

접지된 유전체 평면위의 저항띠 격자구조에 의한 TE 산란 해석

Analysis of the TE Scattering by a Resistive Strip Grating Over a Grounded Dielectric Plane

윤의중*

Uei-Joong Yoon*

요 약

본 논문에서는 스트립 폭과 격자주기, 유전체 층의 비유전율과 두께, 그리고 TE(transverse electric) 평면파의 입사각에 따른 접지된 유전체 평면위의 저항띠 격자구조에 의한 TE 산란 문제를 수치해석 방법인 FGMM(Fourier-Galerkin Moment Method)를 이용하여 해석하였다. 유도되는 표면전류밀도는 간단한 함수인 지수 함수를 사용하여 Fourier 급수로 전개하였다. 유전체층의 비유전율과 두께가 증가함에 따라 반사전력이 증가하였고, 반사전력의 급변점들은 공진효과에 기인한 것으로 과거에 wood's anomalies[7]라고 불리워졌다. 제안된 방법의 검증은 위하여 기존의 완전도체 경우인 균일 저항율 $R = 0$ 에 대한 정규화된 반사전력의 수치결과는 기존의 논문들과 일치하였다.

Abstract

In this paper, TE(transverse electric) scattering problems by a resistive strip grating on a grounded dielectric plane according to the strip width and grating period, the relative permittivity and thickness of dielectric layer, and incident angles of a TE plane wave are analyzed by applying the FGMM(Fourier-Galerkin Moment Method) known as a numerical procedure. The induced surface current density is simply expanded in a Fourier series by using the exponential function as a simple function. The reflected power gets increased according as the relative permittivity and thickness of dielectric multilayers gets increased, the sharp variations of the reflected power are due to resonance effects were previously called wood's anomalies[7]. To verify the validity of the proposed method, the numerical results of normalized reflected power for the uniform resistivity $R = 0$ as a conductive strip case show in good agreement with those in the existing paper.

Key words : TE scattering, uniform resistivity, boundary condition, FGMM

I. 서 론

격자구조(strip grating)에 대한 문제는 반사나 투과 현상을 취급하기 위해서 많은 연구가 있어 왔으며, 또한 이러한 격자구조에 의한 산란문제는 광

학, 필터, 레이더, 안테나 및 전자기학의 이론 및 응용분야에서 널리 이용되어 왔으며, 여러 연구자들에 의해서 많은 관심을 가져왔다[1]-[7]. 격자구조에 도체를 사용한 기본 문제로서 Richmond[4]는 자유공간 상에서 스트립에 유도되는 미지의 유도전류를 간단

* 가천의과학대학교 의용공학과(Gachon University of Medicine and Science, Dept. of Biomedical Engineering.)

· 제1저자 (First Author) : 윤의중

· 접수일자 : 2006년 7월 10일

히 푸리에 급수로 전개하여 FGMM(Fourier-Galerkin moment method)을 이용하여 수치해석하였으며, 자유공간상에서 저항띠를 가진 경우는 파수영역에서 spectral-Galerkin 모멘트법(moment method)을 이용하여 수치해석하였다[5],[6]. 또한 완전도체띠 격자구조에 의한 산란 문제에 대해 유전체 접지층 위에 도체띠를 가지는 경우에 대해 수치방법중의 하나인 PMM(Point matching method)을 이용하여 수치 계산하였다[7]. 그 후 접지된 유전체위에 저항띠 문제[8], 유전체 판상의 다층유전체 문제[9] 및 변하는 저항율[10]을 가지는 경우 대해 FGMM을 이용하여 수치해석하였으며, 주로 TM(transverse magnetic) 산란 문제를 취급하여 왔다. 최근에 접지된 단일 유전층 위의 저항띠 격자구조에 대해 TE(transverse electric) 산란문제를 취급함에 있어 기저함수(basis function)를 두개의 함수인 sine 함수와 cosine 함수로 나누어 홀수 항과 짝수 항으로 구분해서 Fourier 급수로 전개하여 수치해석한 바 있다[11].

