韓國數學敎育學會誌 시리즈 E
<數學敎育 論文集>
제 20집 제1호. 2006. 2. 117-145

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. E
Communications of Mathematical Education
Vol. 20 No 1, Feb. 2006. 117-145

개방형 과제를 활용한 수학 영재아 수업 사례 분석

박 화 영 (화당초등학교)
김 수 환 (청주교육대학교)

수학 영재들은 타고난 수학적 소질과 적성, 지적인 능력과 창의성을 바탕으로 참신한 과제에 대한 도전적이고 창조적인 호기심을 가지고 있다. 영재아들의 창의적인 사고력을 길러주기 위해서는 다양한 방법으로 문제 해결에 접근하게 하고 전략적 시도를 할 수 있도록 만들어주어야 한다. 이런 관점에서 볼 때 개방적이고 비정형적인 문제를 영재 교육프로그램의 과제로 선정하는 것은 바람직하다 할 수 있다.
본 논문에서는 다양한 유형의 개방형 문제를 구안하고, 이를 토대로 영재 학급에서 학습 활동을 전개한 후, 문제해결 과정에서 영재아들의 수학적 사고 능력의 특성과 문제 해결 전략 사례를 분석하여, 개방형 과제를 활용한 초등학교 영재 수업에 관한 시사점을 얻고자 하였다.

Ⅰ. 서 론

1. 연구의 필요성과 목적

교육이란 인간 개개인의 성장가능성을 가치있는 방향으로 최대한 신장시킴으로써 건강하고 지적이고 자유롭고 사회적으로 성숙한 삶을 살 수 있게 하기 위한 의도적이고 계획적인 과정이라 할 수 있다(김종서 외, 1988). 따라서 모든 사람들은 개개인에게 맞는 가장 적합한 교육을 받을 때 최상의 성취를 이룰 수 있다. 이는 일반 아동보다 각 분야에서 우수한 능력을 지닌 영재아에게도 해당되며 이런 우수한 영재들을 조기에 발굴하여 그들의 능력과 자질, 학습 속도, 흥미 등에 적합한 학습을 할 수 있도록 배려하는 것은 교육적으로 매우 바람직한 일일 것이다.

우리나라의 영재 교육은 1990년대 말부터 과학기술부가 대학과학영재교육센터 사업을 실시하며 본격적으로 시작되어, 영재교육진흥법(2000. 1. 28)의 제정과 영재교육진흥법 시행령(2002. 4. 18. 대통령령 제 17578호)이 공포되면서부터 가속화 되었다.

2004년 12월에 교육인적자원부가 발표한 '수월성 교육 종합대책'을 보면, 현재 영재 학교, 영재 학급, 영재 교육원을 합쳐 전체 초, 중, 고교생의 0.3%(2만5천명)인 영재 교육 수혜자를, 2010년까지 특목고, 영재학교, 영재학급, 영재교육원 등 영재교육 기관에서 전체 초, 중, 고교생의 1%(8만 명)를 영재교육

* ZDM분류 : C73
* MSC2000분류 : 97C90
* 주제어 : 영재교육, 개방형 과제, 수업사례

대상자로 늘리고, 일반 학교에서도 수준별 이동수업, 집중이수과정, AP(대학과목 先이수)제 등을 통해 4%(32만 명)를 상대로 수월성 교육을 추진할 예정이다.

이처럼 영재교육에 대한 최근의 상황은 관계법의 제정과 정부의 지원, 전 국민적 관심의 확대로 인하여 활성화되고 있는 추세이다. 이에 따라 우리 나라의 영재교육 프로그램은 최근 들어 많이 연구·개발되고 있으나, 아직은 프로그램의 활용 목적과 활용방법 등의 자세한 안내가 미비하고, 보급이 늦어 아직 일선 교육 현장에서는 영재 지도에 어려움을 겪고 있다.

수학 영재들은 타고난 수학적 소질과 적성, 지적인 능력과 창의성을 바탕으로 참신한 과제에 대한 도전적이고 창조적인 호기심을 가지고 있다. 그들은 많은 양을 학습하면서 보다 상위 학년의 내용을 이해하거나 기존의 문제를 재빨리 해결하는 차원을 넘어, 그 문제나 과제의 원리를 이해하고 창의적인 해법으로 일반화하기도 하며 관련된 새로운 문제를 만들어내기도 하는 등 보다 창조적인 활동을 즐거워한다. 이러한 수학 영재를 위한 학습 주제 및 자료를 연구한 학자들에 의하면, 영재 교육용 자료에는 다양한 학문 내용이 포함되어야 하며 다양성, 시사성, 독창성, 복잡성이 포함된 내용이어야 한다고 한다(Maker & Nielson, 1995; Renzulli, 1977).

또한, 초등학교 수학 영재 교육 프로그램의 주제 선정 및 내용 구성에 있어서 송상헌(2003)은 다음과 같은 몇 가지 관점을 제시하고 있다.

첫째, 영재 교육 프로그램에 포함되는 주제들은 다양한 유형의 사고 활동을 개발 육성할 수 있는 것들이어야 한다. 둘째, 수학 영재 프로그램에 포함되는 주제들은 수학적으로도 그 내용의 질적 수준이 높은 것이어야 한다. 셋째, 주제에 포함된 하위 학습 과제들이 체계화 될 수 있는 주제이어야 한다. 넷째, 풍부한 수학적 사고활동의 습관을 개발시킬 수 있는 주제들이어야 한다. 다섯째, 학생들이 조작물과 학습 도구를 통해 실험, 실측, 조작, 관찰 등 구체적인 활동을 할 수 있는, 그리고 이를 통한 창의적 사고의 경험을 제공할 수 있는 주제들이어야 한다.

이런 관점에서 볼 때 개방형 문제를 영재 교육프로그램의 과제로 선정하는 것은 매우 바람직한 일이라 할 것이다. 남승인은 창의적인 사고력을 길러주기 위해서는 다양한 방법으로 문제 해결에 접근하게 하고 전략적 시도를 할 수 있도록 만들어줘야 하며, 학생의 영재성에 관심있고 이를 길러주고 싶다면 개방적이고 비정형적인 문제들을 보다 많이 제시하고 스스로 풀어나가도록 이끌어줘야 한다고 한다.[1]

송상헌(1998)은 우리나라 영재교육의 대부분의 연구가 기초 이론 연구나 양적 연구에 머물고 있어 질적 향상이 요구되는 시점이며, 특히 일반 아동과 다른 특성을 나타내는 수학 영재아의 문제해결 과정과 문제해결 전략에 대해 구체적이고 실질적인 연구가 필요하다 한다.

따라서 본 연구는 다양한 유형의 개방형 문제를 구안하고, 이를 토대로 학습 활동을 전개한 후, 문제해결 과정에서 영재아들의 수학적 사고 능력의 특성과 문제 해결 전략 사례를 분석하여, 개방형 과제를 활용한 초등학교 영재 수업에 관한 시사점을 얻고자 한다.

1) 2002년 8월 7일 매일신문 11면 '영재교육 이야기' 기사 참조.

2. 연구 문제

가. 영재 학습에 적합한 개방형 과제를 구안한다.

나. 개방형 과제를 활용한 영재 수업의 특징 및 수학적 사고의 특성을 분석한다.

다. 이 수업 분석을 바탕으로 개방형 과제를 활용한 초등학교 수학 영재 수업에 관한 시사점을 도출한다.

3. 용어의 정의

가. 수학 영재

수학 영재는 일반적으로 수학적 사고능력, 수학적 과제 집착력, 수학적 창의성에 있어서 높은 능력을 지닌 자로써 수학 분야에서 이미 탁월한 성취를 보이고 있거나 보일 가능성이 있는 자로 정의된다. 본 연구에서는 이러한 영재에 관한 개념정의의 최근 동향에 따라 수학 영재를 지역 교육청에서 설치·운영하는 영재학급에서 수학 영재 교육을 받는 아동으로 정의하여 연구를 진행하였다.

나. 수학 영재학급

영재학급은 영재교육진흥법 2조 5항에 따라, 초·중등교육법에 의하여 설립·운영되는 고등학교 과정이하의 각급 학교에 설치·운영되는 영재 교육을 위한 학급이다.

다. 개방형 문제와 개방형 과제

일반적으로 개방형 문제는 '정답이 여러 가지로 나올 수 있도록 조건을 붙인 문제'로 정의하고 있으며, 남승인(2003)은 '단 하나의 정답이 있는 것이 아니라 어떤 접근 방식으로 다루는가에 따라 답이 달라지는 문제'라고 하고 있으나, 본 연구에서는 '주어진 하나의 문제에 대해 유일한 정답만 존재하는 것이 아니라 문제의 해결 접근방법에 따라 여러 가지 답을 산출할 수 있는 문제'로 정의하며, 개방형 과제는 아동들에게 부과된 개방형 문제를 가리키나, 본 연구에서는 같은 의미로 사용하기로 한다.

4. 연구의 제한점

가. 초등학교 전 학년에 걸쳐 수학 영재가 분포하나, 본 연구에서는 초등학교 4, 5학년만을 대상으로 연구하였다.

나. 본 연구를 위한 수업은 제천 지역 공동 수학 영재 학급 연간 운영 계획에 따라 진행하였다.

다. 본 연구에서는 제천 지역 공동 수학 영재 학급의 전체 아동 19명을 연구의 대상으로 하였으며, 연구 결과는 영재아들이 가지는 이질성으로 인하여 모든 영재아들에게 일반화하기는 어렵다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 영재 교수-학습 프로그램의 기본구성 요소

영재를 위한 교수-학습은 영재의 특성에 적합한 교수-학습 이론과 방법을 개발함으로써 일반 학생을 위한 교수-학습과는 다른 차별적 성격을 지녀야 한다. 영재를 위한 교수-학습이 일반학생을 위한 교수-학습과는 다른 차별적 특징을 지니기 위해서는 다음의 네 가지 요소를 고려해야 한다.

첫째, 무엇을 가르칠 것인가에 관련되는 내용 요소이다. 내용 요소는 전체 교수-학습 과정에 있어서 투입에 해당한다.

둘째, 어떻게 가르치고 어떻게 학습하는가에 관련되는 과정 요소이다.

셋째, 교수-학습의 결과는 어떠한 것인가에 관련되는 산출물 요소이다.

넷째, 학습의 환경이 영재들의 학습에 어떤 도움을 주도록 배치되어 있는지에 관련되는 환경 요소이다.

