

전진경계기법과 최적 표면 삼각형 요소망 생성 기법을 이용한 사면체 요소망의 생성

이민철*, 전만수**

Tetrahedral Mesh Generation by Using the Advancing-Front Method and the Optimal Surface Triangular Mesh Generation Technique

Lee, M.C.* and Joun, M.S.**

ABSTRACT

A systematic approach to tetrahedral element or mesh generation, based on an advancing-front method and an optimal triangular mesh generation technique on the surface, is presented in this paper. The possible internal nodes are obtained by the octree-decomposition scheme. The initial tetrahedral mesh system is constructed by the advancing-front method and then it is improved by the quality improvement processes including mesh swapping and nodal smoothing. The approach is evaluated by investigating the normalized length, the normalized volume, the dihedral angle and the normalized quality

Key words : Tetrahedral mesh, Mesh density control, Advancing-front method, Delaunay triangulation

1. 서 론

유한요소법의 활용을 위해서는 해석대상 물체를 유한요소로 분할한 요소망 정보가 필요하다. 2차원의 경우, 삼각형 요소와 사각형 요소의 자동생성 기술이 최근 10년간 크게 발전하였다. 반면, 3차원의 경우, 육면체 요소망의 자동 생성은 많은 연구자들에 의하여 시도되었으나 사면체 요소망 자동생성에 비하여 발전속도가 매우 늦다. 특히, 육면체 요소망은 요소밀도 제어기가 매우 어렵기 때문에 균열전진해석 문제와 같이 변형 영역이 일부분에 집중된 문제의 해결 목적으로 사용되는데는 한계가 있을 수밖에 없다. 비록 육면체 요소망은 사면체 요소망에 비하여 수치적 측면에서 장점이 있으나, 전술한 한계점으로 인하여 사면체 요소망이 현실적 대안으로 인식되어 왔다. 특히, 비압축성 조건을 지닌 문제를 해결하는데 있어 사면체 요소

망이 안고 있던 과구속 문제 또는 로킹(locking) 문제가 20여년 전에 MINI-요소^[1]가 개발됨으로써 해결되었으며, 그 결과 사면체 요소망의 활용이 전분야로 확산되고 있는 추세이다^[2-4].

사면체 요소망 생성기법에 관한 연구들을 살펴보면 Delaunay 삼각화 기법을 이용한 연구^[5-6]가 주류를 이루고 있으며, 최근 20년간 수많은 연구가 이루어졌다. 최근의 연구 동향은 요소망 생성 그 자체보다는 요소망의 고품질화에 초점이 맞추어져 있다. 최근 요소망의 고품질화 분야에서도 괄목할만한 연구 실적들이 나오고는 있으나, 아직 개선시켜야 할 문제들이 산적해 있다.

최종적으로 생성된 요소망의 품질은 평활화(smoothing) 기법^[7-9]이나 지역변환(local transformation) 기법^[10,11]에 의하여 향상된다. 평활화 기법으로 Freitag 등^[7]과 Joun 등^[8]은 최적화 방법을 사용하였다. 최적화 방법의 단점인 장시간 소요 문제를 해결하기 위하여 Canann 등^[9]은 Laplacian 평활화와 최적화 방법을 동시에 사용하였다. 지역변환 기법으로 Rivara 등^[10]과 Owen 등^[11]은 모서리 분할(edge splitting), 모서리 제거(edge collapsing), 모서리 교환(edge swapping) 등

*경상대학교 항공기부품기술연구센터
**교신저자, 정회원, 경상대학교 기계항공공학부, 항공기부품기술연구센터
- 논문투고일: 2005. 09. 09
- 심사완료일: 2005. 11. 21

을 이용한 요소망 품질향상에 관한 연구를 실시하였다. 최근에 Shimada 등¹¹⁾과 Bossen 등¹²⁾은 평활화와 지역변환 기법의 장점을 연계함으로써, 입력된 요소 밀도를 만족하는 절점위치 최적화에 관한 연구를 실시하였다. 이들 연구의 대부분은 2차원 문제에 한정되어 있으며, 일부는 3차원 확장이 불가능하다.

본 논문에서는 고품질의 사면체 요소망의 생성을 위한 사면체 생성기법을 제시하고자 한다.

최근 저자는 평면 및 곡면 상에 최적 삼각형 요소망을 생성하는 기법에 관하여 연구하였다^{14),15)}. 선행 연구에서 요소밀도분포 지정 및 계산 방법, 절점위치 최적화 방법, 표면 삼각형 요소 생성 방법 등이 제안되었으며, 이들은 사면체 요소망 생성에도 그대로 적용될 수 있다. 따라서 본 연구에서는 요소밀도 지정과 최적 표면 삼각형 요소망 생성 등에 관한 상세한 설명은 관련 문헌으로 대신한다.

2. 평가지표의 정의

하나의 사면체 요소를 정량적으로 평가하기 위해서는 길이, 부피, 품질 등을 요소의 크기와 무관하게 정의할 수 있는 지표가 필요하다. 본 장에서는 길이, 부피, 품질 등을 무차원화한, 정량길이(normalized length), 정량부피(normalized volume), 정량품질(normalized quality)를 정의한다.

