한국학교수학회논문집 제 9 권, 제 3 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 9, Number 3, 287-308, September 2006

중학교 1학년 수학 영재학생과 일반 학생의 수학 문제해결과 문제설정 능력의 차이 비교

황동주[1)]

본 연구에서는 수학 문제해결력 검사 도구를 개발하여 수학 영재와 일반 학생의 수학 문제 해결력의 차이를 조사하였다. 수학 문제 해결력 검사 도구는 10문항으로 신뢰도, 타당도, 변별도가 높은 도구이다. 연구 대상은 중학교 1학년 168명의 일반 학생과 150명의 수학 영재 학생으로 총 318명을 대상으로 하였다. 본 연구 결과분석은 빈도, t-검증과 을 사용하였다. 결과는 수학 영재의 특성이 수학 문제 해결 능력뿐만 아니라 수학 설정 능력도 수학 영재의 특성이라고 볼 수 있다.

주요용어 : 수학 영재, 수학문제해결력, 수학 문제 해결, 수학 문제 설정, 확인적 요인 분석

I. 서론

1. 연구의 필요성 및 목적

오랫동안 학교교육에서는 문제해결에 초점을 두어 왔으며(Dillon, 1982; Ramirez, 2002) 1980년대 이후 수학에서 나오는 모든 수준의 산출물들에 문제 해결이 중심이 되었다. 이제까지 학교교육의 기본적 틀을 제공해온 인지주의나 구성주의도 문제해결능력의 향상을 강조한다. 특히 인지주의자들은 구조화된 문제를 해결하는 능력을 길러주는 것이 학교교육에서 강조해야한다고 주장한다. 한편, 구성주의자들과 문제 중심 학습(problem base learning) 이론가들은 비구조화 된 문제를 학습에 이용할 것을 강조하면서, 비구조화 된 문제의 해결은 구조화된 문제를 해결하는 과정과 다름을 강조한다. 즉, 비구조화 된 문제는 문제를 해결하기 전에 문제를 재정의 하거나 재구조화하는 과정이 반드시 있어야 한다(Reiter-Palmon, Mumford, Boes, & Runco, 1997). 하지만 여전히 문제해결이 더 중요하고, 문제를 구조화하는 것은 어디까지나 문제해결을 위해서 필요한 과정이라고 본다. 문제해결은 주어진 상태에서 목표 상태로 도달하기 위해 행해지는 인지적 처리(cognitive processing)를 말한다. 이러한 문제 해결은 일반적으로 문제를 발견하고, 이식하여 정의하고(또는 재정의), 가능한 해결이나 해결을 위한 방법을 찾고, 그러한 과정을 반성해보거나 나타난 결과를 적용할 방법을 찾는 과정으로 진행된다.

---

1) 한국교육개발원 (djhwang@kedi.re.kr)

1980년 이후 미국을 중심으로 수학교육에서 문제해결 과정에 대한 관심이 급증하게 됨에 따라 그에 대한 연구가 활발히 이루어져 왔다. 이에 우리나라에서도 문제해결에 꾸준한 연구가 이루어져 왔다. 문제해결과 관하여 국내의 석·박사 학위 논문과 대한수학교육학회와 한국수학교육학회 논문집에 실린 논문들을 조사하여 문제해결의 연구 경향은 문제해결 과정과 전략 34편, 문제 해결 이론과 평가 18편, 문제 해결력 유형과 교수·학습 60편, 테크놀리지와 문제해결 17편, 교육과정과 문제해결 2편, 인지(메타인지)와 문제해결 14편과 문제설정 13편으로 이루어져 있다(강옥기·허난, 2005).

문제설정은 학생들로 하여금 다양하고 확산적인 사고를 촉진시켜 줄 수 있으며, 그들의 문제 해결 기술과 수학에 대한 지각력을 향상 시켜 줄 수 있고, 수학의 기본적인 개념을 심화할 수 있게 해주는 것으로 알려져 있다(Brown & Walter, 1993; English, 1997; Haylock, 1987; Silver, 1994; Simon, 1993). 이러한 문제설정의 중요성을 인식한 국내외의 여러 학자들은 이전부터 문제 설정에 관한 연구를 시행하였고 현재 English(2001)는 문제설정과 관련된 연구 방향에 대하여 1) 문제설정의 본질은 무엇인가? 2) 문제해결과 문제설정의 관계 연구, 3) 문제설정과 다양한 사고와 추론 과정사이의 관계 연구, 4) 문제 설정의 요소를 해결할 때 학생과 성인의 인지적 사회적 절차에 관한 연구, 5) 문제를 설정할 때 교사와 관련된 절차에 관한 연구, 6) 교육과정에서 문제 설정과 관련된 경험과 설계에서 관련된 절차에 관한 연구, 7) 학생들의 수학적 성장을 위하여 문제 설정의 산출물은 어떠한 것인가? 등과 관련된 연구 분야가 진행 중에 있다. 그러나 지금까지의 연구들은 주로 문제 설정과 문제 해결 능력(Cai, 1998; Ellerton, 1986; Kilpatrick, 1987; Leung, 1993; Silver & Cai, 1996), 그리고 창의성간의 관계 조사 연구(이석희, 1996; 이상원, 2005; Silver, 1994; Leung & Silver, 1997)였다.

그러나 외국에서는 문제 해결과 문제 설정에 관한 연구가 많이 진행이 되고 있으나 국내에서는 문제 해결과 문제 설정에 관한 연구가 거의 진행이 되고 있지 않고 있다. 또한 문제해결, 문제 설정과 그리고 창의성의 관련된 연구들이 대부분 일반 학생들을 대상으로 하고 있다. 따라서 본 연구에서는 수학 문제 해결력 검사 도구를 개발하여 수학 영재 학생과 일반 학생의 수학 문제 해결과 문제 설정의 관계와 차이를 알아보는 것을 목적으로 하고 있다.

2. 연구문제

본 연구의 목적을 달성하기 위하여 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.

1) 일반학생과 수학 영재학생들 사이에 수학 문제해결과 문제 설정사이의 관계는 어떠한가?
2) 일반학생과 수학 영재학생들 사이에 수학 문제해결력에 차이가 있는가?
3) 집단(대학 부설 과학영재교육원, 지역교육청 영재교육원, 지역교육청 영재학급, 잠재 영재교육원생, 일반 학생)간에 수학 문제해결과 문제 설정에 차이가 있는가?

3. 용어의 정의

1) 수학영재(The Mathematical Gifted)

수학 영재성을 토대로 수학 분야에서 자기 나이 또래에서 탁월한 성취를 보이고 있는 자

는 물론 아직 탁월한 성취는 보이지 않았지만 그 가능성을 지닌 자까지를 포함하여 말한다. 본 연구에서는 수학 영재성을 정의하는 요인 중 배경지식은 기존 수학 영재 교육을 받고 있는 것과 수학 창의적 문제 해결력 검사 결과를 따랐고, '수학적 태도'와 '수학적 행동 특성'을 포함한 정의적인 요인은 수학적 태도 검사와 수학적 행동 특성 검사 결과를 따랐고, '수학 창의성'과 '수학적 사고 능력'을 포함한 인지적인 요인은 수학 창의성 검사와 수학 문제 해결력 검사 결과를 따랐다. 즉, 수학 영재교육을 받고 있는 학생을 수학 영재로 선정하였다.

