

학습자 중심의 수학 수업에서 교사의 발문 분석¹⁾

박만구²⁾ · 김진호³⁾

본 논문의 목적은 학습자 중심의 수학 수업에서 교사의 발문에 대하여 분석을 하고 이런 발문이 학습자의 지식 구성에 어떤 영향을 주게 되는지를 알아보는데 있다. 이 연구를 위하여 의도된 학습자 중심의 초등학교의 나눗셈 관련 주제의 3차시 수업을 계획하고 이 수업의 과정을 전사하여 수업 중에 나타나는 교사의 발문의 특성 및 학습자의 지식 구성에 주는 영향에 관하여 분석을 하였다. 연구의 결과 학습자 중심의 수학 수업에서 교사의 발문은 학습자의 비형식적인 수학적 사고의 존중, 확산적 사고를 위한 열린 발문, 여러 단계의 집단에서의 활발한 토론을 위한 적절한 발문, 학급의 규범을 존중하는 발문을 하는 특성이 있었다. 수학 수업에서 교사의 발문은 학습자 중심의 수업에서 학습자의 수학적 사고력 촉진 및 수학에 대한 태도에도 영향을 주게 된다.⁴⁾

주요용어 : 교사의 발문, 학습자 중심, 수학 수업

I. 연구 목적 및 필요성

우리가 살아가는 21세기는 지식의 홍수와 지식의 반감기가 짧아지는 정보화를 기반으로 하는 지식기반사회라고 한다. 앞으로 지식의 반감기는 현재보다 더욱 짧아질 것이기 때문에, 이 시기에 살아갈 현재의 학교에 재학 중인 학생들은 생기 없는 화석화 된 지식이 아닌 보다 유연한 사고를 가지고 스스로 지식을 창조할 수 있는 능력을 길러야 한다. 그러나 전통적인 교과서를 주요 교육 자료로 활용하면서 교사 중심 수업을 “받는” 학생들에게 이런 능력을 육성하기를 기대하기는 현실적으로 매우 어렵다. 그런데 제7차 교육과정에서도 언급하고 있듯이, 지식을 스스로 창조해 갈 수 있는 능력의 육성은 학습자 중심의 교수·학습이 이루어질 수 있는 교실 환경에서 가능할 수 있다(Kamii, 2003).

많은 수학교육자들은 학습자 중심의 교수·학습은 전통적인 양식의 교과서에서 제시하고 있는 수업 활동 과제로는 이루어지기가 쉽지 않다고 주장한다(박교식, 1996; Chapin, O'Connor, & Anderson, 2003; Kamii, 2003; Sowell, 1977). 따라서 학습자 중심의 교수·학습은 학습의 출발점이라 할 수 있는 수업 활동 과제가 전통적인 교과서 양식의 수업 활동과

1) 본 논문은 2005년도 서울교육대학교 교과교육공동연구비의 지원에 의해 수행된 것임.

2) 서울교육대학교 (mpark29@snue.ac.kr)

3) 대구교육대학교 (jk478kim@dnue.ac.kr)

4) 본 논문의 학습자 중심의 교수·학습안을 개발하는데 황혜진 선생님의 현장 경험이 큰 보탬이 되었음을 밝힙니다.

제와는 다른 형태의 수업 활동으로 재구성되어야 한다. 그러나 교육현장에서의 대부분의 수업은 주어진 활동들을 재구성하여 전개하고 있지 못하고 교과서에서 제시하고 있는 순서와 그대로의 내용으로 제시하고 있다. 연구자 중 하나는 제주도교육청에서 수학수업을 인터넷으로 공개하고 있는 동영상 자료를 강의 자료로 활용하고 있다(제주국제교육정보원, 2006). 이 동영상은 3학년에서 6학년까지의 수학 수업을 동영상으로 제공하고 있다. 연구자가 수업 자료로 활용하기 위해서 모니터링한 수업에서는 교과서를 재구성해서 수업하는 교사가 거의 없었다. 이 수업은 이 시도에 근무하는 교사들을 위해서 제7차 초등수학 교육과정 개발 책임자의 특별 강연이 있은 후에 이루어진 수업이었으므로 기존 형식의 교사 연수의 방향이나 방법에도 문제의식을 가질 필요가 있다.

교사용 지도서 및 교과서를 통하여 집필진은 제7차 수학과 교육과정에 의거하여 교과서를 집필하면서 학습자 중심의 수업이 교실에서 현실화되려면 교과서에 제시되어 있는 활동은 재구성되어야 한다고 언급하고 있다(교육인적자원부, 2001, 2002). 그러나 위에서 지적하였듯이 대부분의 교사들은 여러 가지 이유로 교과서의 내용을 재구성하지 않은 채 교과서에 제시되어 있는 활동들을 여전히 성전의 말씀인양 답습하고 있다(박교석, 1996). 결과적으로 학습자 중심의 수업이 이루어지기 쉽지 않은 것은 필연적인 귀결이라고 할 수 있다. 초등학교 수학 교과서에 제시되어 있는 활동들의 재구성을 본 연구의 중심에서 벗어나므로 더 깊은 논의는 하지 않도록 하겠다. 그런데 수학 교과서에 제시되어 있는 활동들을 재구성하는 것은 현재의 교과서와 교실에서도 가능하다. 실제로 현재 대구광역시에 소재하고 있는 남대구 초등학교에서는 수학 교과서에 제시되어 있는 활동들의 재구성을 통해 새롭게 구성된 활동들로 수학 수업을 진행하고 있다.

학습자 중심의 수업이라고 할 수 있으려면 먼저 지식을 구성하는 주체가 학습자이어야 한다. 이를 위해서는 학습자가 교실에서 경험하는 활동을 반성하고 반성한 결과를 자신의 고유한 수학적 지식을 구성해 갈 수 있어야 하고, 교사가 교실에서 하는 모든 행위는 이를 지원하기 위한 것이어야 한다. 교사의 행위의 의도가 단지 지식을 전수하려는데 있다거나 학생들이 한 활동을 깔끔하게 정리하여 학생들에게 전달하려고 한다면 위의 소기의 목적을 달성할 수 없다. 이는 학습자 중심의 수업이라고 해서 교사의 역할이 사라지는 것이 아니라 교사의 역할에 있어서 변화가 있어야 한다는 것을 의미한다고 보아야 한다. 어찌 보면 오히려 교사의 역할에 있어서 보다 학생에 대한 섬세한 관심과 심층적인 관찰이 필요하다고 할 수 있다.

이런 변화 중의 가장 영향을 많이 줄 수 있는 요인 중의 하나가 교사의 발문이라고 할 수 있다. 교사의 발문은 수학 수업에서 학습자의 수학적 사고뿐만 아니라 수학을 대하는 태도에도 영향을 주게 된다. 학습자에게 지식을 전달하고자 하는 의도에서 교사가 수업 중에 하는 발문과 학습자가 스스로 지식을 구성하게끔 조력하려는 의도로 수업 중에 하는 발문과는 차별이 된다. 학습자 중심에서 교사의 발문이 어떤지를 알아보는 것은 장차 이와 같은 수업을 하기를 원하는 교사들에게 유용한 정보를 제공해 줄 수 있을 것이다.

본 연구의 목적은 나눗셈과 관련된 지식을 학습자 중심의 수학 수업으로 진행할 수 있도록 개발된 활동으로 수업을 진행할 때 교사가 하는 발문의 특성을 분석해 보고 이런 발문이 학습자의 지식 구성에 어떤 영향을 주게 되는지를 알아보는데 있다.

II. 전통적인 수학 수업에서의 교사의 발문

본 연구에서 전통적인 수학 수업이란 일반적으로 교실에서 교과서의 내용과 순서에 따라서 특별한 재구성을 하지 않고 하는 수업을 말한다. 수학 수업에서 교사의 발문은 수업의 성격을 판단하는데 가장 중요한 요소 중의 하나이다. 본 연구의 선행연구로 그 동안 연구된 교사의 발문에서 수업의 성격을 크게 영향을 줄 수 있는 요인으로, 발문 후 기다리는 시간, 교사와 학생의 발언의 비율, 교사의 발문 유형에 대하여 보다 상세히 살펴보도록 하겠다.

1. 발문 후 기다리는 시간

좋은 수업의 핵은 수업의 계획에 있다. 수업의 계획에 포함되어야 할 것으로 학생들이 학습할 수학 지식이 담고 있는 아이디어를 구성할 수 있는 기회를 제공해 줄 수 있는 활동과 자료들을 풍부하게 포함해야 하며, 수업의 처음부터 끝까지 활동들이 체계적으로 조직되어야 한다. 수업의 계획 부분에서 간과할 수 없는 것이 아니 가장 중요한 부분이라고 할 수 있는 것이 교사의 발문이다. 학생들에게 많은 생각을 요구하는 발문을 교사는 수업의 계획 단계에서 설정하여야 한다. 연구 결과에 따르면, 이런 교사의 발문은 학생들이 수학적 아이디어를 발전시켜 가는데 중요한 역할을 한다(Bush, Kennedy, & Cruickshank, 1977; Sowell, 1977; Thornton, 1977).

전통적인 수학 수업을 진행 하던 초임 교사 시절의 수업을 회상하면서 수학교사인 Johnson(1981)은 자신의 수학시간에 한 발문을 반성해 보면서 다음과 같이 출회한다.

일반적으로 수학교실에서 나는 한 학생을 지명하여 발문을 하였다. 만약 호명된 학생이 옳은 반응을 한다면, 나는 수업을 계속하거나 다른 발문을 하였다. 만약 호명된 학생의 반응이 부적절하다면, 내가 원하는 대답을 하는 학생이 있을 때까지 학생 호명하기를 계속하였다. 그럼에도 불구하고, 적절한 반응을 하는 학생이 없으면, 나 자신이 적절한 반응을 하였다(p. 8).

또 다른 연구에 의하면(Stodolsky, 1998), 대부분의 수학교사들은 발문을 하고 학생에게 생각할 시간을 주는 대신에 자신이 급하게 반응을 함으로써 학생들의 사고를 방해하고 있다. 교사의 발문에 관해서 생각할 수 있는 충분한 시간을 학생들에게 허락하는 것이 교실 수업에서 발문을 효과적이게 하는데 있어서 중요하다. 학생들이 생각을 한 후 자신만의 고유한 아이디어가 있어야만 수업 중에 이루어지는 토론, 전통적인 수업에서는 질의·응답에 학습자가 보다 적극 참여할 수 있다.

교실에서의 교사의 수행에 대한 방대한 자료를 분석한 Rowe(1978)의 결과에 따르면, 대부분의 교사들은 평균적으로 학생들이 교사의 질문에 반응하는데 1초도 안 되는 시간을 기다리고 있으며, 많이 기다리는 교사들은 학생들이 반응하기까지 3초 정도 기다린다. 사실 3초 정도의 생각할 수 있는 시간을 주는 것으로도 학생들에게 사고 깊은 아이디어를 이끌어 내기에 충분하지 않은 시간이다. 같은 연구에서 Rowe는 학생들이 사려 깊은 아이디어를 생각해 내는데 소요되는 시간은 3초 이상인 것으로 보고하고 있다. 즉, 학생들에게 생각할 수 있는 충분한 시간을 허용해야 한다고 할 때 이때 그렇다면 어느 정도의 시간이 충분한 것인지에 대한 논란이 있을 수 있다. Rowe의 결과를 수용한다면, 발문 후 기다리는 충분한 시

간이 수업의 전체적인 진행에 방해를 줄 것을 염려하여 교사가 일방적으로 언어로 수업을 이끌어 가야 할 만큼의 장애가 되는 시간은 아니라 할 수 있다. 보다 바람직한 수업에서는 발문 후 기다리는 충분한 시간과 함께 학습자들의 학습의욕을 불러일으킬 수 있는 학습활동이 학습자에게 제공되어야 하는 것은 물론이다.

2. 교사와 학생의 발언의 비율

교수·학습 문화에서 수업의 주도성을 보기 위해서 교사와 학생들이 교실에서 발언을 하는 비율이 중요한 측면이다. 전통적인 수학 수업을 하고 있는 초등학교 수학 수업에서의 교사의 발문과 학생의 발문의 비율을 분석한 결과에 따르면(김진호, 2005; Floyd, 1960), 초등학교 교사들은 한 수업 시간에 보통 250~350번의 발문을 하며, 분당 4회 이상의 발문을 한다. 김진호(2005)가 여기서 분석한 수업은 제 7차 수학과 교육과정에 따른 교과서를 수업자료로 활용하는 수업이지만, 제 7차 수학과 교육과정에 따른 교과서를 주 수업자료로 삼는 수업이라고 해서 학습자 존중 또는 학습자 중심의 수업이라고 할 수 없었다. 초등학교 수학과 교사용 지도서에서 밝히고 있듯이 교과서에 제시되어 있는 것 자체가 학습자 중심의 수업을 하기에 적절한 자료라기보다는 이를 재구성하였을 때, 그 때 비로소 학습자 중심의 수업을 할 수 있는 수업을 위한 자료화 된다고 할 수 있다. 그러나 대부분의 교사들은 교과서의 내용을 재구성하지 않고 교과서에 제시되어 있는 활동들을 순서대로 그대로 답습하고 있었다.

또한, 수업자료가 학습자 중심의 수업을 하기에 적절한 수업자료라고 할지라도 교사가 이를 교사중심으로 운용한다면 이 또한 교사중심의 수업자료로 전락하고 만다. 어떤 의미에서든지 분석된 수업이 제 7차 수학과 교육과정에 따른 수학교과서를 수업자료로 활용하고 있는 수업임에는 분명하지만, 교사중심으로 이루어지고 있음은 부인할 수 없는 사실이기에 전통적인 수업이라고 칭하였다.

교사 주도로 수업이 이끌어지는 교실문화에서 학생들이 발언할 수 있는 기회는 극히 미미 할 뿐만 아니라 “예,” “아니오” 또는 이미 정해진 반응에 지나지 않았다. 즉, 전통적인 수업에서 교사들이 하는 발문은 학생들의 사고를 자극하고 독려하는 발문의 비율이 낮다는 것을 말해주고 있다(박교식, 1996). 이는 전통적인 수업에서 교사의 발문은 학생지도의 기본적인 방법으로 활용되고 있다고 볼 수도 있는 반면에(송용의, 김재복, 한면희, 한안진, 1987), 학습을 하고 있는 학습자의 편에서 보면 학교 수업이라는 것이 대부분 교사의 발언을 듣는 것으로 구성되어 있다고 할 수 있다. 그리고 앞의 전통적인 수업에서 교사와 학생의 발언의 비율을 보면 교사의 발언의 횟수나 시간이 압도적으로 나타난다. 그리고 특히 발언을 하는 시간에 있어서 교사가 설명하는 시간이 대부분이고 학생들은 거의 대부분 교사의 발문에 간단히 답을 하는 것으로 끝내는 경우가 많았다.

3. 교사의 발문 유형

대부분의 전통적인 수업은 교사의 발문으로부터 시작해서 교사의 발문으로 마무리 된다고 해도 과언이 아닐 정도로 교사의 발문은 수업에서 많은 부분을 차지하고 있다. 학생들이 수학적 아이디어를 스스로 구성해 갈 수 있도록 발문할 수 있는 능력은 학생들을 지도하는 경험이 많아진다고 저절로 길러 질 수 있는 그런 종류의 능력이 아니다. 이를 위해서 교사는

학습자 중심의 수학 수업에서 교사의 발문 분석

의식적으로 그리고 의도적으로 학생들이 스스로 지식을 구성할 수 있도록 자극을 주는 발문을 하려고 노력을 해야만 한다.

전통적인 교실에서 전통적인 방법으로 수업을 진행하는 교사가 빈번하게 하는 발문인 "...라고 생각하는가 아닌가?", "...인가 아닌가?", "...가 되나 안 되나?", "...하다고 생각하는가?", "...을 알겠는가?" 등과 같은 발문(박교식, 1996)은 학습자가 자신만의 고유한 사고를 통해서 행해지고 있는 활동에 대한 의미·관념·개념 등을 반성적으로 추상할 수 있도록 독려하는 것이 아니라 사실 확인에 초점을 두고 있는 발문이다. 교사들이 이런 발문을 하는 것은 기본적으로 학생들은 스스로 사고를 통해서 지식을 구성해 갈 수 없는 미완성의 존재로 인식하는 교사들의 아동관과 수학적 지식은 매우 추상적이고 논리적인 체계로 이루어진 지식체이기 때문에 다른 교과목에서 취급되는 지식과는 달리 교사가 전수해 주어야 하는 것으로 인식하고 있는 수학관이 교사들에게 만연하여 있기 때문으로 볼 수 있다. 그러므로 교사가 교육과 인간에 대하여 어떤 관점을 가지고 있느냐에 따라서 발문의 유형이 매우 다양하게 나타난다(박만구, 2002). 학습자 중심의 수업을 이끌어 가기 위해서는 교사는 초등학교 학생들이라 할지라도 스스로 지식을 구성할 수 있는 존재로 인식하는 학습자관을 형성할 필요가 있다.

이 연구(박교식, 1996)에서 연구자가 지적한 우리나라 수학 교실에서 볼 수 있는 특징들은 교사 중심의 수업관이 극명하게 수학 수업에 반영되고 있음을 보여 주고 있다. "학습자 존중"의 정신을 표방한 제 7차 수학과 교육과정으로 수학 수업을 수행하고 있는 현재의 수학 교실에서도 이런 특징들은 개선되지 않고 있다. 여전히, 교사 발언은 대부분이 수학적 내용을 유도하기 위하여 학생들에게 단답형의 질문을 주로 하여 수업 내용을 전달하는 수업을 진행하고, 학생에게 수학적 정보를 제시 할 때는 내용 정보를 직접 제시하는 경우가 많으며, 방향을 제시할 때도 수학적 내용에 대한 방향을 제시하는 발언을 주로 하고 있다(강민정, 2002; 신민아, 2003).

