교과서 주식회사.
- 교육인적자원부 (2005h). 기초를 다지고 생각하고 함께하는 수학 10-나. 서울 : 대한교과서

주식회사.

김재춘 (1999). 수준별 교육과정의 이해. 서울: 교육과학사.

박경미, 임재훈 (1998). 수준별 교육과정의 적용에 따른 수학과 심화 보충 과정과 특별 보충 과정의 내용 선정 및 교수·학습 자료 구성 방향 -중학교 1학년 1학기 수학과 내용을 중심으로-, 대한수학교육학회 논문집, 8(1), 199-216.

박성익 (1997). 교수·학습 방법의 이론과 실제(Ⅱ). 서울: 교육과학사.

이화진 (1998). 개인차를 고려한 교수·학습 및 평가 방안 연구. 서울: 한국교육과정평가원.

이화진 허경철, 조덕주, 소경희, 부재울, 김성기 (2000). 제7차 교육과정의 성공적인 정착을 위한 후속 지원 연구-수준별 교육과정 운영 및 평가 방안을 중심으로. 서울: 한국교육과정평가원.

이화진, 최승현, 김왕규 (2001). 제7차 교육과정 적용에 따른 수준별 수업자료 개발 연구. 한국교육과정평가원, 연구보고 RR 2001-14-1.

임재훈 (2004). 플라톤의 수학교육철학. 경문사.

전국교직원노동조합(2000). 7차 교육과정 실상과 비판.

최승현, 성경희, 김평국, 신진아 (2004). 제 7차 교육과정의 현장 운영실태 분석(Ⅱ) - 중등학교 수학과. 서울: 한국교육과정평가원.

Tomlinson, C. A. (2001). How to differentiate instruction in mixed-ability classrooms(2nd ed). Alexandria, VA: ASCD.

## Development and its Application on Teaching and Learning Materials for Differentiated Instruction in Secondary School Mathematics

Hwang, Hye Jeang<sup>8)</sup>

### Abstract

The purpose of this paper is to provide readers related to mathematics education with information and guidelines on 'Teaching and Learning Materials for Differentiated Instruction in Mathematics'. This paper is generally comprised of two parts. The one part is basically focused on understanding the meaning of differentiated education. The focus of the other part is on developing differentiated instructional materials for mathematics, according to the following procedures:

1. Analyzing the current differentiated mathematics curriculum and textbooks
2. Drawing a framework for developing the differentiated teaching and learning materials, and planning the procedure of developing the materials in detail.
3. Developing, checking, and revising the materials
4. Proposing how to utilize the materials efficiently and effectively in class

Key Words : Differentiated instruction, Differentiated teaching and learning materials

---

8) Chosun University (sh0502@chosun.ac.kr)