2) 수학 문제 해결력(The Mathematical Problem Solving)

수학적 문제 해결은 일반적으로 문제를 발견하고, 이식하여 정의하고(또는 재정의), 가능한 해결이나 해결을 위한 방법을 찾고, 그러한 과정을 반성해보거나 나타난 결과를 적용할 방법을 찾는 과정이다. 본 연구에서의 수학 문제해결력은 수학적 문제 해결과 수학적 문제 설정의 2단계 과정으로 정의한다. 수학적 문제 해결은 사용된 문제를 유용하게 해결하고 새로운 해를 만들어 내는 능력이며 수학적 문제 설정은 사용된 문제를 통하여 신중하게 계속적인 발견하는 능력과 유용한 새로운 문제와 활동을 구성하고 새로운 개념이나 공식을 신중하고 계속적으로 만드는 능력의 상호 작용하여 이루어지며 수학적 문제 해결능력, 수학적 문제 설정 능력의 2개의 하위 요인의 총점으로 측정한다.

II. 이론적 배경

1. 문제와 문제 해결

'문제 또는 문제 해결'이라는 용어는 그 기원을 알 수 없을 정도로 오래 전부터 사용되어 왔지만 그 시대에 따라서 조금씩 그 의미가 다르게 사용되어 왔다. 1950년대에는 생활속에 일어나는 문제, 1960에서 70년대에는 문장제와 같은 의미로 사용 되었으며, 최근에는 '목적이 달성될 수 있으나 그 방법이 뚜렷하지 않은 상태', 즉, '즉각적인 해결방법이 분명하지 않은 개인이 직면한 상황' 등 많은 학자들이 더욱 넓은 의미로 사용하고 있다(서성브 외, 2001). 한국교육개발원(1995)은 '문제란 그 해결에 이르는 알고리즘이 주어져 있지 않은 과제를 수행하도록 요구되는 상황을 말하며, 문제를 가지고 있다는 것은 문제를 분명히 인식하고 있지만 즉각적으로 달성할 수 없는 목표를 달성하기 위하여 적절한 행동을 의식적으로 찾고 있는 것을 뜻한다.'라고 정의하고 있다. 신현성(1995)은 문제란 처음에는 정확한 해의 길을 알지 못하지만, 해의 결과를 요하는 개인 또는 단체에게 부과된 양적인 장면이라고 정의 했다. 즉, 개인이나 집단이 해결하려고 하는, 그러나 구체적이거나 확실한 해결의 방법을 쉽게 찾을 수 없는 어떤 상황으로 정의하고 있다. Getzels(1975)는 문제를 어려움이나 딜레마로 보는 것을 부정하면서, 탐구를 위해 제기된 질문을 문제이라고 정의하고 있다. Southwell는 문제란 목표를 가지고 있고 목적을 달성하는 분명한 방법을 모를 때 성취하기 위한 어떤 것이고, 그리고 목표를 성취하기 위한 동기와 갈망이 문제의 세 가지 특성이다. 이러한 정의는 같은 문제라고 문제 해결자에 다라 그 난이도가 다르기 때문에 문제가 될 수도 있고 그렇지 않을 수도 있다.

그래서 문제를 어떻게 정의하는 것이 중요하다. 문제의 유형에는 여러 가지 주장들이 있

다. Simon(1973)은 잘 구조화된(well-structured) 문제와 잘 구조화되지 않은(ill-structured) 문제를 구별하였고, Fredericksen(1984)은 잘 구조화된 문제와 잘 구조화되지 않은 문제간의 이분법은 너무 단순해서 문제 구조의 다양성을 인지하지 못한다고 제안했다. 그는 문제를 다음과 같이 세 가지 범주로 분류하고 있다. (1) 잘 구조화된 문제(well-structured)는 명확하게 진술되어 있고, 알려진 알고리즘을 적용해 해결될 수 있으며, 답의 옳고 그름을 점검하는 데 이용할 수 있는 기준을 가지고 있다. (2) 생산적 사고를 요구하는 구조화된 문제(structured problems requiring productive thinking)는 잘 구조화된 문제와 비슷하지만 문제 해결자가 해결 절차의 전부 또는 일부분을 고안해야 한다. (3) 잘 구조화되지 않은 문제(ill-structured problems)는 명백한 진술이 부족하고, 해를 보장해 줄 수 있는 절차가 부족하며, 언제 답을 얻을 수 있는지 결정하기 위한 기준이 부족하다. Getzels(1976)는 문제 유형을 제시된 문제(presented problem), 찾아진 문제(discovered problem), 창출된 문제(created problem)로 나누었고, 딜런(Dillon, 1982)은 이와 유사하게 존재하는 문제(existent problem), 드러난 문제(emergent problem), 그리고 잠재적 문제(potential problem)로 나누고, 각 단계별로 문제인식(recognition), 문제 찾기(discovery), 문제창안(invention)으로 분류하고 있다.

NCTM(1989)은 문제해결이란 목표 지향적인 일련의 인지적 조작 활동으로서 문제 해결의 능력은 사고 활동의 중요한 표현이며, 다양한 인지 능력을 요구하고 있다. 이러한 문제와 문제 해결과 관련하여 문제는 문제 해결자가 목적을 갖고 있으나 목적을 달성하려는 분명한 방법을 모를 때 주로 나타나며, 문제해결은 주어진 상태에서 목표 달성에 도달하기 위해 행해지는 인지적 처리를 말한다. 이러한 문제 해결은 일반적으로 문제를 발견하고, 인식하며 정의하고(또는 재정의), 가능한 해결책이나 해결을 위한 방법을 찾고, 그러한 과정을 반추해 보거나 나타난 결과를 적용할 방법을 찾는 과정이 진행된다. 이러한 문제 해결의 과정에서 창의성이 발휘되게 된다(조덕주, 2006). 따라서 창의성과 문제해결의 관계를 동일한 정신 현상으로 보거나 창의적 사고를 문제해결의 한 가지 형태로 보기도 한다(Guilford, 1968; Mumford et al., 1991).

2. 문제 해결과 문제 설정

Brown & Walter(1983)는 문제 설정이 수학 활동에서 중요한 활동이라고 말하면서 문제풀이 과정에서 새롭게 재구성해야하고 또 문제를 풀고 난 후에도 새로운 문제를 만들어 분석을 다시 해 봄으로써 확산적 사고를 할 수 있다고 했다. Haylock(1987)은 문제 설정(problem posing)이 창의적인 능력이라고 보았다.

지금까지의 연구들은 주로 문제 설정과 문제 해결 능력(Cai, 1998; Ellerton, 1986; Kilpatrick, 1987; Leung, 1993; Silver & Cai, 1996), 창의성간의 관계 조사 연구(Silver, 1994; Leung & Silver, 1997)와 그리고 문제 설정 방법이 창의성과 문제 해결력에 미치는 영향(이상원, 2005; 이석희, 1996; 조제호 · 신인선, 1999) 등의 연구이다.

먼저 문제 설정과 문제 해결과의 관계 연구를 살펴보면 문제 해결과 문제 설정 능력 간에는 정적인 상관관계가 있다(Leung, 1993; Silver & Cai, 1996)고 보고 있으며 Leung(1993)은 문제 설정 능력은 일반적 문제 설정 능력(general problem posing ability)를 가진 것으로 알려져 있다. 즉, 문제 상황에 상관없이 문제를 설정하는 능력은 정체성을 가진 것으로 볼 수 있다. Silver & Cai(1996)는 중학교 학생 500명을 대상으로 안내된 상황의 3가지 문제를 조

사하고 추가적으로 8개의 개방형(open ended) 과제를 조사 한 결과 문제 해결과 문제 설정 간에 높은 정적 상관을 보고 하였다. Cai(1998)는 문제 해결 수행이 문제 설정 과제와 거의 관련이 있다고 하였고 그러므로 문제 해결과 문제 설정과의 좋은 관계는 얻었다. Kilpatrick(1987)은 문제 해결과 문제 설정 사이의 잠재된 관련성에 대하여 연구 하였다. Ellerton(1986)과 Leung(1993)의 연구에서는 수학적 능력이 높은 학생들이 수학적 능력이 낮은 학생들보다 더 복잡하게 문제를 설정하고 있음을 보고하고 있다. 이는 수학적 능력과 문제 설정 능력이 보다 명확하게 관련이 있음을 의미하는 것이다.