이 네 요소는 각각 별개 요소로 작용하기 보다는 영재의 특성과 학습의 진행에 따라 유기적으로 상호 작용 및 결합하여 영재를 위한 교육 프로그램을 구성한다. (Maker, 1982).

2. 영재 교수-학습 모형

영재교육의 많은 부분은 학교, 가정, 사회에서 영재학생들에게 제공되는 여러 가지 접근 방법에 의존하고 있다. 따라서 영재 교수-학습을 위한 여러 가지 모형을 체계적으로 재검토해볼 필요가 있다. 영재교육에서 자주 사용되고 있는 모형에는 여러 가지가 있으며, 이중 많이 사용되고 있는 모형은 다음과 같다. (VanTassel-Baska, & Elissa Brown, 2000; 한국교육개발원, 2000)

가. Renzulli의 심화학습 3단계 모형

나. 학교 전체 심화학습 모형 (Schoolwide Enrichment Model : SEM)

다. Betts의 자발적 학습 모형(Autonomous Learner Model: ALM)

라. Treffinger의 자기주도적 학습 모형(Self-directed Learning Model)

마. Taylor의 다중 재능 접근 모형(Multiple Talent Approach)

3. 수학 영재 교육 프로그램의 유형

가. 심화 프로그램과 속진 프로그램

나. 문제 해결형, 주제 탐구형, 과제 개발형 프로그램 유형

4. 영재 교육과 개방형 과제

NRC G/T(1993)는 수학 영재를 판별하는 방법을 관찰, 질문에 대한 학생의 반응, 학생 산출물의 검사를 들면서, 기존의 사지선다형이나 단답형의 문제들은 학생들의 사고 능력에 관한 정보를 거의 알려주지 못하기 때문에, 한 가지 이상의 답을 요구하는 개방형 문제를 가지고 수학분야에서의 창의적 사고 능력과 표현 능력을 측정해야 한다고 주장하였다.

개방형 문제의 취지는 학생들에게 문제해결의 방법과 답을 열어 놓음으로써 서로의 생각을 비판하기도 하고 다른 답안에 대한 가능성을 계속적으로 탐구하도록 하는 기회가 주어지기 때문에 수학에 대한 흥미와 동기가 갖추어지고, 사고하고 창조하는 데에 대한 즐거움을 누릴 수 있는 아이들이라면 누구나 다 활동적으로 개방형 문제를 활용하는 수업에 임할 수 있을 것이다.

개방형 문제가 영재교육에 더욱 절실한 이유는 다양한 수학적 욕구와 다방면에서 개인적인 능력을 가지고 있는 아이들로 하여금 좀 더 구체적으로 자신의 사고를 알 수 있는 기회를 주고, 독창적인 아이디어를 발현함으로써 자신의 잠재력을 발견하도록 하는 데 있다.

수학적 능력이나 학습에 대한 평가가 어려운 것은 사실이나 그렇다고 해서 평가의 초점을 단순히 지식의 습득이나 이해에만 두어서는 안 될 것이다. 그렇게 되면 진정한 수학적 능력을 가진 아이들은 사장될 것이고 이것은 개인적으로도 사회적으로도 크나큰 손실이기 때문이다. 단순한 지식의 습득 자체도 힘들어하는 아이나 반복적인 활동에서 흥미를 찾는 아이들도 있다. 새로운 사실에 대한 탐구보다는 기존의 것을 그대로 답습하는 데에 더욱 안정감을 느끼는 아이들도 있다. 그러나 우리의 연구물들이 밝혀온 영재성이나 영재들이 갖는 정서적 특징을 갖는 아이들은 기존의 전통적인 문제에 길들여질 경우 오히려 큰 손실만 가져오게 된다. 개방형 접근은 무엇보다 영재아들에게 더욱 더 필요한 수업의 형식과 내용이며, 이들을 정확하게 평가할 수 있는 가장 합리적인 방법이라 할 수 있다.

5. 개방형 과제의 유형

개방형 과제의 유형으로 Becker & Shimade(1977)는 수학적 법칙이나 관계를 찾는 문제, 특정한 수학 개념을 유도하는 특성에 따라 분류하는 문제, 특정한 현상에 수량화를 요구받는 측정관련 문제 등 3가지 유형으로 분류하고 있으며, 정동권(1996)은 이를 좀더 세분화 하여 관계나 법칙을 찾아내는 문제, 분류문제, 측정과 관련된 문제, 수량화 문제, 역문제, 조건 부족 문제, 구성 활동 문제 등 여섯 가지로 분류를 하였다.

가. 관계나 법칙을 찾아내는 과제

나. 분류과제

다. 수량화 문제

라. 역문제

마. 조건 부족 문제
바. 구성 활동적 문제

Ⅲ. 연구의 설계

1. 연구 대상

본 연구에서는 2004학년도 제천지역 23개 초등학교 3, 4학년(4,000여명)중에서 영재성을 보여 학교장의 추천을 받은 수학 영재 교육 희망자 163명을 대상으로 한국교육개발원 영재교육연구실에서 개발한 「2004학년도 논리적 추론 검사」 (2004.12) 및 「창의적 문제해결력 검사」 (2005.01), 제천지역 수학 영재 담당 교사들이 문제 은행식으로 출제한 수학 성취도 평가(2005.01), 심층 면접(2005.01), 충청북도영재교육진흥위원회 심사(2005.03)등 4단계에 이르는 판별절차를 통하여 최종적으로 선발된 20명의 2005학년도 제천 지역 공동 수학 영재 학급 영재아를 대상으로 하였다.

2. 연구 절차 및 방법

가. 영재교육에 관한 국내외 문헌 및 관련 논문을 통하여 영재 교수-학습의 특징, 수학 영재 교수-학습 모형, 수학 영재 교육 프로그램의 유형과 기본 구성 요소를 고찰하여, 영재 교육에 대한 이론적 배경을 정립하였다.

나. 효과적인 개방형 과제를 구안하기 위하여 과제의 구안 방향을 설정하고, 내용을 선정하였으며, 이에 따라 24매의 개방형 과제 학습 카드를 제작하였다.

다. 개발한 개방형 과제의 활용을 위하여 렌쥴리의 3부 학습 모형에 근거한 지도 방안을 모색하였으며, 이에 따라 지도 계획을 수립하였다.

라. 개발한 개방형 과제로 영재 교수-학습 모형에 따라 영재 학급을 대상으로 24차시의 수업을 진행하였다.

마. 개방형 과제를 해결하는 과정과 해결 전략, 수학적 사고 능력, 영재아들이 영재학습 중 보이는 특성 사례를 분석하기 위하여 수학적 사고 능력의 하위 7개 영역에서 각 1차시씩 중점 분석 수업을 선정하여 비디오 촬영 분석, 산출물 분석, 수업의 문제점 분석 등의 질적 접근법을 사용하였다.

바. 개방형 과제를 활용한 수업 과정 분석, 산출물 분석, 수업의 문제점 분석의 결과에 따라 영재 수업에서 개방형 과제의 구체적 활용 방안을 모색하였다.

Ⅳ. 연구의 실제

1. 개방형 과제 구안

가. 개방형 과제의 구안 방향 설정

첫째, 수학적 사고능력과 수학적 창의력을 개발하고 육성시킬 수 있는 프로그램을 구안한다.
둘째, 초등학교 수학과 내용 영역의 기본 개념을 포함하는 심화 프로그램 위주로 구안한다.
셋째, 다양한 방법(전략)으로 문제를 해결할 수 있는 도전적 과제를 구안한다.
넷째, 풍부한 수학적 사고 활동의 습관을 개발시킬 수 있는 다양한 내용의 과제를 구안한다.
나. 개방형 과제 내용 선정

개방형 과제 구안 기본 방향에 따라 <표 Ⅳ-1> 와 같이 개발할 과제의 내용을 선정하였다. 일부 과제의 경우 수학적 사고영역의 2~3가지 영역에 걸쳐 중복되었으나, 연구 편의상 가장 근접한 수학적 사고영역으로 분류를 하였다.

<표 Ⅳ-1> 개방형 과제 내용 선정표

문항 번호	학습주제	수업 내용	수학 내용영역	수학적 사고능력
1	바둑돌의 세기	* 다섯 번째 그림의 검은 바둑돌의 수를 구할 수 있는 다양한 방법 찾기 * 규칙적으로 놓여진 바둑돌에서 찾은 규칙을 일반화하기	규칙성과 함수	반성적 사고
2	분수를 다양한 분수 기호로 나타내기	* $1\frac{7}{8}$을 단위분수의 합으로 3가지 이상 나타내기 * 단위분수로 나타낸 분수를 분수기호로 나타내기	문자와 식	수학적 추상화
3	연산 결과가 50인 식 만들기	* 0에서부터 9까지 10개의 숫자를 사용하여 연산 결과가 50인 식을 여러 가지 방법으로 만들기	수와 연산	반성적 사고
4	넓이가 같은 도형 그리기	* 주어진 점판 위에 넓이가 2㎠인 도형을 여러 가지 방법으로 나타내기	도형	공간화/ 시각화
5	돈의 무게 추정하기	* 10억원을 10,000원 짜리 지폐로 받을 때 무게 추정하기	측정	수학적 추론
6	구구단의 규칙 찾기	* 주어진 구구단 표에서 여러 가지 수학적 규칙을 찾기	규칙성과 함수	수학적 추상화
7	삼각 수열의 규칙 찾기	* 주어진 삼각 수열에서 10행의 합을 구하기 * 삼각 수열에서 여러 가지 수학적 규칙 찾아 표현하기 * 규칙을 문자와 식으로 일반화하여 나타내기	규칙성과 함수	수학적 추상화
8	파스칼의 삼각형	* 파스칼의 삼각형에 나타난 수학적 규칙을 찾아 표현하기	규칙성과 함수	수학적 추상화