삼각형 요소의 모서리 길이를 평가하기 위하여 정량길이 L_{ext} 를 다음과 같이 정의한다.

$$L_{ext} = \frac{L_c}{L_w} \quad (1)$$

여기서 L_c 는 생성된 삼각형의 모서리 길이를 의미하고, L_w 는 희망길이, 즉 생성된 모서리의 양 끝점에서 계산한 절점밀도의 역수의 평균값이다.

사면체 요소의 부피를 평가하기 위하여 정량부피 V_{ext} 를 다음과 같이 정의한다.

$$V_{ext} = \frac{V_c}{V_w} \quad (2)$$

여기서 V_c 는 현재의 사면체 부피를 의미하고, V_w 는 희망하는 사면체 부피를 의미한다

사면체 요소의 품질 평가를 위하여 정량품질 Q_{ext} 를 다음과 같이 정의한다.

$$Q_{ext} = \frac{3R_f}{R_c} \quad (3)$$

여기서 R_f 는 내접구의 반지름을 의미하며, R_c 는 외접구의 반지름을 의미한다. $Q_{ext} = 1$ 은 정사면체를 의미하며, $Q_{ext} = 0$ 은 부피가 0인 사면체를 의미한다. Q_{ext} 는 0과 1 사이의 값을 가지며, Q_{ext} 가 1에 근접할수록 정사면체에 가까운 요소임을 뜻한다.

3. 사면체 요소망의 생성

입체의 사면체 분할 작업은 내부의 사면체 생성과 표면 또는 경계의 삼각형 생성으로 구분된다. 본 논문에서 사용한 전진경계법에서는 경계요소망을 먼저 만들어 점진적으로 내부로 경계를 이동시키는 과정을 통하여 사면체가 생성된다. 따라서 경계의 최적 삼각형화는 전체의 결과를 좌우하므로 최적 사면체 요소망 생성을 위하여 매우 중요하다. 선행연구^{14),15)}에서 곡면상의 최적 삼각형 요소망 생성 방법에 관하여 상세히 설명하였으므로 본 논문에서는 이에 관한 내용은 생략하고, 대신 내부의 사면체 생성에 초점을 맞추고자 한다.

그리고 요소밀도의 부여 방법도 품질에 영향을 주는 주요 요인이다. 이미 선행연구에서 삼차원 적용이 가능한 요소밀도 부여 방법이 제시되었다. 제안된 방법에서는 기초밀도와 원, 실린더, 파이프 등 밀도지정 형상으로 정의된 요소밀도함수를 이용하여 요소밀도를 부여함으로써 요소밀도가 연속적인 함수로 지정되도록 하였다. 요소밀도와 관련된 상세내용은 참고문헌¹⁶⁾으로 대신한다.

3.1 옥트리 분할과 내부절점 부과

전진 경계법(Advancing front technology)이나, Delaunay 삼각화(Delaunay triangulation)를 이용하여 사면체 요소를 생성하기 위해서는, 입력된 삼각형 요소망 내부에 분포된 절점이 필요하다. 입력된 밀도함수와 삼각형 요소망의 정보를 이용하여, 대상물체 내부에 이상적인 절점분포를 생성하기란 쉬운 일이 아니다. 불규칙한 내부절점을 이용하여 Delaunay 방법으로 사면체를 생성한 후 평활화하는 방법¹⁶⁾이 보편적으로 사용되지만, 생성된 요소의 품질이 떨어지는 단점이 있다.

본 논문에서는 옥트리 분할을 통하여 입방체를 생성하고, 생성된 입방체의 각 꼭지점을 내부절점으로 사용한다^{17),18)}.

옥트리 분할을 이용하여 입방체를 생성한 예를 Fig. 1에 나타내었다. Fig. 1(a)는 입력된 표면 삼각형 요소를 나타내고 있으며, Fig. 1(b)는 입력된 요소밀도를

만족하도록 회기적으로 분할한 입방체를 나타내고 있다. Fig. 1(a)는 사면체 요소망의 고품질화를 목적으로 개발된 최적 표면 삼각형 요소망 생성기법^[14]에 의하여 생성된 것이다.

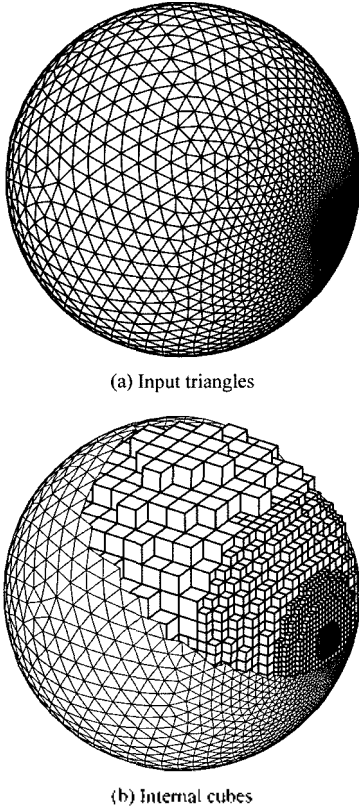


Fig. 1. Octree decomposition.

3.2 전진경계-Delaunay 기법

이 절에서는 전진 경계법과 Delaunay 삼각화 조건을 이용하여 사면체 요소망을 생성한다. Radoviszk가 제안한 방법에 따라, Fig. 2에서 보는 바와 같이 전진 삼각형(advancing triangle) 중의 하나인 활성삼각형(active triangle)과 Delaunay 절점 E 또는 F를 연결함으로써 사면체 요소를 생성한다.