즉, 교사가 수업 중에 하는 발언의 의도는 수학적 지식의 직접적인 전달에 중점을 두고 있는 것이지 학생이 수학적 아이디어, 지식을 탐구하고 구성할 수 있게 하는데 있지 않음을 알 수 있다. 이는 학생들이 수업 중에 하는 발언에서도 알 수 있다. 학생이 하는 발언은 그 횟수가 적을 뿐만 아니라 하는 발언 중의 대부분은 교사의 유도나 지시에 대한 대답이 96%를 차지한다(신민아, 2003). 이는 수업 중에 지식을 탐구하거나 의문을 갖거나 지식을 구성하는 주체가 학생이 아니라 교사라는 것을 말해 주는 것이라 하겠다. 전통적인 수업에서 교사 발문의 유형은 대부분 단편적인 사실을 확인하는 차원에서 이루어지고 있고 따라서 학생들은 단순히 궁정 또는 부정을 표하거나 단답형 대답만을 할 수 밖에 없도록 하고 있다. 교사의 발문의 유형은 학생들의 반성적 사고를 촉진하고 보다 확산적이고 개방적인 응답을 요구할 수 있는 끊임없는 노력을 해야 할 것이고 학생들로부터의 비논리적으로 보이는 답변에 대해서도 보다 긍정적으로 대처할 수 있는 태도도 가져야 할 것이다.

III. 학습자 중심의 수학 수업에서의 교사의 발문

그 동안의 연구를 통하여 종합적으로 살펴보면 진정한 학습은 학습자가 능동적으로 학습을 주도적으로 해 나갈 때 이루어질 수 있다고 본다면, 교사는 수학적 지식을 가지고 교수·학습 과정에서 학생들이 수학 개념을 이해할 수 있도록 학생들이 개념을 구성하는 활동에

초점을 두어야 한다. Piaget의 이론에 의하면 초등학교에 재학 중인 학생들은 형식적 사고를 할 수 있는 인지 능력이 발달하지 않은 시기이다. 그 대신에 이 시기의 학생들은 자신이 행한 행동을 토대로 사고할 수 있고 이 사고를 통해서 자신만의 고유한 아이디어를 형성할 수 있는 지적 능력을 소유한 사고자들이다.

따라서 초등학교 학생들이 수학을 학습하는 과정에서 학생들이 직접 활동하는 활동 과제가 개발되어야 하는 것은 필연적이다. 여기서 말하는 활동과제란 모든 학습자들이 동일한 활동을 하는 것이 아니라 같은 주제이지만 각기 다른 경험을 할 수 있는 과제이어야 한다는 것이다. 이와 같이 각 자에게 적절한 과제로 경험을 하였을 때 학습자들은 각기 다른 경험을 하였기 때문에 토론이 활발하게 일어날 수 있게 된다. 전통적인 교과서에서 제공하는 활동들처럼 학습자에게 동일한 활동을 하도록 요구하는 활동과제는 학습자들의 사고를 협소하게 만들 뿐만 아니라, 결과적으로 학습자들로 하여금 다양한 측면에서 사고하는 것을 방해하게 만든다.

또한, 활동과제로 활동을 하는 동안 학생들이 경험해야 하는 경험은 단순한 경험이 아니라 예상하고 실험·실습·관찰 등을 통하여 탐구하고·비교·분석하고·정당화하고·해결하고·토론하고·구성하고·활용하고·조사하고·기술하고·계발하는 활동을 하여야 한다(강완, 김진호, 김연, 2004; 강완, 김진호, 신국환, 2005; 강완, 김진호, 안희진, 2006; Baroody, 1998; Carpenter, Fennema, Frank, Levi, & Empson, 1999; Freudenthal, 1973; Lampert, 2001; National Council of Teachers of Mathematics[NCTM], 1989). 이는 수학교육에서 광범위하게 강조하고 있는 수학적 힘(Mathematical Power)을 기르는 활동이 되는 것이다. 이런 의미에서 학생들의 활동이 수업 중에 이루어지려면, 제 7차 수학과 교육과정에서 강조하고 있는 “왜 그렇게 생각합니까?”와 같은 발문은 활동 전반에 걸쳐서 자연스럽게 제기되어야 할 발문이지 행한 활동에 대한 반성만으로써 활동의 마지막 부분에서 제기하는 발문으로는 충분하지 못하다고 할 수 있다.

활동과제를 마친 후 활동으로부터 얻어진 자료에 대하여 탐구 및 분석을 하는 과정에서 “수학을 좋아하는 학생은 몇 명입니까?”, “국어를 좋아하는 학생은 몇 명입니까?”와 같은 사실적인 것만을 묻는 구체적 질문을 하는 것(교육인적자원부, 2000: 224)은 학습자의 사고를 닫히게 하는 질문이므로 바람직하지 못하다. 닫힌 발문은 통찰이 일어나지 않게 하며, 특정 정보에 대해서만 사고하도록 하며, 다양한 사고가 촉발되지 못하며, 질문을 받은 사람들이 낼 수 있는 반응이 거의 한 가지로 한정되어 있는 그런 질문이다. 이런 닫힌 발문은 흥미 있고 좋은 발문이 아니라 오히려 학습자의 학습을 방해하는 발문으로 하지 않아야 하는 발문이다. 이런 닫힌 발문을 하게 되는 것은 학생들의 반응을 이끌어 내어서 교사가 아니 교과서가 의도한 특정 목적지에 도달하고자 하는 의식이 강하여 나타나는 현상이라고 할 수 있다. 현재의 대부분의 교과서 자료는 학습자를 존중하면서 학습자 스스로 지식을 구성할 수 있도록 도와 줄 수 있는 수업자료라기 보다는 교사의 안내에 의한 재발견·발명의 과정을 학습자들이 경험할 수 있도록 하는 수업자료라 할 수 있다. 교사의 안내에 의한 재발견·발명을 강조하는 학습에서 교사가 하는 발문은 교사가 예상하고 실험하고 결론을 내리고 학습자들은 그 과정에 대한 판단을 주로 하므로 학습자의 입장에서는 여전히 닫힌 발문 일 수밖에 없다. 학습자 중심으로 수업을 하는 과정에서는 학습자가 수집한 자료를 가지고 교사가 할 수 있는 발문은 자료를 수집한 후에 할 수 있는 열린 발문으로 “우리가 수집한 것으로부터 무엇을 알 수 있습니까?”, “우리가 모든 방법을 다 찾았다는 것을 알 수 있거나 확신할 수 있는 방법이 있을까?”와 같은 발문을 하는 것이다. 이 발문은 학생들이 수집한 자

학습자 중심의 수학 수업에서 교사의 발문 분석

료로부터 다양한 사고를 할 수 있도록 하며 학생들의 반응의 범위를 넓혀 주어 정해진 어떤 특정한 반응을 요구하지 않게 된다. 이와 같은 질문은 학생들이 한 경험을 토대로 학습자가 경험적 추상화 수준에서 사고하는 것이 아니라 반성적 추상화 수준에서 사고할 것을 요구하는 발문이므로 수학 수업에서는 꼭 필요한 발문이다.

그러나 일반적으로 교사들이 이런 발문을 수업 중에 하지 않는 것은 교사들이 초등학교 단계의 어린이들은 반성적 추상화를 할 수 없을 것이라는 오해를 하는 데서 온다고 할 수 있다. 이런 오해의 일부는 Piaget가 어린이들의 사고 수준을 구분하면서 초등학교에 지학하는 어린이들은 일반적으로 구체적 조작기라고 본 것에 대한 오해로부터 오는 것이다. 앞서도 언급하였듯이, 구체적 조작기란 의미는 이 시기의 어린이들은 자신들이 경험한 것을 토대로 반성적 추상화를 할 수 있다는 의미, 즉 자신들이 경험한 것을 토대로 지식을 구성할 수 있다는 의미로 보아야 한다. 그러므로 교사는 초등학생들이 다양하고도 적절한 경험을 할 수 있는 환경을 조성하고 반성적 사고를 할 수 있는 적절한 발문을 할 수 있어야 한다.

따라서 수업의 설계에 있어서도 수업 중에 일어나는 학생들의 활동 및 교사의 발문 등은 학생들의 지적 상호작용을 촉진할 수 있는 방향으로 구성되어야 한다. 앞에서도 언급하였지만 지적으로 의미 있는 상호작용이 가능하려면 학생들이 학습 활동을 하는 동안에 자기 자신의 고유한 사고를 하였을 때 가능하며, 교사는 어린이들 자신의 고유한 사고를 표현하도록 하기 위해서 할 수 있는 발문으로 “~와 다른 생각이 있는 사람 없습니까?”와 같이 묻는 것이다. 이런 발문은 일반적으로 교사들이 하는 양자택일형 반응을 유도하는 발문과는 다르다.

학생들이 자신들과 다른 의견을 가진 사람이 있다는 사실을 알게 되면 학습자 상호간의 의견 교환이 활발하게 이루어질 수 있다. 전통적인 교수·학습이나 안내된 발명·발견학습에서는 학생들이 수학적 지식을 탐구하고 추상하고 결과적으로 자신의 지식으로 구성하는 것에 중점을 두기보다는 간단히 말하면 교사들이 학생들이 발견해야 하는 사실을 미리 정해 놓고 이것을 전달하고자 한다고 할 수 있다(Solomon, 1989; Walkerdine, 1988). 전통적인 수업에서 교사가 발문하고 학생은 반응을 하지만 교사의 다음 발문은 학생의 반응과는 무관하게 자신의 의중에 있는 주로 진도 나가기 위한 발문을 하는 단방향 발문이 대부분이다.

학습자 중심의 수학 수업이 진행되기 위한 교사 발문은 단편적인 질문의 유형을 익혀서 교사가 의도적으로 수업에서 하려고 노력하는 것도 전혀 도움이 되지 않는다고 말할 수는 없을지라도 이를 위해서는 교사는 먼저 학생들은 스스로 지식을 구성해 갈 수 있는 존재로 생각하는 것이 기본이 되어야 한다. 수업의 장면은 너무나 다양하여 일일이 예측하는 것이 쉽지 않아서 이를 교사가 일일이 익혀서 잘 할 수 있는 것은 거의 불가능하다. 교사는 마치 오케스트라의 지휘자가 각자 다른 소리를 내는 악기의 음을 조화롭게 만들어 아름다운 음악을 내는 것과 같이 각자 다른 목소리를 내는 학생들이 서로 주장하고 이를 적절히 타협하여 전체적으로 잘 어울리게 하는 상황에 적절한 발문을 할 수 있도록 유연한 태도와 능력을 기를 수 있도록 끊임없이 노력할 필요가 있다.

본 연구에서는 학습자 중심 수학 수업을 진행하는 동안에 교사의 발문을 분석하여 교사의 발문, 모둠활동에서의 교사의 발문, 전체 학급 토론에서의 발문의 특징을 알아보았다.

IV. 연구 방법

1. 참여자

본 연구에 참여한 참여 교사는 서울시내에서 근무하는 교직 경력이 3년으로 교직 경력이 짧은 교사였다. 이 교사는 젊은 교사의 열정으로 수학 수업에 임하였지만 “학생들이 내가 지도한 것을 잘 이해하고 있는 것인가?”라는 자기 자신에게 던진 자문에 긍정적으로 대답을 얻을 수 없었다. 학생들이 수학 지식을 이해를 해 가면서 학습할 수 있으려면 교수·학습 측면에서 변화가 있어야겠다는 필요성을 느끼고, 새로운 교수·학습 방법을 배우고자 서울시내에 소재한 교육대학원에 입학하였다. 첫 학기에 수강한 과목 중에 한 과목이 “수학과 교수·학습” 강좌였다. 이 강좌를 담당한 교수는 구성주의의 관점에서의 학습자 중심의 수업 수학 이란 주제로 15주 강의를 하면서 학습자 중심의 수업에 관한 이론에 초점을 둔 것이 아니라 이론이 교실에서 실천되는 예를 구체적인 교실의 예들을 사례를 통하여 보여 주었다.

범례가 되는 수업에서의 수업 자료 및 준비물, 교사의 지식관, 교사의 발문, 학생들의 활동 등은 참여 교사의 시각으로 보기기에 자신의 기준 수업 형식과는 매우 달라 보였다. 이에 참여교사는 자신의 수업에 학습자 중심의 수업 형식을 적용하면서 자신의 수업에 변화를 주고자 하였다. 학기 말에 이르면서 다양한 형태의 학습자 중심의 수업 사례를 접하면서 강의 중에 접한 학습자 중심의 수업을 위한 활동 내용들 중 하나인 “100마리의 배고픈 개미들”을 참여교사의 수업 환경에 맞게 재구성하였다.

2. 연구 내용 및 절차

1) 연구 절차

교사가 수업 초반에 본인이 담임을 맡고 있는 학생들에게 Pinczes(1993)의 “100마리의 배고픈 개미들”이라는 책의 내용을 읽어주었다. 학습자 중심의 수업을 주장하는 연구자들은 교과서를 가지고 수업을 하면 학습자 중심의 수업을 하기 쉽지 않다고 생각한다. 본 연구에서도 교과서를 사용하지 않는 대신에 학습자 중심의 수업에서는 아동 도서, 교사·어린이의 실생활, 또는 학교생활에서 소재를 찾아서 학습을 진행하였다.

이 책의 내용은 100마리의 배고픈 개미들이 소풍 장소를 향해 줄을 서서 간다는 것이다. 처음에 개미들이 한 줄로 서서 가고 있을 때, 막내 개미가 너무 천천히 가면 음식이 없어진다며 2줄로 50명씩, 4줄로 25마리씩, 5줄로 20마리씩, 10줄로 10마리씩 서서 가자고 설득한다. 그러나 개미들이 소풍 장소에 도착했을 때, 음식들은 모두 없어져 버렸다.

이 수업은 3차시의 내용으로 구성되어 있다. 1차시 수업에서 학생들은 책의 재미있는 내용을 즐기고, 그것에 대한 이야기를 나눈 후 20마리의 개미들을 줄 세우는 활동을 한다. 줄을 세울 때는 미리 준비해 오라고 한 개미 대신 사용할 수 있는 물건들을 이용한다. 학습자 중심으로 수업을 하는 교실에서는 일반적으로 이런 물건들이 교실에 비치되어 있어야 한다. 학생들은 수업 시간뿐만 아니라 수업 시간 외에도 비치된 자료들에 접근 할 수 있도록 해야 한다. 따라서 수업에 사용할 자료가 학생들에게 익숙한 자료가 된다.

그러나 본 수업에서는 전통적인 수업을 하던 교실에서 학습자 중심의 수업을 하는 것이므로 학생들에게 수업 자료를 준비하도록 하였다. 그런데 전통적인 수업을 하는 교실에서는

학습자 중심의 수학 수업에서 교사의 발문 분석

일반적으로 새로운 차시에 필요한 준비물은 바로 전 시간에 학생들에게 공지한다. 따라서 학습자들은 특히 초등학교 학생들은 새로운 대상에 대한 호기심이 많기 때문에 새롭게 투입된 수업 자료에 대한 호기심 충족을 위해서 수업의 본 활동을 위한 활동보다는 준비물로 수업 외적인 활동에 열중하는 경향이 있다. 수업자료가 지닐 수 있는 □□지적소음□□을 줄이는 방법 중의 하나가 수업 자료를 교실에 비치하는 것이며 학생들이 자유롭게 항상 접근 가능하도록 하여 이에 학습자가 익숙하도록 하는 것이다. 그리고 두 번째 활동으로 자신이 거미의 수를 정하여 같은 활동을 반복하였다. 1차시 수업 활동을 위한 활동지가 아래 제시되어 있다.

2차시 수업에서는 □□100마리의 배고픈 개미들□□ 이야기를 새로운 이야기로 바꾸어서 활동하고, 모둠 구성원의 활동지를 서로 살펴보며 이야기를 나누도록 하였다. 그리고 1, 2차시의 활동을 통해서 자신이 알게 된 점이나 생각했던 것을 개인별로 쓴 후에 모둠별 토의 활동을 통해 생각을 정리하게 하였다. 2차시 수업 활동을 위한 활동지가 아래 제시되어 있다.

3차시의 수업에서는 전체 학급 토론 시간을 가졌다. 전체 학급 토론을 통해 어린이들은 자신의 생각을 한 번 더 정리하고, 새로운 생각을 선보이기도 하며, 다른 친구들의 다양한 생각도 수용할 수 있게 되었다.

이 활동을 통해 어린이들은 나머지가 없는 나눗셈 문제와 나머지가 있는 나눗셈 문제를 해결할 수 있게 된다. 또한 나눗셈이 어떤 것과 관련이 되어 있는지도 자연스럽게 알게 된다.

배고픈 개미들

- 만약 20마리의 개미들이 1줄, 2줄, 3줄 ••• 10줄까지 다시 선다면 한 줄에 몇 마리의 개미들이 서 있을까?
아래에 답을 적어보세요.

20마리의 배고픈 개미들

- | | |
|---------|-------|
| 1줄로 서면 | _____ |
| 2줄로 서면 | _____ |
| 3줄로 서면 | _____ |
| 4줄로 서면 | _____ |
| 5줄로 서면 | _____ |
| 6줄로 서면 | _____ |
| 7줄로 서면 | _____ |
| 8줄로 서면 | _____ |
| 9줄로 서면 | _____ |
| 10줄로 서면 | _____ |

- 자신이 개미의 수를 정하여 같은 활동을 다시 한 번 해보세요.

[그림 1] □□배고픈 개미들□□개별 활동지

줄을 세워 보았더니...

1. 지금까지의 활동을 통해서 내가 새롭게 알게된 점이나 생각했던 것을 적어보세요.