두 번째로 Silver(1994)는 문제 설정과 창의성과의 일반적인 관련에 공통성이 있다고 하였다. Leung과 Silver(1997)는 산술 문제 설정과 언어 창의성(TTCT)과의 관련연구에서 언어 창의성의 유창성은 .001수준에서 산술 문제 설정의 유창성과 관련이 있고, 유창성은 .05수준에서 상관이 있다고 하였다. 일반 창의성과 수학 창의성은 높은 상관관계를 보였다(Haylock, 1978).

세 번째로 문제 설정 방법이 창의성과 문제 해결력에 미치는 영향(이상원, 2005; 이석희, 1996; 조제호 · 신인선, 1999)에 관한 연구이다. 이상원(2005)은 문제설정 수업이 기존의 교사 주도식 수업보다 유의수준 5%에서 유창성과 융통성 면에서 유의미한 차이를 보인다. 이석희(1996)는 문제해결력을 향상시키는 문제설정 방법으로는 학습 능력 수준이 하위인 집단에서는 임의 문제설정 방법보다는 조건 변경이나 결과 변경에 의한 문제 설정 방법이 더 효과가 있음을 보고하고 있다. 조제호 · 신인선(1999)은 전반적으로 문제꾸미기에 의한 문제설정 방법이 문제 만들기에 의한 문제설정방법보다 문제해결력에 더 효과가 있다고 복하고 있다.

III. 연구 방법 및 절차

1. 연구 대상

수학 영재 학생과 일반 학생을 구분하는 기준은 지능지수, 학업성취도, 창의성, 실제 나타난 창의적인 성취 등 다양할 수 있으나 본 연구에서는 기존의 수학영재교육을 받고 있는 학생을 수학영재학생으로 구분하였다. 왜냐하면 기존의 영재교육을 받은 학생은 소정의 치열한 다단계 선발과정을 거쳐 선발되었기 때문에 영재로 볼 수 있다고 판단하였다. 일반 학생은 잠재된 영재교육원생과 일반 학생으로 구분하였다. 잠재된 영재교육원생은 영재교육을 받지 않는 학생으로 한국교육개발원에서 표준화한 수학 창의적 문제 해결력 검사(MCPSAT) 결과 상위 10% 이내의 학생은 50명을 말한다. 자세한 연구 대상은 다음 <표 III-1>와 같이 총 318명이다.

<표 III-1> 연구 대상

	영재 학생			일반 학생		총합
	대학 부설 과학영재교육원	지역교육청 영재교육원,	지역교육청 영재학급	잠재된 영재교육원생	일반 학생	168
1학년	35	39	26	50	168	

2. 연구 도구

1) 수학 창의적 문제 해결력 검사(The Mathematical Creative Problem Solving Ability Tests: MCPSAT)

본 연구에서는 수학 창의성을 측정하기 위해 한국교육개발원(김홍원 · 김명숙 · 방승진 · 황동주, 1997)에서 표준화된 수학 창의적 문제 해결력 검사의 중학교 1-3학년용 A형 1부 검사와 B형 1부 검사를 사전 검사에는 A형 1부 검사를 사후 검사에는 B형 1부 검사를 사용하였는데, 이 검사의 신뢰도는 r=.79와 r=.80이고, 유창성, 융통성, 독창성의 3개 하위 요인을 측정한다.

2) 수학 문제 해결 능력 검사(Mathematical Problem Solving Ability Tests: MPSAT)

본 연구에서의 수학 문제 해결력은 수학적 문제 해결(problem solving)과 수학적 문제 설정(problem posing)의 2단계 과정으로 정의한다. 수학적 문제 해결은 사용된 문제를 유용하게 해결하고 새로운 해를 만들어 내는 능력이며 수학적 문제 제기는 사용된 문제를 통하여 신중하게 계속적인 발견하고 유용한 새로운 문제와 활동을 구성하며 새로운 개념이나 공식을 신중하고 계속적으로 만드는 능력이 상호 작용하여 이루어지며 수학적 문제 해결능력, 수학적 문제 설정 능력의 2개의 하위 요인의 총점으로 측정한다. 자세한 사항은 <표 III-2>와 같다.

<표 III-2> 수학 문제 해결력 검사 문항의 배점 및 영역 분류

문항 번호	문제의 이름	측정하고자 하는 능력	사고능력	내용 영역	점수	문제의 출처와 문제 유형
1	바둑돌문제	문제 해결	직관적 통찰 능력	산술	10	황성욱 · 정달영(2004, p231), IQ 점판 문제 개작
2	무게 구하기 문제	문제 설정	정보의 조직화 능력	대수	10	Kruteskii(1976, p.110) 시리즈 III, 지나친 정보를 가진 문제 원안 번역
3	배수 문제	문제 해결	추론 능력	이산 수학	10	문제 제작
4	우편배달 문제	문제 설정	시각화/ 공간화 능력	기하	10	Mok(2004, p.2), 문제 원안 번역
5	기하판에서 넓이 구하는 문제	문제 해결	추론 능력	해석	10	Niven & Zuckerman(1967, p.1195-1200). 격자점과 다각형의 넓이 문제 변형
6	삼각형의 변의 길이 문제	문제 설정	정보의 조직화 능력	대수	10	Kruteskii(1976, p.109) 시리즈 II. 불완전한 정보를 가진 문제 원안 번역
7	문제 만들기	문제 설정	정보의 조직화 능력	대수	10	Kruteskii(1976, p.106) 시리즈 I. 문제가 언급되지 않은 문제 개작
8	넓이를 이용한 문제	문제 해결	추론 능력	기하	10	문제 제작
9	수열문제	문제 설정	추론 능력	산술	10	Brown & Walter(1983, p.23), 단순한 수열 문제 원안 번역
10	저울문제	문제 해결	비례 추론 능력	해석	10	Erich(2000), 무게 퍼즐 문제 원안 번역
	총 합				100	

본 연구에서 MPSAT의 신뢰도는 .802이다. 문항 내적 문항의 양호도 분석 중 문항 내적 일관성 신뢰도와 변별도를 구하기 위하여 SPSS 10.0K를 사용하여 Cronbach α를 구하였고, 내적 타당도와 난이도를 구하기 위하여 문항 반응 이론 중 Rasch의 1-모수 문항 반응 모형에 근거하여 BIGSTEPS(Livacre & Wright, 1994, 2003)를 사용하여 분석하였다. 검사도구의 양호도는 <표 3>과 같다.

<표 III-3> 검사도구의 양호도 분석(MPSAT)

문항		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	총합
신뢰도		.784	.777	.779	.817	.770	.769	.785	.794	.772	.796	.802
내적 적합도	Infit	.91	.88	.97	1.48	.93	.88	.91	.92	1.00	1.19	1.01
	Outfit	.91	.78	1.18	1.58	.94	.76	.90	.36	1.01	1.04	.95
난이도		-.48	-.71	.35	-.75	.73	-.36	-.75	1.90	-.44	.53	.00
변별도		0.65	0.67	0.64	0.33	0.72	0.72	0.65	0.50	0.69	0.47	1.00

3. 검사 실시 및 자료 수집

본 연구 목적에 따라 MPSAT 검사 도구를 개발하여 2004년 2학기 중에 평가하였다. 연구 대상에게 연필과 질문지를 주고 MPSAT 검사 도구의 매뉴얼에 따라 시행하였다.

4. 자료 분석

첫째, 수학 문제해결력 검사 도구의 문항의 양호도 분석 중 문항 내적 일관성 신뢰도와 변별도를 구하기 위하여 SPSS 10.0K를 사용하여 Cronbach α를 구하였고, 내적 타당도와 난이도를 구하기 위하여 문항 반응 이론 중 Rasch의 1-모수 문항 반응 모형에 근거하여 BIGSTEPS(Livacre & Wright, 1994, 2002)를 사용하여 모형의 적합도를 검증하였다.