Fig. 2에서 보는 바와 같이, 사면체 요소 생성 과정에서 사면체 ABCD와 같이 퇴화된 사면체(degenerate tetrahedron)가 생성되는 후보절점 D는 제외한다. 그리고 Fig. 2에서 보는 바와 같이 한 개 이상의 절점(그림에서 절점 E, 절점 F)이 후보절점으로 선택된 경우에는 활성삼각형과 각 후보절점을 연결한 사면체의 정량품질을 평가하여 품질이 가장 좋은 후보절점을 최종 Delaunay 절점으로 선택한다^[19].

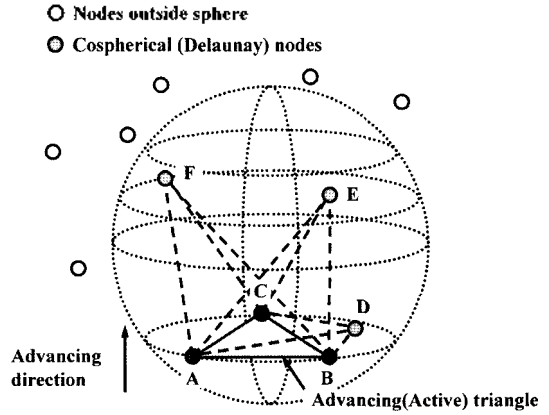


Fig. 2. Advancing triangle and Delaunay nodes.

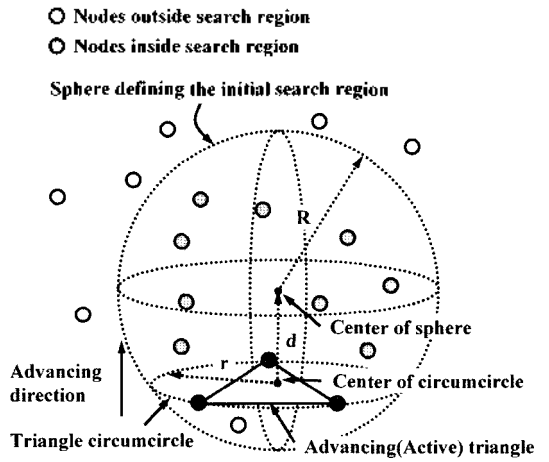


Fig. 3. Initial search region.

본 논문에서 사면체 요소망 생성을 위하여 사용한 절차는 다음과 같다.

1단계: 경계 초기화

전진삼각형 리스트를 작성하고, 전진삼각형 리스트에서 z-방향 좌표가 최소인 절점을 포함하는 삼각형을 선택하여 활성삼각형으로 취한다.

2단계: 후보절점 탐색

Fig. 3에서 보는 바와 같이 활성삼각형의 전방에 위치한 모든 절점들을 후보절점으로 선택한다. 선택된 후보절점들 중에서 초기 탐색 영역(initial search region)에 속한 모든 절점들을 최종 후보절점들로 선택한다. 본 연구에서는 초기 탐색 영역을 활성삼각형에 외접하는 최소 외접원의 중심점에서 법선방향으로 거리가 $d = 2r$ 인 점을 중심점으로 하고 반지름이

$R = \sqrt{5}r$ 인 구의 내부로 정하였다¹⁴⁾. 초기 탐색 영역에 Delaunay 절점이 전무할 경우에는 탐색 영역을 점진적으로 증가시킨다.

3단계: Delaunay 절점 선택

각 후보절점에 대하여 정량품질을 계산하여 품질이 가장 좋은 후보절점을 Delaunay 절점으로 선택한다.

4단계: 요소의 생성과 경계의 전진

최종적으로 선택된 Delaunay 절점과 활성삼각형을 연결함으로써 사면체 요소를 생성한다.

Fig. 4~Fig. 6은 사면체 요소가 서로 다른 조건에서 만들어질 수 있는 경우의 수를 나타내고 있다. Fig. 4와 같이 Delaunay 절점이 활성삼각형의 모서리를 공유하는 삼각형에 속한 절점이 아닌 경우에는 세 개의 모서리와 세 개의 삼각형을 추가하여 새로운 사면체를 생성한다. 새롭게 추가된 세 삼각형을 전진삼각형 리스트에 추가하며, 활성삼각형을 전진삼각형 리스트에서 제거한다. Fig. 5와 같이 Delaunay 절점이 전진삼각형의 모서리를 공유하는 삼각형들 중에서 한 삼각형에 속한 절점인 경우에는 한 개의 모서리와 두 개의 삼각형을 추가하여 새로운 사면체를 생성한다. 새롭게 추가된 두 삼각형을 전진삼각형 리스트에 추가하며, Delaunay 절점을 공유하는 삼각형과 활성삼각형을 전진삼각형 리스트에서 제거한다. Fig. 6에서 보는 같이 Delaunay 절점이 전진삼각형의 모서리를 공유하는 삼각형들 중에서 두 삼각형에 공통으로 속한 절점인 경우에는 한 개의 삼각형을 추가하여 새로운 사면체를 생성한다. 새롭게 추가된 한 개의 삼각형을 전진삼각형 리스트에 추가하며, Delaunay 절점을 공유하는 두 삼각형과 활성삼각형을 전진삼각형 리스트에서 제거한다. Fig. 7에서 보는 같이 한 후보절점이 전진삼각형의 모서리를 공유하는 세 삼각형에 공통으로 속한 절점인 경우에는 새로운 모서리와 삼각형의 추가 없이 새로운 사면체를 생성한다. 후보절점을 공유하는 세 개의 삼각형과 활성삼각형을 전진삼각형 리스트에서 제거한다.