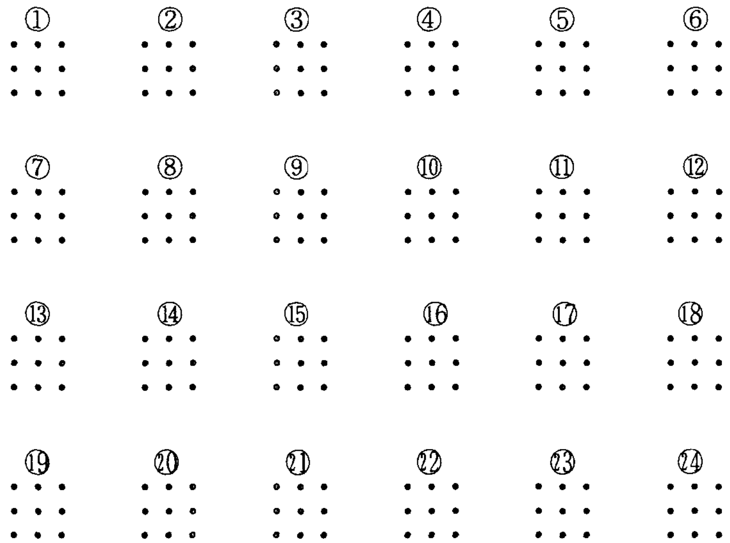
9	펜토미노	* 두개의 다른 모양의 펜토미노를 돌리거나 뒤집어 모양이 다른 여러 가지 도형 만들기	도형	공간화/시각화
10	피보나치 수열	* 토끼의 수 구하기 활동을 통하여 피보나치 수열을 완성하고, 완성된 피보나치 수열의 규칙을 찾기 * 자연 속에서 피보나치 수열이 적용된 예 찾기	문자와 식	반성적 사고
11	도형을 반으로 나누기	* 평행사변형과 직사각형이 겹쳐진 도형에서 넓이를 이등분시키는 직선을 긋기 * 그은 선이 도형을 이등분 시키는 이유를 수학적으로 설명하기	도형	직관적 통찰
12	대각선의 규칙 찾기	* 정삼각형, 정사각형 등의 정다각형 위에 그려진 대각선의 여러 가지 규칙을 찾기	도형	일반화 및 적용
13	우유 나누기	* 12ℓ,7ℓ,5ℓ들이 통을 가지고 12ℓ통에 들어 있는 우유를 반으로 나누는 여러 가지 방법 찾기	문자와 식	직관적통찰
14	사다리꼴 그리기	* 주어진 점판 위에 부등변 사다리꼴, 등변 사다리꼴, 평행사변형 등 다양한 종류의 사다리꼴 그리기 * 사각형의 종류와 특징 알기	도형	공간화 / 시각화
15	정육각형 나누기	* 정육각형을 2, 3, 4, 5, 6…등분으로 동일하게 나누기	도형	직관적 통찰
16	입체도형 분류하기	* 8종류의 입체도형을 분류기준을 세워 분류하기 * 입체도형의 종류와 특징 알기	도형	정보의 조직화
17	마방진 만들기	* 3×3의 마방진 규칙을 알고 5×5의 마방진 만들기	규칙성과 함수	일반화 및 적용
18	수의 분류	* 여러 종류의 숫자 중 3가지 이상의 수를 포함시킬 수 있는 분류기준을 세워 분류하기 * 분류한 수에 알맞은 이름 붙이기 * 수의 종류 알기	수와 연산	정보의 조직화
19	□안에 알맞은 수 넣기	* 1-3-5-7-□로 되어 있는 수열에서 □안에 알맞은 여러 가지 수 찾기 * □안에 들어갈 수를 찾은 이유를 수학적으로 설명하기	수와 연산	수학적 추론
20	소문이 퍼지는 시간 예상하기	* 주어진 조건으로 60억명에게 소문이 퍼질 때, 걸리는 시간 추론하기 * 결과를 예측한 이유를 논리적으로 설명하기	측정	수학적 추론
21	합 구하기	* 1+3+…+97+99의 합을 구하는 여러 가지 전략 찾기 * 찾은 전략을 일반화 하여 다른 문제에 적용하기	수와 연산	일반화 및 적용
22	활 쏘기	* 다양한 점수가 표시 된 과녁에 화살을 3발 쏜 후 얻을 수 있는 점수 구하기	확률과 통계	일반화 및 적용
23	쿠키 먹기	* 5일 동안 100개의 쿠키를 날마다 일정한 차이를 두고 먹었을 때, 첫날 먹은 쿠키의 수 구하기 * 쿠키의 수를 구하는 여러 가지 방법 찾기	수와 연산	직관적 통찰
24	레코드판과 CD 판매량 변화	* 연도별 레코드판과 CD의 판매량 통계 자료를 보고 추론을 통하여 통계 결과 해석하기	확률과 통계	수학적 추론

다. 개방형 학습 카드 제작

내용 선정 결과에 따라 <표 Ⅳ-2>과 같은 24매의 활동 카드를 제작하였다.

<표 Ⅳ-2>개방형 과제 활동 카드 예시 자료

초등 수학 영재 학습 카드

과제번호	4 번	학교 학년 이름 :	
학습주제	넓이가 같은 도형 그리기		
내용영역	도 형	수학적 사고 영역	공간화 시각화
문제	다음과 같이 가로-세로의 방향으로 한 칸이 1cm인 9개의 점이 찍혀 있다. 이 9개의 점 안에 넓이가 $2cm^2$인 도형을 될 수 있는 한 많이 그려보라.(단, 서로 포개어 질 수 있는 것은 하나로 보며, 한 점에서만 만나든지 둘로 쪼개어진 도형은 안 된다.)		
풀이			

라. 활용 방안 모색

(1) 렌쥴리의 3부 학습 모형에 근거한 지도 방안 모색

영재 수업 모형 중 현재 많이 사용되고 있는 모형 중 하나인 렌쥴리의 3부 심화 학습이론을 개방형 과제를 활용한 수업에 적절하게 변형하여 1, 2, 3단계로 지도 단계를 설정하여 운영한다.

<표 Ⅳ-3> 개방형 과제 프로그램 지도 단계

1단계	2단계	3단계
과제의 내용을 이해하면 쉽게 해결이 가능한 과제로 구성	과제의 이해를 바탕으로 주로 비정형적인 방법으로 해결 가능한 과제로 구성	여러 가지 방법으로 과제의 해결이 가능하며 정형적인 방법으로 해결이 어려운 비정형적인 해결 과제로 구성, 고차적인 수학적 사고력을 요하는 문제로 구성

(2) 지도 단계에 따른 수업 운영 계획 수립

개발한 개방형 과제를 활용한 수업 운영 계획을 수학적 사고 능력의 영역에 따라 <표 Ⅳ-4>와 같이 수립하였다.

<표 Ⅳ-4> 개방형 과제 수업 운영 계획

수학적 사고 영역	학습주제	차시	과제유형	지도단계
직관적 통찰 능력	정육각형 나누기	1차시	심화	1단계
	우유나누기	1차시	심화	1단계
	도형을 반으로 나누기	1차시	심화	2단계
	쿠키 먹기	1차시	심화	3단계
정보의 조직화 능력	입체도형 분류하기	1차시	속진+심화	2단계
	수의 분류	1차시	속진+심화	3단계
공간화/시각화 능력	펜토미노	1차시	심화	1단계
	사다리꼴 그리기	1차시	심화	2단계
	넓이가 같은 도형 그리기	1차시	속진+심화	3단계
수학적 추상화 능력	분수를 다양한 분수기호로 나타내기	1차시	속진+심화	1단계
	구구단의 규칙 찾기	1차시	심화	2단계
	삼각수열의 규칙 찾기	1차시	심화	3단계
	파스칼의 삼각형	1차시	심화	3단계
수학적 추론 능력	돈의 무게 추정하기	1차시	심화	1단계
	레코드판과 CD의 판매량 변화	1차시	심화	2단계
	소문이 퍼지는 시간 예상하기	1차시	심화	3단계
	□안에 알맞은 수 넣기	1차시	심화	3단계
일반화 및 적용 능력	마방진 만들기	1차시	심화	1단계
	활쏘기	1차시	심화	1단계
	합구하기	1차시	심화	2단계
	대각선의 규칙 찾기	1차시	심화	3단계
반성적 사고 영역	바둑돌 세기	1차시	심화	1단계
	연산결과가 50인식세우기	1차시	심화	2단계
	피보나치 수열	1차시	심화	3단계

(3) 수업 과정 중에서의 운영 방안 모색

첫째, 교사 중심의 설명식 수업보다는 교사의 발문과 안내된 재발명 교수법에 따라 학생 중심의 수업에 중점을 둔다.

둘째, 개방형 과제의 특성과 영재 수업의 특성으로 인하여, 40분이라는 단위 수업 시간에 구애받지

않고 충분하게 학습활동이 이루어질 수 있도록 배려한다.

셋째, 수학적 사고력 요소 중 한두 가지 요소로 한정하여 단위 수업을 진행한다.

넷째, 학습 내용과 방법에 따라 개별학습과 소집단 학습을 적절히 배분하여 효과적인 탐구가 이루어지도록 한다.

2. 개방형 과제 활용 수업 과정 분석

본 연구의 목표달성을 위하여 24차시의 교수-학습 활동을 진행한 후, 수학적 사고 능력의 하위 요소 7개 영역 별로 다양한 사고과정과 해결전략을 볼 수 있는 수업 각 1차시씩의 수업을 선정하여, 수업 과정 및 산출물, 수업의 문제점을 집중 분석하였다.

<표IV-5> 수학적 사고 영역별 분석 기준표

수학적 사고영역	영역관련 수업주제	예상되는 해결전략	독창적인 해결전략
직관적 통찰 능력	쿠키먹기	▷ 전통적 알고리즘에 의한 형식적 해결 전략 사용	▷ 비형식적인 해결 전략 사용
정보의 조직화 능력	입체도형 분류하기	▷ 시각적으로 들어난 일반적인 특성에 의한 분류 기준으로 제시하여 분류 ▷ 빈도수가 높은 분류기준으로 분류	▷ 숨겨진 특성을 찾아 분류 기준으로 제시하여 분류 ▷ 빈도수가 낮은 분류 기준으로 분류
공간화/시각화 능력	넓이가 같은 도형그리기	▷ 볼록 다각형, 대칭 모양의 오목 다각형 ▷ 빈도수가 높은 도형 ▷ 발표 순서가 빠른 도형	▷ 비대칭 모양의 오목 다각형 ▷ 빈도수가 낮은 도형 ▷ 발표 순서가 늦은 도형
수학적 추상화 능력	삼각 수열의 규칙 찾기	▷ 일반 아동들이 찾을 수 있는 규칙으로 수학적 개념으로 표상하거나 기호 등으로 상징화하여 형식화한 규칙 ▷ 빈도수가 높은 전략 사용	▷ 고도의 수학적 사고를 통하여 찾을 수 있는 규칙으로 수학적 개념으로 표상하거나기호 등으로 상징화하여 형식화한 규칙 ▷ 빈도수가 낮은 전략 사용
수학적 추론 능력	□안에 알맞은 수 넣기	▷ 간단한 수학적 계산으로 일반 아동도 쉽게 생각할 수 있는 추론 ▷ 빈도수가 높은 추론	▷ 고도의 수학적 사고를 통한 추론 ▷ 비정형화된 규칙에 의한 빈도수가 낮은 독특한 추론
일반화 및 적용 능력	합 구하기	▷ 형식적 알고리즘에 의한 전략 사용 ▷ 빈도수가 높은 해결 전략 사용	▷ 비형식적 전략 사용 ▷ 수학적 개념을 일반화하여 유사한 과제에 적용할 수 있는 전략 ▷ 빈도수가 낮은 해결 전략 사용
반성적 사고능력	바둑돌 세기	▷ 형식적 알고리즘에 의한 전략 사용 ▷ 빈도수가 낮은 해결 전략 사용	▷ 비형식적 전략 사용 ▷ 빈도수가 낮은 해결 전략 사용

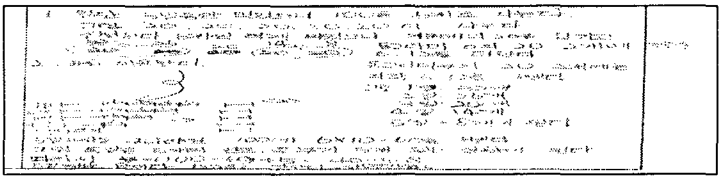
가. 직관적 통찰 영역 수업 사례 분석

(1) 수업 과정 분석

'쿠키 먹기'는 철수가 5일 동안 100개의 쿠키를 먹었는데, 그는 전날보다 6개씩을 적게 먹었을 때, 첫 날 몇 개의 쿠키를 먹었는지를 알아보고, 구하는 방법을 가능한 많이 찾는 과제였다.