본 논문에서는 접지된 유전체 평면위에 매우 얇은 저항띠가 주기적으로 배열되어 있는 구조에서 TE 평면파가 비스듬히 입사될 때, 전자파 수치해석 방법인 FGMM을 이용하여 기하광학적 정규화된 반사전력의 해(solution)를 구함에 있어 기저함수(basis function)를 취급하기 쉬운 지수함수를 이용하여 기하광학적 반사전력을 구하는 것이 본 논문의 목적이며, E-분극의 경우 Richmond[4] 및 참고문헌[9]의 경우에도 기저함수를 단순한 지수함수를 이용하여 수치해석한 바 있다. 수치해석시 입사자계가 존재하는 영역에서 입사전자계와 산란전자계의 합인 전체 전자계와 유전체 층에서의 전체 전자계가 같다는 연속이론과 저항띠에서 만족하는 저항경계조건을 적용하였고 산란 전자계는 Floquet 모드함수의 급수로 전개하였으며, 저항띠는 매우 얇고 무한히 긴 경우를 취급하였으며, 입사 자계의 크기는 1로 하였다.

II. 문제의 구조해석

문제의 구조는 그림 1과 같이 H-분극 평면파가 가장자리에 ϕ 의 각도로 비스듬히 입사하고, 접지된 유전체 층위에 저항띠가 x 방향으로 무한하게 배열

되어 있다. 저항띠의 격자는 x-y 평면상에 위치하고 있으며, 스트립 주기는 s, 스트립 폭은 w이며, h는 스트립폭의 반($h=w/2$)이다. 영역 2의 유전체 층의 비유전율은 ϵ_r [F/m], 두께는 t이며, 입사 자계 및 전계는 \overline{H}^i 및 \overline{E}^i 는 다음과 같다.

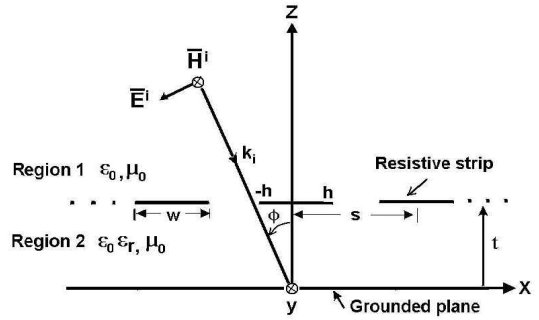


그림 1. 문제의 구조.
Fig. 1. Geometry of the problem.

$$\overline{H}^i = \hat{a}_y H_0 e^{-jk_0 x \sin \phi} e^{jk_0 z \cos \phi} \quad (1)$$

$$\overline{E}^i = -\hat{a}_x \frac{H_0}{\omega \epsilon_0} k_0 \cos \phi e^{-jk_0 x \sin \phi} e^{jk_0 z \cos \phi} \quad (2)$$

여기서 $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ 이며, k_0 는 매질의 전파상수, $\eta_0 = \sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}$ 는 고유임피던스, μ_0 와 ϵ_0 는 자유공간의 투자율 및 유전율, H_0 는 입사자계의 진폭으로서 본 논문에서는 1로 하였으며, 수식을 전개할 때 편의상 H_0 는 생략하기로 한다. 영역 1에서 접선성분의 전체 산란자계 및 전계 \overline{H}^s 및 \overline{E}^s 는 평면파(plane wave)의 합으로 표시할 수 있다.

$$\overline{H}^s = \hat{a}_y e^{-jk_0 x \sin \phi} \sum_n A_n \quad (3)$$

$$\overline{E}^s = \hat{a}_x \frac{e^{-jk_0 x \sin \phi}}{\omega \epsilon_0} \sum_n A_n \gamma_n e^{-\gamma_n(z-t)} e^{-j2n\pi x/s} \quad (4)$$

여기서 A_n 은 구해야 할 미지의 계수,

$\beta_n = k_0 \sin \phi + 2n\pi/s$ 이고 γ_n 은 다음과 같이 전파모드(propagation mode)와 감쇠모드(evanescent mode)로 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{cases} \beta_n = k_0 \sin \phi + 2n\pi/s & n \geq 0 \\ \beta_n = k_0 \sin \phi - 2n\pi/s & n < 0 \end{cases} \quad (5)$$