Fig. 8~Fig. 9는 Delaunay 절점이 전진삼각형에 속한 절점인 경우에 대하여 추가적으로 고려해야 할 경우의 수를 나타내고 있다. Fig. 8은 Delaunay 절점이 활성삼각형의 모서리를 공유하는 삼각형에 속한 절점이 아니지만 추가적으로 생성될 모서리가 전진삼각형의 모서리와 동일한 경우, 즉 기 생성된 모서리인 경우이므로 두 개의 모서리와 한 개의 동일 모서리(mate edge) 그리고 세 개의 삼각형을 추가하여 새로운 사면

체를 생성한다. Fig. 9는 Delaunay 절점이 전진삼각형의 모서리를 공유하는 삼각형들 중에서 한 삼각형에 속한 절점인 경우지만 추가적으로 생성될 모서리가 전진삼각형의 모서리와 동일한 경우, 즉 기 생성된 모서리인 경우이므로 한 개의 동일 모서리와 두 개의 삼각형을 추가하여 새로운 사면체를 생성한다.

5단계: 종료

전진삼각형 리스트가 비어 있으면 요소망 생성 작업을 종료한다. 만일 전진삼각형 리스트가 비어 있지 않다면, 1단계에서 4단계까지를 반복한다.

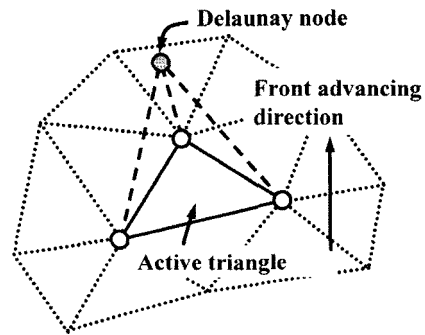


Fig. 4. The case of three edges and three triangles generation.

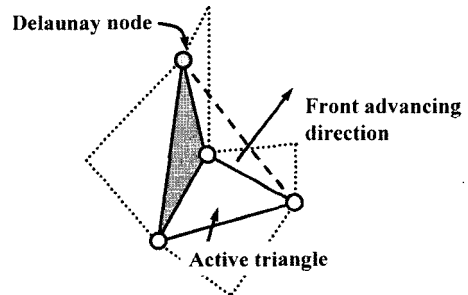


Fig. 5. The case of one edge and two triangles generation.

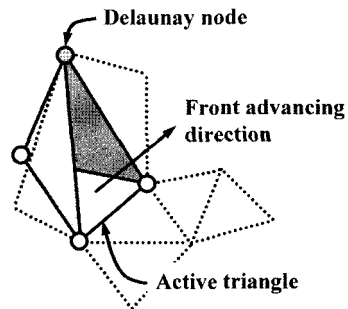


Fig. 6. The case of one triangle generation.

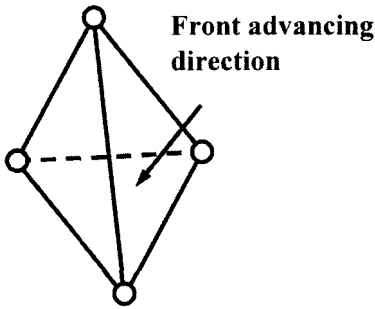


Fig. 7. The case that the front is closed.

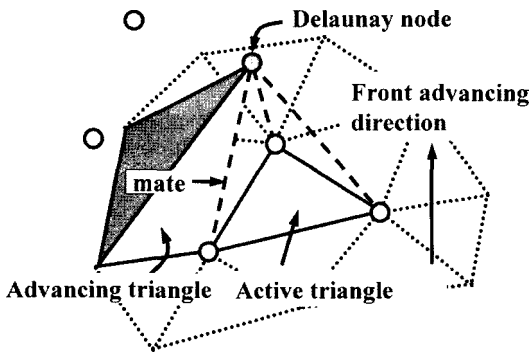


Fig. 8. The case of three edges with one mate edge and three triangles generation.

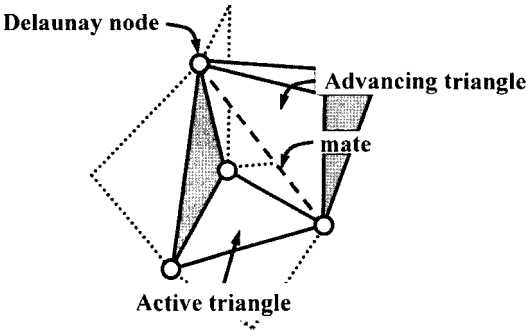


Fig. 9. The case of one mate edge and two triangles generation.