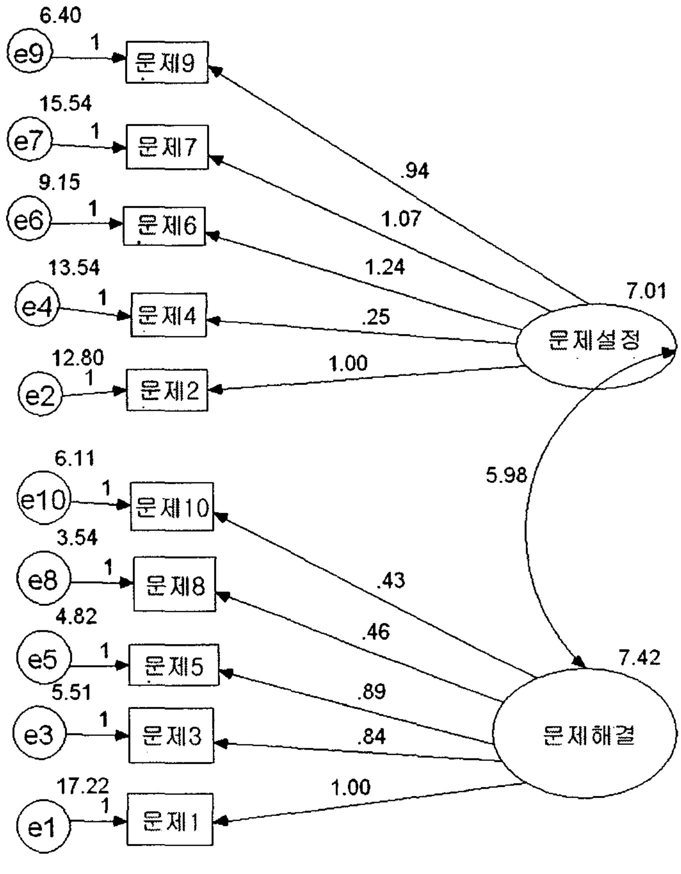
둘째, 요인분석은 탐색적 요인분석과 확인적 요인분석으로 나눌 수 있다. 탐색적 요인분석은 자료 내에 어떤 요인이 존재할 것이란 가정 없이 단지 어떤 요인이 있는지 탐색할 목적으로 실시하는 것으로 이제까지 해오던 대분의 요인분석이 이에 해당한다. 이와는 달리 일단 어떤 요인이 존재할 것이라는 가정 또는 기존의 연구가 있으면 자료를 통해 그 생각을 확인해 보는 기법이 필요한데, 이를 확인적 요인분석이라 한다. 본 연구에서는 수학 문제 해결력을 측정하기 위하여 수학 문제 해결과 문제 설정의 2요소로 되어 있다고 가정하고 개발하여 타당도를 알아보기 위하여 확인적 요인분석을 통하여 모형의 적합도를 검증하였다.

셋째, 수학영재와 일반 학생의 수학 문제 해결와 문제 설정의 관계와 차이를 알아보기 위하여 한글 SPSS 10.0K를 이용하여 빈도, t-검증, 상관관계 분석, 일원변량분석 등을 하였다.

IV. 결과

1. 확인적 요인분석

[그림 1]의 가설적 모형에 따라 표본의 크기에 덜 민감하고 모형의 간명성을 선호하는 Bentler와 Bonett(1980)의 NNFI(nonnormed fit index; TLI라고도 칭함) 및 NFI, 자유도를 교정한 적합도 지수로 CFI(corrected comparative fit index)를 비교했다. 이들 지수는 모두 .90이상이면 모형의 상대적 적합도 지수가 양호한 것이다(Byrne, Baron & Balev, 1998; Schumacker & Lomax, 1996; 홍세희, 2000). 아울러 이론모형이 자료에 얼마나 잘 부합되는가를 평가하는 절대적 적합도 지수로는 GFI, AGFI 및 RMSEA를 비교하였다. GFI는 .90, AGFI는 .85 이상이면 모형의 적합성은 좋은 것이다. RMSEA는 .05이하이면 양호한 적합도이고 .08이하이면 보통 적합도, .10 이상이면 나쁜 적합도로 해석된다(홍세희, 2000).



[그림 IV-1] 수학 문제 해결력에 대한 2요인 모델과 결과

<표 IV-1>에서 2요인 모형의 RMSEA가 .07로 보통 적합도를 나타내고 있으나 NFI와

CFI가 .90을 넘고, GFI와 AGFI가 앞에 제시한 기준에 잘 부합되는 결과를 보였다. 잠재요인으로부터 각 측정치에 대한 회귀계수들은 모형에 양호한 수준이다.

따라서 문제 1, 문제3, 문제 5, 문제 8과 문제 10은 잠재변인으로 본 문제해결과 문제 2, 문제 4, 문제 6, 문제 7과 문제 9는 잠재변인으로 본 문제설정과 관련이 있다고 볼 수 있다.

<표 IV-1> 수학 문제 해결력과 수학 문제 설정으로 측정한 모형의 적합도 비교

	χ^2	df	NFI	TLI	CFI	AGFI	RMSEA
2요인 모형	86.941	34	.90	.91	.93	.91	.07

2. 수학 문제 해결과 수학 문제 설정 검사 문항의 상관관계

<표 IV-2>에서 보는 바와 같이 유의수준 .01 수준에서 수학 문제 해결과 문제 설정 사이에는 유의미한 상관이 있었다. 이는 중학교를 대상으로 한 Leung(1993)과 Silver & Cai(1996)의 연구결과와 유사함을 보이고 있다.

<표 IV-2> 수학 문제 해결과 수학 문제 설정 검사 문항의 상관관계

	문제 2	문제 3	문제 4	문제 5	문제 6	문제 7	문제 8	문제 9	문제 10	문제 해결	문제 설정	총합
문제 1	.388(**)	.371(**)	.157(**)	.413(**)	.334(**)	.306(**)	.226(**)	.318(**)	.246(**)	.754(**)	.453(**)	.654(**)
문제 2	1	.321(**)	.127(*)	.463(**)	.417(**)	.393(**)	.197(**)	.362(**)	.221(**)	.479(**)	.704(**)	.671(**)
문제 3		1	.065	.504(**)	.454(**)	.269(**)	.525(**)	.332(**)	.262(**)	.750(**)	.436(**)	.642(**)
문제 4			1	.159(**)	.079	.127(*)	.008	.148(**)	.110	.158(**)	.409(**)	.330(**)
문제 5				1	.513(**)	.315(**)	.365(**)	.416(**)	.301(**)	.745(**)	.561(**)	.716(**)
문제 6					1	.378(**)	.340(**)	.533(**)	.247(**)	.542(**)	.730(**)	.719(**)
문제 7						1	.197(**)	.498(**)	.183(**)	.378(**)	.743(**)	.645(**)
문제 8							1	.289(**)	.308(**)	.618(**)	.311(**)	.499(**)
문제 9								1	.288(**)	.473(**)	.742(**)	.691(**)
문제 10									1	.562(**)	.311(**)	.471(**)
문제 해결										1	.611(**)	.874(**)
문제 설정											1	.918(**)
총합												1

* $p<.05$, ** $p<.01$

3. 일반학생과 수학 영재학생들 사이에 수학 문제해결력 차이

<표 IV-3>에서 수학 영재와 일반 학생사이에 수학 문제 해결력은 4번 문항을 제외하고는 많은 평균차를 보이고 있고 $p<.01$ 수준에서 통계적으로 유의미한 차이가 있다고 할 수 있다. 수학적 문제 해결과 수학적 문제 설정에서도 마찬가지로 많은 평균차를 보이고 $p<.01$ 수준에서 통계적으로 유의미한 차이가 있다고 할 수 있다. 우편배달 문제는 다답형 문항으로 누구나 시행착오적으로 풀이를 하면 정답을 얻을 수 있는 확률이 크므로 수학 영재와 일반 학생 사이에 차이가 없는 것 같다.