2. 모둠별로 토의한 것을 적어보세요. 토의를 할 때에는 자신이 위에 적은 것을 활용하세요.

[그림 2] □□배고픈 개미들□□모둠별 토의 활동지

2) 수업 준비물

본 수업을 위한 활동은 Elinor J. Pinczes의 □□100마리의 배고픈 개미들□□(<부록 1> 참고) 이란 아동문학을 기반으로 하였다. 이 책은 교사용 한 권만 필요하다. 교사는 이 아동문학을 토대로 학습자들을 위한 자료로 개별 활동지와 모둠별 토의 활동지(그림 1과 그림 2 참고)를 고안하였다.

학생들에게는 개미 대신에 활용할 수 있는 물건 한 가지(검은색 바둑돌, 쌀알, 지우개 가루, 땅콩, 샤프심, 깨, 수박씨, 해바라기씨 초콜릿, 새알 초콜릿, 클립 등)씩을 가져오게 하였다. 이와 같은 자료는 교사와 학생간의 다음과 같은 논의에 의해서 얻어진 것이다. 교사는 “개미를 이용해서 재미있는 활동을 하려고 하는데 진짜 개미를 가져와서 할 수는 없겠지? 그럼 개미 대신 이용할 수 있는 물건에는 어떤 것들이 있을까?”라고 질문하였더니, 어린이들은 위에 제시한 것처럼 교사가 생각했던 것보다 훨씬 더 다양한 수업자료로 사용할 수 있는 사물의 이름을 대었다. 그래서 그 중에서 가지고 올 수 있는 것 한 가지를 골라서 되도록이면 많이 가져오라고 요청했다.

3) 교수·학습 계획

본 연구를 위하여 학습자 중심의 수업을 다음과 같은 특징을 고려하여 설정하였다. 학습자 중심 수업을 진행하기 위해서 교수·학습 계획은 전통적인 교사중심의 수업을 하기 위한 그것과 매우 다르다. 첫째, 전통적인 교과서에서 제공하는 활동들 간의 연계성이 희박한 것과는 달리 학습자 중심의 수업에서 제공하는 활동은 연속성이 있다. 예를 들어, 본 차시에서는 “100마리의 배고픈 개미들□□이란 이야기를 가지고 전체 수업이 이루어지는 반면에, 전통적인 교과서에서는 “실생활에서 알아보기□□에서 다룬 상황과 “활동 1”에서 다루는 활동이 서로 관련이 없는 경우가 빈번하다.

둘째, 학생들이 한 활동과 그 활동을 형식화하는 활동의 주체가 학습자이다. 다시 말해서, 학생들이 지식을 스스로 구성하는 것이다. 일반적으로 전통적인 수업에서는 학습 정리를 교사가 한다. 교사가 학습정리를 하면서 학생들이 활동을 하면서 경험한 사고는 고려되지 않은 채 그 시간에 학습자가 학습해야 할 내용을 정리한다. 예를 들어, 전통적인 수업을 한 수업에서 교사는 확률의 개념 수업을 하면서 학생들이 조별 활동을 하는 동안에는 경험하지 않은 ‘확률의 범위가 0에서 1사이라는 사실’을 학습정리를 통해서 하고 있다(http://www.jedcast.net/cast/suup_view.asp?code=open6m 제26강 참고).

셋째, 교사중심 수업에서는 정해진 내용을 정해진 차시에 교수·학습하는 것이 관례이며, 일반적으로 정해진 내용이 아닌 내용은 거의 취급하지 않는다. 이런 방식으로 교과내용을

학습자 중심의 수학 수업에서 교사의 발문 분석

한정하는 것은 학습자의 창의적 사고 능력을 둔화내지 퇴화시키게 된다. 반면에 학습자 중심 수업에서는 학습자의 사고 폭을 열린 상태로 놓을 수 있도록 관련 내용으로의 전이를 허용한다.

넷째, 학습자 중심의 수업에서는 교수·학습 계획 시부터 학생들 간의 의견교환을 염두에 두고 계획을 세운다. 학생들 간의 의견교환이 활발히 이루어지기 위해서는 학생 각자 고유한 사고가 있어야 한다. 이를 위해서 개별 활동 및 조별 활동을 한 후 전체 활동의 시간을 갖는다. 각 활동마다 학습자마다 생각할 수 있는 시간을 주고 교사와의 대화에서도 학습자가 생각할 수 있는 시간을 준다. 본 연구를 위한 수업에서는 이를 고려하여 수업을 진행하도록 하였다. 다음은 본 연구의 각 차시의 내용이다.

(1) 1차시

- ▶ 학급의 학생들에게 “100마리의 배고픈 개미들” 이야기를 큰 소리로 읽어 준다. 이 책의 내용은 모험적인 개미 한 마리가 한 줄로 서서 소풍장소까지 행진하는 것은 너무 늦다면 2줄로 50마리씩, 4줄로 25마리씩, 5줄로 20마리씩, 10줄로 10마리씩 다시 서도록 제안하는 이야기로 구성되어 있다. 그러나 개미들이 소풍 장소에 도착했을 때는 이미 음식들은 모두 사라져버린다. 이야기의 마지막 부분은 이야기하지 말고, 중간에□□그 다음에 막내 개미는 어떻게 했을까?□□라고 질문한다.
- ▶ 이야기를 다시 한 번 읽어준다. 그리고 이야기의 줄거리를 이야기해 보는 시간을 갖는다.□□그 다음에 막내 개미가 어떻게 했을까?□□라고 질문을 한다. 어린이들과 토의한 후에 학생들에게 개미들이 다시 줄을 설 때마다 각 줄에 몇 마리의 개미들이 있는지를 알아볼 것이라고 말한다.
- ▶ 개미들이 줄을 서는 방법과 나눗셈을 관련시키는 활동을 위해서 학생들에게□□직사각형 모양으로 줄을 세웠을 때, 그것을 나눗셈식으로 어떻게 표현할 수 있을까?□□라고 질문한다. 나눗셈식과 직사각형 모양으로 줄을 서는 방법을 관련시키는 것을 보여 준다.

$$100 \div 2 = 50$$

$$100 \div 4 = 25$$

$$100 \div 5 = 20$$

$$100 \div 10 = 10$$

- ▶ 학생들에게□□그런데 막내 개미는 왜 다른 개미들에게 3줄로 서자고는 하지 않았을까?□□라고 질문한다. 학생들은 각 줄에 몇 마리의 개미들이 서고 몇 마리가 남는지를 알아본다. 남은 개미를 어떻게 표현하고 싶은지에 대해 이야기해 보는 시간을 갖는다.

$$100 \div 3 = 33 \cdots 1$$

- ▶ 학생들에게 개별 활동에 대해 설명한다. 다음의 활동들은 개별 활동을 해야 한다고 말한다.
 - (1) 만약 20마리의 개미들이 1줄, 2줄, 3줄, ··· 10줄까지 줄을 다시 선다면 어떤 일이 일어날까?
 - (2) 자신이 개미의 수를 정하고, 그 개미들이 1줄, 2줄, 3줄, ··· 10줄까지 줄을 다

시 선다면 어떤 일이 일어날까?

학생들이 자연스런 상태에서 선택한 수를 보면 그 학생의 수에 대해 편안함을 느끼는 단계를 알 수 있다. 활동을 할 때에는 미리 준비해 온 개미 대신 사용할 수 있는 물건들을 이용해도 좋다고 말한다.

(2) 2차시

- ▶ 1차시에서 배운 내용을 학생들에게 다시 한 번 상기시켜 준다. 각각의 학생들은 주어진 개미의 수 20마리를 가지고 1줄, 2줄, 3줄, ··· 10줄까지 줄을 세워 보았을 때 어떤 일이 일어나는지를 살펴보았고, 자신이 개미의 수를 정하여 같은 활동을 반복하도록 한다. 필요하다면 새로운 개미의 수를 정하여 간단하게 1차시에서 했던 내용을 다시 한 번 하기도 한다.
- ▶ 이번 시간에는 100마리의 배고픈 개미들 이야기를 새로운 이야기로 바꾸어서 활동할 것이라고 말한다. 줄을 세울 수 있는 재미있는 이야기를 생각해 보도록 하고 줄을 세우는 것의 수와 종류는 자신이 결정해야 한다고 말한다.
- ▶ 종이를 12부분으로 나누어서 활동한다고 설명한다. 첫 번째 부분에 제목이라고 적고□□ 내가 지은 이야기□□라고 적게 한다. 두 번째 부분부터 열한 번째 부분까지는 각 칸마다 1줄, 2줄, 3줄, ··· 10줄까지 줄을 세웠을 때 각 줄에 몇 마리의 개미가 있는지를 쓸 것이라고 말한다. 마지막 열두 번째 부분에는 이야기의 결론을 쓰도록 한다. 각 부문마다 관련된 나눗셈 식을 써 넣을 수 있도록 한다.

제목 : 내가 지은 이야기	1줄로 서면	2줄로 서면	3줄로 서면
4줄로 서면	5줄로 서면	6줄로 서면	7줄로 서면
8줄로 서면	9줄로 서면	10줄로 서면	내 이야기의 결론은?

[그림 3] 개별 어린이가 지은 이야기를 적기 위한 활동지

- ▶ 이번 시간에도 전 시간과 마찬가지로 활동을 위해 미리 준비해 온 개미 대신 사용할 수 있는 물건들을 이용할 수 있다고 말한다.
- ▶ 1, 2차시의 활동을 통해서 자신이 알게 된 점이나 생각했던 것을 개인별로 쓴 후에 모

학습자 중심의 수학 수업에서 교사의 발문 분석

둘별로 토론하여 모으는 활동을 통해 자신의 생각을 다시 한 번 정리하고, 다른 사람의 의견을 수용할 수 있도록 한다. 학습자 중심으로 수업이 이루어지려면 즉 학습자 스스로 지식을 구성할 수 있도록 하려면 수업이 진행되는 과정에서 이 부분에서 진술하고 있는 것처럼 3가지 활동이 있어야 한다. 한 가지는 개별 활동이고, 다른 한 가지는 집단별 활동이고, 또 다른 한 가지는 전체학급 활동이다. 개별 활동을 해야 하는 것은 자기 자신만의 고유한 사고를 할 수 있는 기회를 제공하기 위함이다. 자기 자신의 고유한 사고가 없으면 다음 두 집단·전체 활동에 참여할 수가 없다. 따라서 학습자 중심의 수업에서 이 부분은 아주 중요하게 다루어져야 할 수업 부분이다. 많은 교사들이 이 부분을 교사의 설명으로 대체하려고 하는데 이는 학습자가 개인적으로 활동한 경험으로부터 지식을 구성할 수 있는 기회를 박탈하는 것이며 결과적으로 수업의 이후 부분도 역시 교사 중심으로 진행할 수밖에 없는 원치 않는 악순환을 계속하게 된다.

(3) 3차시

- ▶ 모든 학생들이 활동을 마친 3차시에는 전체 학급 토론 시간을 갖는다. 우선 학생들에게 지난 시간에 했던 활동들을 상기시킨다. 그리고 학생들에게 지금까지 활동한 것에 대해 토론하는 시간을 가질 것이라고 말한다.
- ▶ 학생들에게 그들이 활동한 것을 학급의 학생들과 공유하도록 한다. 원하는 학생들에게 자신이 한 것을 친구들에게 보여주고 어떻게 답을 알아냈는지를 발표해 보도록 한다. 그리고 이야기의 결론도 발표할 수 있게 한다.
- ▶ 칠판에 어린이들이 활동한 것에 대한 나눗셈식을 쓰고 서로 관련시켜 토론할 수 있도록 한다. 친구가 발표한 내용에 대해서 질문을 하고, 자신의 생각과 다른 부분에 대해서 물어볼 수 있도록 한다. 필요할 때 교사가 적절히 토론의 분위기를 이끌어 갈 수 있도록 한다. 허용적인 교실 분위기 속에서만 이러한 의사소통이 자유롭게 이루어질 수 있다. 따라서 교사는 허용적인 교실 분위기를 유지하기 위하여 항상 노력할 필요가 있다.
- ▶ 전체 학급 토론을 통해 어린이들은 자신의 생각을 한 번 더 정리하고 학급 전체 어린이들의 다양한 생각도 수용할 수 있게 된다.

V. 학습자 중심 수학 수업에서 나타나는 교사의 발문의 분석

본 연구에서 학습자 중심 수학 수업에서 나타나는 교사의 발문을 분석한 결과 시간적인 순서나 그룹의 크기에 따라서 개별 활동에서 교사의 발문, 모둠활동에서의 교사의 발문, 전체 학급 토론에서의 발문을 중심으로 살펴보았다. 분석에서 Ta와 Sb는 전사 자료에서 각각 교사와 학생의 진술이나 반응의 행을 나타낸다.

1. 개별 활동에서 교사의 발문

학습자가 수업에 적극적으로 능동적으로 참여하기 위해서는 학습자가 수업 중에 일어날 활동에 대한 내용을 충분히 인지하고 있어야 한다. 지시사항을 단 한 번 전달하는 것으로 학생들이 충분히 활동에 대한 내용을 인지할 것을 기대하기 어려울 뿐만 아니라 결과적으로

수업 중에 지적으로 자율적인 사고를 하지 못하는 원인이 된다. 교사가 책의 내용을 두 번 읽어 준 것은 이를 위한 것이었다(T_4). 실제적인 교사의 발문 및 학생들의 반응은 <부록 2>에 전문 전사 자료가 수록되어 있다. 어린이들은 이야기(상황)으로부터 다양한 수학적 내용들을 추상화해 낼 수 있었다($S_3\sim S_6$). 이 경우에 어린이들이 이런 추상화가 가능한 것은 어린이들의 비형식적 사고를 충분히 존중하기 때문이다. 이런 어린이들의 사고를 장려하지 않는 수업 문화에서는 교사의 의도된 사고만이 교실 공간에 유동하게 될 것이다.

교사가 어린이들의 반응을 칠판에 기록하는 것은 중요하였다(S_7, S_9, T_{10}). 현재 대부분의 초등학교에서 진행되고 있는 수업을 관찰해 보면 많은 교사들이 어린이들에게 질문을 하고 이 질문에 대한 어린이들의 반응을 교사와 다른 어린이들이 듣기만 한다. 기록은 거의 하지 않는다. 기록물은 학생들이 수업이 진행되는 과정에서 참고물을 보면서 사고를 할 수 있는 소중한 자원이다. 어린이들이 필기를 하는 것이 아니라 교사가 필기를 하는 것이 중요하다. 어린이들에게 필기를하도록 요구하면 어린이들이 필기를 하느라고 사고를 하지 않게 된다. 어린이들의 필기는 어린이들이 사고활동을 자유롭게 한 후 자기 자신의 사고가 형성되었을 때 하도록 요구하는 발문을 해야 한다. 한 활동이 한 차시에 다 마무리가 되지 않아서 다음 차시에 이어서 해야 할 경우에도 전 차시에 있었던 경험들을 반성해 볼 수 있는 질문(T_{37}, T_{38}) 뿐만 아니라 전 차시에 한 경험들을 경험해 볼 수 있는 약화된 활동을 해 볼 것을 요구하는 발문(T_{39})은 어린이들이 본 차시 학습을 위해 지적으로 준비하는데 도움이 된다.

교사의 발문에 대하여 처음에 적절한 반응을 하지 못하는 어린이라 할지라도 사고를 지속적으로 유지하여 자신의 고유한 사고를 하고 그 결과를 발표할 수 있는 기회를 주는 것이 학습자가 자기 스스로 자신의 지적 수준에서 지적 성취를 이루는데 도움을 줄 수 있었다 ($S_{10}\rightarrow T_9\rightarrow S_{11}\rightarrow T_{10}\rightarrow T_{11}\rightarrow S_{17}\rightarrow T_{14}\rightarrow S_{18}\rightarrow T_{15}\rightarrow S_{19}$). 대부분의 수학 교실에서 교사의 발문 후 학생이 응답하는데 기다리는 시간이 매우 짧은데 본 연구에서는 Rowe(1978)의 경우처럼 의도적으로 학생들이 응답할 때까지 기다리고 학급 전체 구성원이 그런 분위기에 익숙하도록 노력하였다.

학습자 중심으로 수업이 이루어지는 교실에서는 학생들이 자신의 의견, 의문, 또는 교사나 다른 학생의 의견 또는 질문 등에 반응해야 하므로 학생들의 적극적인 의견교환이 이루어진다. 이때, 다른 사람의 의견을 듣지 않고 자신만의 의견을 발표하려고 한다거나 하면 수업이 진행될 수 없으므로 수학수업에서 지켜야 할 규칙을 정하고 이를 지키는 것이 중요하였다 (S_{14}, S_{15}, S_{48}). 어린이들이 규칙을 지키지 않을 때는 적절한 규칙을 교사가 직접 언급하는 것 보다 학생들이 상기해 낼 수 있도록 교사의 발문이 필요하였다(T_{30}). 어린이들이 규칙을 지키지 않았을 때 규칙을 지키지 않은 것을 지적하는 것 보다는 규칙을 지켰을 때 규칙을 잘 지키고 있음을 칭찬해 주는 것이 어린이들이 자신들이 정한 규칙을 일상화하는데 도움이 되었다. 또한, 이런 규칙은 교사가 정하는 것 보다는 어린이들이 비정기적 학급회의를 통해서 직접 정하는 것이 바람직하였다. 그 이유는 교사가 정해 준 규칙 보다는 자신들이 정한 규칙을 어린이들은 더 잘 지키기 때문이다.