4. 사면체 요소망의 품질 개선

3장에서 설명한 옥트리 분할을 통하여 생성한 후보 절점들을 Delaunay 조건을 만족하도록 전진삼각형 요소와 연결, 즉 전진경계기법으로 생성한 사면체 요소망은 입력된 요소밀도를 근사적으로 밖에 만족시키지 못한다. 또한 전술한 기법으로 생성된 사면체 요소망은 썬(wedge), 슬리버(sliver) 등의 퇴화요소 생성이

불가피하다. 따라서 전진경계기법으로 생성한 요소망의 추가적 품질향상을 위하여 절점위치 재배치와 지역변환 등을 이용한 요소망 품질 개선은 필수적이다.

본 장에서는 요소망 품질 개선을 위하여 선행연구를 통하여 개발된 절점위치 재배치 기법을 이용한다. 절점위치 재배치 기법과 연계하여 모서리 분할, 모서리 제거 등의 요소밀도 조절과 번 교환, 모서리 교환 등의 지역변환을 실시한다. 절점위치 재배치 기법에 관한 상세한 설명은 관련 문헌^[14,15]으로 대신하며, 요소밀도 조절 및 지역변환 기법에 관하여 증점적으로 다룬다.

4.1 모서리 분할

사면체 요소의 모서리 분할은 Fig. 10(a)에서 보는 바와 같이 \overline{AB} 의 중점에 새로운 절점을 추가하여 Fig. 10(b)에서 보는 같이 \overline{AB} 를 공유하는 모든 사면체 요소를 이등분하는 방법이다^[20].

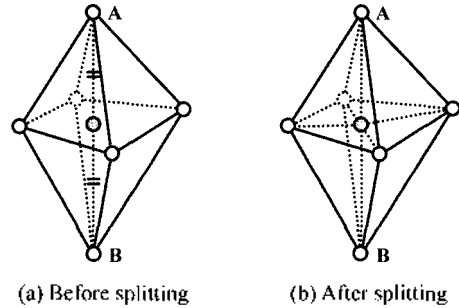


Fig. 10. Edge splitting.

4.2 모서리 제거

사면체 요소의 모서리 제거는 Fig. 11에서 보는 바와 같이 \overline{AB} 를 제거함으로써 \overline{AB} 를 공유하는 모든 사면체 요소를 제거하는 방법이다^[20].

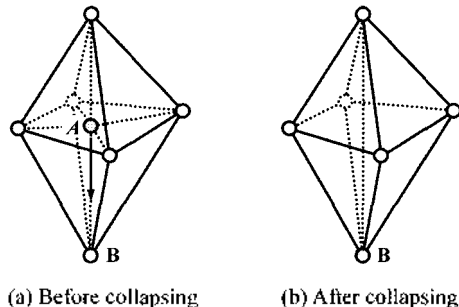


Fig. 11. Edge collapsing

4.3 면 교환

Fig. 12는 한 면을 공유하는 2개의 사면체가 면 교환을 통하여 3개의 사면체로 변경되는 과정을 설명하고 있다. 한 면을 공유하는 사면체 요소의 면 교환은 그림에서 보는 바와 같이 $\square ABC$ 를 공유하는 사면체 $ABCP$ 와 사면체 $ABCQ$ 를 제거하고, \overline{PQ} 를 공유하는 3개의 사면체 요소를 추가함으로써 사면체 요소의 품질을 향상시키는 방법이다.

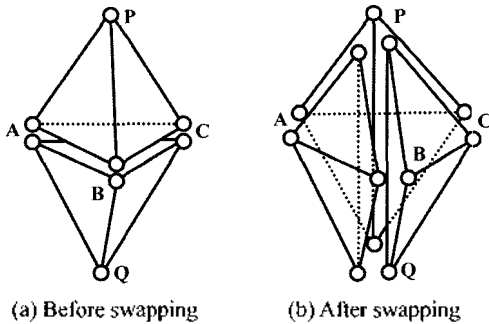


Fig. 12. Face swapping.

4.4 모서리 교환

Fig. 13은 한 모서리를 공유하는 3개의 사면체가 모서리 교환을 통하여, 2개의 사면체로 변경되는 과정을 설명하고 있다. 한 모서리를 공유하는 사면체 요소가 3개인 경우에 대한 모서리 교환은 그림에서 보는 바와 같이 \overline{PQ} 를 공유하는 3개의 사면체 요소를 제거하고, 사면체 $ABCP$ 와 사면체 $ABCQ$ 를 추가함으로써 사면체 요소의 품질을 향상시키는 방법이다.

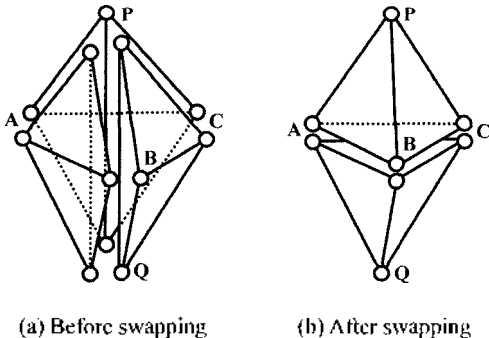


Fig. 13. Edge swapping, three tetrahedrons are changed into two tetrahedrons.

Fig. 14는 한 모서리를 공유하는 4개의 사면체가 4개의 사면체로 변경되는 과정을 설명한다. 그림에서 보는 바와 같이 \overline{PQ} 를 공유하는 4개의 사면체 요소를

제거하고, 새로운 사면체 요소 4개를 추가함으로써 사면체 요소의 품질을 향상시키는 방법이다.