이러한 통계적으로 유의미한 차이는 Ellerton(1986)과 Leung(1993)의 연구에서는 수학적 능력과 문제 설정 능력이 보다 명확하게 관련이 있음을 의미하는 것과 일치하며 문제 해결 능력에서 마찬가지의 결과를 보이고 있다. 이러한 것은 수학 영재가 일반 학생 보다 고난도의 문제를 비롯하여 수학적 문제 해결과 수학적 문제 설정 능력에서 매우 높다는 것을 알 수 있다.

<표 IV-3> 수학 영재와 일반 학생사이의 수학 문제 해결력 검사 평균과 표준편차

구 분	집단	인원	평균	표준편차	t	p
1	영재	100	8.00	4.02	10.01	.000**
	일반	218	2.75	4.48		
2	영재	150	8.08	3.34	9.70	.000**
	일반	168	3.49	4.15		
3	영재	150	4.24	4.50	12.06	.000**
	일반	168	0.28	1.24		
4	영재	150	5.00	4.08	0.94	.347
	일반	168	4.57	3.58		
5	영재	149	6.45	2.87	12.39	.000**
	일반	168	2.43	2.59		
6	영재	150	7.24	4.22	11.74	.000**
	일반	168	1.93	3.50		
7	영재	150	6.90	4.59	4.97	.000**
	일반	168	4.08	4.74		
8	영재	150	1.98	3.71	7.88	.000**
	일반	168	0.00	0.00		
9	영재	150	6.40	3.31	7.65	.000**
	일반	168	3.37	3.26		
10	영재	150	2.85	3.70	7.80	.000**
	일반	168	0.48	1.71		
수학적 문제 해결	영재	150	23.52	11.33	17.71	.000**
	일반	168	5.94	6.30		
수학적 문제 설정	영재	150	33.62	11.62	11.10	.000**
	일반	168	17.44	12.26		
총합	영재	150	57.14	19.03	16.37	.000**
	일반	168	23.39	16.10		

4. 집단간의 수학 문제 해결과 문제 설정의 차이

다음에 제시되는 <표 IV-4>는 문항별, 문제 해결과 문제 설정의 평균과 표준 편차를 점수 결과를 보여준다. 상관관계는 그 문항 점수와 전체 점수와의 Pearson 상관계수이다. 거의 모든 문항에서 .33-.72사이에서 정적인 상관을 가지고 있는 것으로 나타나고 있다.

<표 IV-4> 집단간의 수학 문제 해결력 검사의 평균과 표준편차

문항	대학 부설 과학영재교육원		교육청 부설 영재교육원		교육청 부설 영재교실		잠재된 영재교육원생		일반 학생		합계		상관관계
	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD	M	SD	T
1	8.87	3.23	7.69	4.27	7.31	4.52	5.00	5.06	2.08	4.07	4.40	4.97	.65
2	8.14	3.38	8.74	2.87	7.00	3.80	5.42	4.46	2.91	3.89	4.93	4.46	.67
3	7.86	3.41	2.67	3.99	1.73	3.39	.68	2.07	.16	.83	1.52	3.28	.64
4	5.94	4.20	4.62	4.10	4.31	3.80	5.80	3.19	4.21	3.62	4.71	3.75	.33
5	8.29	2.70	6.03	2.35	4.62	2.42	3.90	2.32	1.99	2.52	3.70	3.27	.72
6	9.20	2.48	6.49	4.43	5.73	4.86	2.86	3.70	1.66	3.41	3.60	4.48	.72
7	8.71	3.29	5.13	5.06	7.12	4.51	5.70	4.74	3.60	4.64	4.97	4.86	.65
8	5.03	4.62	.56	1.89	.00	.00	.00	.00	.00	.00	0.62	2.27	.50
9	8.51	2.34	5.39	2.90	5.08	3.67	4.72	3.39	2.97	3.12	4.32	3.56	.69
10	4.14	4.21	2.28	3.25	1.96	3.24	.84	2.28	.38	1.49	1.23	2.74	.47
문제 해결	34.17	9.27	19.23	7.60	15.62	7.15	10.42	7.09	4.61	5.40	11.47	11.58	.87
문제 설정	40.51	8.56	30.36	10.93	29.23	12.26	24.50	10.53	15.35	11.98	22.53	14.20	.92
총합	74.69	12.35	49.59	14.42	44.85	15.29	34.92	14.14	19.95	15.04	34.00	23.17	

수학 영재 학생과 일반 학생의 운영 형태별로 수학 문제 해결력 검사의 전체 평균은 과학영재교육원, 영재교육원, 영재교실, 잠재된 영재교육원생, 일반 학생 순으로 나타나고 있다. 또한 부분적으로 살펴보면 문항 4번의 우편배달 문제는 과학영재교육원, 잠재된 영재교육원생, 영재교육원, 영재교실 순으로 나타나고 있다. 문항 7번의 문제 만들기는 과학영재교육원, 교육청 부설 영재교실, 잠재된 영재교육원생, 교육청 부설 영재교육원 순으로 나타나고 있다. 그 밖의 문제들은 과학영재교육원, 영재교육원, 영재교실, 잠재된 영재교육원생 순으로 나타나고 있다. 이러한 차이를 검증하기 위하여 일원변량분석(One-Way ANOVA)을 실시하여 본 결과는 <표 IV-5>과 같다. 문항 4번은 유의수준 .05에서 집단간 차이가 통계적으로 유의미하고, 나머지 문항은 유의수준 .01에서 집단간 차이가 통계적으로 유의미하다.

<표 IV-5> 집단간의 수학 문제 해결력 검사 일원변량 분석

수학 문제 해결력 검사		제곱합	자유도	평균 제곱	F	p
문항 1	집단 간	2257.513	4	564.378	31.664	.000**
	집단 내	5578.965	313	17.824		
	전체	7836.478	317			
문항 2	집단 간	1736.916	4	434.229	29.795	.000**
	집단 내	4561.562	313	14.574		
	전체	6298.478	317			
문항 3	집단 간	1806.422	4	451.605	87.855	.000**
	집단 내	1608.924	313	5.140		
	전체	3415.346	317			
문항 4	집단 간	159.439	4	39.860	2.907	.045*
	집단 내	4292.363	313	13.714		
	전체	4451.802	317			
문항 5	집단 간	1459.647	4	364.912	59.372	.000**
	집단 내	1923.765	313	6.146		
	전체	3383.412	317			
문항 6	집단 간	2203.825	4	550.956	41.509	.000**
	집단 내	4154.455	313	13.273		
	전체	6358.280	317			
문항 7	집단 간	952.750	4	238.188	11.387	.000*
	집단 내	6546.935	313	20.917		
	전체	7499.686	317			
문항 8	집단 간	774.156	4	193.539	70.393	.000**
	집단 내	860.561	313	2.749		
	전체	1634.717	317			
문항 9	집단 간	988.887	4	247.222	25.532	.000**
	집단 내	3030.751	313	9.683		
	전체	4019.638	317			
문항 10	집단 간	484.458	4	121.115	20.023	.000**
	집단 내	1893.240	313	6.049		
	전체	2377.698	317			
수학적 문제 해결	집단 간	28800.886	4	7200.221	164.306	.000**
	집단 내	13716.300	313	43.822		
	전체	42517.186	317			
수학적 문제 설정	집단 간	23744.377	4	5936.094	46.236	.000**
	집단 내	40184.809	313	128.386		
	전체	63929.186	317			
총합	집단 간	103668.338	4	25917.084	121.975	.000**
	집단 내	66505.662	313	212.478		
	전체	170174.000	317			

유의한 차이를 나타난 하위 집단에서는 어느 집단이 문제해결, 문제설정이 유의한 차이를 만드는지 분석하기 위하여 이 연구에서는 Scheffé-검증을 통하여 알아보았고 그 결과는 <표 IV-6>에서와 같다.