앞 절에서도 진술하였듯이 수업 중에 어린이들이 하는 사고를 이해하려는 의도를 가진 질문(T_{16})과 열린 질문(T_{19}, T_{27})은 수업의 전반에 걸쳐서 어린이들에게 주어진 발문이었다. 이와 같은 질문들은 어린이들이 수학 수업 중에 사고를 할 때는 전통적인 수업을 받는 어린이들에게서 나타나는 무사고(無思考)에 의한 사고(김진호, 조주연, 2004)가 아닌 근거, 증거, 자신의 경험 등을 바탕으로 사고를 하게 되며 또한 같은 질문에 대하여 많은 가능한□□옳은□□ 해결책 중에서 자신만의 해결책을 찾으려는 노력을 할 수 있는 여지를 학생들에게 남겨 준

학습자 중심의 수학 수업에서 교사의 발문 분석

다. 또한, 어린이들이 개별 활동을 할 때 각 어린이가 스스로 해결책을 찾도록 노력하는 수업 문화를 형성하기 위한 교사의 발문(T_{18})이 돋보였다. 학습자 중심 수업에서는 사회적(관습적) 지식은 교사에 의해서 전수된다(강완, 김진호, 김연, 2005). 그 이유는 사회적 지식은 학습자가 구성해야 할 그런 종류의 지식이 아니기 때문이다. 이런 의도가 담긴 발문이 T_{24} 이다. 학습자 중심 수업에서는 이런 사회적 지식을 사회적 지식으로 전수해야 할 대상으로 보는 대신에 학습자들이 활동을 하면서 자신의 머릿속에 개념화시키고 있는 개념과 연결하면서 도입한다.

어린이들이 현실에서 접하는 상황이 담고 있는 내용의 계열은 교과서에서 제시하고 있는 상황이 담고 있는 내용의 계열과 다르다. 예를 들어, 취학 전 어린이들도 일상생활 속에서 분수 및 나누었을 때 나머지가 없는 나눗셈 상황보다는 나머지가 있는 나눗셈을 상황에서 자주 접하게 되고 이를 비형식적 수학을 활용하여 잘 해결하게 된다(Mack, 1998). 따라서 학습자에게 제시하는 상황이 나머지가 있는 나눗셈과 나머지가 없는 나눗셈으로 내용을 계열화시키는 것이 아니라 나눗셈이라는 관점에서 나눗셈 개념을 형성할 수 있는 상황을 경험할 수 있도록 하는 것이 필요하다. 이것이 교사가 T_{30} 의 앞부분 발문을 한 이유이다. 한 지식에 대한 여러 가지 성질을 동시에 생각할 수 있는 기회를 가짐으로써, 학생들은 자신들이 다루고 있는 지식에 대한 지식 네트워크를 형성할 수 있다.

대부분의 수학적 지식들은 개념적 속성과 절차적 속성을 모두 다 가지고 있다(김진호, 2004; Rittle-Johnson & Alibali, 1999). 따라서 어떤 수학적 지식의 절차적 속성의 학습은 개념적 지식과 분리되어 학습될 수 있는 그런 성질의 것이 아니다. 어린이들이 한 수업 활동을 통해서 나머지가 있는 나눗셈과 나머지가 없는 나눗셈에 대한 개념을 이해한 후에 이를 강화할 필요가 있다. 학습자가 이해한 내용의 강화는 반복·연습에 의해서 이루어지기 보다는 이해가 된 지식을 학습할 때 사용하지 않은 예에 전이시켜 봄으로써 확인도 될 수 있고 강화될 수 있었다. 교사가 어린이들에게 20마리의 개미들을 가지고 활동하도록 요구하는 발문(T_{34})을 하는 것은 이런 이유에서였다.

또한, 학습자 스스로 문제를 설정하여 활동을 할 것을 요구하는 발문(T_{36})은 학습자들이 학습한 내용의 이해 수준을 학습자들이 설정한 문제 및 문제해결 과정을 살펴봄으로써 알아볼 수 있으므로 필요하다(강완, 백석윤, 1998; Skemp, 1987). 이런 종류의 발문(T_{36})은 학생들의 확산적 사고와 적용적인 사고를 요구하는 것으로 학생 스스로 상황에 대한 주도성을 가지게 하고 수학의 적용성을 경험하는 기회를 제공하게 되었다. 이상의 속성들은 그룹 안에서 학생들이 경험하는 것이라기보다는 개인적으로 수학을 ‘하면서’ 학습할 수 있는 것이다.

2. 모둠활동에서의 교사의 발문

개별 활동을 위주로 하는 차시에서 모둠별 활동을 하는 차시로 이동해 가면서 모둠별로 해야 할 활동을 공지하기 위한 교사의 발문(T_{40}, T_{42}, T_{43})이 있었다. 교사의 발문으로부터 알 수 있는 것은 모둠별로 구성해야 하는 이야기가 모둠별로 다를 수 있다는 점이다. 모둠별 활동을 다르게 구성할 수 있도록 모둠별 활동을 계획하는 것은 그래야만 다음 활동인□□ 3. 전체 학급 토론□□시간에 학생들이 토론에 적극적으로 참여할 수 있기 때문이다. 왜냐하면, 다른 모둠과는 다른 활동을 하였기 때문에 다른 이야기 또는 의견을 발표할 수 있어서이다. 활동에 대한 설명을 교사의 발문 위주로 운영하는 것 보다는 한 학생과 모의활동을

해 보면서 발문을 하는 것이 학생들의 이해를 더 도울 수 있었다(Burns, 1991, 1995).

모둠별 활동을 할 때 교사는 궤간 순시를 하면서 개별 어린이들을 관찰하고 이들과 상호 작용하면서 수많은 통찰을 얻을 수 있었으며 이 통찰은 개별 어린이들의 내용 이해를 위한 수업 활동의 중요한 자료가 되었다. 궤간순시를 통하여 얻은 정보를 바탕으로 다음에 있을 학급 토론 시간에 발표할 어린이들을 마음속으로 정하였다. 이는 학생들이 다양한 의견을 듣는 것도 중요하지만 보다 중요한 것은 학생들의 높은 수준의 창안과 일반적으로 일어날 수 있는 오류들은 모두 함께 의미를 고찰하고 그 의미를 공유할 필요가 있기 때문이다.

학습부진아인 윤철이와의 상호작용이 그림 45)와 같은 결과물을 얻을 수 있었던 것은 윤철이가 조작물(造作物)을 가지고 조작(操作)할 것을 요구하는 교사의 발문(T₄₄~T₄₈)이 있었기 때문이다. 이것은 학습 능력이 저지는 어린이들이라 할지라도 자신의 행동으로부터 반성적 추상화를 할 수 있다는 Piaget의 주장을 옹호하는 증거라 할 수 있다(강완, 김진호, 김연, 2004; Campbell, 2001).

학습자 중심의 수업에서는 학습자들이 주어진 학습 대상을 이해하려는 노력 가운데서 발생하는 오류들을 적극적으로 수업의 일부분으로 수용한다. 학습자들이 오류를 범하는 것은 그들이 지적으로 사고하고 있다는 증거이며, 교사의 역할은 어린이 스스로의 힘으로 자신의 실수를 고칠 수 있는 상황을 만들어 주는 것이다. 이 상황이란 여러 가지 형태로 나타날 수 있지만, 어린이들이 논쟁을 할 수 있도록 논쟁의 장을 허용해 주는 것이다. 어린이들이 논쟁을 충분히 하면 다시 말하면 어린이들이 자신들의 의견을 충분히 교환하면 어린이들은 바른 논리를 세울 수 있었다(S₇₃~S₇₉).

이런 사고의 교환은 이 시기의 어린이들이 흔히 보이는 자기중심적으로 사고하는 경향으로부터 벗어날 수 있게 하는 한 가지 교수 방법이다. 또한, 학생들이 자유롭게 의견을 교환 할 수 있도록 해 줌으로써 학생들은 경험적으로 알 수 있는 사실들에만 자신들의 사고를 한정시키는 것이 아니라 경험적으로 얻어진 결과들을 대상으로 하여 반성적 추상화를 하며, 논리-수학적 지식을 구성하도록 하였다(S₈₀~S₈₂). 자신들이 구성한 논리-수학적 지식은 지적 희열을 주며 스스로 새로운 탐구하고자 하는 의욕이 생기게 하였다(S₈₂). 이처럼 학습자 중심의 수업에서는 학습자들이 학습의욕이 풍성해 질 수 있다는 장점이 있으며, 교사 중심의 수업에서처럼 매 차시마다 학습자들을 동기 유발시키기 위한 노력을 교사가 기울이지 않아도 된다는 점에서 또한 이 점은 학습자 중심 수업의 장점이다.

학습자 중심으로 수업을 한다는 것은 학생들의 자율성을 인정해 주는 것이며 즉 학습자 스스로 학습하고 있는 내용에 대한 참·거짓을 판단하며 그 판단에 대한 책임을 학습자가 갖도록 하는 것이지만, 올바른 학습 과정을 경험하도록 하기 위해 교사의 도움이 필수적이다. 특히, 모둠별 활동 및 토론이 벌어지는 상황에서 교사는 학생들을 관찰하면서 학생들의 논리-수학적 사고를 도왔다(T₅₁~T₅₄).

모둠 내에서 한 활동을 토대로 반성하는 활동을 통해서 학습자들은 각자의 지적 수준에서 자신들이 한 활동을 서로에게 소개하고 주장하며 의사소통을 하면서 반성적 추상화를 하게 된다. 지식이란 경험한 것을 기억 속에 저장한 것이 아니라 경험한 것의 재구성이다. 경험적 사실을 초월하여 반성적 추상화를 할 수 있는 것은 인간에게 고유하게 있는 지능(이성)의 작용이다. 교사는 수업의 준비 단계에서부터 그리고 실제로 수업을 진행하는 동안에 학습자들이 충분하게 자신들의 이성을 발현할 수 있는 장을 마련해 주어야 한다.

5) 학생들의 반응으로서의 그림들은 모두 <부록 2>에 전사자료와 함께 실려 있다.

학습자 중심의 수학 수업에서 교사의 발문 분석

본 수업에서는 교사의 발문에 의해서라기보다는 수업 계획부터 학습자들이 활동으로부터 경험한 것을 정리할 수 있도록 자료를 준비해 둔 것이 학습자 주도적으로 반성적 추상화를 할 수 있는 활동으로 전이해 가고 있음을 알 수 있었다(T'_{61}). 오케스트라의 총지휘자가 협주를 위해서 각 부분들을 협주하듯이 교사는 수업의 각 부분을 총지휘하는 총지휘자이다. 어린이들이 한 추상화는 각 학습자의 지적 수준에 따라 추상화 수준에 차이가 있을 수 있기 때문(그림 7~그림 9 참고)에 소그룹의 활동을 통하여 의사소통 하도록 하고, 전체 학급 토론 시간을 가지고 학급 전체의 의견을 공유하는 시간을 위해 교사는 이를 위한 발문(T_{63})도 적절히 해야 할 필요가 있었다.

3. 전체 학급 토론

전체 학급의 토론은 개인의 사고, 소 모둠에서의 의사소통을 통하여 다른 사람의 의견과 자신의 의견 사이의 차이를 보다 의미 있는 토론을 통하여 자신들의 수학적 사고를 발달시켜 나가게 된다. 여기에서의 교사의 발문은 매우 중요한 역할을 하게 된다. 자신의 사고를 분명하고 정확하게 전달하고 다른 사람의 사고를 올바르게 이해하고 이에 대하여 지적으로 반응하는 능력은 새로운 지식을 이해해 가는 즉 학습해 가는 과정에서 본질적인 부분이라 할 수 있다. 그러나 이런 능력은 하루 봄 사이에 간단히 익힐 수 있는 그런 종류의 능력이 아니다. 많은 연구자들은 교실 안에서 행해지는 어떤 형태의 논의라도 어린이들의 시·회적 상호작용 능력의 발달에 도움을 준다고 보고하고 있다(Chapin, O'Connor, & Anderson, 2003). 낮은 수준의 어린이라 하더라도 진실로 논의에 참여한다면 당장 지적 성장이 눈으로 확인할 수 있을 정도로 변화하는 것은 아니라 할지라도, 이 어린이가 지적으로 성장하는 것을 볼 수 있다(강완, 김진호, 안희진, 2006; Kamii, 1989). 따라서 교사는 어린이들이 자신의 지적 수준에서 사고하였던 인식을 표현하도록 하는 것을 요구하는 발문을 해야 할 필요가 있었다(T_{63}).

앞서도 언급하였듯이 이런 발문을 할 수 있는 것은 어린이들이 각기 다른 경험을 하는 것이 중요하다. 어린이들은 토론하는 중에 자신의 사고에 대한 논리적 근거가 될 수 있는 증거들을 언급하는 것 없이 단지 주장만을 말하는 경우가 많이 있다. 이런 경우에, 교사는 자신의 주장을 뒷받침해 줄 수 있는 증거를 가지고 말할 것을 요구하는 발문(T_{67} , T_{68} , T_{72})을 하였다. 이런 발문이 있어야 어린이들은 자신들이 경험한 사실들 사이에 존재하는 관계, 즉 새로운 수학적 지식을 구성하려는 지적 정신 작용을 한다.

또한, 어린이들 나름대로 구성한 지식(S_{126})에 대해서 “그렇구나”라고 반응하는 교사의 발언은 어린이들의 사고가 “맞았다” “틀렸다”고 판단하는 것이 아니라 어린이들의 사고를 격려한다는 점에서 의미 있는 발언이었다. 그러면서 계속해서 어린이의 논리를 묻는 발문을 하는 것은 새롭게 구성한 논리에 대한 의미를 구성해 볼 수 있는 기회를 학습자들에게 제공해 주기 때문에 중요하다. 어린이들이 창안한 새로운 논리-수학적 지식이 일반화 할 수 있는 그런 종류의 지식이 아니라 할지라도 새롭게 구성한 지식에 대하여 논리를 세우는 것은 매우 중요하다. 그것은 결국 이 논리를 의미 있게 세우는 것이 진정한 수학 학습이기 때문이다라고 할 수 있기 때문이다.

전체 학급 토론을 하는 목적 중의 하나는 어린이들에게 수학적 추론을 할 수 있는 기회를 전체 학급 안에서 제공해 주어 그들의 수학 지식에 대한 이해를 깊게 해 주는데 있다. 이 목적을 달성하기 위해 수업에서 중점을 두어야 할 것은 학습자들이 생성한 아이디어이다.

교사는 학습자들이 정답에 본능적으로 초점을 두어 생각하는 것으로부터 벗어나서 토론에서 자신들의 추론과정을 반성할 수 있는 기회를 제공해 주어야 한다. 이런 기회를 제공해 주기 위해서 교사는 다른 학습자의 추론 과정을 자신의 반성적 사고에 대해서 이해하려는 시도를 할 수 있는 발문을 하였다(*T₇₆*). 다른 아이디어를 갖은 학습자의 아이디어를 발표 할 수 있도록 격려하여야 하였다(*T₇₇*).

학생들이 머릿속으로 생각하고 있는 것을 곁으로 들어 낼 수 있도록 하기 위해서 교사는 학생들의 생각에 대한 이유를 물어 보았다(*T₇₈, T₇₉*). 물론 더 바람직한 것은 학생들이 발표 할 때 이유를 들어 발표하는 학습 분위기를 형성하는 것이 필요하다. 이런 분위기 형성을 위해서 교사가 해야 하는 것은 학기 초부터 수학 시간에 학생들에게 기대되는 역할이 무엇인지를 알 수 있도록 하는 활동을 하는 것이다(Lampert, 2001; Sheffield, 2001).

이는 특정 내용 지식을 학습하는 활동에 들어가기 전에 선행되어야 한다. 학습자들이 자기 자신의 정신 작용을 통하여 구성한 지식(*S₁₄₁, S₁₄₂*)이 단지 경험적 추상화에 의한 것인지 아니면 반성적 추상화에 의해 맺어진 논리-수학적 지식인지에 대하여는 의문의 여지가 있을 수 있으므로 교사는 어린이들이 이미 알고 있던 지식들과 관련지어서 이해를 하고 있는지를 확인해 보기 위한 질문을 하였다(*T₈₁, T₈₂*). 이런 질문에 대하여 학습자들이 반응을 할 수 있으면 적어도 반응한 어린이들은 논의되고 있는 내용을 의미 있게 구성한 것으로 볼 수 있다. 학습자 중심의 수업에서는 지식을 구성하는 주체가 학습자라는 점에서 다른 교수법들과 구별되게 된다. 이는 구성된 지식이 학습자마다 다를 수 있다는 점을 인정해야 한다는 점을 주목해야 한다. 활동을 통해서 학습자가 구성하지 못한 어떤 내용을 학습자에게 전달 해 주었다고 해서 학습자가 자신의 지식으로 이해했으리라고 기대하는 것은 순진한 생각일 수 있다.

교사는 학급 전체 활동에서도 학습자들이 의미 있는 활동을 하도록 하고 이 활동으로 얻어낸 결과들을 토대로 구성한 지식을 발표하고 반박하도록 하는 발문을 하였다(*T₈₃*). 능동적이고 적극적으로 그리고 지적으로 활동에 참여한 학생들은 자기 수준에서 지식을 구성하였다(*S₁₄₇~S₁₅₆*). 특히 개인의 의견은 소 모둠에서 의사소통을 하도록 한 후 다시 각 소 모둠의 의견은 전체 학급에서 각 모둠의 의견을 가지고 의사소통하도록 해야 한다.