영역 2($0 \leq z \leq t$)에서 접선성분의 전체 자계 및 전계 \overline{H}_2^t 와 \overline{E}_2^t 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\overline{H}_2^t = \hat{a}_y e^{-jk_0 x \sin \phi} \sum_n (B_n e^{-j\eta_n x} + C_n e^{j\eta_n x}) e^{-j2n\pi x/s} \quad (6)$$

$$\overline{E}_2^t = -\hat{a}_x \frac{e^{-jk_0 x \sin \phi}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_r} \sum_n \eta_n (B_n e^{-j\eta_n x} - C_n e^{j\eta_n x}) e^{j2n\pi x/s} \quad (7)$$

여기서 B_n 과 C_n 은 구해야 할 미지의 계수이며, η_n 은 다음과 같이 2가지 모드로 구분하여 표시할 수 있다.

$$\begin{cases} \eta_n = \sqrt{k_d^2 - \beta_n^2} & \beta_n \leq k_d \\ \eta_n = j(\beta_n - k_d) & \beta_n > k_d \end{cases} \quad (8)$$

여기서 $k_d = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon_r} = k_0 \sqrt{\epsilon_r}$ 이며, $z = 0$ 인 접지평면에서 접선성분의 전계는 접지평면에서 사라져야 하며, $z = t$ 인 영역 1과 2의 경계면에서 접선성분의 전계는 연속이어야 하므로 이들 경계조건들을 정리하면 다음과 같이 B_n 을 A_n 의 항으로 표현할 수 있다.

$$B_n = \frac{\epsilon_r (A_n \gamma_n - k_0 \cos \phi e^{jk_0 t \cos \phi} \delta_n)}{\eta_n (e^{-j\eta_n t} - e^{j\eta_n t})} \quad (9)$$

여기서 δ_n 는 $n = 0$ 일 때만 1이고, $n \neq 0$ 의 경우는 0인 Kronecker delta함수이며, $z = t$ 인 경계면에서 저항띠에 유도되는 전류밀도는 임의의 기저함수 $G_p(x)$ 의 급수로 미지의 계수를 포함한 식으로 전개하였다.

$$\overline{J}_x(x) = \hat{a}_x e^{-jk_0 x \sin \phi} \sum_p f_p G_p(x) \quad (10)$$

여기서 f_p 는 구해야 할 미지의 계수이며, 본 논문에서 기저함수 $G_p(x)$ 는 다음과 같이 취급이 쉬운 간단한 지수함수로 놓았다.

$$G_p(x) = e^{jp\pi x/h} P_x(-h, h) \quad (11)$$

여기서 $P_x(-h, h)$ 는 저항띠 구간에서 1, 이외의 구간에서는 0이며, 영역 1에서 유도 전류밀도와 자계에 대한 관계식($\overline{J} = \hat{a}_z \times \overline{H}$)에 대해 식 (1), (3), (6), (10)을 적용하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} & [B_n (e^{-j\eta_n t} p_{n1} e^{j\eta_n t}) - e^{jk_0 t \cos \phi} \delta_n A_n] \\ & \cdot e^{-j2n\pi x/s} = \sum_p f_p G_p(x) \quad (12) \\ & p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm M, \\ & n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N. \end{aligned}$$

식 (12)의 양변에 $e^{j2n\pi x/s}$ 를 곱하고 $-s/2 < x < s/2$ 구간에서 양변을 적분한 후, 식 (9)의 B_n 을 대입하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} A_n = & -\frac{1}{s} \sum_{n=-N}^N f_p \frac{G_{pn}}{p_{n1}} + \\ & e^{k_0 t \cos \phi} \frac{p_{n2}}{p_{n1}} \delta_n \quad (13) \end{aligned}$$

여기서 p_{n1} 과 p_{n2} 는 다음과 같다.

$$p_{n1} = j \frac{\epsilon_r \gamma_n \cot(\eta_n t)}{\eta_n} - 1 \quad (14)$$

$$p_{n2} = j k_0 \cos \phi \frac{\epsilon_r \cot(\eta_n t)}{\eta_n} + 1 \quad (15)$$