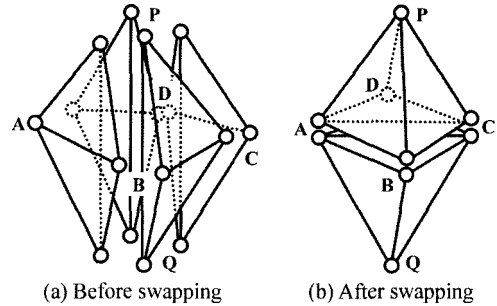


Fig. 14. Edge swapping, four tetrahedrons are changed into four tetrahedrons.

Fig. 15는 모서리 교환을 통하여 한 모서리를 공유하는 5개의 사면체가 6개의 사면체로 변경되는 과정을 설명한다. 그림에서 보는 바와 같이 \overline{PQ} 를 공유하는 5개의 사면체 요소를 제거하고, 새로운 사면체 요소 6개를 추가함으로써 사면체 요소의 품질을 향상시키는 방법이다.

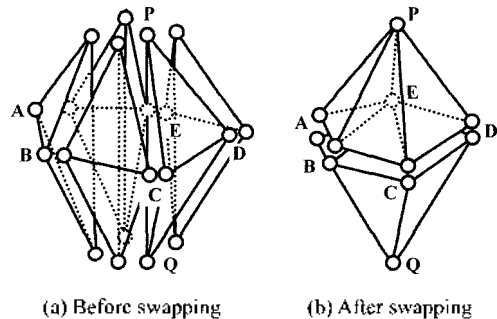


Fig. 15. Edge swapping, five tetrahedrons are changed into six tetrahedrons.

한 모서리를 공유하는 사면체 요소의 수는 Fig. 13 ~ Fig. 15에서 설명한 4개 또는 5개인 경우뿐만 아니라 6개 이상인 경우가 나타날 수 있으나, 9개 이상의 사면체가 한 모서리를 공유하는 경우는 거의 발생하지 않는다²⁾. 본 논문에서는 한 모서리를 공유하는 사면체 요소의 수가 5개 이하인 경우에 대해서만 모서리 교환을 실시하였다.

5. 적용예제 및 제안된 방법의 평가

본 논문에서 제안한 사면체 요소망 생성절차는 육

트리 분할을 이용하여 후보절점을 생성하고, 생성된 후보절점과 활성삼각형을 Delaunay 기법으로 연결한다. 일반적으로 옥트리 분할법으로 생성된 후보절점들은 주어진 밀도를 제대로 반영하지 못하기 때문에 천이영역에서 요소가 크게 생성되거나 작게 생성되는 문제점이 있다. 따라서 여기서는 사면체 요소망 생성 기법을 천이영역이 지배적인 예제에 적용함으로써 본 논문에서 제안한 사면체 요소망 최적 생성법의 강건성과 생성된 요소망의 품질을 평가하고자 한다.

적용예제로 Fig. 16(a)를 입력형상으로 취하여 Fig. 16(b)의 밀도분포를 만족하도록 사면체 요소망을 생성하였다. 요소밀도는 하나의 요소밀도 지정 구에 의하여 정의된 요소밀도함수로 지정되었으며, 구의 표면에서 발생하는 최대요소밀도는 기준밀도의 10배이다.

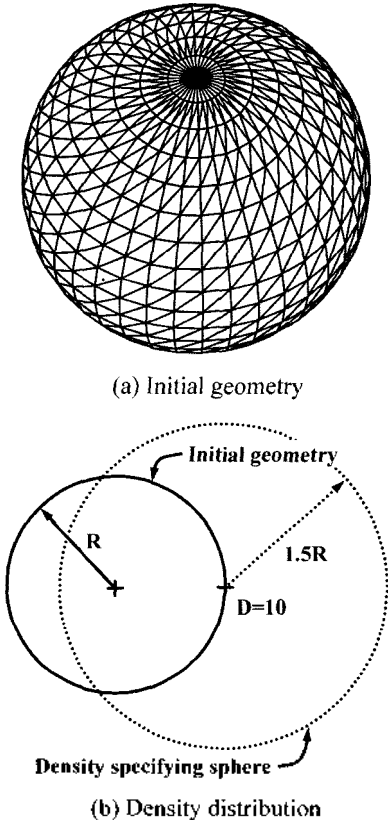


Fig. 16. Initial geometry and density function.

Fig. 17은 본 논문에서 제안한 방법에 의하여 생성한 사면체 요소망의 내부를 일부 가시화한 것이다. 이 18,228개의 절점과 101,842개의 사면체 요소로 이루어져 있다.

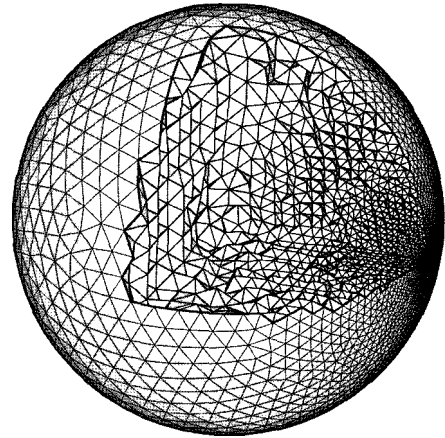


Fig. 17. Generated tetrahedral meshes.