학습자 중심의 수업에서 지식을 구성하는 주체는 학습자이다. 교사가 지식을 전수하지 않으면서 학습자가 스스로 지식을 구성하는 교육을 실천하려는 의도를 가진 연구자들은 전통적인 교사 중심의 수업과는 다른 교실 문화를 요구한다. 이 다른 교실 문화 중에서 본고의 관심사인 교사의 발문은 학습자가 지식을 구성하는데 매우 중요한 역할을 한다. 왜냐하면, 학생들은 교사의 발문에 따라서 사고하기 때문이다. 교사의 발문이 닫힌 발문이면 학생들은 닫힌 사고를 하고, 열린 발문이면 열린 사고를 하게 된다. 또한, 교사의 발문이 스스로 자신의 논리-수학적 지식을 구성 할 것을 요구하는 발문이면 학생들은 지식을 구성하는 능력을 육성하게 되고, 수학적 지식을 마치 사회적 지식인 양 전수하려고 들면 학생들은 수학을 이해하는 것 없이 기억하려고 하는 경향을 갖게 된다. 수학교실에 앉아 있는 학생들이 하는 “선생님, 답 빨리 말해 주세요.”라는 반응이 이런 경향을 응변해 주고 있다.

지금까지의 분석의 결과를 통하여 알 수 있는 사실을 정리하면 다음과 같다. 첫째, 학습자 중심의 수업을 수행할 목적으로 미리 개발된 수업 자료를 가지고 이를 준비하고 투입하고, 둘째, 학습자가 스스로 지식을 구성할 수 있다는 아동관을 가지고 있으며, 셋째, 수학적 지식은 절대불변의 지식이 아니라 인간의 지적 활동에 대해서 구성된 지식이란 수학관을 가지고 있으며, 넷째, 교사가 학습자의 발언과 생각을 존중하고 학습자 중심의 수업이 이루어질

학습자 중심의 수학 수업에서 교사의 발문 분석

수 있는 발문이 무엇인지를 끊임없이 반추해 보았다. 교사의 이런 발문을 기반으로 하는 수업 상황에서 학습자는 자신이 행한 활동들을 반성적으로 추상화하여 지식을 구성하게 된다는 점을 재확인하게 되었다. 이와 같은 사실은 우리나라 학생들을 대상으로 하여 확인된 점이라는 태에서 그 의미가 크다고 할 수 있다. 이는 우리나라의 교육현실에서는 일반적으로 받아들여지고 있지 않은 교육신조에 대하여 되돌아보고 재고해 볼 수 있는 기회를 제공해 주기 때문이다.

VI. 결론

교사의 발문은 수학 수업에서 학습자의 수학적 사고의 질에 결정적인 영향을 줄 수 있다. 본 연구에서 초등학교에서 나눗셈과 관련된 지식을 학습자 중심의 수학 수업으로 진행할 수 있도록 개발된 활동으로 수업을 진행할 때 교사가 하는 발문의 특성은 열린 사고와 다양한 사고를 권장하는 발문을 통하여 학생들이 자신들의 활동이나 사고를 반성하게 하여 학습자 스스로 지식의 주체가 되게 하고 구성해 갈 수 있도록 하였다.

수업에서 학생들의 자발적인 수학적 사고에 대한 질과 태도의 변화에 가장 영향을 많이 줄 수 있는 것 중의 하나가 교사의 발문이라고 할 수 있는데 본 연구에서 학습자 중심의 수학 수업으로 의도한 수업에서의 교사의 발문의 특성은 다음과 같았다.

첫째, 교과서나 학교에서의 형식적인 사고가 아닌 학생들 나름의 비형식적 사고를 충분히 존중하는 발문이었다. 또한 학생들이 기존에 알고 있는 지식과 새로운 지식을 연결하도록 하는 발문을 의도적으로 하였다. 교사의 입장에서는 비록 학생들은 비논리적이거나 이해할 수 없는 설명이라고 할지라도 학생들의 설명을 이끌어내도록 유도하였다. 학생들은 주어진 상황으로부터 다양한 수학적 사고를 추상화해 낼 수 있기 때문에 이들의 서로 다른 비형식적 사고를 나름대로의 말로 설명하도록 하고 불충분하다고 생각되면 보다 상세한 설명을 해 줄 것을 요구하였다.

둘째, 수업 중에 어린이들이 하는 수학적 사고를 이해하려는 의도를 가진 질문과 열린 질문을 통하여 확산적 사고를 권장하였다. 전통적인 수업에서 일반적으로 주어진 답의 옳고 그름을 묻는 발문보다는 학생들의 다양한 수학적 사고를 묻는 발문인 “이 결과로부터 무엇을 알 수 있습니까?”, “주어진 문제에서 모든 방법을 다 찾았다고 할 수 있습니까?”와 같은 발문을 하였다. 그리고 교사가 학생들의 발언에 그 논리의 옳고 그름을 떠나서 맞장구를 치면서 “그렇구나”라고 하는 교사의 반응은 학생들의 사고가 “맞았다” “틀렸다”고 판단하는 것이 아니라 학생들의 설명에 대한 격려의 의미였다. 학생들이 범하는 오류마저도 수업의 일부로 보고 이를 적절히 활용하는 의도적인 발문을 하였다. 그리고 교사는 학생들의 설명에 계속해서 어린이의 논리적인 흐름을 되 집어 생각하도록 하는 발문을 함으로써 학생들이 새롭게 구성한 지식에 대한 의미를 음미해 볼 수 있는 기회를 학습자들에게 제공해 주었다.

셋째, 학생들이 개별적으로 생각한 후, 모둠으로, 전체 학급에서 자신들의 의견을 활발히 교환할 수 있도록 격려하는 발문을 하여 학생들이 자유롭게 자신들의 의견을 교환할 수 있도록 해 주었다. 이를 통하여 학생들은 경험적으로 알 수 있는 사실들에만 자신들의 사고를 한정시키는 것이 아니라 경험적으로 얻어진 결과들을 대상으로 하여 반성적 추상화를 하며, 논리-수학적 지식을 구성하도록 하였다. 이와 같은 학습자 중심의 수업에서는 학습자들이 학습의욕이 풍성해 질 수 있다는 장점이 있고, 학습의 과정과 결과에 대하여 주인 의식을

가질 수 있으므로 자신의 지식에 대한 설명에 근거로 하여 자신감을 가지고 논의가 활발하게 일어나게 하며 이해한 지식이 오랜 동안 지속되게 된다.

마지막으로, 수학 시간에 서로 간에 가지고 있는 규칙을 정하여 이를 존중하는 발문을 하였다. 어느 학급이나 학급만이 수학 시간에 가지고 있는 수학교실 문화가 있다. 본 연구에서 다른 사람의 의견을 듣지 않고 자신만의 의견을 발표하려고 하는 경우에 이를 환기하는 발문을 함으로써 서로의 의견과 절차를 존중하도록 하였다. 전통적 수학 수업에서는 일부 수학적 능력이 뛰어난 학습자들에 의한 발언이 지배적인 경우가 많이 있으나 학습자 중심의 수학 수업에서는 정답이 맞고 틀리는 것보다는 생각하는 과정을 존중하므로 누구나 자신의 의견을 발표하고 정답여부를 떠나서 자신들의 독특한 사고가 존중되는 분위기를 가지고 있었다.

본 연구를 통하여 얻어진 결론을 토대로 교사들이 수학교육에서 얻을 수 있는 시사점은 다음과 같다.

첫째, 교사의 철저한 계획과 발문에 대한 의지 및 유연성을 가지고 끊임없는 노력에 의하여 수학 수업에서 학습자 중심의 수업이 가능할 수 있다. 현재의 제 7차 수학과 교육과정이 학습자 중심의 수업을 강조하고 있다고 하더라도 실제로 이를 일반 교실에서 시행하는 것은 여러 가지 요인에 의하여 쉽지가 않다. 그러나 학습자 중심의 수업에서 발문의 특성을 충분히 인식하고 시행을 해 봄으로써 교사나 학생이 이에 대한 적응력을 높여 갈 수 있게 된다.

둘째, 학습자 중심의 학습에서 교사와 학습자 간의 발문과 응답도 중요하지만 학습자 간의 활발한 주장과 반박을 통한 논의를 할 수 있도록 격려하는 것이 필요하다. 이는 전통적인 교실 문화에서는 쉽지가 않고 학습자 중심의 수업을 위하여 의도적인 훈련을 통하여 교사나 학생이 서로 간에 학습자 중심의 수업에서의 규범을 익히는 것이 필요하다. 예를 들면, 상대방의 의견을 존중하는 가운데 이를 논리적으로 반박하고 상대방은 이를 긍정적으로 받아들이는 것은 활발한 의사소통을 위하여 중요하다. 그리고 상호간에 이런 규범에 익숙할 때 보다 효율적인 수업을 할 수 있다.

셋째, 주어진 상황을 개별적으로 의견을 정리하여, 모둠과 전체 학급에서 토론을 통하여 검증하도록 할 필요가 있다. 이 때, 소 모둠에서 토론을 활성화 하고 그 소 모둠 안에서 의견을 정리하는 것과 이들 의견을 전체 학급에서 다시 논의하여 합의된 의견을 도출하는 단계적인 접근을 통하여 반성적 추상화를 하여 논리-수학적 지식을 구성하도록 할 수 있다.

그러나 교사의 입장에서 이런 원칙들에 익숙해지는 것도 중요하지만 예측 불허의 수업에서 일일이 익힌 발문과 전략을 가지고 임하는 것은 거의 불가능에 가까우므로 학습자 중심의 수학 수업을 효과적으로 하기 위해서 교사가 교육과 학생을 보는 눈을 새롭게 하는 것이 필요하다. 즉 교육은 교사가 가진 지식을 일방적으로 전수하는 것이 아닌 학습자는 스스로 학습을 할 수 있는 능력을 가지고 있고 능동적으로 학습을 해 갈 수 있는 존재라는 생각을 갖는 것이 필요하다. 교사의 이런 전체적인 철학 안에서 학습자 중심의 수업을 위해 교사는 각 상황에 적절한 유연한 발문을 할 수 있을 것이고 학습자들은 자신이 구성한 지식에 대한 소유권을 가진 진정한 학습을 해 갈 수 있게 된다. 따라서 교사는 학습자 중심의 수학 수업을 위해 상황에 맞는 발문에 익숙해 질 수 있도록 의도적인 수업을 계속적으로 실행해 가면서 문제점을 개선해 가는 노력을 해야 할 필요가 있다.

참고문헌

- 강민정 (2002). 우리나라 수학 교수법 및 독일, 일본, 미국과의 비교 연구-TIMSS 비디오 연구의 방법을 적용하여. 한국교원대학교 석사학위 논문.
- 강완·백석윤 (1998). 초등수학교육의 이해. 서울: 동명사.
- 강완·김진호·김연 (2004). Piaget의 발생론적 인식론을 적용한 수업-3학년. 서울: 경문사.
- 강완·김진호·신국환 (2005). Piaget의 발생론적 인식론을 적용한 수업-1학년. 서울: 경문사.
- 강완·김진호·안희진 (2006). Piaget의 발생론적 인식론을 적용한 수업-2학년. 서울: 경문사.
- 교육인적자원부 (2002). 교사용 지도서 수학: 6-가. 서울: 대한교과서 주식회사.
- 교육인적자원부 (2001). 수학 3-나. 서울: 대한교과서주식회사.
- 교육인적자원부 (2000). 수학 1-가: 교사용 지도서. 서울: 대한교과서주식회사.
- 김진호 (2002). 비형식적 수학적 지식과 형식적 수학적 지식의 결합에 관한 소고. 학·교수학, 4(4), 555-565.
- 김진호 (2005). 강의를 위한 초등학교 수학 수업 분석. 발행되지 않은 원고.
- 김진호·조주연 (2004). 초등학교 학생들의 문제해결 전략 분석. 대한수학교육학회 수학교육 학논총, 25, 359-371.
- 박교식 (1996). 우리나라 초등학교의 수학 교수·학습에서 볼 수 있는 몇 가지 특징. 대한수학교육학회 논문집, 6(2), 99-113.
- 박만구 (2002). 초등학교 수학교실에서 일어나는 발문의 유형. 대한수학교육학회 논문집, 20(2), 105-123.
- 신민아 (2003). TIMSS 비디오 연구의 방법을 적용한 수학과 수업 분석. 이화여자대학교 석사학위 논문.
- 송용의·김재복·한면희·한안진 (1987). 교수·학습 과정에서의 효율적인 발문기법에 관한 연구. 인천교육대학교 논문집, 21(1), 159-201.
- 제주국제교육정보원(2006). 제주 교육 인터넷 방송. <http://www.jedcast.net/index.asp?page=1>에서 2006년 5월 15일 발췌.
- Baroody, A. (1998). *Fostering children's mathematical power: An investigative approach to K-8 mathematics instruction*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Burns, M. (1991). *Math by all means: Multiplication-Grade 3*. New York: Math Solutions Publications.
- Burns, M. (1995). *Math by all means: Probability-Grade 3-4*. New York: Math Solutions Publications.
- Bush, A. J., Kennedy, J. J., & Cruickshank, D. R. (1977). An empirical investigation of teacher clarity. *Journal of Teacher Education*, 28, 53-58.
- Campbell, R. L. (2001). *Studies in reflecting abstraction*. Sussex: Psychology Press Ltd.
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Frank, M. L., Levi, L., & Empson, S. B. (1999). *Children's Mathematics: Cognitively guided instruction*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2003). *Classroom discussions: Using Math talk to help students learn-Grades 1-6*. Sausalito, CA: Math Solutions

Publications.

- Floyd, W. D. (1960). An analysis of the oral questioning activity in selected Colorado primary classroom (Doctoral dissertation, Colorado State College). Dissertation Abstracts International No. 60-06, 253.
- Freudenthal, H. (1973). Mathematics as an educational task. Dordrecht, Holland: D. Reidel Publishing Company.
- Johnson, D. R. (1981). Every minute counts-Making your math class work. Palo Alto, CA: Dale Seymour Publications.
- Kamii, C. (1989). Young children continue to reinvent arithmetic-2nd grade. New York: Teachers College Press.
- Kamii, C. (2003). Young children continue to reinvent arithmetic-2nd grade (2nd ed.). New York: Teachers College Press.
- Lampert, M. (2001). Teaching problems and problems of teaching. New Haven & London: Yale University Press.
- Mack, N. (1998). Building a foundation for understanding the multiplication of fractions. *Teaching Children Arithmetic*, 5 (1), 34-38.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). Standards for school mathematics and evaluation. Reston, VA: Author.
- Pinczes, E. J. (1993). One hundred hungry ants. New York: Houghton Mifflin.
- Rittle-Johnson, B., & Alibali, M. W. (1999). Conceptual and procedural knowledge of mathematics: Does one lead to the other? *Journal of Educational Psychology*, 91 (1), 175-189.
- Rowe, M. B. (1978). Teaching science as a continuous inquiry: A basic. New York: McGraw-Hill.
- Sheffield, S. (2001). Teaching arithmetic: Lessons for first grade. New York: Math Solutions Publications.
- Skemp, R. R. (1987). The psychology of learning mathematics. London: Penguin Books.
- Solomon, Y. (1989). The practice of mathematics. London: Routledge & Kegan Paul.
- Sowell, E. J. (1977). Effects of manipulative materials in mathematics instruction. *Journal of Research in Mathematics Education*, 20, 498-505.
- Stodolsky, S. S. (1998). The subject matters: Classroom activities in math and social studies. Troy, NY: Educator's International Press, Inc.
- Thornton, C. D. (1977). An evaluation of the Mathematics-Methods Program involving the study of teaching characteristics and pupil achievement in mathematics. *Journal of Research in Mathematics Education*, 8, 17-25.
- Walkerine, V. (1988). The mastery of reason: Cognitive development and the production of rationality. London: Routledge & Kegan Paul.

An Analysis on a Teacher's Questioning in the Learner-Centered Mathematics Lessons

Park, Mangoo⁶⁾ · Kim, Jinho⁷⁾

Abstract

The purpose of this paper was to analyze a teacher's questioning in the learner-centered mathematics lessons and investigate its effects on the construction of learner's knowledge. For this study, it is analysed that the teacher's questioning in the 3 observed learner-centered lessons concerning elementary division topic. The study results showed that the characteristics of the teacher's questioning were respecting of learner's informal mathematical thinking, open-ended questioning for divergent thinking, appropriate questioning at every group, and respecting classroom norm. Teacher's questioning affects the quality of learner's mathematical thinking and his or her attitude toward mathematics.

Key Words : Teacher's questioning, Learner-centered, Mathematics lesson

6) Seoul National University of Education (mpark29@snue.ac.kr)

7) Daegu National University of Education (jk478kim@dnue.ac.kr)

<부록 1> □□100마리의 배고픈 개미들(One Hundred Hungry Ants)“의 이야기

100마리의 배고픈 개미들이 소풍 장소를 향해 한 줄로 서서 가고 있습니다. 그 때 막내 개미가 이야기합니다.

“우리는 너무 천천히 가고 있어요.”

“서두르지 않으면 음식들은 없어져 버릴꺼예요. 그러니까.....”

“2줄로 50명씩 서서가요.”

“그러면 좀 더 빨리 도착할꺼예요.”

100마리의 개미들은 막내 개미의 충고를 따르고는 잠시 멈추어서 2줄로 섭니다. 그리고 나서 막내 개미는 4줄로 25마리씩, 5줄로 20마리씩 서자고 다른 개미들을 다시 설득했습니다. (□□100마리의 배고픈 개미들□□의 실제 내용)

그 다음에 막내 개미는 어떻게 했을까요? (수업을 위해 지어낸 내용)

그리고 10줄로 10마리씩 서자고 다른 개미들을 설득했습니다. 그러나 개미들이 소풍장소에 도착했을 때, 음식들은 모두 없어져 버렸습니다. (□□100마리의 배고픈 개미들□□의 실제 내용)

학습자 중심의 수학 수업에서 교사의 발문 분석

<부록 2> □□100마리의 배고픈 개미□□란 활동으로 한 수업의 전사자료

<첫째날>

선생님은 재미있고 새로운 책을 가지고 있다고 학급의 학생들에게 말하면서 활동을 소개했다.