<표 IV-6> 하위 집단간 수학 문제 해결력 검사 사후분석(Seheffé)

	문제해결					문제설정					총합				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
1		*	*	*	*		*	*	*	*		*	*	*	*
2	*			*	*	*				*	*			*	*
3	*			*	*	*				*	*				*
4	*	*	*		*	*				*	*	*			*
5	*	*	*	*		*	*	*	*		*	*	*	*	

참고 : 1=대학 부설 과학영재교육원; 2=교육청 부설 영재교육원; 3=교육청 부설 영재교실; 4= 잠재된 영재교육원생; 5=일반 학생

<표 IV-6>를 살펴보면, 문제해결에서는 유의수준 .05에서 과학영재교육원은 다른 집단 모두와 통계적으로 유의미한 차이를 보이고 있으나 영재교육원은 영재 교실간에는 유의미한 차이를 보이고 있지 않아 동질집단이라고 볼 수 있다. 즉, 영재교육원과 영재교실의 학생들의 수학 문제 해결에는 차이가 없어 동질집단이라고 볼 수 있다.

문제설정에서는 유의수준 .05에서 과학영재교육원은 다른 집단 모두와 통계적으로 유의미한 차이를 보이고 있다. 영재교육원은 과학 영재교육원과 일반 학생에서 유의미한 차이를 보이고 있으나 영재교실과 잠재된 영재교육원생과는 차이를 보이지 않아 동질집단이라고 볼 수 있다. 이것은 영재교육원은 영재교실과 잠재된 영재교육원 학생들은 수학 문제 해결에는 차이가 없다.

총합에서는 유의수준 .05에서 과학영재교육원은 다른 집단 모두와 통계적으로 유의미한 차이를 보이고 있으나 영재교육원은 영재교실과 잠재된 영재교육원생과 통계적으로 유의미한 차이를 보이고 있지 않아 동질집단이라고 볼 수 있다. 영재교실은 과학영재교육원과 일반 학생과는 통계적으로 유의미한 차이를 보이고 있으나 나머지 집단은 통계적으로 유의미하지 않아 동질집단이라 볼 수 있다. <표 IV-7>은 아래 동일집단군은 유의차가 없는 수준끼리를 같은 집단으로 한데 모은 것이다.

<표 IV-7> 수학 문제해결, 수학 문제 설정과 총합에서의 동질집단군

		수학 문제해결				수학 문제설정			총합			
집단	N	Subset for alpha = .05				Subset for alpha = .05			Subset for alpha = .05			
		1	2	3	4	1	2	3	1	2	3	4
5.00	168	4.6071				15.3452			19.9524			
4.00	50		10.4200				24.5000			34.9200		
3.00	26			15.6154			29.2308				44.8462	
2.00	39			19.2308			30.3590				49.5897	
1.00	35				34.1714			40.5143				74.6857
Sig.		1.000	1.000	.182	1.000	1.000	.231	1.000	1.000	1.000	.693	1.000

수학 문제 해결력에서는 영재교실과 잠재된 영재교육원생 사이에는 유의수준 5%에서 유의차는 없다고 하는 것을 나타낸다. 수학 문제 설정에서는 수학 문제 해결보다 더 영재교육원, 영재교실과 잠재된 영재교육원생들 사이에는 유의수준 5%에서 유의차는 없다고 하는

것을 나타낸다. 수학 문제 해결력 총합에서도 영재교실과 잠재된 영재교육원생들 사이에는 유의수준 5%에서 유의차는 없다고 하는 것을 나타낸다. 이것을 종합하여 보면 교육청 부설 영재교실과 잠재된 영재교육원생 사이에는 유의수준 5%에서 유의차는 없다고 하는 것을 나타낸다. 이러한 결과는 교육청 부설 영재 교실 학생들의 수학 문제 해결과 문제 설정은 한국교육개발원(김홍원 외, 1997) 검사 도구의 상위 10% 안의 학생의 수학 문제 해결과 문제 설정 능력이 비슷하게 나왔다. 또한 위의 사실은 Ellerton(1986)과 Leung(1993)의 연구에서는 수학적 능력과 문제 설정 능력이 보다 명확하게 관련이 있음을 의미하는 것과 일치하며 문제 해결 능력에서 마찬가지의 결과를 보이고 있다는 것을 것이다.

V. 결론 및 논의

본 연구의 목적은 일반 학생과 수학 영재 학생들 사이에 수학 문제 해결과 문제 설정에 차이가 있는지 분석하고 그 들의 관계와 영재교육을 받는 집단간에는 차이가 있는지 분석하는 것이다. 이러한 분석 결과를 선행 연구와 관련지어 논의해 보고자 한다.

1) 수학 문제 해결과 수학 문제 설정 검사 문항의 상관관계

수학 문제 해결과 문제 설정 사이에는 유의수준 .01 수준에서 유의미한 상관이 있었다. 이는 중학교를 대상으로 한 Leung(1993)과 Silver & Cai(1996)의 연구결과와 유사함을 보이고 있다.

2) 일반 학생과 수학 영재 학생들 사이의 수학 문제 해결과 문제 설정의 차이

수학 영재와 일반 학생사이에 수학 문제 해결력은 4번 문항(우편배달 문제)을 제외하고는 많은 평균차를 보이고 있고 $p<.01$ 수준에서 통계적으로 유의미한 차이가 있다고 할 수 있다. 수학적 문제 해결과 수학적 문제 설정에서도 마찬가지로 많은 평균차를 보이고 $p<.01$ 수준에서 통계적으로 유의미한 차이가 있다고 할 수 있다. 이러한 것은 Ellerton(1986)과 Leung(1993)의 연구에서는 수학적 능력과 문제 설정 능력이 보다 명확하게 관련이 있음을 의미하는 것과 일치하며 문제 해결 능력에서 마찬가지의 결과를 보이고 있다. 이러한 것은 수학 영재가 일반 학생 보다 고난도의 문제를 비롯하여 수학적 문제 해결과 수학적 문제 설정 능력에서 매우 높다는 것을 알 수 있다.

3) 집단간의 수학 문제 해결과 문제 설정의 차이

수학 문제 해결력에서는 영재교실과 잠재된 영재교육원생 사이에는 유의수준 5%에서 유의차는 없다고 하는 것을 나타낸다. 수학 문제 설정에서는 수학 문제 해결보다 더 영재교육원, 영재교실과 잠재된 영재교육원생들 사이에는 유의수준 5%에서 유의차는 없다고 하는 것을 나타낸다. 수학 문제 해결력 총합에서도 영재교실과 잠재된 영재교육원생들 사이에는 유의수준 5%에서 유의차는 없다고 하는 것을 나타낸다. 이것을 종합하여 보면 교육청 부설 영재교실과 잠재된 영재교육원생 사이에는 유의수준 5%에서 유의차는 없다고 하는 것을 나타낸다. 이러한 결과는 교육청 부설 영재 교실 학생들의 수학 문제 해결과 문제 설정은 한국교육개발원(김홍원 외, 1997) 검사 도구의 상위 10% 안의 학생의 수학 문제 해결과 문제 설정 능력이 비슷하게 나왔다. 또한 위의 사실은 Ellerton(1986)과 Leung(1993)의 연구에서

는 수학적 능력과 문제 설정 능력이 보다 명확하게 관련이 있음을 의미하는 것과 일치하며 문제 해결 능력에서 마찬가지의 결과를 보이고 있다는 것을 것이다.