생성된 요소망의 품질을 평가하기 위하여 두 면의 사이각 또는 내각, 즉 이면각(dihedral angle), 정량부피, 정량품질 등의 분포를 조사하였다. Fig. 18은 정량길이의 분포를 나타내고 있다. 평균값이 0.97이며, 1.0 주위에 밀집해 있는 분포를 나타내고 있다.

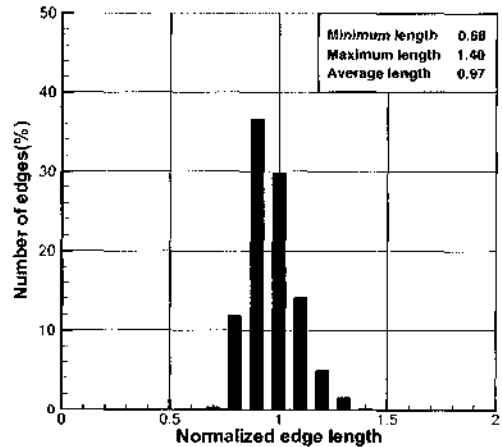


Fig. 18. Distribution of normalized length.

Fig. 19는 이면각의 분포를 나타내고 있다. 성사면체일 때가 최적의 상태이므로 최적의 이면각은 70.350°이다. 그림에서 보는 바와 같이 이면각이 70° 전후에 걸쳐 분포해 있으며, 약 65%의 각도가 45°-75° 사이에 분포하고 있다. 최대의 분포는 60°로 나타났으며, 이는 옥트리 분할 이후에 격자의 모서리와 중심점에 후보절점을 부과한 것에서 원인을 찾을 수 있으며, 후보절점 부여 방법의 개선을 통하여 보다 개선된 결과를 얻을 수 있을 것으로 판단된다.

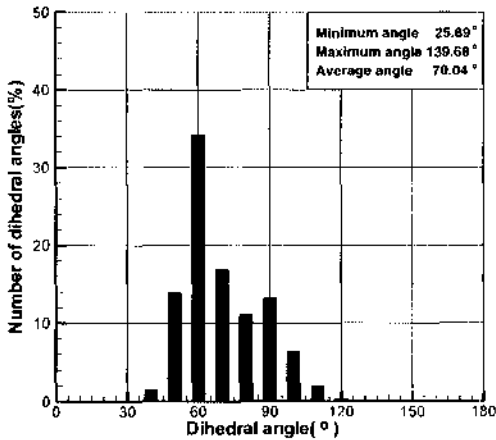


Fig. 19. Distribution of dihedral angles.

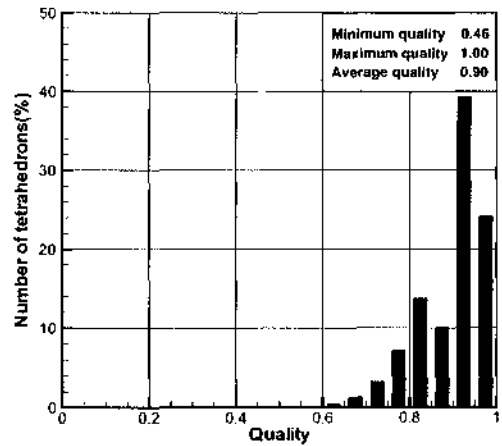


Fig. 21. Distribution of normalized qualities.

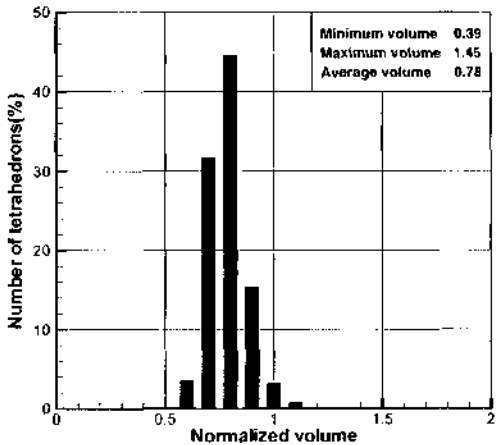


Fig. 20. Distribution of normalized volumes.

Fig. 20은 정량부피의 분포를 나타내고 있다. 정량 부피는 0.75-0.85 영역에서 최대분포를 나타내고 있으며, 전체 정량부피의 약 92%가 0.65-0.95 영역에 분포하고 있음을 알 수 있다. 요소망 생성시 정량길이를 기준으로 요소밀도를 제어하였으므로 정량부피의 평균치가 0.78로써 1.0에서 다소 벗어나 있으나, 평균치 주위에 집중되어 있으므로 요소망의 품질은 양호하다고 판단된다.

Fig. 21은 사면체 요소망의 품질 분포를 나타내고 있다. 약 63%의 요소가 0.90-1.00 영역에 분포하고 있으며, 약 87%의 요소가 0.80-1.00 영역에 분포하고 있다. 품질의 평균치는 0.90이며, 이 수치는 기존의 연구^[21,22]와 비교해 볼 때 생성된 요소망이 매우 우수한 품질을 가지고 있음을 뜻한다.

본 예제는 Pentium4 Xeon 2.4 GHz PC에서 약

600초 동안 계산된 결과이다. 계산과정 중 82 Mb의 메모리를 사용하였다.