T₁“선생님이 아주 재미있는 이야기를 해줄게.”

S₁“와!” 아이들은 그 재미있는 이야기가 수학과 연결되어 있다는 것을 이미 알고 있었지만 매우 좋아했다.

S₂“선생님, 그 얘기 수학하고 관련된 이야기죠?” 주희가 말했다. “T₂글쎄...” 선생님은 웃으며 말했다. “제목은 100마리의 배고픈 개미들이야.”

S₃“선생님, 개미 다리수는 몇 개인지 물어보시려는 거죠?” 종숙이가 말했다.

S₄“개미 다리로 음식을 몇 개나 집을 수 있는지를 물어보려는 거야, 맞죠?” 희도는 이렇게 말했다.

S₅“개미는 몇 인분을 먹을 수 있을까 문제죠?” 수인이도 거들었다. 어린이들은 매우 즐거워했다.

선생님은 어린이들에게 눈을 감고 상상하며 들으라고 한 후, 큰 소리로 이야기를 읽어 주었다. 그리고 중간 부분까지 읽은 후에 선생님은 이야기를 다음과 같은 질문으로 끌마쳤다.

T₃“그 다음에 막내 개미는 어떻게 했을까?”

S₆“저요, 저요.” 많은 학생들이 손을 들었다.

T₄“이야기를 다시 한 번 들려줄게. 다시 한 번 머릿속으로 상상하면서 들어봐.”

선생님은 이야기를 다시 한 번 읽어주었다. 그리고 이야기의 줄거리에 대한 질문을 했다.

T₅“처음에 개미들이 출발할 때 어떻게 했었지?” 선생님은 이야기의 직사각형 배열로 학생들의 관심을 모으기 위해 물었다.

S₇“1줄로 100마리씩 서서 갔어요.” 대희가 대답했다. 선생님은 그것을 칠판에 적었다.

1줄로 100마리씩

T₆“1줄로 가다가 막내 개미가 뭐라고 했지?” 선생님이 질문했다.

S₈“1줄로 가면 너무 늦으니까 2줄로 가자고 했어요.” 윤철이가 말했다.

T₇“2줄로 가면 각 줄에 몇 마리씩 있지?”라는 선생님의 질문에 세림이가 대답했다.

S₉“50마리씩이요.” 선생님은 칠판에 적었다.

2줄로 50마리씩

T₈“그 다음에는?” 아이들은 무척 발표하고 싶어했다.

S₁₀“그 다음에는 4줄로 셨어요.” 영수가 말했다.

T₉“잘했어 영수야, 그런데 4줄로 서면 몇 마리씩 있지?” 선생님이 물었다.

S₁₁“음, 그건 지금 당장은 잘 몰라요. 선생님, 제가 지금 쌀 알로 해볼까요?”

T₁₀“그래, 그럼 그건 나중에 영수가 발표하자.” 선생님은 칠판에 이렇게만 적어 놓았다.

4줄로 ?

S₁₂“선생님, 저요, 저요.” “저 한 번만 시켜 주세요.” 어린이들이 소란스럽게 발표를 요청했다.

T₁₁“영수가 할 때까지 기다려 주자. 너희들만큼 영수도 하고 싶을테니까..... 우린 다른 것을 해보자. 4줄 다음에는 몇 줄이었더라?” 선생님이 질문했다.

S₁₃“5줄이요.” 여러 명의 아이들이 시키지도 않았는데 이구 동성으로 앉아서 말해 버렸다.

T₁₂“우리 반의 규칙을 잊었나 보구나. 이런 상황에 어울리는 규칙이 무엇이었지?” 선생님이 물었다. S₁₄“발표는 안한 친구에게 양보하기요.” 광민이가 말했다.

S₁₅“발표를 하고 싶으면 손만 들고 말은 하지 말고, 눈빛만 보내요.” 승찬이가 말했다.

T₁₃“그래, 그럼 5줄로 셨을 때는 각 줄에 몇 마리씩 있을까?”

선생님은 다시 질문했다.

S₁₆“20마리씩이요.” 유정이가 말했다.

S₁₇“선생님 알아냈어요.” 이 때 영수가 손을 들면서 달했다.

T₁₄“그래, 몇 마리씩이지?” 선생님은 물었다.

S₁₈“25마리씩이요.” 영수가 자신 있게 대답했다.

T₁₅“이렇게 빨리 어떻게 알아냈나?” 선생님이 물었다.

S₁₉“제가 가지고 온 쌀알로 해봤어요.” 영수가 기쁨에 찬 표정으로 말했다. 선생님은 칠판에 있는 물음표를 지우고 두 가지를 동시에 적었다.

4줄로 25마리씩

5줄로 20마리씩

T₁₆“너희들은 이것을 어떻게 알아냈나?” 선생님이 물었다.

S₂₀“나누기를 이용해서요.” 대희가 말했다.

S₂₁“제가 가져온 해바라기씨로 해보았어요.” 유리도 말했다.

S₂₂“저는 바둑알이 모자라서 혜진이랑 같이 했어요.” 수인이가 말했다.

S₂₃“선생님, 있는 만큼만 하고, 모자라는 건 그냥 그려도 되지 않나요?” 종숙이가 질문했다.

T₁₇“대단한데, 너희들. 가르쳐주지 않아도 잘하네~” 선생님은 아이들을 칭찬해 주었다.

T₁₈“그럼, 시간을 조금 줄테니까 이 중에서 하나를 골라서 내가 가져온 개미 물건들로 줄을 세워봐.” “그리고 우리 모두에 못하는 친구가 있으면 해주지 말고, 스스로 할 수 있도록 도와줘.” 선생님이 말했다.

그 다음에 선생님은 이야기의 끝부분에 했던 질문을 던졌다.

T₁₉“그 다음에 막내 개미가 어떻게 했을까?”

어린이들은 여려 가지 대답을 하였다.

S₂₄“10줄로 세워요.” “20줄로 세워요.” “50줄로 세워요.” “8줄로 세워요, 아 안된다.” “7줄이요.”

S₂₅“7줄이 어떻게 되나?” 이 때 종숙이가 끼어들었다.

T₂₀“종숙아, 잠깐만. 영수야 7줄이 된다고 생각하니? 그럼 7줄로 한 번 만들어봐.”

S₂₆“100의 약수면 아무거나 다 되는 거 아니에요?” 종숙이가 또 말했다.

T₂₁“왜 그렇게 생각하니?” 선생님이 물었다.

S₂₇“100의 약수를 구해서 100을 나누어 보면 다 나누어 떨어지니까요.” 종숙이가 대답했다.

T₂₂“그래, 그렇구나.” 선생님이 대답해 주었다.

S₂₈“100줄로 세워요.” 갑자기 태훈이가 말했다.

S₂₉“우와 근데 길이 너무 좁으면 어떻게 하지?” 승찬이가 말했다.

S₃₀“그냥 께서 가는 거예요. 먹으려면.” 태훈이가 대답했다.

S₃₁“좋은 방법이 있어요. 100마리를 쌓아서 가요.” 정민이가

대답했다.

S₃₂ “그러면 맨 밑에 있는 개미는 힘들어서 더 늦게 가게 되지.” 찬영이가 말했다.

S₃₃ “죽을지도 몰라.” 승찬이도 말했다.

T₂₃ “그 다음에도 개미들이 줄을 설 수 있는 정말 많은 방법들이 있었구나.” 선생님은 이렇게 얘기하면서 다음 질문을 했다.

T₂₄ “그럼 이제 개미들이 각 줄에 몇 마리씩 줄을 섰는지를 적는 방법을 알아보자.” “직사각형 모양으로 줄을 세웠을 때, 그것을 나누셈 식으로 어떻게 표현할 수 있을까?” 선생님이 물었다.

S₃₄ “100 나누기 줄수를 하면 각 줄에 몇 마리씩인지가 나와요.” 회도가 말했다.

T₂₅ “지금 회도가 얘기한 것을 앞에 나와서 쓸 수 있는 사람 있니?” 선생님이 물었고, 서연이를 불렀다. S₃₅ “지금까지 나왔던 것만 적어요.” 서연이가 물었다. T₂₆ “그래.” 선생님이 대답했고, 서연이는 다음과 같이 썼다.

$$100 \div 2 = 50$$

$$100 \div 4 = 25$$

$$100 \div 5 = 20$$

선생님은 문제 하나를 또 제시했다. T₂₇ “그런데 선생님이 궁금한 게 하나 있는데, 왜 3줄로는 세우지 않았을까?”

S₃₆ “그냥요, 개미 마음이에요.” 찬영이가 말했다.

S₃₇ “그 개미가 3을 싫어해서요.” 윤철이가 수줍게 웃으면서 말했다.

S₃₈ “왕따를 당하는 개미가 생기기 때문이에요.” 대희가 말했다.

S₃₉ “맞아요, 3마리씩 서면 마지막에 한 마리가 혼자 남아요.” 종숙이가 덧붙여서 말했다.

S₄₀ “한 마리를 없애버려요.” 영수가 말했다.

S₄₁ “안돼, 불쌍하잖아.” 민규가 말했다.

S₄₂ “선생님, 해결 방법이 있어요.” 태훈이는 손을 번쩍 들며 발표를 시켜달라는 애원의 눈빛을 보냈다.

T₂₈ “태훈이가 해결 방법을 말해보자.” 선생님이 태훈이를 불렀다.

S₄₃ “마지막 줄 옆에 남은 한 마리를 세워요.” 태훈이가 말했다.

T₂₉ “그럼 너희들은 1마리가 남는다고 생각하는 거야?” 선생님이 물어 보았다.

S₄₇ “네.” 어린이들이 이구동성으로 대답했다.

T₃₀ “그럼, 정말 1마리가 남는지 자신의 물건을 배열해 보자. 어려움을 겪고 있는 친구가 있으면 어떻게 하라고 했지?” 선생님이 물었다.

S₄₈ “해주지 말고 할 수 있도록 도와주라고요.” 어린이들이 대답했다.

어린이들은 조용히 3줄로 자신의 물건을 배열하기 시작했다. 그리고 같은 모둠에 있는 친구들의 물건을 최대한 만지지 않으려고 노력하면서 친구들을 도와주었다. 친구의 개미 물건을 만지면 해주는 것이 되어버리기 때문이었다.

T₃₁ “남은 개미가 있을 때는 나누셈 식으로 어떻게 표현하면 좋을까?” 선생님이 물었다.

S₄₉ “나머지에 동그라미를 그려 놓아요.” 지연이가 오랜만에 말했다.

S₅₀ “그냥 옆쪽에 써놓으면 알아볼 수 있어요.” 민규가 말했다.

S₅₁ “땡땡땡을 그리고 나머지를 쓰면 나머지라고 생각해요.” 지혜가 대답했다.

T₃₂ “사람들이 그걸 어떻게 표현하는지를 보여줄게.” 선생님이 말했다.

S₅₂ “제가 쓰면 안 될까요?” 그 때 종숙이가 손을 들며 말했다.

T₃₃ “좋아.” 선생님이 말했다.

종숙이는 칠판에 이렇게 적었다.

$$100 \div 3 = 33 \cdots 1$$

그 다음에 선생님은 다음 활동을 소개했다. T₃₄ “이번 활동에서 너희들은 20마리의 개미들이 한 줄로 서서 소풍 장소로 가고 있다고 생각하는 거야.” “그리고 만약 개미들이 2줄, 3줄, 4줄 … 10줄로 선다면 어떻게 될지를 알아보는 거란다.” 선생님은 칠판에 이렇게 적었다.

20마리의 배고픈 개미들

1줄로 서면 _____

2줄로 서면 _____

3줄로 서면 _____

4줄로 서면 _____

5줄로 서면 _____

6줄로 서면 _____

7줄로 서면 _____

8줄로 서면 _____

9줄로 서면 _____

10줄로 서면 _____

T₃₅ “종이에 이렇게 적어라.” “어떤 줄에서는 나머지 개미들이 생기겠지, 그런 개미들은 어떻게 해야 하는지 방금 한 것을 보면 알 수 있겠지?” T₃₆ “20마리의 개미로 하는 것이 끝나면 같은 활동을 한 번 더 하는데, 이번에는 너희들이 원하는 개미의 수를 정해서 할 거란다. 똑같은 방법으로 적어서하고 20이라는 수만 너희들이 선택한 수로 바꾸면 되는 거야. 어렵다고 생각되는 부분은 개미를 대신하는 물건을 이용해서 해보렴. 자, 이제 시작하자.” 선생님이 말했다. S₅₃ “네.” 아이들은 대답했고, 활동을 하기 시작했다.

<다음날>

T₃₇ “어제 했던 배고픈 개미 이야기 생각나는 사람 있니?” 선생님이 물었다.

S₅₃ “개미들이 소풍을 빨리 가기 위해서 줄을 계속 바꾸어서 내용이에요.” 지현이가 말했다.

T₃₈ “그 이야기로 우리는 무엇을 했었지?” 선생님이 물었다.

S₅₄ “나누셈을 하고, 개미 20마리를 줄세웠어요.” 정민이가 말했다.

S₅₅ “그 다음에는 자기가 정한 개미 수를 가지고 똑같이 활동 했어요.” 대희가 말했다.

T₃₉ “그래, 그랬었지.” “우리 11마리의 개미를 이용해서 잠깐 다시 해볼까?”

선생님은 어린이들과 함께 이야기를 나누며 11마리의 개미를 줄세우는 활동을 해보았다.

T₄₀ “이번 시간에는 배고픈 개미들 이야기를 새로운 이야기로 바꾸고, 줄을 세워 볼 거야. 새로운 이야기에는 이 내용처럼 줄을 서서 가는 내용이 포함되어 있어야 해. 먼저 줄을 세울 수 있는 재미있는 이야기를 생각해 보아야겠지? 내용을 어떻게 할지, 몇 마리로 할지는 모두 너희들이 결정할거야.” 선생님이 오늘 할 활동에 대해서 설명했다.

학습자 중심의 수학 수업에서 교사의 발문 분석

S₆₆ “선생님, 근데 이거 먹어도 되나요?” 대근이가 물었다.

T₄₁ “활동이 끝난 후에는 먹어도 좋다.” 선생님이 대답했다.

S₆₇ “어, 선생님 수인이는 바둑돌 가져 왔는데 바둑돌 먹어요?” 희도가 장난하면서 말했다.

S₆₈ “저는 쌀 가져 왔는데 이걸 어떻게 먹어요?” 휘래도 웃으며 말했다.

S₆₉ “나눠 먹으면 되지. 내꺼 같이 먹자.” 혜진이가 웃으며 수인이에게 말했다.

T₄₂ “그럼, 오늘 활동을 할 종이를 이렇게 접어보자.” 선생님은 접는 방법을 먼저 보여주고 난 뒤에 각 칸마다 어떤 내용이 들어가야 하는지를 설명해 주었다.

제목 : 내가 지은 이야기	1줄로 서면	2줄로 서면	3줄로 서면
4줄로 서면	5줄로 서면	6줄로 서면	7줄로 서면
8줄로 서면	9줄로 서면	10줄로 서면	이야기의 결론은?

T₄₃ “첫 번째 칸에는 내가 지은 이야기의 제목과 줄거리를 쓰고, 그 다음 칸에는 줄을 섰더니 어떤 일이 일어났는지를 쓰고, 마지막 칸에는 그 이야기의 결론을 쓰면 된다. 종이가 완성되면 각 칸마다 그것과 관련된 나누셈 식을 적어보아라. 다 된 모둠은 어제와 오늘 우리가 했던 활동들에서 자신이 알게 된 점이나 생각했던 것을 모둠별 토의 활동지 1번에 써보고, 모둠별로 토의하여 모둠의 좋은 생각들을 모아서 2번에 정리해 보아라.” 선생님의 설명이 끝나자 아이들은 활동을 하기 시작했다.

학생들은 자신이 편하다고 생각되는 방법으로 활동을 하였다. 어떤 어린이들은 선생님이 써 준 것을 공책에 쓰고는 각각의 예들을 순서대로 해 나갔다. 또 어떤 어린이들은 쉬운 것부터 해나가기 시작했다. 어떤 어린이들은 머릿속으로만 생각해서 하고, 몇몇은 점으로 표현하여 문제를 해결하고 있었다. 개미 대신 가져온 물건들을 사용하는 어린이들도 있었다.

윤철이는 아무 것도 하지 못하고, 바둑돌만 만지작거리고 있었다. 윤철이는 작년까지 오후에 부진아 교실에서 공부를 하던 어린이였고, 올해부터는 어머니와 본인의 요구로 그것을 그만둔 어린이였다. 양전하고 말도 별로 없는 어린이이다.

T₄₄ “윤철아, 개미 20마리를 1줄로 세워볼까?” 선생님이 말했고, 윤철이는 바둑돌을 1줄로 늘어놓았다.

T₄₅ “윤철아, 1줄에 몇 마리가 있지?” 선생님이 물었다.

윤철이는 바둑돌을 하나하나 세어보고 말했다. S₇₀ “20개요.”

T₄₆ “와! 잘 했다. 그럼 여기에 써볼까?” 선생님이 말했고, 윤철이는 20마리라고 썼다.

T₄₇ “그럼 이제 2줄로 세워보자.” 선생님은 말했고, 윤철이는 바둑돌을 2줄로 세웠다.

T₄₈ “윤철아, 1줄에 몇 마리씩 있니?” 선생님이 물었다.

S₇₁ “10마리요.” 윤철이는 바둑돌을 하나하나 세어 보더니, 대답했다.

S₇₂ “선생님, 다음 활동 해도 되죠?” 이 때, 수학적 이해력이

빠른 종욱이가 말했다.

T₄₉ “그래.”