본 연구 결과 얻어진 결론은 다음과 같다.

첫째, 수학 문제 해결과 수학 문제 설정 사이에는 정적인 상관이 있으므로 수학 창의성을 측정할 때 수학 문제 해결과 수학 문제 설정을 동시에 고려하여 측정 도구를 만들어야 할 것이다.

둘째, 수학 영재 학생과 일반 학생들보다 수학 문제 해결과 문제 설정에서 더 높다. 이러한 것은 수학적 능력과 수학 문제 설정 및 문제 해결은 명확하게 관련이 있음을 보여주고 있다. 그러므로 수학 영재의 특성이 수학 문제 해결력뿐만 아니라 수학 설정 능력도 수학 영재의 특성이라고 볼 수 있다. 따라서 수학 영재를 선발할 때 수학 문제 해결뿐만 아니라 수학 문제 설정의 문항도 고려하여야 할 것이다.

셋째, 과학영재교육원, 영재교육원, 영재교실, 잠재된 영재교육원생과 일반 학생들 사이에 수학 문제 해결과 문제 설정의 차이 통계적으로 유의미하게 차이가 있다. 따라서 특히 과학영재교육원 학생들을 선발 할 때 고난도의 사고력을 요구하는 문제 해결과 문제를 발견하고 설정할 수 있는 문제 설정도 고려하여야 한다. 따라서 수학 영재 선발할 때 수학 문제 해결뿐만 아니라 수학 문제 발견 능력과 문제 설정 능력도 고려하여 측정하여야 할 것이다.

앞으로 영재 선발과 관련하여 수학 문제 해결과 수학 문제 설정을 고려하여 어떻게 선발할 것인지, 그들의 문항 배분뿐만 아니라 수학 문제 설정을 어떻게 채점을 할 것인지와 수학 문제 해결과 수학 문제 설정이 상관이 정적인 상관을 보이므로 그들 사이의 관계를 파악하기 위하여 프로그램을 개발하여야 정성적으로 연구할 필요가 있다.

참고문헌

강옥기 · 허난 (2005). 수학적 문제해결 연구의 발전과 전망. 수학교육논총 제 27집, 대한수학교육학회. pp.175-184.

김계수 (2005). AMOS 구조방정식 모형분석. 서울: SPSS 아카데미.

김홍원 · 김명숙 · 방승진 · 황동주 (1997). 수학 영재 판별 도구 개발 연구(II) - 검사 제작편. 수탁연구 CR 97-50. 서울: 한국교육개발원.

노형진 (1999). 한글 SPSSWIN에 의한 알기 쉬운 다변량분석. 서울: 형설출판사.

서성보 · 박성택 · 강신포 · 김판수 (2001). 초등수학교육. 동명사.

신현성 (1995). 수학교육론. 서울: 경문사.

이상원 (2005). 문제제기 수업이 수학 문제 해결력과 창의력에 미치는 효과. 한국수학교육학술지 시리즈 A <수학교육>. 제 44권, 제 3호, 361-374.

이석희 (1996). 문제설정 방법이 문제해결력과 창의력에 미치는 효과 분석. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.

조덕주 (2006). 문제중심학습(PBL) 프로그램이 초등 수학영재의 창의적 문제해결력에 미치는 효과. 건국대학교 대학원 박사학위논문.

조제호 · 신인선 (1999). 4학년 아동들의 수학적 문제설정 활동의 효과. 한국수학교육학술지 시리즈 E <수학교육 논문집> 제 8집, 1, 121-135.

한국교육개발원 (1995). 수학과 문제해결력 신장을 위한 수업방법 개선 연구. 연구보고. 서울: 한국교육개발원.

홍세희 (2000). 구조방정식 모형의 적합도 지수 선정기준과 그 근거. 한국심리학회지: 임상, 19(1), 161-178.

황선욱 · 정달영 (2004). 숭실대학교 창의력 수학교실 Workshop. 한국수학교육학회지 시리즈 E<수학교육 논문집>, 18(3), 229-231.

Bentler, P. M. & Bonett, D. G. (1980). Significance tests and goodness of fit in the analysis of covariance structures. Psychological Bulletin, 88, 588-606.

Brown, S. I., & Walter, M. I. (1983). The Art of Problem Posing. Philadelphia: The Franklin Institute Press.

Byrne, B. M., Baron, P., & Balev, J. (1998). The Beck Depression Inventory: A cross-validated test of second-order factorial structures for Bulgarian adolescents. Educational and Psychological Measurement, 58, 241-251.

Cai, J. (1998). A cognitive analysis of U.S. and Chinese student's mathematical performance on tasks involving computation, simple problem solving, and complex problem solving. Journal for Research in mathematics Education. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Dillon, J. T. (1982). Problem finding and solving. Journal of Creative Behavior, 16, 97-111.

Ellerton, N. F. (1986). Children's made-up mathematics problem: A new perspective on talented mathematicians. Educational Studies in Mathematics, 17, 267-271.

English, L. D. (1996). Children's Problem Posing and Problem-solving Preferences' In J. Mulligan and M. Mitchelmore (Eds.). Research in Early Number Learning. Australian Association of Mathematics Teachers.

English, L. D. (1997). The development of fifth-grade children's problem-posing abilities. Educational Studies in Mathematics, 34(3), 183-217.

English, L. D. (2001). Overview of PME/NA Discussion Group on Problem Posing Research: Answered and Unanswered Questions. In R. Speiser., C. A. Math., & C. N. Walter. (Eds), Proceedings of the Annual Meeting of the North Americal Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Snowbird, Utah, October 18-21, 2001). Vol 1.

Erich, F. (2000). Erich's Place. http://www.stetson.edu/~efriedma/

Fredericksen, N. (1984). Implications of cognitive theory for instruction in problem solving. Review of Educational Research, 52, 363-407.

Getzels(1976). Problem finding: A theoretical note. Cognitive Science, 3, 167-172.

Guilford, J. P. (1968). Intelligence, creativity and their educational implications. San Diego: The British Printing Corporation.

Haylock, D. W. (1987). A framework for assessing mathematical creativity in schoolchildren in Educational Studies in Mathematics 18, pp. 59-74.

Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from? In A. H. Schoenfeld (Ed.), Cognitive science and mathematics education, 123-147.

Hillsdale, NJ: Erlbaum.
Krutetskii, V. A. (1976). The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren, Chicago: The University of Chicago Press.
Leung, S. S. & Silver, E. A. (1997). The role of task format, mathematics knowledge and creative thinking on the arithmetic problem posing of prospective elementay school teaches. In mathematics Education Research Journal 9(1), 1-20.
Leung, S. S. (1993). The Relation of Mathematical Knowledge and Creative Thinking to the Mathematical Problem Posing of Prospective Elemantary School Teachers on Tasks Differing in Numerical Information Content. Unpublished Doctoral Disseration. University of Pittsburg. In L. D. English(1997). The Development of Fifth-grade Children's Problem-posing Abilities. Educational Studies in Mathematics. Vol. 34.
Livacre, J. M., & Wright, B. D. (1994, 2003). A User's Guide to BIGSTEPS Rasch-Model Computer Program. Winsteps.com.
Mok, I. C. (2004). An Open Mathematics Lesson in Shanghai. http://www.math.admu.edu.ph/tsg22/mok.htm
Mumford, M. D., Mobley, M. I., Uhlman, C. E., Reiter-Palmon, R., & Doares, L. M. (1991). Process analysis models of creative capacities. Creativity Research Journal, 4(2), 91-122.
NCTM(1989). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
Reiter-Palmon, R., Mumford, M. D., Boes, J. O., & Runco, M. A. (1997). Problem Construction and Creativity : The Role of Ability, Cue Consistency, and Active Processing. Creativity Research Journal, 10, 9-23.
Schumacker, R. E.., & Lomax, R. G. (1996). A beginner's guide to structural equation modeling. Hildsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates
Silver, E. A. & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetric problem posing by middle school students. Journal for Research in mathematics Education. 27(5), 521-539.
Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. For the Learning of Mathematics, 14(1), 19-28.
Simon, H. A. (1973). Search and reasoning in problem solving. Artificial Intelligence, 21, 7-29.
Simon, H. A. (1993). Models of Thought (Vol. I). New Haven: Yale University Press.
Southwell, B. (2006). INVESTIGATING PROBLEM SOLVING WITH. COMPUTER -SUPPORTED COLLABORATIVE. LEARNING. Wing S. Cheung. Seng C. Tan. David Hung. Nanyang Technological University. Singapore. http://www.aare.edu.au/04pap/che04032.pdf