그리고 $z = t$ 인 저항띠의 경계면에서 영역 1의 입사전계와 산란전계의 합인 전체전계 \overline{E}_1^t 와 연관된 저항경계조건(resistive boundary condition)은 다음과 같다.

$$\overline{E}_1^t = R_0 \overline{J}_x(x) \quad (16)$$

여기서 R_0 는 저항띠 위에서 균일 저항율(uniform resistivity)을 의미하며 단위는 ohms/square이며, 식 (1), (2), (3), (4), (6), (10), (16)을 이용하여 정리한 후, 양변에 $e^{-jq\pi x/h}$ 를 곱하고, $-h < x < h$ 구간에서 적분하면 다음 식을 얻는다.

$$-\frac{k_0 \cos \phi}{\omega \epsilon_0} e^{jk_0 t \cos \phi} G_q + \frac{1}{\omega \epsilon_0} \sum_n \quad (17)$$

$$A_n \gamma_n G_{qn}^* = R_0 \sum_n f_p G_{pq}$$

여기서 asterisk(*)는 공액복소를 의미하며, 식 (17)에 $\omega \epsilon_0 = k_0 / \eta_0$ 및 식 (13)의 A_n 을 대입하여 행렬에 관한 식으로 표현하면 다음과 같은 선형방정식(linear equation)을 얻을 수 있다.

$$\sum_{p=-M}^M f_p Z_{pq} = V_q \quad (18)$$

$$Z_{pq} = R_0 G_{pq} - \frac{\eta_0}{s k_0} \sum_{n=-N}^N \left(\frac{G_{pn} \gamma_n}{P_{n1}} \right) G_{qn}^* \quad (19)$$

(20) 그리고 본 논문에서

$V_q = -\frac{\eta_0}{k_0} e^{jk_0 t \cos \phi} [k_0 \cos \phi G_q - \sum_{n=-N}^N \left(\frac{p_{n2} \gamma_n \delta_n}{p_{n1}} \right) G_{qn}^*]$
 여기서 사용된 적분방정식은 다음과 같다.

$$G_{pm} = \int_{-h}^h e^{j2\pi(p/w + n/s)x} dx \quad (21)$$

$$G_{qn}^* = \int_{-h}^h e^{-j2\pi(p/w + n/s)x} dx \quad (22)$$

$$G_{pq} = \int_{-h}^h e^{j2\pi(p/w - q/w)x} dx \quad (23)$$

$$G_q = \int_{-h}^h e^{-jq\pi x/h} dx \quad (24)$$

III. 수치계산 결과 및 검토

본 논문에서는 수치해석 방법인 FGMM 방법을 이용하여 접지된 유전체 평면위의 저항띠가 주기적으로 배열되어 있을 때 입사각, 스트립의 주기 및 폭, 유전체층의 두께 및 비유전율의 값에 따른 기하광학적 정규화된 반사전력(normalized reflected power)의 해를 계산함에 있어 기저함수를 간단한 지수함수를 사용하여 수치해석하는 것이 본 논문의 목적이다. 식 (18)를 이용하여 미지의 계수 f_p 를 구한 후 식 (13)에 대입하여 반사계수 A_n 을 구한다. 그리고 정규화된 기하광학적 반사전력(reflected power)의 계산은 $|A_0|^2$ 으로 주어진다. 본 논문에서는 식 (18)에서 (20)까지 행렬의 크기 $p = q = [-M:M]$, $n = [-N:N]$ 을 가지며, 이 때 $M=10$, $N=100$ 이며, 격자주기, 저항띠의 폭 및 유전체 층의 두께의 단위 [λ]와 균일 저항율의 단위 [ohms/square]는 편의상 생략하기로 한다.

그림 2는 수직 입사시, $s = 1.2$, $w = 0.8$ 및 $h = w/2$, $\epsilon_r = 1$ 및 $t = 0.4$ 인 경우에 대해 균일 저항율을

R_0 에 따른 저항띠에 유도되는 전류밀도의 크기를 나타낸 것으로 전류밀도의 크기가 좌우대칭이고 저항띠의 양 끝에서 거의 0으로 수렴함을 알 수 있으며, R_0 가 클수록 전류밀도가 감소하였다.