(가) 예상되는 해결 전략 사용 사례

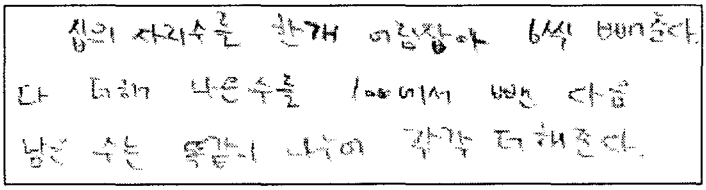
예상되는 해결전략은 전통적 알고리즘에 의한 형식적 해결 전략을 사용한 사례로 사용 문제를 도식화 하거나 방정식으로 만들어 해결한 사례이다.



<그림 Ⅳ-1> 학생 S1의 '쿠키 먹기'해결 전략

(나) 독창적인 해결 전략 사용 사례

독창적인 해결 전략 사용 사례는 비형식적인 전략을 사용하여 과제를 설명한 사례이다



<그림 Ⅳ-2> 학생 S10의 '쿠키 먹기' 해결 전략

(2) 산출물 분석

<표 Ⅳ-6> '쿠키 먹기' 해결 전략 및 빈도수

구분		해결 전략	빈도수
예상되는 해결전략	1	100÷5를 한 후 평균값 20을 3일째로 한 후 6씩 더하고, 빼는 전략 사용	13
	2	(100-(6×10))÷5를 하여 나온 값 8을 맨 마지막일로 하는 전략 사용	7
	3	□+(□-6)+(□-12)+(□-18)+(□-24)=100을 하여 나온 □를 시작일로 하는 전략 사용	10
	4	마지막 날은 X로 하여 X+(X+6)+(X+12)+(X+18)+(X+24)=100으로 하는 전략 사용	9
	5	그림을 그려서 해결하는 전략 사용	6
	6	첫날과 마지막 날의 차이가 24개 난다는 것에 착안하여 100÷5를 한 후 24를 더하고 빼는 전략	6
독창적인 해결전략	7	첫날 먹은 개수를 적당히 예측한 후 계산을 통하여 차이만큼 5로 나누어 계산하는 전략 사용	8

수업에 참여한 아동 16명이 평균적으로 사용한 전략은 3.7개였으며, 평균값을 이용하여 더하고 빼는 전략을 통하여 문제를 해결한 아동의 빈도수가 가장 높았다. 수업에 참여한 아동 중 2명은 전혀 해결 전략을 찾지 못하여 과제를 해결하지 못하였으며, 가장 많은 해결 전략을 제시한 아동은 5가지의 해결 방법을 제시하였다.

(3) 수업 성찰

(가) 교사의 역할

수업 과정에서 작은 오류가 있던 발표 전략에 대하여, 교사가 발표한 아동이 충분하게 설명할 기회를 제공해 주지 못하고 수업을 진행하였다. 또한, 산출물 분석 결과 예측하여 찾아내기 전략은 교사가 미리 예상하지 못했던 해결 전략이었다.

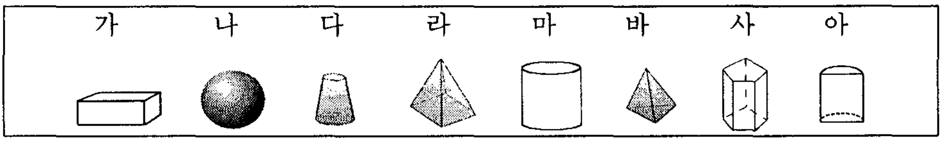
(나) 공평성과 접근가능성

문제를 해결할 단서를 끝내 찾지 못하여 아무런 해결 전략을 세우지 못한 아동도 2명 있었다. 수업 과정 중 개별 지도를 통한 과제 안내가 필요했던 부분이었다.

나. 정보의 조직화 영역 수업 사례 분석

(1) 수업 과정 분석

'입체도형 분류하기'는 <그림 Ⅳ-3>와 같은 여덟 개의 입체도형을 분류기준을 세워 분류하고 조직하는 과제였다.



<그림 Ⅳ-3> '입체도형 분류하기'에 사용된 입체 도형

(가) 예상되는 해결 전략 사용 사례

예상되는 해결 전략은 시각적으로 쉽게 분류할 수 있는 일반적 특성을 분류기준으로 제시하여 빈도수가 비교적 높은 사례로, 입체도형의 겉모습과 모양에 따라 분류한 경우이다.

(나) 독창적인 해결 전략 사용 사례

도형의 겉모습과 모양만으로 분류하지 않고 주어진 입체도형에 숨어있는 특성을 찾아 분류기준으로 제시를 한 경우로 독창적인 해결 전략 사례로 분류를 하였다.

S15 : 잘랐을 때 자른 면이 일정한 것. 나.마.사.아

S15는 자른 면이 같다는 것으로 단면을 분류기준으로 세운 사례이다. S15와 비슷한 분류기준으로 그림자의 모양이 원이 된다는 분류 기준을 세워 단면의 모양이 원인 것을 설명한 경우도 있었다.

(2) 산출물 분석

산출물을 정리하며 입체도형 중 1개만 분류하는 분류기준(피라미드 모양, 과속방지턱모양 등)은 모두 제외를 하였다. 또한 비슷한 뜻으로 세운 분류기준은 통합하여 산출물을 정리하였다. 수업에 참여한 아동 16명이 평균적으로 찾은 분류기준은 10.0개였다. 아동들이 찾은 분류기준의 종류는 24개였으며, 총 15개의 분류기준을 제시한 아동이 가장 많은 분류 기준을 찾은 아동이었다.

<표 IV-7>'입체도형 분류하기' 분류기준 및 빈도수

구분		분 류 기 준	가	나	다	라	마	바	사	아	빈도수
예상되는 해결 전략	1	뿔 모양				○		○			16
	2	기둥모양	○		○		○		○	○	14
	3	각기둥 모양	○						○		7
	4	원통 모양(컵모양)			○		○				13
	5	곡면이 있는 모양		○	○		○			○	8
	6	직사각형이 있는 모양	○			○			○	○	6
	7	뒤집어도 모양이 같은 모양	○				○		○	○	13
	8	꼭지점이 있는 모양	○			○		○	○	○	5
	9	직각이 있는 모양	○			○			○	○	8
	10	잘 구르는 모양		○	○		○				9
	11	각이 있는 모양	○			○		○	○	○	11
	12	평면원이 있는 모양			○		○				7
	13	삼각형이 있는 모양				○		○			8
	14	평면도형이 있는 모양	○		○	○	○	○	○	○	3
	15	각이 없는 모양		○	○		○				3
	16	사각형 면이 있는 모양	○			○			○	○	6
	17	모든 면이 다각형인 모양	○			○		○	○		8
	18	밑면이 하나인 모양				○		○			4
	19	도장 모양	○				○				1
독창적인 해결 전략	20	그림자로 원을 만들 수 있는 모양		○	○		○				1
	21	모든 면의 모서리 수가 같은 모양	○					○			1
	22	옆으로 자른 면이 같은 모양	○	○			○		○	○	4
	23	평행인 두면이 있는 모양	○		○		○		○	○	3
	24	곡면이 있는 모양		○	○		○			○	1

(3) 수업 성찰

(가) 과제의 특성

정보의 조직화 영역 관련 수업은 2개의 주제로 2차시의 시간 배당을 하여 수업을 진행하였다. 본 과제의 해결을 위하여 수업 초기에 입체도형에 대한 속진 과정이 필요하였다. 아동들이 찾은 산출물 분석 결과 다른 수학 학습으로의 발전 가능성이 많은 과제였으며, 정보의 조직화에 적합한 과제 유형이었다.

(나) 교사의 역할

수학적 용어를 사용해서 분류기준을 세워보라는 교사의 안내가 수업 중간에 있었다. 이로 인하여 아동들이 혼란스러운 상황에 직면하게 되었다. 자기가 세운 분류기준을 다시 수학적 용어로 고치거나, 아

에 다 지워버리고 다시 시작하는 아동까지 생겼다. 아동 활동 이전에 수업에 대한 안내를 충분하게 할 필요가 있었다.

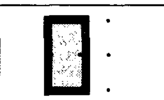
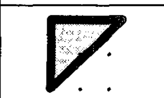
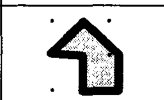
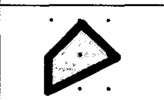
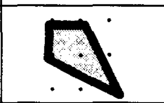
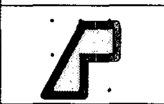
다. 공간화/시각화 영역 수업 사례 분석

(1) 수업 과정 분석

'넓이가 같은 도형 그리기' 수업은 가로, 세로 2㎝ 위에 1㎝간격으로 찍혀져 있는 점판 위에 넓이가 2㎠인 도형그리기가 과제였다. 이 수업은 그리기 위주의 수업으로 진행이 되었기에 수업 과정 중 예상되는 해결 전략과 독창적인 해결 전략에 대한 분석은 생략한다.