Difference between Gifted and Regular Students in Mathematical Problem Solving Ability

Hwang, Dong Jou[2]

Abstract

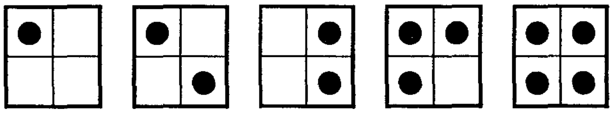
In this study, an instrument of mathematical problem solving ability test was considered, and the difference between gifted and regular students in the ability were investigated by the test. The instrument consists of 10 items, and verified its quality due to reliability, validity and discrimination. Participants were 168 regular students and 150 gifted from seventh grade. As a result, not only problem solving but also problem finding and problem posing could be the characteristics of the giftedness.

Key Words : Mathematically gifted, Mathematical problem solving ability, Mathematical problem solving, Mathematical problem posing, Confirmatory factor analysis

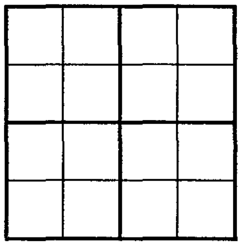
2) Korean Educational Development Institute (djhwang@kedi.re.kr)

<부록> 수학 문제 해결력(MPSAT) 검사지

[1] 아래에 제시된 점판 5개를 이용하여 다음 물음에 답하여라.



주어진 점판 중 4개를 사용하여 아래 제시된 판에 넣을 때 가로 점의 합이 각각 1에서 4까지 모두 나오게 하고 세로 점의 합이 각각 1에서 4까지 모두 나오게 만들어라. 아래 □ 안에 점을 넣어 표시하여라(점판을 회전하여 사용 가능하다).



[2] 아래 문제에서 불필요한 조건이나 부족한 조건이 있는가? 불필요한 조건은 삭제하고, 부족한 조건은 첨가하여 문제를 풀어라.

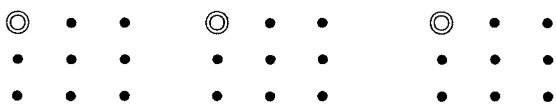
> 한 상점에 3kg과 5kg이 나가는 감자 자루가 24개 있는데 5kg 나가는 자루가 3kg 나가는 자루보다 감자를 더 가지고 있다. 5kg 나가는 감자 자루를 모두 합한 무게가 3kg 나가는 감자 자루를 모두 합한 무게와 같다면 각각의 무게는 얼마인가?

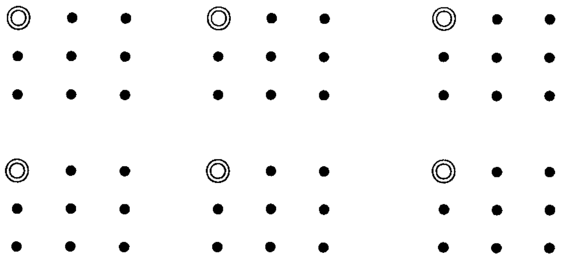
불필요한 조건 :
더 필요한 조건 :
각각의 무게는 얼마인가?

[3] 숫자 1, 2, 3, 4, 5 다섯 개의 수 중에서 중복하지 않고 임의로 4개의 정수를 뽑아 만든 네 자리 자연수 전체의 집합을 A라 하고 집합 A에서 12의 배수 전체의 집합을 B라 하자. 집합 B를 모두 구하여라.

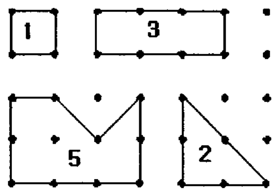
[풀이]

[4] 다음 그림과 같이 9곳의 마을이 정사각형 영역에 위치하고 있다. 왼쪽 상단 모서리는 우체국이다. 우편배달부가 우체국을 출발하여 9곳의 마을을 들러 마지막으로 우체국에 되돌아온다. 최단 경로로 배달할 수 있는 방법을 모두 찾아라(◎에서부터 출발한다).





[5] 다음 그림은 간격이 1인 점으로 이루어진 기하판 위에 여러 가지의 도형을 그린 것이다. I는 도형의 내부에 있는 점의 개수이고 B는 도형의 꼭지점을 포함한 둘레에 있는 점의 개수이다. 도형의 넓이를 S라고 할 때, 아래표의 빈칸을 완성하고 S를 I와 B를 포함한 식으로 나타내어라.



[풀이]

S	1	2	3	5
I				
B				

관계 식 :

[6] 아래 문제에서 불필요한 조건이나 부족한 조건이 있는가? 불필요한 조건은 삭제하고, 부족한 조건은 첨가하여 문제를 풀어라.

> 삼각형의 변의 비율이 5 : 4 : 3이다. 변의 길이를 구하여라.

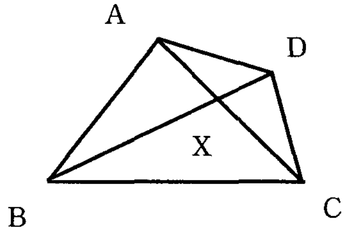
[풀이]
불필요한 조건 :
더 필요한 조건 :
변의 길이 :

[7] 아래 상황을 이용하여 만들 수 있는 문제를 만들고 풀이하여라.

> 한 학생이 A 상점에서 21근의 돼지고기를 샀고, 또 B 상점에서는 A 상점에서 산 것보다 3.5배만큼의 돼지고기를 샀다.

만들 수 있는 문제 :
[풀이]

[8] 다음 볼록 사각형은 네 개의 삼각형으로 나눈다. 각각 삼각형의 넓이는 $1\,cm^2$, $2\,cm^2$, $3\cdot cm^2$, $a\,cm^2$이다. 이 때 가능한 a의 모든 값을 구하여라(X는 선분 AC와 선분 BD의 교점이다).



[풀이]

[9] 9, 16, 23, 30, 37, 44, 51, 58, …과 같은 수열이 있다. 이 수열에서 관찰하여 찾을 수 있는 성질과 만들 수 있는 문제를 써라.

[풀이]

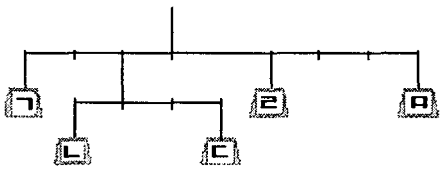
찾을 수 있는 성질 :

찾을 수 있는 성질 :

만들 수 있는 문제 :

만들 수 있는 문제 :

[10] 1g에서 5g까지의 추를 모두 사용하여 저울이 균형을 이루도록 추를 매달려고 한다. 아래 그림에서 이 저울이 균형을 이룬다면 ㄴ, ㄷ, ㅁ의 추의 무게는 얼마인가? 추의 무게는 저울의 중심에서 멀어진 눈금의 수만큼 배가된다(단, 저울의 대와 실의 무게는 무시해도 좋을 만큼 가볍다).
[풀이]



예를 들면, 아래 저울에서 무게 3g인 저울은 중심으로부터 3칸 떨어져 있으면 추의 무게는

$3 \times 3 = 9$이다