다른 어린이들은 모두 물건도 이용하고 점도 찍어가면서 재미있고 쉽게 첫 번째 활동을 끝냈다. 이해력이 느린 자연이도 모둠원들의 도움을 받으며 무사히 활동을 끝마치고 다음 활동으로 넘어갔다.

케간 순시 후에 다시 윤철이에게 갔더니, 윤철이는 그림 4와 같이 활동을 하였고, 윤철이는 활동을 하고 주변에 점을 찍어서 줄을 세워본 흔적을 보여주었다.

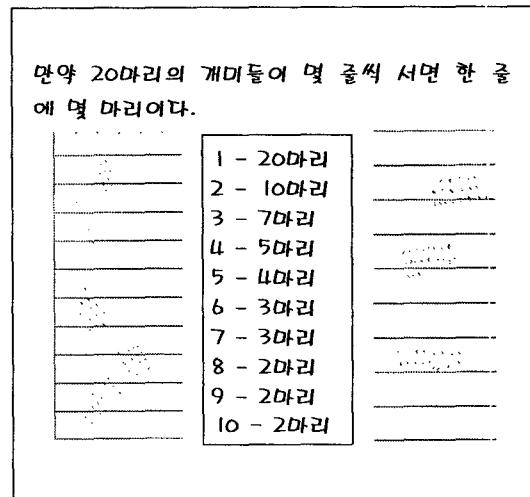


그림 4. 학습 부진아인 윤철이의 20마리 개미 줄세우기

윤철이의 활동지에는 잘못된 부분이 있었고, 나머지는 쓰지 않은 것이 많았다. 선생님은 윤철이와 같은 모둠에 있는 어린이들에게 윤철이를 도와주라고 부탁하였다. 처음 있는 일은 아니었다. 거의 대부분의 시간에 선생님은 이해에 어려움을 느끼는 어린이는 모둠 구성원이 도와주라고 부탁하고 있었다.⁸⁾

희도는 친절하게 윤철이를 도와주는 어린이였다.

S₇₃ “윤철아, 3줄로 다시 한 번 세워보자.” 희도는 말했고, 둘은 다시 바둑돌로 활동했다.

S₇₄ “각 줄에 몇 마리씩 있지?” 희도가 물었다.

S₇₅ “7마리.” 윤철이가 대답했다.

S₇₆ “그런데 마지막 줄을 봐.” 희도가 말했다.

S₇₇ “어 한 마리가 없네.” 윤철이가 말했다.

S₇₈ “이렇게 직사각형이 안 될 때는 뒤에 남은 것을 나머지라고 불러. 그리고 나머지가 있을 때 쓰는 방법을 알려줄게.” 희도는 친절하게 설명해 주었다.

S₇₉ “윤철아, 그럼 6줄로 세우는 것도 해보자.” 희도가 말했

8) 같은 또래의 아이들은 서로 말이 잘 통하며, 배우는 아 이도 편안함을 느낄 수 있다. 이런 방법을 사용하면 그들이 서로서로 아이들의 언어로 말하기 때문에 어른인 선생님이 먼저 이야기하는 것보다 훨씬 많은 도움을 받게될 수도 있고, 여러 아이들을 지도해야 하는 선생님에게도 도움을 준다.

다.

윤철이는 희도의 도움을 받으면서 활동을 무사히 끝내고, 무척 흐뭇해하였다.

20마리의 개미들을 배열하는 것을 끝마친 미진이는 개미의 수를 30마리로 정하여 다음 활동을 했다. 쌀알을 많이 가져온 미진이는 1줄로 세운 것 옆에 2줄로 세우고, 그 옆에 또 3줄로 세우면서 10줄까지 책상 위에 쌀알을 줄세워 놓았다. 그것을 옆에서 보고 있던 유정이가 말했다.

S₈₀ “똑같은 모양이 있어. 30개를 3줄로 세웠을 때랑 10줄로 세웠을 때의 모양이 옆으로 돌려놓으면 똑같잖아.”

S₈₁ “이것도 똑같다.” 5줄로 세운 것과 6줄로 세운 것을 가리키며 미진이가 말했다.

S₈₂ “선생님, 재밌는데 다 한 사람은 개미 수를 다시 정해서 한 번 더해도 되요?” 수인이가 물었다.

T₅₀ “그렇게 하렴.” 선생님이 대답했다.

그러자 두 가지 활동을 모두 끝마친 어린이들이 너도 나도 땅달아 하기 시작했다.

다음날에 아이들은 배고픈 개미들 이야기를 새로운 이야기로 바꾸었다. 종이를 12칸이 나오도록 접은 후에 어린이들은 활동을 시작했다. 어린이들은 이야기를 만들어내고, 각 칸마다 관련된 나눗셈 식을 써야만 했다. 그런데 지연이는 이야기를 만들어내고, 줄을 세우는 것에만 열중했다. 이 때 그것을 본 영수가 말했다.

S₈₃ “만약에 2줄로 가면 몇 마리씩 있는지에 대한 나눗셈을 써야하는데 너는 안 썼어.”

지연이는 무슨 이야기인지 이해가 가지 않는다는 표정이었다.

S₈₄ “선생님, 지연이는 식을 안 써요.” 영수가 말했다.

T₅₁ “지연아, 같이 해볼까? 32마리를 1줄로 세우면 1줄에 몇 마리가 있지?” 선생님이 물었다.

S₈₅ “32마리요.” 지연이가 대답했다.

T₅₂ “그럼 이것을 나눗셈이 들어가 있는 식으로 나타내면 $32 \div 1 = 32$ 가 된단다.” 선생님이 말했다. T₅₃ “자, 다음 것을 해보자. 32마리를 2줄로 세워봐. 한 줄에 몇 마리가 있지?” 선생님이 물었다.

S₈₆ “16마리요.” 지연이가 대답했다.

T₅₄ “그럼 나눗셈 식을 어떻게 쓰면 좋을까?” 선생님이 물었다. 선생님이 그 전에 썼던 식에 있는 숫자들을 가리키면서 다시 한 번 설명하고 난 후에야 비로소 지연이는 나눗셈 식을 썼고, 그 다음 칸에도 식을 쓰기 시작했다.

S₈₇ “선생님, 줄을 만들어서 갈 때 꼭 위로만 가게 해야 하는 것은 아니죠? 옆으로 줄어서 가도 괜찮아요?” 태훈이가 물었다.

T₅₅ “그래도 된단다.” 선생님이 대답했다.

S₈₈ “선생님, 줄을 서서 산을 올라가는 것을 그려도 되죠?” 유진이가 그 말을 듣고 물었다.

T₅₆ “그럼.” 선생님이 대답했다.

S₈₉ “역시 난 천재야.” 유진이는 기뻐하면서 말했다.

S₉₀ “선생님, 35마리는 너무 많아서 다 그릴 수가 없는데, 어떻게 해요?” 다운이가 선생님을 불렀다.

T₅₇ “글쎄, 어떻게 하면 좋을까?” 선생님이 되물었다.

S₉₁ “그냥 이렇게 점으로 표시만 해도 될까요?” 다운이가 점으로 그리면서 물었다.

T₅₈ “정말 좋은 방법이구나.” 선생님이 대답해 주었다.

T₅₉ “그런데 다운이는 왜 6줄로 가는 것이 빨리 갈 수 있다

고 결론을 내렸니?” 선생님이 물었다.

S₉₂ “5줄로 서는 것과 7줄로 서는 것이 나머지가 없어서 좋긴 하지만, 그것 두 개의 중간이 6줄로 서는 것이어서 6줄이라고 했어요.” 다운이가 대답했다.

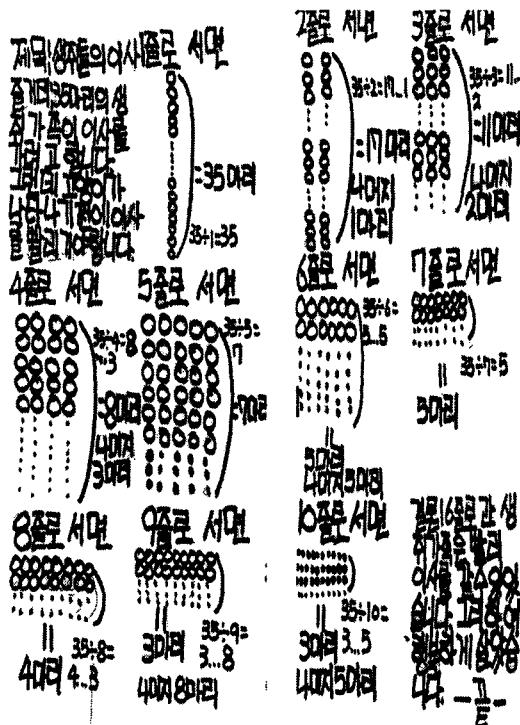


그림 5. 태훈이는 줄을 서서 가는 모습을 옆으로 그렸다. 이것과 32마리로 한 다른 어린이의 것을 비교하면서 어린이들은 1줄로 32마리씩과 32줄로 1마리씩이 같은 것이라는 것을 알아냈다.

그림 6. 다운이는 35마리의 생쥐 가족이 고양이가 나타나기 전에 이사를 가야 한다는 내용을 표현했고, 많은 생쥐들을 어떻게 나타낼지 고민하다가 점으로 나타내기 시작했다.

활동을 마친 어린이들은 새롭게 알게 된 점이나 생각들을 썼고, 다 끝마친 모둠의 어린이들은 모둠 토의를 하기 시작했다. 그 날의 모둠장(長)부터 시작해서 6명이 돌아가면서 자신이 알게 된 점을 친구들에게 말하고, 서로 의논하여 좋다고 생각되는 의견을 모으는 활동이었다(T₆₀).

학습자 중심의 수학 수업에서 교사의 발문 분석



윤철 : 내가 개미수 활동을 통해 알게 된 점은 개미는 줄을 잘 선다는 것이다. 나머지가 있는 것을 쓰는 것이다.

수민 : 난 이 활동을 통해 이런 약수, 나눗셈과 관련이 있다는 것을 알게 되었고 약수와 나눗셈은 어떻게 보면 수학으로 친척관계인 것 같다.

수인 : 개미도 규칙을 잘 지키니까 우리도 지키자. 뭐든지 짹의 수가 맞아야 된다.

혜진 : 어떤 수의 약수가 중요하게 작용한다는 생각이 들었다. 이러한 규칙이 활동을 하면 더 쉽게 풀릴 수 있다는 점을 알았다. 활동에 방심할 수 있었던 나를 구해준 소중한 활동이다. 앞으로 이런 문제를 계속 풀어서 머리를 활발하게 해야겠다.

다영 : 활동을 통해 계산에 대해서 알게 되는구나를 느꼈다. 상상력을 가져보자고 느꼈다.

그림 7. 1모둠의 토의 내용

1모둠의 아이들은 모둠 구성원들의 의견 중에서 하나씩을 선택하여 토의한 내용에 모두 집어넣으면서 어느 누구의 의견도 무시하지 않고 존중해 주었다.

태훈이는 활동을 하면서 생각했던 점을 이렇게 썼다: 약수로 나누면 될 것이지 왜 모든 수로 쪼개 나누었을까? 약수만 빼고 다 나머지가 있네. 약수 공부였군. 귀찮았는데 해보니 보람이 있네.

태훈이네 6모둠은 태훈이가 이야기하는 것에 모두 동의하듯 고개를 끄덕이며, 태훈이 특유의 말투에 웃었다.

6모둠의 유정이가 쓴 내용 중에는 큰 수일수록 약수가 많아 진다는 내용이 있었다. 이것을 본 다른 어린이들은 정말인지 확인해 보고 싶어했다.

S₃₃ “각자 수를 정해서 한 번 해보자. 다하면 비교해보면 되잖아.” 태훈이가 말했고, 어린이들은 동의했다. 각자 수를 정해서 해본 후 어린이들은 큰 수라고 해서 약수가 많은 것은 아니라는 결론을 내렸다. 6모둠은 활동을 하면서 많은 것을 알아냈고, 토의 활동이 원활하게 이루어졌다.

약수로 나누었을 때는 나머지가 없다.
약수가 아닌 수로 나누면 나머지가 있다.
어떤 수로 나누었을 때 나머지가 무엇이 나오는지 알게 되었다.
짝수는 2로 나눌 수 있다.
모든 수는 1로 나누어진다.
작은 약수는 무조건 1이다.

그림 8. 6모둠이 토의한 것

4모둠의 세림이는 이렇게 썼다: 나누기를 잘 할 수 있게 되었고 나누기가 어떻게 이루어지는지를 알게 되었다. 나머지가 어떻게 없어지는지와 배수와 약수의 관계도 쉽게 알 수 있었다. 또 즐겁게 수학을 할 수 있어서 좋았다. 수학이 더 좋아질 것 같다. 유리와 지혜는 약수는 이해가 가지만 배수의 관계에 대해서는 잘 모르겠다며 세림이에게 질문을 했다. 세림이는 나머지가 없는 나눗셈식에서 뒤의 두 수를 곱하면 전체가 몇 개인지가 나오게 되고, 그것은 직사각형 배열의 그림을 보면 쉽게 알 수 있다고 친구들에게 설명해 주었다.

3모둠의 윤호, 찬영, 승찬이는 문제푸는 방법을 더 쉽게 이해할 수 있게 되었다고 썼다. 3모둠의 아이들은 활동을 하면서 생각했던 것에 대해서 주로 썼다.

윤호 : 이렇게 공부하면 3, 4학년 아이들의 나누기가 아주 쉽게 되고, 나누기가 이렇게 쉬운줄 몰랐다. 재미있고 공부에 도움이 되고 나누기가 재미있다.

찬영 : 문제푸는 방법을 얻었다. 문제푸는 방법이 쉬워진다 누군가를 가르쳐줄 수 있다.

승찬 : 우리의 인내력을 길러주고 자기가 풀려고 노력하는 모습을 가진다. 문제푸는 방법을 더 쉽게 이해할 수 있게 된다. 문제를 더 쉽게 풀 수 있다.

그림 9. 3모둠의 토의 내용

5모둠의 대희는 이렇게 썼다: 배수와 약수를 제대로 알 수 있게 되었고 규칙에 대해서 더 알 수 있게 되었다. 이 문제를 풀면서 ‘앗! 짜증나. 차라리 수학문제집을 풀겠다’ 라

고도 생각을 했는데 잠깐 푸는데도 여러 가지를 빼웠고 또 재미있는 생각도 하게 되었다. 5모둠의 대근이는 아무 것도 쓰지 않아서 모둠의 어린이들에게 꾸중을 듣고, 울상이 되어 있었다.

S₉₄ “정말로 아무 생각이 없었어, 그냥 했어.” 대근이는 울며 거리며 말했다.

S₉₅ “선생님, 대근이는 아무 것도 안했어요.” 대희가 말했다.

T₆₁ “왜 그랬니?” 선생님이 물었다.

S₉₆ “정말 생각난 게 없어서 그랬어요.” 대근이가 대답했다.

T₆₂ “그럼 5모둠의 어린이들이 대근이가 생각할 수 있도록 도와주어야겠네.” 선생님이 말했다.

S₉₇ “알았어요, 선생님. 대근이는 그냥 같이 들으면 되잖아. 듣다 보면 또 생각이 날 수도 있고, 듣는 것도 공부야.” 친구들을 잘 쟁기는 주희가 5모둠의 어린이들에게 말하자 모두들 동의하는 눈치였다.

<전체 학급 토론>

모둠 활동을 마치고, 우리는 학급 토론을 시작하였다. 이 시간은 어린이들의 생각을 공유하는 시간이었다. 어린이들이 자신이 활동한 것을 앞에 나와서 이야기를 하면 선생님은 관련된 나눗셈 식을 칠판에 썼다. T₆₃ “너희들이 활동했던 것 중에서 어떤 것을 발표해도 좋단다. 그리고 듣는 사람들은 다 듣고 난 후에 궁금한 것을 물어볼 수 있어. 듣다가 생각 난 것은 어떤 것이라도 말해도 좋단다. 마음속에 담아두지 말고 들으면서 생각한 것이나 질문이 있으면 다 듣고 난 후에 손을 들고 말하도록 하자.”

어린이들은 서로 자신이 한 것을 발표하겠다며 손을 들었다. 선생님은 희도를 불렀고, 희도가 앞에 나와서 2차시 활동에서 했던 새로운 이야기를 읽었다. 제목은 모기들의 전쟁이었다. 36마리의 모기들이 새벽에 줄을 지어서 인간을 습격하는 내용이었고, 15줄까지 세웠다. 희도는 화이트보드 위에 사람의 배를 그리고, 그 안에 모기들이 줄을 지어 선 것을 점으로 표현하였다.

S₉₈ “여기서 문제! 모기들이 어떻게 줄을 서면 안 죽을까?” 희도가 어린이들에게 물었다.

S₉₉ “12줄.” 승찬이가 말했다.

T₆₄ “왜 그렇게 생각하나?” 선생님이 물었다.

S₁₀₀ “그럼을 보세요.” 승찬이가 웃으면서 말했다.

T₆₅ “희도야, 12줄로 서 있는 그림이 어디에 있는지 친구들에게 보여줘.” 선생님이 말했다.

S₁₀₁ “여기요.” 희도는 말하면서 3줄로 서 있는 곳을 가리켰다.

S₁₀₂ “어 이상하다. 그건 3줄이잖아.” 민규가 말했다.

S₁₀₃ “어, 그렇네. 그런데 3줄이나 12줄이나 똑같아요.” 희도가 말했다.

S₁₀₄ “12줄로 서 있는 그림에는 왕따 모기가 없어요. 왕따들은 잡히는 거고 12마리씩 뭉친 곳은 살아남을 수 있어요.” 승찬이가 말했다.

T₆₆ “그럼, 우리 왕따 모기가 죽는다고 생각해보자. 그럼 어떻게 배열했을 때 모기가 가장 적게 죽을까?” 선생님이 물었다.