(2) 산출물 분석

<표 Ⅳ-8>발표 순서에 따른 '넓이가 같은 도형 그리기' 산출물 및 빈도수

발표순서	1	2	3	4	5
찾은 모양					
빈도수	18	18	13	18	17
발표순서	6	7	8	9	10
찾은 모양					
빈도수	12	16	9	16	3
발표순서	11	12	13	14	15
찾은 모양					
빈도수	15	12	18	13	2
발표순서	16	17	18	19	20
찾은 모양					
빈도수	15	4	10	7	10
발표순서	21	22	23		
찾은 모양					
빈도수	6	1	2		

아동들이 찾아낸 넓이가 2㎠인 도형은 모두 23개로 수업에 참여한 18명이 찾아낸 수는 평균 14.2개였다. 가장 많이 찾아낸 아동은 20개의 모양을 찾아냈으며, 가장 적은 아동은 6개로 이 아동의 경우 넓이에 대한 이해가 부족하여 2㎠ 이외의 도형을 여러 개 그렸다.

(3) 수업 성찰

(가) 과제의 특성

속진 과정이 일부 포함되어 삼각형, 사각형의 넓이를 구하는 방법을 알고 학습에 임하여야 해결이 가능한 과제였다. 본 과제 해결 과정에서 아동들은 재미와 흥미를 가지고 넓이가 같은 도형을 찾고자 노력하였다. 발표 과정에 있어서도 다른 도형과 구분하기 위하여 많은 수학적 사고를 요하였다.

(나) 공평성과 접근 가능성

학습 초기에 속진으로 넓이에 대한 수업이 있었으나, 두 아동이 완전하게 이해하지 못하고 학습에 임하였다. 이 두아동의 산출물에서 2㎠가 아닌 다른 도형들이 많이 발견되었다.

라. 수학적 추상화 영역 수업 사례 분석

(1) 수업 과정 분석

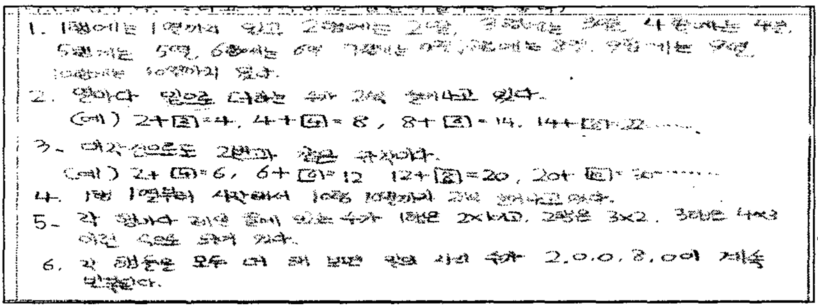
'삼각수열의 규칙 찾기'는 <표 Ⅳ-9>과 같은 삼각수열에서 10행의 합을 구하고, 이 수열의 규칙을 찾는 과제였다.

<표 Ⅳ-9> 삼각수열표

구분	1열	2열	3열	4열	5열	6열	7열	…
1행	2							
2행	4	6						
3행	8	10	12					
4행	14	16	18	20				
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

(가) 예상되는 해결 전략 사용 사례

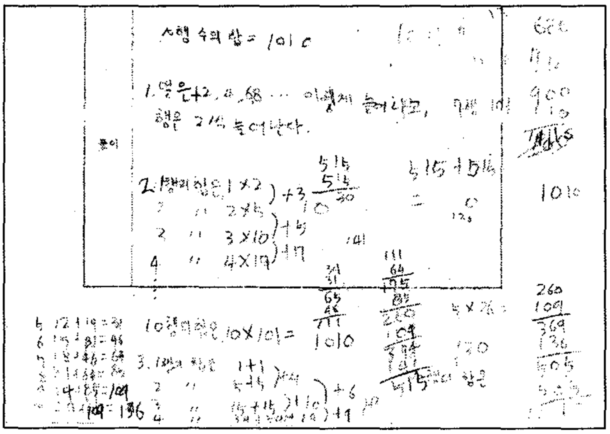
예상되는 해결 전략은 같은 행 내에서의 규칙, 같은 열 안에서의 규칙, X행 Y열의 수, X행 Y열의 수와 X행 Y+1열의 수와의 규칙 등 일반 아동들이 찾을 수 있는 규칙으로 간단한 알고리즘에 의하여 형식화 될 수 있는 전략으로 수학적 추상화 능력이 나타난 경우이다.



<그림 Ⅳ-4> '같은 열에서의 규칙' 아동 산출물

(나) 독창적인 해결 전략 사용 사례

독창적인 해결 전략은 X행의 합 구하기와 이를 통하여 나오는 행사이의 규칙 등 심도있는 수학적 사고를 통하여 찾을 수 있는 전략으로 고도의 수학적 추상화 능력이 발휘된 경우이다.



<그림 Ⅳ-5> 학생 S5의 '삼각수열의 합 구하기' 해결전략

(2) 산출물 분석

<표 Ⅳ-10> '삼각수열의 규칙 찾기' 산출물 및 빈도수

구 분		발견한 규칙	빈도수
예상되는 해결전략	1	모든 수는 짝수이다.	7
	·	행의 수와 열의 수가 같다. △행은 △열까지 있다.	9
	3	각행의 1열의 수는 2에 1, 2, 4, 7, 11, 16을 곱한 수 —1— —2— —3— —4— —5— 각 행의 1열의 수는 +2, +4, +6…으로 커진다.	12
	4	□행의 1열의 수 = □×(□-1)+2 이다.	5
	5	□행의 끝수는 (□+1)×□이다. □행 □열의 수는 □×□+□이다. (각행의 마지막 수를 보면 1행은 2×1이고, 2행은 3×2, 3행은 4×3의 규칙을 가지고 커진다.)	9
	6	□행 △열의 수는 □×(□-1)+△×2이다	4
	7	같은 행의 수는 다음 행의 수와 열이 같으면 차가 같다.	6
	8	같은 행 안에서는 열이 늘어 날 때마다 2씩 커진다.	11
	9	대각선으로 갈 땐 +4, +6, +8로 2씩 커진다.	6
독창적인 해결전략	10	1열, 4열, 7열에는 3의 배수가 없다. 3으로 나누었을 때 나머지가 1인 열에는 3의 배수가 없다.	3
	11	□행과 □+1행의 같은 열의 숫자 차이는 2×□이다.	6
	12	각행들을 모두 더해보면 일의 자리수가 2, 0, 0, 8, 0이 반복된다. (1행 2, 2행 10, 3행 30, 4행 68 , 5행 130, 6행 222, 7행 350, 8행 520, 9행 738, 10행 1010, 11행 1342, 12행 1740…….)	1
	13	1행의 합은 1×2, 2행의 합은 2×5, 3행의 합은 3×10, 4행의 합은 4×17 … 10행의 합은 10×101 이다. 행의 합 = 행의 수×(행의 수×행의 수+1)	2
	14	(□행 1열의 수) × (□+1열의 수)는 모두 1열 안에 있다.	1
	15	짝수 행에서는 행의 숫자의 제곱수를 찾을 수 있다.	1
	16	각 열의 1의 자리 숫자는 다섯 행씩 내려가면서 반복되어 나온다. (1열 2,4,8,4,2가 반복, 2열 6,0,6,4,4가 반복, 3열2,8,6,6,8이 반복, 4열 0,8,8,0,4가 반복된다.)	2
	17	열에 5를 더한 열과는 1의 자리 수가 같다. (1열과 6열, 2열과 7열의 1의 자리 수는 같다.)	2

아동들이 찾아낸 삼각수열의 규칙은 모두 17개로 수업에 참여한 18명이 찾아낸 평균 산출물 수는 4.8개였다. 아동들의 산출물에는 □와 △의 사용이 많았다. 문자 사용이 익숙하지 못하였기에 문자 대신에 도형을 이용하여 찾은 규칙을 수식으로 형식화해내는 모습을 많이 볼 수 있었다. 주어진 비구조화된 수학적 문제 상황을 적당한 수학적 개념으로 형식화해내는 수학적 추상화 능력이 뛰어남을 볼 수 있었다.

(3) 수업 성찰

(가) 과제의 특성

사전에 수업시간을 1차시 40분을 예정하고 수업을 진행하였으나, 실제 수업 시간은 거의 두 배 가까운 76분이 소요되어 다른 학습 프로그램 운영에 차질을 가져왔다. 과제의 난이도에 따라 적절한 시간 계획을 세우는 것이 중요하다.

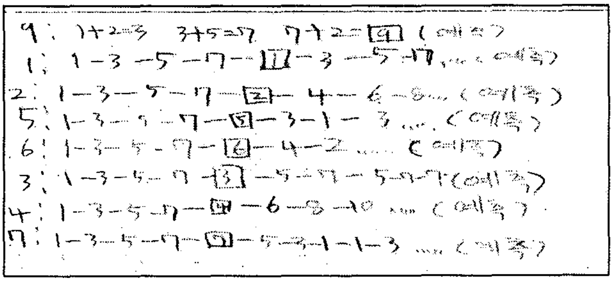
마. 수학적 추론 영역 수업 사례 분석

(1) 수업 과정 분석

'□안에 알맞은 수 넣기'는 수업은 1 - 3 - 5 - 7 - □ 로 배열되어 있는 수에서 □안에 알맞은 수를 넣고, 그 이유를 수학적으로 설명하는 과제였다.

(가) 예상되는 해결 전략 사용 사례

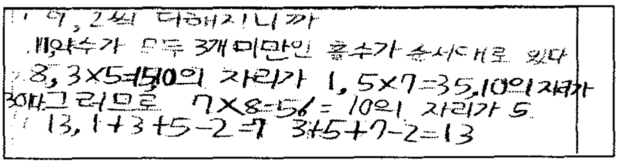
예상되는 해결 전략은 일반 아동도 쉽게 생각할 수 있는 추론으로 간단한 규칙이나 계산에 의한 빈도수도 높은 경우이다.



<그림 IV-6> '반복의 규칙을 이용하여 □안에 수넣기' 아동 산출물

(나) 독창적인 해결 전략 사용 사례

고도의 수학적 사고를 통한 추론으로 복잡한 계산과정을 거치거나, 비정형화된 규칙에 의한 빈도수가 낮은 독특한 추론의 경우이다.