그림 3은 수직입사시 $s = 1.2$, $\epsilon_r = 1$ 및 $t = 0.4$ 인 경우, 각각의 R_0 에 대해 스트립 폭을 변화시켰을 때 정규화된 반사전력을 계산한 것이며, 표시 “□”는 완전도체를 취급한 kalhor^[7]와 매우 일치하여 수치계산의 타당성을 알 수 있으며, 스트립 폭 w 가 0.4에서 0.8사이에서 저항율이 작을 수록 오히려 반사전력이 작아짐을 알 수 있다.

그림 4는 입사각이 30도이고 격자상수 $s = 1.2$, $t = 0.4$ 및 $R_0 = 100$ 인 경우에 대해 각각의 비유전율에 따른 반사전력을 저항띠의 폭에 따라 계산한 것으로 두께 비유전율이 증가하면 반사전력이 크게 나타남을 알 수 있었다.

그림 5는 수직 입사각시 격자상수 $s = 1.2$, $\epsilon_r = 1.2$, $t = 0.4$ 및 $R_0 = 100$ 인 경우에 대해 각각의 유전체 층의 두께에 따른 반사전력을 저항띠의 폭에 대해 계산한 것으로 두께 t 가 증가할수록 반사전력이 크게 나타남을 알 수 있었다.

그림 6은 입사각이 60도, 격자상수 $\epsilon_r = 3$, $s = t$, $w = s/2$ 및 $h = w/2$ 인 경우에 대해 각각의 저항율에 따른 격자주기 s 에 대하여 반사전력을 계산한 것이며, 표시 “□”는 완전도체를 취급한 kalhor^[7]와 비교한 것으로 일치하고 있으며, 급변점들이 발생함을 알 수 있는데 이러한 급변점은 공진현상이 기인한 것으로 입사각 이외의 다른 방향으로 에너지가 산란된다는 것을 의미한다.

그림 7은 입사각에 따른 반사전력을 계산한 것으로 격자상수 $\epsilon_r = 1.6$, $s = 1.2$, $w = 0.7s$ 및 $t = 0.85$ 인 경우에 대해 각각의 저항율에 대한 반사전력을 계산한 것이며, 13도 부근과 38도 부근에서 급변점이 발생함을 알 수 있으므로, 산란체에 대해 입사각, 주기, 폭 및 두께 등의 격자상수를 적절히 사용해야 됨을 알 수 있으며, 현재 reflector antenna system, wave polarizer, suppression angular filter 및 polarization, twisters 및 radar system 등의 구성에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다.

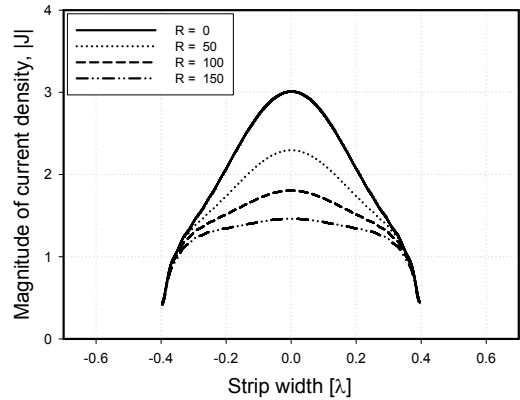


그림 2. 수직입사시 전류밀도의 크기
Fig. 2. Magnitude of current density for normal incidence.

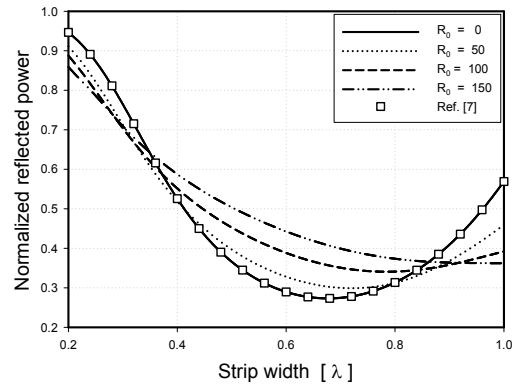


그림 3. 여러 가지 R_0 상수에 대한 스트립 폭대 정규화된 반사전력의 변화
Fig. 3. Variation of the normalized reflected power vs. the strip width for several R_0 parameters.