S₁₀₅ “3줄로 선 것과 12줄로 선 것이요. 그럼 왕따가 없어요.” 세림이가 말했다.

S₁₀₆ “6줄도 있어요.” 윤호도 거들었다.

S₁₀₇ “그렇게 물리면 사람이 살아남을 수 없을 거예요.” 종욱

이가 웃으며 말했다.

S₁₀₈ “4줄로 서면 9마리씩 서서 모기가 모두 살아요.” 찬영이가 말했다.

S₁₀₉ “1줄이요.” 유리가 말했다.

많은 어린이들이 나머지가 없는 것을 말했고, 심지어는 그럼에 없는 것도 말했다.

S₁₁₀ “선생님, 36줄로 1마리도 있어요.” 대희가 말했다.

T₆₇ “그럼, 그걸 한 번 그려볼까?” 선생님이 말했다.

S₁₁₁ “선생님, 저거랑 똑같지 않아요?” 종욱이가 말했다.

T₆₈ “한 번 생각해 볼까?” 선생님이 말했다.

S₁₁₂ “똑같아요. 그림을 돌려놓으면 되요.” 종욱이가 설명했다.

S₁₁₃ “5줄이요.” 광민이가 말했다.

S₁₁₄ “어, 선생님. 5줄은 나머지가 있어요. 그래서 남는 왕따가 희생되요.” 유리가 말했다.

T₆₉ “이제 없니? 희도야, 그 그림에서 나머지가 없는 것이 또 있니?” 선생님이 물었다.

S₁₁₅ “18줄로 2마리도 있어요.” 정민이가 말했다.

S₁₁₆ “너무 많아요.” 희도가 말했다.

선생님은 칠판 한쪽에 희도의 나눗셈 식을 썼다.

세림이는 33마리의 꿀벌 이야기를 만들었다. 이야기를 소개한 후 세림이는 친구들에게 자신의 결론을 말하였다. S₁₁₇ “3줄로 가는 것이 현명합니다. 왜냐하면 왕따별이 없는 곳은 1줄과 3줄이 있는 테 1줄은 너무 길어서 가다가 지치기 때문입니다.”

T₇₀ “다른 사람들은 세림이의 것에서 결국 몇 줄로 가는 것 이 현명하다고 생각하니?” 선생님이 물었다.

S₁₁₈ “3줄로 11마리씩을 옆에서 보면 11줄씩 3마리도 있네.” 수민이가 말했다.

S₁₁₉ “33줄로 1마리씩 가는 것도 좋아요.” 수인이가 말했다.

T₇₁ “혹시 세림이의 것에서 더 발견한 것이나 생각한 것 없니?” 선생님이 물었다.

S₁₂₀ “세림이는 9줄로 썼을 때 나머지를 잘못 했어요. 하나 빼먹었어요.” 수민이가 갑자기 손을 번쩍 들더니 말했다.

S₁₂₁ “아, 그렇구나. 제가 실수했어요. 나머지가 6마리예요.” 세림이가 말했다.

S₁₂₂ “나머지가 많네. 남은 왕따별은 비행선에 태워 먼 나라로 잠시 보냈다가 데려와요.” 휘래가 말했다.

S₁₂₃ “몫이 짹수면 나머지가 훌수예요.” 상원이가 말했다.

T₇₂ “그렇구나, 그런데 왜 그렇게 되는 걸까?” 선생님이 물었다.

S₁₂₃ “우연의 일치겠죠.” 승찬이가 말했다.

S₁₂₄ “狎수를 끊어서 그런 거 아니에요?” 대근이가 말했다.

T₇₃ “그건 무슨 말이지?” 선생님이 물었다.

S₁₂₅ “음... 잘 모르겠어요.” 대근이는 생각해 보다가 대답했다.

T₇₄ “알고 싶니?” 선생님이 아이들에게 물었다.

S₁₂₆ “네.” 아이들이 대답했다.

T₇₅ “어떤 수에 짹수를 끊으면 항상 짹수가 나오지?” 선생님이 여기까지 얘기했을 때, 갑자기 종욱이가 일어나며 말했다.

S₁₂₇ “아, 알았어요. 줄에 있는 수와 뭉을 끊하면 나머지 빼고 직사각형 모양에 있는 것의 수가 되요. 그런데 뭉이 짹수면 줄 수가 뭐든 항상 짹수가 되죠. 그래서 33이 훌수이기 때문에 직사각형 모양만큼을 빼면 항상 나머지가 훌수가 되

학습자 중심의 수학 수업에서 교사의 발문 분석

요.”

S₁₂₈ “와, 대단하구나.” 선생님이 말했다.

S₁₂₉ “줄에 있는 수가 모두 나머지보다 커요.” 유정이가 자신이 발견한 것을 말했다.

S₁₃₀ “당연하지, 남은 것이 더 크면 또 줄을 세울 수 있으니까.” 종욱이가 말했다.

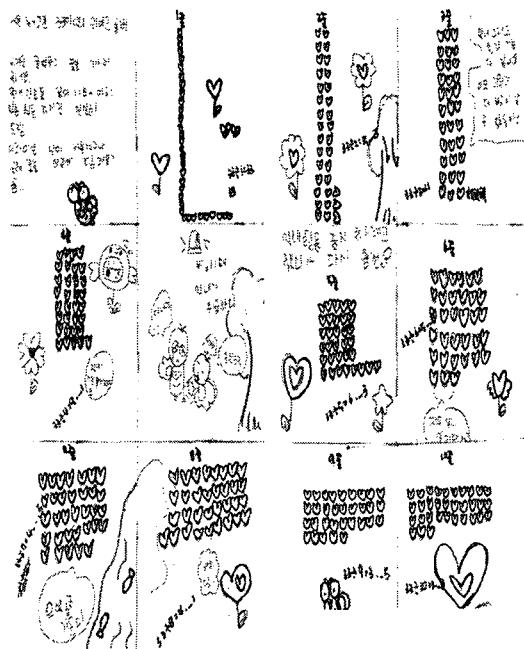


그림 10. 세림이가 구성한 이야기 및 결론(뒤쪽에 3줄로 서는 것이 왕따 떨이 없기 때문에 가장 좋다)

수인이도 자신의 것을 발표했다. 수인이의 내용을 아이들은 흥미로워 했고, 우리가 한 것들과 조금 달랐다.

T₇₆ “수인이의 이야기 내용을 다시 발표해 볼 사람 있니?” 선생님이 물었다.

S₁₃₁ “줄을 잘 서면 잡히지 않고, 줄을 못서면 죽어요.” 서연이가 일어나서 말했다.

S₁₃₂ “정말 새로운 내용이구나. 그런데 마지막에 왜 다 죽었지?”

S₁₃₃ “10줄로 맞추어 가야 하는 상황이었는데 9마리밖에 없었어요.” 대근이가 말했다.

T₇₇ “또 발견한 것이나 생각한 것이 있는 사람?” 선생님이 물었다.

S₁₃₄ “수인이의 것에서는 처음 숫자가 계속 줄어들고 있어요.” 수민이가 말했다.

T₇₈ “왜 그렇지?” 선생님이 물었다. S₁₃₅ “왕따 당한 줄 못선 파리가 죽었으니까 앞의 수가 자꾸 줄어들어요.” 유정이가 말했다.

S₁₃₆ “나머지가 내려갔다가 계속 올라가요.” 미란이가 말했다.

S₁₃₇ “그건 아니야. 중간 부분에서 오르락내리락 하잖아? 그건 상관없어.” 수민이가 말했다.

미란이는 당황해하면서 다시 한 번 보더니 금방 받아들였

다.

S₁₃₈ “4와 7을 곱하고 2개를 더하면 30이 되요.” 대희가 말했다.

S₁₃₉ “어, 정말. 5곱하기 5를 하고 3을 더하면 28마리가 되네.” 휘래가 말했다.

T₇₉ “왜 그렇게 되는 걸까?” 선생님이 물었다.

S₁₄₀ “4줄로 섰을 때 뒤로 7마리씩이니까 곱해서 28마리가 나오면, 거기다가 줄 못서서 죽은 나머지 파리를 더해서 30이 되고요, 5줄로 서면 뒤로 5마리씩이니까 곱해서 25마리에다가 3마리의 나머지 파리를 더하면 28마리가 되요.”

종욱이가 말했다.

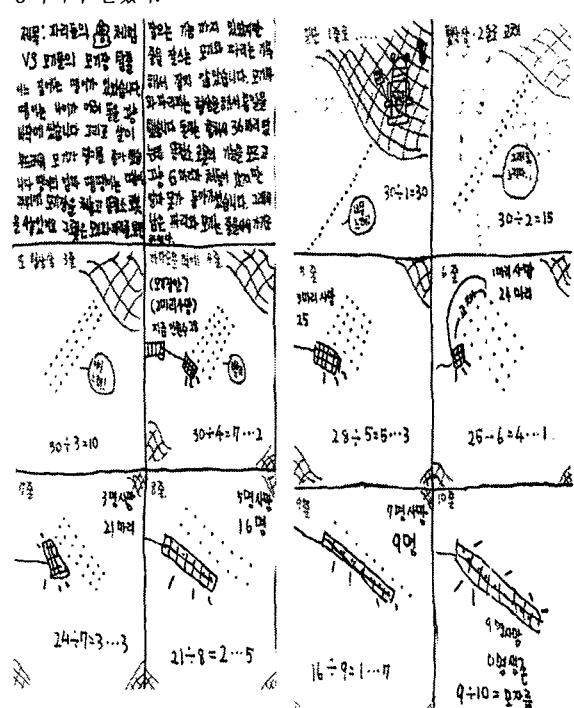


그림 11. 수인이는 줄을 못서면 똥청소 로봇에게 잡힌다는 이야기를 통해서 앞에 있는 숫자가 줄어드는 나눗셈 식을 보여주었다.

혜진이도 앞에 나와서 자신이 한 것을 발표하였다. 혜진이는 32마리의 딱정벌레가 변기 속으로 다이빙을 하는데 기다리는 시간이 너무 길어서 줄을 바꾼다는 내용으로 이야기를 만들었다.

T₈₀ “생각한 것을 말해보렴.” 선생님이 말했다.

S₁₄₁ “나누는 수와 답을 곱하면 32가 나와요.” 윤철이가 말했고, 어린이들은 윤철이가 그것을 말했다는 사실에 모두 놀라워하며 기뻐했다.

S₁₄₂ “32 나누기 3은 10 나머지 2와 32나누기 10은 3 나머지 2는 숫자의 자리가 바뀌었고 나머지가 같아요.” 광민이가 말했다.

T₈₁ “애들아, 왜 뒤의 두 수를 곱하면 앞의 수가 나오는지 그림과 관련지어서 설명할 수 있는 사람?” 선생님이 물었다.

S₁₄₃ “점을 그려볼게요. 점의 전체 수가 나오려면 곱하기를

해야 하는데 그 두 수가 나눗셈의 식 속에 있어요.” 유리가 점을 그리고 난 후 설명했다.

T₈₂“그럼 나머지가 있는 것도 그것과 관련지어서 설명할 수 있을까?” 선생님이 물었다.

S₁₄₄“32 나누기 5는 6과 나머지 2로 해보면, 나머지 2는 남은 것이기 때문에 더해야 해요.” 윤호가 말했다.

S₁₄₅“나머지를요, 버릴 수는 없으니까 그냥 더해줘요.” 유리도 말했다.

S₁₄₆“직사각형 부분에 있는 것은 두 수를 곱해서 전체수를 구하고, 나머지 2는 따로 있기 때문에 더하는 거예요.” 세림이가 그림을 그리면서 잘 설명했다.



그림12. 혜진이는 나눗셈 식을 쓸 때 똑똑한 딱정 강좌라고 하면서 딱정벌레가 설명하는 것을 그려 넣어 기발하고 재미있는 아이디어를 보여주었다.

많은 아이들이 자신의 이야기를 발표했고, 아이들은 즐거워 했다. 몇 명의 아이들은 자신의 이야기는 재미가 없다며, 앞에서 활동했던 배고픈 개미를 보여주기도 하였다. 광렬이는

처음에는 나머지를 표현하지 못했지만, 친구들이 발표하는 것에서 도움을 받아 나머지를 이해하게 되었다. 선생님은 아이들이 발표를 할 때마다 관련된 나눗셈 식을 칠판에 계속 적어 나갔다.

그리고 대회가 세로로 된 나눗셈 식을 쓴 것을 가지고 각각의 숫자들이 줄을 서는 것과 어떻게 연결이 되는지를 대회에게 설명해 달라고 부탁했다. 선생님은 아이들이 나눗셈에 대한 생각을 다시 한 번 정리하기를 바라면서 칠판을 가리키며 말했다.

T₈₃“지금까지 썼던 이 나눗셈 식들을 보고, 알 수 있는 것이 있으면 말해보자.” 선생님이 말하자, 많은 아이들이 손을 들었다.

S₁₄₇“남은 개미가 생기지 않으려면 몇 마리씩을 세워야 하는지를 알게 되었어요.” 수인이가 말했다.

S₁₄₈“그 수의 약수로 나누면 나머지가 없어요.” 태훈이가 말했다.

S₁₄₉“나눗셈을 표현하는 두 가지 방법이 있어요.” 대희가 말했다.

S₁₅₀“모든 수는 1로 나누어져요.” 광민이가 말했다.

S₁₅₁“짝수는 2로 나누면 무조건 나머지가 없어요.” 수줍음이 많지만 항상 노력하는 미진이도 말했다.

T₈₄“그래, 그럼 이번에는 2줄로 선 것만 따로 비교해보고, 또 3줄로 선 것만 따로 비교해봐.” 선생님은 나눗셈 식을 보는 다른 방법을 제시해 주었다.

S₁₅₂“2로 나누었을 때 나머지가 있으면 모두 1이에요.” 윤호가 말했다.

T₈₅“그럼 다른 수들은 어때?” 선생님이 물었다.

S₁₅₃“선생님, 저 알았어요, 나누는 수보다 나머지는 작게 나와요.” 승찬이가 말했다.

S₁₅₄“나머지가 없는 것을 보면 뒤의 두 수를 곱하면 앞의 수가 나와요.” 정민이가 말했다.

S₁₅₅“배수네요. 나머지가 없는 식에서는 배수를 볼 수 있어요.” 종육이가 말했다.

T₈₆“좀더 자세히 설명해줄래?” 선생님이 말했다.

S₁₅₆“앞의 수는 뒤의 두 수의 배수예요.” 종육이가 설명했다.

T₈₇“아, 그렇구나. 정말인지 아닌지 칠판을 보고 확인해볼까?” 선생님이 칠판을 가리키며 아이들에게 말했다.

토론 수업을 끝내야 할 시간이었다. 선생님은 활동도 열심히 하고 토론에도 열심히 참여했다고 모든 학생들을 칭찬하며 토론 수업을 끝마쳤다.

S₁₅₇“다음에도 토론 수업해요.” 수업이 끝나자마자 종육이가 다가와서 웃으며 말했다.

학습자 중심의 수학 수업에서 교사의 발문 분석

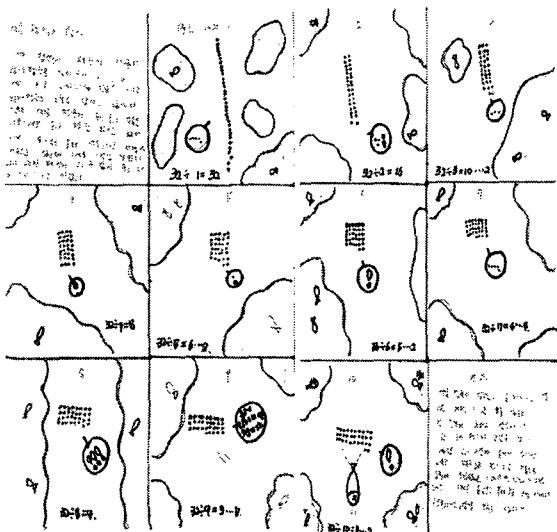


그림13. 전체토론에서 토론되지 않은 어린이의 이야기(I):
지혜의 이야기는 군인 펭귄들이 황제 펭귄을 찾아가서 잔치
를 벌이려는 내용이었고, 8줄로 썼을 때 가장 속력이 빠르다
고 결론을 지었다.

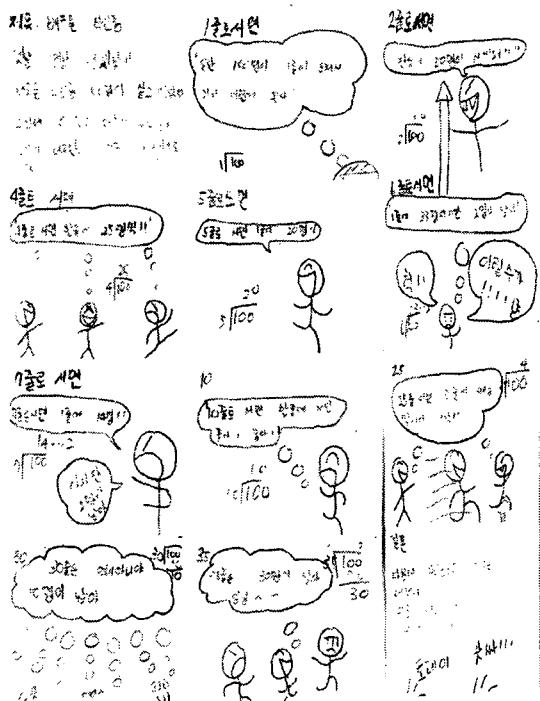


그림14. 전체토론에서 토론되지 않은 어린이의 이야기(II):
배고픈 식인종 100명의 이야기를 쓴 대회는 세로로 된 나누
셈 식을 표현하였다.