<그림 IV-7> 학생 S8의 두 수의 곱을 이용한 해결전략

(2) 산출물 분석

<표 IV-11> '□안에 알맞은 수 넣기' 산출물 및 빈도수

구분		산출물	빈도수
예상되는 해결전략	1	□안에 들어가는 수는 9이다. 1,3,5,7로 2씩 커지고 있다.	19
	2	10이다. 규칙은 2씩 3번을 더하고, 다음은 3씩 3번을 더한다.	7
	3	1이다. 1, 3, 5, 7이 계속 반복된다.	14
	4	2이다. 다음은 짝수가 나오며 반복된다.	6
	5	5이다. 1, 3, 5, 7이후 5, 3, 1, 3, 5, 7, 5, 3, 1로 수가 오르내린다.	9
	6	7이다. 1, 3, 5, 7이후 7, 5, 3, 1, 1, 3, 5, 7로 반복된다.	11
	7	11이다. 1,3,5,7이후 11, 13, 15, 17, 21, 23, 25, 27로 10씩 늘어나는 규칙을 가지고 있다.	2
독창적인 해결 전략	8	11이다. 약수가 3개미만인 홀수가 순서대로 되어 있다.	1
	9	□안에 들어가는 수는 13이다. 1과 3칸 떨어진 7을 더하면 8이 된다. 두 번째의 수 3과 □안에 들어가는 수 13을 더하면 16이 된다. 세 번째의 수 5와 3칸 떨어진 곳에 들어가는 수 19를 더하면 24가 된다. 즉 3칸 오른쪽에 위치한 수와의 합이 8의 배수가 된다.	3
	10	13이다. 1, 3 이후 1+3+1이라서 5이며, 3, 5이후는 3+5-1이라 7이다. 다음 수는 5+7+1로 13이다. 즉 앞의 두수를 더한 더해지는 항의 순서가 짝수이면 +1이고, 홀수이면 -1이다.	4
	11	8이다. 3×5는 10의 자리가 1로 두 수 앞의 자리의 수를 가리킨다. 5×7은 10의 자리가 3으로 5 앞의 수를 가리킨다. 따라서 다음 수는 7과 곱하였을 때, 십의 자리의 수가 5가 되어야한다. 이런 조건을 만족시키는 수는 8이다.	1
	12	11이다. 항의 오른쪽으로 두 번째 수와의 합은 세 번째의 수보다 1이 작다. 1+5는 6으로 5의 옆의 수 7보다 1이 작다. 다음은 3+7은 10으로 다음 수는 11이 되어야 한다.	2
	13	11이다. 1을 제외하고, 나머지 수들은 소수를 순서대로 나타낸 것이다. 따라서 7 다음의 수는 11이다.	1
	14	23이다. 어떤 수에서 오른쪽으로 두 번째 떨어진 수의 곱에 2를 더하여 세 번째의 수를 만든다. 즉, 1×5+2=7, 3×7+2=23이다.	1

수업에 참여한 19명의 아동들이 추론해 낸 규칙을 14개로 분류 정리하였다. 평균 산출물 수는 1인당 4.3개로 가장 많은 규칙을 찾아 낸 아동은 모두 8가지의 수를 넣는 규칙을 찾았으며, 가장 적은 규칙을 찾아낸 아동은 3개를 찾은 아동이었다.

(3) 수업 성찰

(가) 과제의 특성

수학적 추론 영역의 수업을 진행하면 제일 먼저 아동들이 나타내는 반응은 주어진 과제에 대한 황당함이라 할 수 있다. 다른 영역의 개방형 과제들의 경우, 한 가지 답에 여러 가지 해결 전략 수립 또는 주어진 과제에서 여러 가지 규칙 찾기 등 비정형적 해결 전략을 요구하더라도 수학적으로는 비교적 명료한 설명이 가능했다. 그러나 수학적 추론 영역은 정답이 다소 불분명하고 사고의 방법에 따라 요구하는 답이 여러 개가 나올 수 있다는 점이 아동들이 어려움을 느끼게 만들었다.

(나) 교사의 역할

교사가 수업을 진행하면서 아동들이 수학적 추론 영역은 정답이 다소 불분명하고 사고의 방법에 따라 요구하는 답이 여러 개가 나올 수 있다는 어려움을 깨치고 창의적인 사고를 할 수 있도록 도와주는 적극적인 발문이 필요한 수업이었다.

바. 일반화 및 적용 영역 수업 사례 분석

(1) 수업 과정 분석

'합 구하기'는 1+3+5+7+……+97+99의 합을 구하고, 합을 구할 수 있는 여러 가지 전략을 탐구하고 탐구한 전략을 일반화하여 유사한 다른 문제에 확장하여 적용시키는 것을 목표로 한 수업이었다.

(가) 독창적인 해결 전략 사용 사례

독창적인 해결 전략은 정형화 되지 않은 비형식적 전략을 사용하여 문제를 해결한 경우와 수학적 개념을 다른 과제에도 적용 할 수 있는 알고리즘으로 일반화 한 경우이다.

S6 : 일의 자리 숫자만 따로 더하여 계산하는 방법인데요. 1+3+5+7+9가 이 식 안에는 모두 10개가 나와요 그래서 (1+3+5+7+9)를 더한 후 10을 곱하면 250이 되고요. 다음은 십의 자리만 더하면 (10+20+30+40+50+60+70+80+90)이 모두 다섯 개가 있어 계산을 하면 450×5가 되어 2250이 돼요 이 두 개를 더하면 2500이 됩니다.

(2) 산출물 분석

수업에 참여한 19명의 아동들이 추론해 낸 전략을 7개로 분류 정리하였다. 비슷한 전략은 하나로 묶어 분류를 하였으며, 가장 많은 전략을 선보인 아동은 6개, 가장 적은 전략을 찾아낸 아동은 3개였으며, 아동 1인당 평균 4.6개의 해결 전략을 찾았다.

<표 IV-12> 1+3+5+…+97+99 해결 전략과 빈도수

구분		산출물	빈도수
예상되는 해결전략	1	하나씩 모두 더 한다.	16
	2	1+99, 3+97과 같은 방법으로 짝을 지어 더하면, 100이 25쌍이 된다. 따라서 100×25=2,500이다.	16
	3	1부터 100까지의 합은 5050이 되고, 100까지 짝수의 합은 홀수의 합보다 50이 크다. 홀수의 합이 2,500이고 짝수의 합이 2,550이면 식이 완성된다.	4
독창적인 해결 전략	4	일의 자리의 수의 합과 십의 자리수의 합을 따로 구하여 합하면 된다. (1+3+5+7+9)×10+(10+20+30+40+50+60+70+80+90)×5=2,500이다.	7
	5	(처음 수+끝수)×수의 개수÷2 = (1+99)×50÷2 = 2,500 $\dfrac{n\times(a+b)}{2}$의 전략 사용	14
	6	연속된 수의 합일 경우 더하는 수의 중간 값과 수의 개수를 찾아 두개를 곱하면 된다. 결국 중간 값과 수의 개수가 같기 때문에 중간값의 제곱이 된다. 1+3 = 2×2, 1+3+5 = 3×3, 1+3+5+7 = 4×4, ……, 1+3+5…95+97+99 = 50×50이다.	12
	7	1부터 연속된 홀수의 개수가 짝수 개일 경우 중간의 두수의 곱에 1을 더하면 된다. 중간의 두수는 49와 51이다. 49×51+1하면 된다. 수의 개수가 홀수일 경우는 제일 중간값을 두 번 곱하면 된다.	4

(3) 수업 성찰

(가) 과제의 특성

과제 내용이 기존의 과제에서 많이 볼 수 있었던 유형이라 아동들이 쉽게 문제에 접근 하였으며, 세운 전략 중의 일부는 아동들이 이미 알고 있는 전략이었다. 과제 구안 단계부터 첫수와 끝수에 변화를 주거나, 등차를 2가 아닌 다른 수로 변화를 주는 것이 필요했다.

(나) 교사의 역할

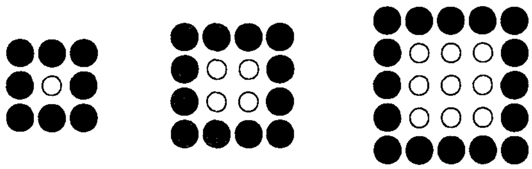
창의적인 과제를 개발하려는 교사의 노력이 부족했던 부분이었다. 수업 과정 중 아동들이 찾은 전략을 일반화하여 적용할 수 있도록 하기 위하여 교사의 다음과 같은 발문은 매우 유용하였다.

T : 지금 S9가 발표한 것과 S10가 발표한 것을 각각 식으로 만들어 봅시다. 처음수를 a라고 하고 끝수를 b라고 하고 수의 개수를 n개라 할 때 합을 구하는 식이 어떻게 될지 다같이 식을 세워 보세요.

사. 반성적 사고 영역 수업 사례 분석

(1) 수업 과정 분석

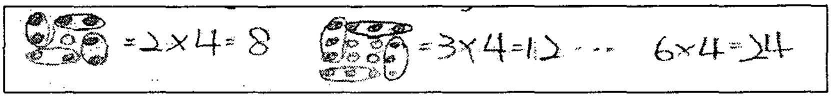
'바둑돌 세기'는 아래 그림과 같이 놓여진 바둑돌에서 다섯 번째 위치할 그림의 검은 바둑돌의 개수를 구하고 바둑돌이 놓여진 규칙을 탐구하는 과제였다.



<그림 Ⅳ-8> 바둑돌이 놓인 규칙

(가) 예상되는 해결 전략 사용 사례

형식적 알고리즘을 활용한 전략 사용으로 아래의 사례와 같이 그림과 식 등으로 과제를 해결한 경우이다.