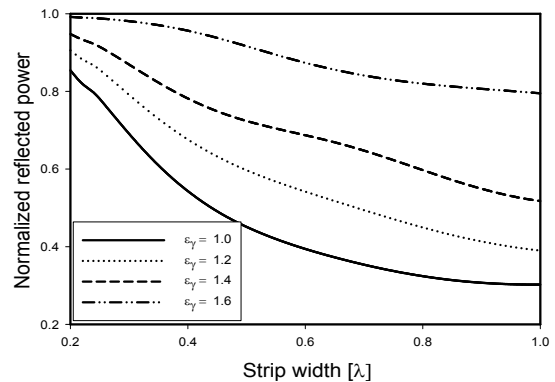


그림 4. 여러 가지 ϵ_r 상수에 대한 스트립 폭대 정규화된 반사전력의 변화
Fig. 4. Variation of the normalized reflected power

vs. the strip width for several ϵ_r parameters.

the incident angles for several R_0 parameters.

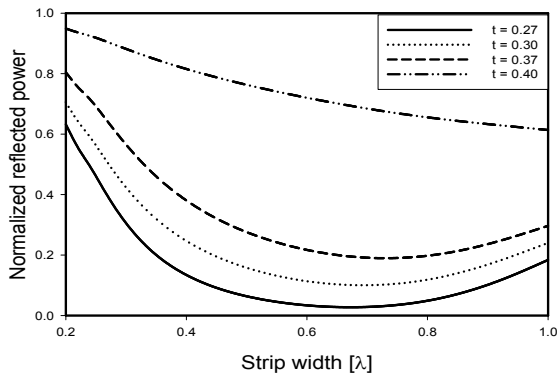


그림 5. 여러 가지 t 상수에 대한 스트립 폭대 정규화된 반사전력의 변화

Fig. 5. Variation of the normalized reflected power vs. the strip width for several t parameters.

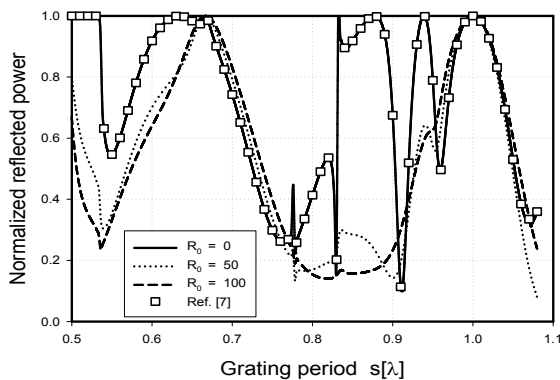


그림 6. 여러 가지 R_0 상수에 대한 격자주기대 정규화된 반사전력의 변화

Fig. 6. Variation of the normalized reflected power vs. the grating period for several R_0 parameters.

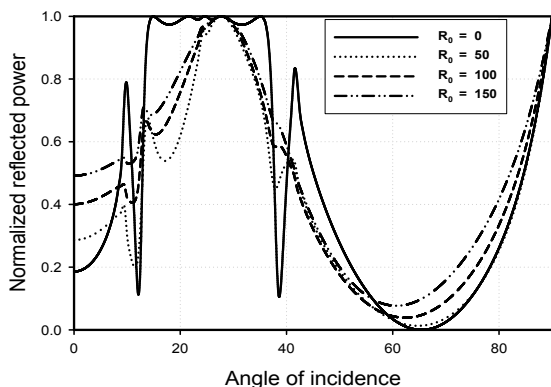


그림 7. 여러 가지 R_0 상수에 대한 입사각대 정규화된 반사전력의 변화

Fig. 7. Variation of the normalized reflected power vs.

IV. 결 론

본 논문에서는 전자파 수치해석 방법 중의 하나인 FGM을 이용하여 접지된 유전체 층위의 저항띠 격자구조에 대해 TE 평면파가 비스듬히 입사될 때 저항띠의 균일 저항율, 각 유전체층의 두께 및 비유전율의 값에 따른 기하광학적 반사전력을 구함에 있어 기저함수를 취급하기 간단한 지수함수를 사용하여 수치해석하는 것이 본 논문의 목적이며, 간단한 지수함수를 사용함으로써 본 논문에서 사용된 적분 방정식도 쉽게 구할 수 있다.