<그림 Ⅳ-9> 학생 S1의 '바둑돌 세기' 해결전략

(2) 산출물 분석

<표 Ⅳ-13> '바둑돌 세기'의 산출물 및 빈도수

구분		산출물	빈도수
예상되는 해결전략	1	직접 센다.	14
		처음 그림에서 4씩을 더해간다.	15
	3	전체의 바둑돌에서 흰색의 바둑돌을 뺀다. '(n+2)×(n+2)-n×n'의 해결 전략	14
	4	바둑알의 수를 4묶음으로 나눈 후 4를 곱하는 전략 (그림의 순서+1)×4	6
	5	(한 변의 바둑알 수)×2+(한 변의 바둑알 수 -2)×2, 또는 (그림의 순서+2)×2+(그림의 순서)×2, (n+2)×2+n×2	5
	6	(한 변의 바둑알 수)×4-4	9
	7	(한변의 바둑알 수 -1)×4	7
	8	대각선으로 나누어 ((n+2)+n)×2 (5번과 유사한 전략)	4
	9	흰 바둑돌 한 변의 개수×4 +4	6

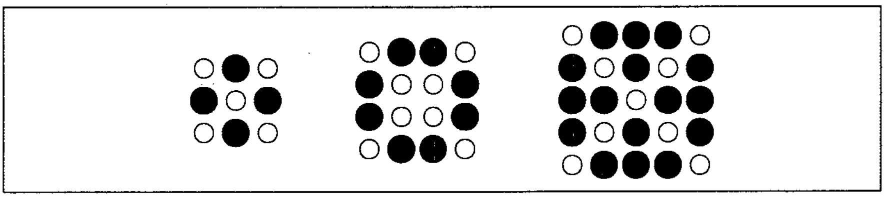
수업에 참여한 16명의 아동이 찾은 해결 전략은 9개였으며, 1인당 평균5.0개의 전략을 수립하였다. 가장 많은 해결 전략을 수립한 아동은 7개의 해결 전략을 수립하였으며, 가장 작은 경우는 3개를 제시한 2명의 아동이었다. 산출물 분석 결과, 과제의 평이함으로 인하여 독창적인 해결전략은 나오지 않았다. 아동들에게 좀 더 수학적 사고를 요구하는 과제로 개선해야 할 필요성이 있었다.

(3) 수업 성찰

(가) 과제의 특성

반성적 사고 능력 3단계 지도 단계 중 1단계의 과제로 해결 전략 수립이 비교적 쉬운 과제였다. 과제 내용에 비하여 수업 초기에 너무 상세한 안내가 되었고, 쉬운 과제 해결로 인하여 해결 과정을 다시 반성해 볼 수 있는 기회가 적었다. 학생들이 흥미를 느끼고 도전적으로 탐구할 수 있도록 과제의 내용에 변화를 주어 <표 Ⅳ-14>과 같이 개선된 과제로 제시될 필요성이 있다.

<표 Ⅳ-14> '바둑돌 세기' 개선된 과제



(나) 공평성과 접근 가능성

이 영역의 3단계 지도 단계 중 마지막 지도 단계로 설정한 '피보나치 수열' 수업은 금년도 수학 영재 교육 과정 프로그램에 없었으나, 다른 영재 지도 교사에 의하여 탐구 과제로 선정되어 수업 외 특별 탐구가 이루어져, 애초에 목적 했던 성과를 달성하지 못하였다.

3. 수업 분석 결과에 따른 시사점 도출

가. 개방형 과제 구안 및 활용 계획면

첫째, 개방형 과제를 구안하며 지역 공동 영재 학급 구성원이 지식 단계가 다른 4~5학년 아동들이라 이들을 모두 만족시킬 수 있는 내용 선정에 어려움이 많았다.

둘째, 개방형 과제를 활용한 학습프로그램을 24차시를 계획하고, 24문항을 개발하였으나, 실제 수업에서 활용된 과제는 17문항이었다. 과제의 난이도에 따라 하나의 과제를 해결하는데 최소 41분에서 최대 76분까지 시간이 소요되어 시간 차이가 많았다. 과제를 선정하고 수업 계획을 수립하는데 있어 과제의 난이도에 따라 과제 해결에 필요한 시간 계획을 적절하게 예상하고 수립하여야 한다.

셋째, 창의적인 개방형 과제를 구안하고자 하였으나, 과제 개발에 필요한 시간 부족과 연구자의 개발 경험 부족 등으로 인하여 기존에 개발된 개방형 과제를 많이 참고할 수밖에 없었다. '피보나치 수열' 수업에 있어 일부 아동이 탐구 발표 대회 과제로 선정하여 탐구를 한 경험이 있어 수업의 목표를 달성할

수 없었다. 개방형 과제가 자체가 기존에 많이 볼 수 있는 과제에서 벗어나 창의적인 것이어야 한다.

넷째, 개발한 과제를 수업 이전에 교사가 미리 해결하여 아동들이 수립할 해결 전략을 미리 예상하고 수업에 임하였다. 그러나 수업 과정에서 여러 차례 교사가 예상하지 못했던 해결 전략을 아동들이 발표하였다. 개방형 과제의 경우 지도 교사가 아동들이 세울 정형적, 비정형적 해결전략을 충분하게 예상할 수 있도록 과제에 해결 전략에 대한 탐구를 많이 하여야한다.

나. 수업 과정 및 산출물 분석 결과면

첫째, 한 가지 과제를 다양한 방법과 전략을 사용하여 해결해야하는 개방형 과제는 수학 영재아들에게 수학적 사고의 경험을 제공하였다. 다양한 해결전략 수립을 위하여 아동들은 과제를 여러 각도에서 분석하고 다양한 접근 방법을 찾았다. 개방형 과제는 다양성을 요구하는 과제의 특성상 정형화된 수학적 알고리즘에 의한 전략 수립보다는 비정형화된 수학적 해결 전략의 수립을 위한 수학적 사고를 많이 요구하였다. 또한, 다른 아동의 해결 전략 발표를 듣는 과정 속에서도 질문이나 동조, 야유를 통하여 수학적 사고의 결과를 표현해 냈다.

둘째, 수학적 사고 능력을 신장시키는 데 도움이 되는 학습 안내와 발문을 하여야 한다. 같은 학습 주제에 대해서도 교사가 어떻게 학습 안내를 하고 발문을 하는가에 따라 학생들의 사고의 폭과 깊이는 달라졌다. 특히, 수업 시작 후 과제를 안내할 때 교사가 어떻게 안내하느냐에 따라 학습의 결과가 많이 달라졌다. 개방형 과제를 활용한 수업에서 학생들에게 해결 전략에 대한 직접적인 조언이 아니라, 해결 전략을 이끌어낼 사고 방법, 나아가 그 사고 방법을 이끌어낼 태도를 취하는데 도움을 줄 수 있는 발문을 하여야한다.

셋째, 아동들이 주어진 과제의 해결 전략을 수립하거나, 질문에 답변을 하는데 있어 수학적 사고를 할 수 있는 충분한 시간을 주어야한다. 아동들은 충분한 시간적 여유에 의하여 다양한 해결전략을 수립하고, 원리와 규칙을 찾았다. 과제해결을 위한 충분한 시간적 여유가 다양한 산출물로 나타났다. 또한, 아동들의 개인차에 의하여 같은 과제나 질문에 소요되는 수학적 사고의 시간이 달랐다.

넷째, 아동들의 실수를 인정할 수 있는 허용적인 분위기가 되어야 한다. 아동들이 해결전략을 발표하며 오류가 있는 전략을 발표하는 경우가 있었다. 이러한 오류가 있는 발표를 수업에 활용하여, 처음부터 다시 되짚어 생각해 보는 반성적 사고를 할 수 있는 기회로 만들었다. 그러나 교사가 의도하지 않았지만 아동들의 오류가 있는 전략을 무시하고 수업을 진행하여 수학적 사고의 확산을 막은 때도 있어 아쉬움이 남았다.

다섯째, 아동들의 사고의 결과를 존중하고 칭찬하여야 한다. 영재 수업이 진행되며 아동들끼리 친해졌기 때문에 잡담이나 장난 등으로 산만한 분위기가 될 때도 있었고, 과제에 집중하지 못하고 딴 짓을 하는 아동들도 있었다. 과제에 집중하는 아동, 독창적인 사고를 하는 아동들을 칭찬으로 보상해 줌으로써 칭찬을 받은 아동은 물론 과제에 집중하지 못하던 아동까지 과제에 집중할 수 있도록 하여야 한다.

V. 결 론

1. 개방형 과제의 특성

개방형 과제의 특성과 관련하여 다음과 같은 결론을 내렸다.

첫째, 한 가지 과제를 다양한 방법과 전략을 사용하여 해결해야하는 개방형 과제는 수학 영재아들에게 다양한 수학적 사고의 경험을 제공하였다. 다양한 해결 전략 수립을 위하여 아동들은 과제를 여러 각도에서 분석하고 다양한 접근 방법을 찾았다.

둘째, 개방형 과제는 다양성을 요구하는 과제의 특성상 정형화된 수학적 알고리즘에 의한 전통적인 전략보다는 비정형화된 수학적 해결 전략의 수립을 위한 수학적 사고를 많이 요구하였다.

셋째, 개방형 과제는 아동들의 수학적 호기심을 충족시켜 주었다. 다른 답안에 대한 가능성을 계속적으로 탐구하도록 하는 기회가 주어져 수학에 대한 흥미와 동기가 높아지고, 새로운 해결 전략을 창조하는 것에 대한 즐거움을 누릴 수 있는 기회를 제공하였다.

넷째, 개방형 과제를 통하여 다양한 산출물을 얻을 수 있었다. 아동들은 교사가 미리 예측하지 못한 새로운 아이디어를 통하여 문제 해결 전략을 수립하고, 이에 따라 여러 가지 창의적인 결과물을 산출해 냈다.

2. 영재아의 수학적 사고의 특성

첫째, 직관적 통찰 능력 관련 수업을 통하여 아동들은 과제 해결에 필요한 결정적인 단서를 순간적으로 찾아내어 과제를 해결을 위한 전략을 수립하여 주어진 과제를 해결하였다.

둘째, 정보의 조직화 능력 관련 수업을 통하여 아동들은 주어진 다양한 정보를 합리적 분류 기준을 세워 분류하고 조직해 냈다. 아동들이 찾은 분류 기준에는 일반적인 분류 기준이외에도 수학적으로 의미있는 다양한 분류 기준을 제시하였으며, 아직 학습하지 않은 속진 내용을 포함한 분류 기준으로 분류하기도 하였다.

셋째, 공간화/시각화 능력 관련 수업을 통하여 아동들은 주어진 과제에서 요구하는 도형을 다양하게 표현해 냈다. 아동들은 쉬운 모양의 도형에서부터 어려운 모양의 도형까지 폭넓은 사고를 하였으며, 마음 속으로 도형을 조작하여 회전하거나 뒤집어도 중복되지 않는 도형들을 찾아냈다.

넷째, 수학적 추상화 능력 관련 수업을 통하여 아동들은 주어진 과제의 수학적 내용을 개념화하고 수식이나 기호로 조직하고 표현해냈다. 아동들은 과제에서 요구하는 다양한 수학적 규칙을 찾아 △, □등의 수학적 상징 기호를 사용한 수식으로 표현해 냈으며, 문자를 사용한 수식으로 표현해 내는 아동들도 있었다.