수치해석 결과로 유전체 층의 두께 및 비유전율이 증가할수록 반사전력이 증가됨을 알 수 있으며, 급변점들이 발생하는데 급변점은 공진현상에 기인한 것으로 입사각 이외의 다른 방향으로 에너지가 산란된다는 것을 의미한다.

본 논문을 통하여 접지된 유전체 평면위의 저항띠 격자구조에 대해 TE 산란 문제를 취급하는 기본적인 수치해석 방법이 개발되었으며, 저항띠 양끝에서 전류밀도의 크기가 0으로 수렴하도록 모서리 경계조건을 만족하는 직교다항식의 적용이 가능할 것으로 기대된다. 또한, 단일 유전체층의 문제를 다층 유전체로 확장하여 수치해석이 가능할 것으로 기대되며 향후 지속적인 연구가 필요할 것으로 본다.

참 고 문 헌

- [1] C. Dragone, "New Grids for Improved Polarization Diplexing of Microwaves in Reflector Antenna," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-26, pp. 459-463, 1987.
- [2] M. Ando and K. Takei, "Reflection and Transmission Coefficient of a Thin Strip Grating for Antenna Application," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-35, no.4, pp. 367-371, 1987.
- [3] J. D. Hanfling, G. Jerinn, and L. R. Lewis, "Twist Reflector Design Using E-type and H-Type Modes," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol.

- AP-29, pp. 662-628, 1981.
- [4] J. H. Richmond, "On the Edge Mode in the Theory of TM scattering by a Strip or Strip Grating," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-28, pp. 883-887, 1980.
- [5] R. Mittra and R. C. Hall, "Scattering from a Periodic Array of Resistive Strips," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-33, pp. 1009-1011, 1985.
- [6] R. C. Hall, R. Mittra, and K. M. Mitzner, "Analysis of Multilayered Periodic Structure Using Generalized Scattering Matrix Theory," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-36, pp. 511-517, 1988.
- [7] H. A. Kalhor, "Electromagnetic Scattering by a Dielectric Slab Loaded with a Periodic Array of Strips Over a Grounded Plane," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-36 no. 1, pp. 147-151, 1988.
- [8] U. J. Yoon and S. I. Yang, "E-Polarized Electromagnetic Scattering by a Resistive Strip Grating with a Grounded Dielectric Layer Using Fourier-Galerkin Moment Method," *KITE Journal of Electronics Engineering*, vol. 7, no. 2, pp. 15-19, 1996.
- [9] 윤의중, 양승인, "다층 유전체위의 변하는 저항율을 가진 저항띠 격자구조에 의한 전자파산란 해석," *한국전자과학회*, vol. 8 no. 5, pp. 495-503, 1997.
- [10] 윤의중, 정오현, 양승인, "접지된 유전체층 위에 저항띠 양끝에서 0으로 변하는 저항율을 갖는 저항띠 격자구조에서의 전자파산란 해석," *한국통신학회*, vol.28 no. 11A, pp. 883-890, 2003.
- [11] 최영선, 양승인, "접지된 유전체 위의 저항율이 일정한 저항띠 격자구조에 대한 전자파 산란 해석," *한국통신학회*, vol. 31 no. 3A, pp. 321-327, 2006.

윤 의 중 (尹義重)



1993년 8월 : 숭실대학교 대학원 전자공학과(공학박사)

1990년 3월 ~ 1992년 2월 : 숭실대학교 전자공학과 강사

1990년 3월 ~ 1992년 2월 : 한국항공대학교 통신정보공학과 강사

1997년 6월 ~ 1997년 8월 :

Bemidji State University in Minnesota, 미국 방문 연수교수

1992년 2월 ~ 현재 : 가천의과학대학교 의용공학과 부교수(학과장)

관심분야 : 전자파산란 수치해석, 마이크로파 회로, 인체 유해전자파, EMI/EMC, Medical Image Processing 등