다섯째, 추론적 사고 능력 관련 수업을 통하여 아동들은 정답이 다소 불분명한 과제를 수학적 추론을 통하여 해결하였다. 다른 영역의 개방형 과제에 비하여 추론적 사고 능력 영역의 과제는 아동들이 사고

하는 방법에 따라 여러 개의 답이 나올 수 있다는 점 때문에 아동들이 초기에는 어려워하였지만, 수업이 진행되며 아동들은 창의적 사고와 추론을 통하여 체계적으로 과제를 분석하고 해결하였다.

여섯째, 일반화 및 적용능력 관련 수업을 통하여 아동들은 과제를 해결하며 얻은 관계나 공식을 조직하여 일반화 시키고, 이를 바탕으로 유사하거나 다른 상황의 새로운 문제까지 적용시켜 해결하였다.

일곱째, 반성적 사고는 모든 개방형 과제의 해결 과정에서 나타났다. 아동들은 스스로 주어진 과제의 해결 전략을 계획하였으며, 적절한 전략을 선택하여 과제를 해결하였고, 얻은 결과를 평가하여 왜 이런 결과가 나오게 되었는지 자신의 과제 해결 과정과 사고 과정의 적절성을 점검하였다.

3. 개방형 과제를 활용한 영재 수업에 대한 시사점

개방형 과제를 활용한 초등학교 수학 영재 수업에 관하여 다음과 같은 시사점을 얻었다.

첫째, 개방형 과제가 자체가 기존에 많이 볼 수 있는 과제에서 벗어나 창의적인 것이어야 한다. 일선 현장에서 영재교육을 담당하는 교사가 창의적인 영재 프로그램을 개발한다는 것은 현실적으로 매우 어렵고 힘든 일이다. 따라서 전문적인 영재 교육 연구 기관에서 다양한 프로그램을 개발·보급하여야 하며, 기존의 영재 교육 기관에서 개발한 영재프로그램도 전국의 영재 교육 기관에서 함께 공유하여 영재 교육과 영재 프로그램 개발에 활용할 수 있도록 자료를 공개하여야 한다.

둘째, 개방형 과제 활용 프로그램 구안에 있어 먼저 대상 아동들의 지적, 정의적 실태를 정확하게 파악하는 것이 필요하고 그에 맞는 과제를 선정하여야 한다. 현재 영재아의 학년차, 개인차를 고려하지 않은 영재 학급 구성으로 인하여 창의성과 다양성을 추구하는 영재 교육의 효율성이 많이 떨어지고 있다. 학년 차와 개인차를 고려한 수준별 반편성이 선행되어야 하며, 영재 교육 대상 아동들의 정의적 지적 실태를 정확하게 파악하여, 그에 맞는 과제를 선정하는 것이 중요하다.

셋째, 개방형과제를 활용한 영재수업에서 과제를 선정하고 수업 계획을 수립하는데 있어 과제의 난이도에 따라 과제 해결에 필요한 시간 계획을 적절하게 예상하고 수립하여야 한다. 아동들은 충분한 시간적 여유에 의하여 다양한 해결전략을 수립하고, 원리와 규칙을 찾았다. 또한 교사도 아동들이 세울 정형적, 비정형적 해결전략을 충분하게 예상할 수 있도록 과제에 해결 전략에 대한 탐구를 많이 하여야 한다.

넷째, 수학적 사고 능력을 신장시키는 데 도움이 되는 학습 안내와 발문을 하여야 하며, 아동들의 실수를 인정할 수 있는 허용적인 분위기가 되어야 한다. 학생들에게 해결 전략에 대한 직접적인 조언이 아니라, 해결 전략을 이끌어낼 사고 방법, 나아가 그 사고 방법을 이끌어낼 태도를 취하는데 도움을 줄 수 있는 발문을 하여야하며, 아동들의 사고의 결과를 존중하고 칭찬하여야 한다. 또한, 아동들이 실수를 두려워하지 않고 과제에 대한 도전 의식을 키울 수 있게 하기 위하여 실수를 인정하는 허용적 분위기는 꼭 필요하다.

현장 적용 결과 본 연구에서 제시하는 개방형 과제를 활용한 영재 수업은 영재아들의 수학적 사고능력을 경험시키고 습관화시키는데 큰 도움을 주는 것으로 확인되었다.

참 고 문 헌

강신포 외 (2003). 초등학교 수학 영재 및 일반 아동의 정의적 특성 비교 연구. 대한수학교육학회지 <학교수학> **제5권 제4호**, pp441-446.

김종서 외 (1988). 최신 교육학 개론. 서울: 교육과학사.

김지영 (2002). 창의성 신장을 위한 초등학교 수학 영재 학급용 프로그램 개발에 관한 연구. 인천교육대학교 석사학위 논문.

김향란 (2002). 개방형 문제와 개방형 접근 교수-학습에 관한 연구. 경상대학교 석사학위 논문.

김해규 외 (2004). 초등수학 영재교육 프로그램에 대한 수학적 학습태도 분석에 관한 연구. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집> **18(2)**, pp341-358.

남승인 (1996). 수학 영재교육에 대한 고찰. 대구대학교 과학수학교육연구 **제 19집**, pp77-104.

______ (2000). 초등학교 저학년 영재지도 방안. 한국수학교육학회지 시리즈 F <수학교육학술지> **제 5집**, pp21-37

______ (2001). 수학 영재 교육 프로그램의 실제-수 영역을 중심으로-. 수학영재 지도교사를 위한 연수교재, pp285-319. 대구교육대학교 부설 초등교육연수원.

______ (2003). 수학 창의성 계발을 위한 교수·학습 원리와 실제. 대구교육청 현장합동학술세미나 자료집, 2003, pp. 109~125

송상헌 (1997). 전통적인 문제와 창의적인 문제에 대한 한가지 비교 연구 - 답이 1개인 문제와 답이 여러 개인 문제. 대한수학교육학회 논문집 **7(1)**, pp397-414.

______ (1998). 수학 영재성 측정과 판별에 관한 연구. 서울대학교 박사학위논문.

______ (2002). 수학 영재를 위한 교수 원리 및 방법의 적용에 대한 小考. 과학교육논총 **제 14집**, pp312-329.

______ (2003). 수학 영재 교육과정에 대한 이해와 프로그램 개발의 실제. 초등 영재교육교사(수학과정) 직무연수 교재, **서교 2003-초등-Ⅱ-7**, 서울특별시교육연수원.

안일란 (2002). 개방형 문제의 교수·학습이 창의력 신장에 미치는 연구. 대구교육대학교 석사학위 논문.

정동권 (1996). Open-ended problem을 활용한 창조적, 발전적 사고의 육성방안. 인천교육대학교 논문집 **제 29집 제 2호**, p.227.

정민주 (2001). 초등학교 수학 영재아들의 개방형 문항 반응에 관한 연구. 아주대학교 석사학위 논문

한국교육개발원 (2000). 영재교육과정 개발 연구(Ⅱ). 서울: 장서원.

Frances A. Karnes 외 (2001), 이화국 외 역 (2003). 영재교육의 방법과 자료 상·하. 서울:대교/한국교육평가센터.

Becker, J. P., Shimade, S. (1997). The Open-Ended Approach, *A New Proposal for Teaching*

Mathematics, NCTM.

Betts, G. T .(1985). *Autonomous learner model*. Greeley, CO: Autonomous Learner Publications.

Lowen, A. C. (1995). *Creative Problem Solving, Teaching Children Mathematics*. Reston, Virgia: NCTM.

Maker, C. J., Nielson, A. B. (1995). *Teaching·Moldels in the education of the gifted*(2nd ed.). Austin, TX: PRO-ED.

Maker, C. J. (1982). *Curriculum development for the gifted*. Rockville, MD: Aspen.

NCTM (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics,* Reston, Virginia: NCTM

NRC G/T (1993). *Perspectives on School Mathematics Measuring Up: Prototypes for Mathematics Assessment,* Mathematical Sciences Education Board National Research Council. National Academy Press, Washington, D. C.

Renzulli, J. S. (1977). *The enrichment triad model: Aguide for developing defensible programs for the gifted and talented*. Mansfield Center, CT: Creative Learning Press.

Taylor, L. A. (1992). *The effects of the secondary enrichment triad model and a career counseling component on the career development of vocational-technical school students*. Unpublished doctoral dissertation, University of Connecticut, Storrs.

Treffinger, D. (1975). Teaching for self-directed learning: Apriority for the gifted and talented, *Gifted Child Quarterly*, 19, pp.46-49.

A Case Study on Instruction for Mathematically Gifted Children through The Application of Open-ended Problem Solving Tasks

Park Hwa-Young
E-mail: young415@chol.net

Kim Soo Hwan
Major in Elementary Mathematics Education Graduate School Chongju National University of Education. Chung-buk. Korea
E-mail: soohwan@cje.ac.kr

Mathematically gifted children have creative curiosity about novel tasks deriving from their natural mathematical talents, aptitudes, intellectual abilities and creativities. More effort in nurturing the creative thinking found in brilliant children, letting them approach problem solving in various ways and make strategic attempts is needed.

Given this perspective, it is desirable to select open-ended and atypical problems as a task for educational program for gifted children. In this paper, various types of open-ended problems were framed and based on these, learning activities were adapted into gifted children's class. Then in the problem solving process, the characteristic of bright children's mathematical thinking ability and examples of problem solving strategies were analyzed so that suggestions about classes for bright children utilizing open-ended tasks at elementary schools could be achieved.

For this, an open-ended task made of 24 inquiries was structured, the teaching procedure was made of three steps properly transforming Renzulli's Enrichment Triad Model, and 24 periods of classes were progressed according to the teaching plan. One period of class for each subcategories of mathematical thinking ability;

ability of intuitional insight, systematizing information, space formation/visualization, mathematical abstraction, mathematical reasoning, and reflective thinking were chosen and analyzed regarding teaching, learning process and products.

Problem solving examples that could be anticipated through teaching and learning process and products analysis, and creative problem solving examples were suggested, and suggestions about teaching bright children using open-ended tasks were deduced based on the analysis of the characteristic of tasks, role of the teacher,

impartiality and probability of approaching through reflecting the classes.

Through the case study of a mathematics class for bright children making use of open-ended tasks proved to satisfy the curiosity of the students, and was proved to be effective for providing and forming a habit of various mathematical thinking experiences by establishing atypical mathematical problem solving strategies.

This study is meaningful in that it provided mathematically gifted children's problem solving procedures about open-ended problems and it made an attempt at concrete and practical case study about classes for gifted children while most of studies on education for gifted children in this country focus on the studies on basic theories or quantitative studies.

* ZDM Classification : C73

* MSC2000 Classification : 97C90

* 주제어 : educaton of gifted, open-ended problem, a case study on instruction