6. 결 론

본 논문에서는 전진경계법과 표면상의 최적 삼각형 요소망 생성 기법을 이용한 사면체 생성 기법을 제시하였다. 이 방법에서 후보질점은 유티리 분할법에 의하여 만들어졌으며, 내부의 사면체 요소는 초기 전진 삼각형인 표면의 최적 삼각형 요소망으로부터 시작하여 전진경계 Delaunay 법을 통하여 생성되었다. 생성된 초기 요소망의 품질 향상을 위하여 면 및 모서리 교환 등 국부적 요소망 변환기술과 절첩 순화 등의 기법을 이용하였다.

제시된 방법을 이용하여 획득한 요소망의 품질을 평가하여 제시된 방법의 우수성을 검증하였다. 특히, 제시된 방법은 요소품질이 우수하고 요소밀도 제어가 용이하므로 요소망재구성을 필요로 하는 문제이거나 균열전진 문제 등 국부적인 요소밀도의 제어가 필요한 공학해석 문제에 적합하다고 사료된다.

감사의 글

본 연구는 산업자원부 지방기술혁신사업[RTI04-01-03]의 지원으로 수행되었습니다.

참고문헌

1. Arnold, D. N., Brezzi, F. and Fortin, M., "A Stable Finite Element for Stokes Equations", *Calcolo*, Vol.

- 21, pp. 337-344, 1984.
2. Zheng, X., Lowengrub, J., Anderson, A. and Cristini, V., "Adaptive Unstructured Volume Remeshing II: Application to Two- and Three-dimensional Level-set Simulations of Multiphase Flow", *Journal of Computational Physics*, Vol. 208, No. 2, pp. 626-650, 2005.
 3. 전만수, 이민철, 정석환, 권영산, "MINI-요소를 이용한 소상가공 공정 시뮬레이션 결과에 관한 고찰", *대한기계학회 논문집 A권*, 제28권, 제10호, pp. 1475-1482, 2004.
 4. Li, G., Jinn, J. T., Wu, W. T. and Oh, S. I., "Recent Development and Applications of Three-dimensional Finite Element Modeling in Bulk Forming Process", *Journal of Materials Processing Technology*, Vol. 113, No. 1-3, pp. 40-45, 2001.
 5. Ruppert, J., "A Delaunay Refinement Algorithm for Quality 2-Dimensional Mesh Generation", *Journal of Algorithms*, Vol. 18, No. 3, pp. 548-585, 1995.
 6. Shewchuk, J. R., "Delaunay Refinement Algorithms for Triangular Mesh Generation", *Computational Geometry Theory & Applications*, Vol. 22, No. 1-3, pp. 21-74, 2002.
 7. Freitag, Lori A. and Knupp, Patrick M., "Tetrahedral Mesh Improvement via Optimization of the Element Condition Number", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 53, No. 6, pp. 1377-1391, 2002.
 8. Joun, M. S. and Lee, M. C., "Quadrilateral Finite-Element Generation and Mesh Quality Control for Metal Forming Simulation", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 40, No. 21, pp. 4059-4075, 1997.
 9. Canann, S. A., Tristano, J. R. and Staten, M. L., "An Approach to Combined Laplacian and Optimization-Based Smoothing for Triangular, Quadrilateral, and Quad-Dominant Meshes", *Proc. 7th International Meshing Roundtable*, 1998.
 10. Rivara, M. C., Hitschfeld, N. and Simpson, B., "Terminal-Edges Delaunay (Small-angle Based) Algorithm for The Quality Triangulation Problem", *Computer-Aided Design*, Vol. 33, No. 3, pp. 263-277, 2001.
 11. Owen, S. J., Non-Simplicial Unstructured Mesh Generation, PhD Thesis, Carnegie Mellon University, USA, 1999.
 12. Shimada, K. and Gossard, D. C., "Automatic Triangular Mesh Generation of Trimmed Parametric Surfaces for Finite Element Analysis", *Computer Aided Geometric Design*, Vol. 15, No. 3, pp. 199-222, 1998.
 13. Bossen, F. J. and Heckbert, P. S., "A Pliant Method for Anisotropic Mesh Generation", *Proc. 5th International Meshing Roundtable*, 1996.
 14. Lee, M. C. and Joun, M. S., "Optimal Triangular Mesh Generation Using Input Geometry of Triangular Meshes: Part 1. On The Plane", *Advances in Engineering Software*, submitted, 2005.
 15. Lee, M. C. and Joun, M. S., "Optimal Triangular Mesh Generation Using Input Geometry of Triangular Meshes: Part 2. On The Surface", *Advances in Engineering Software*, submitted, 2005.
 16. Freitag, L. A. and Carl, O.-G., "A Comparison of Tetrahedral Mesh Improvement Techniques", *Proc. of the 5th International Meshing Roundtable*, 1996.
 17. Shephard, M. S. and Georges, M. K., "Automatic Three Dimensional Mesh Generation by the Finite Octree Technique", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 32, pp. 709-749, 1991.
 18. Radovitzky, R. and Ortiz, M., "Tetrahedral Mesh Generation Based on Node Insertion in Crystal Lattice Arrangements and Advancing-Front-Delaunay Triangulation", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 187, No. 3-4, pp. 543-569, 2000.
 19. Fleischmann, P. and Siegfried, S., "Three-Dimensional Delaunay Mesh Generation Using a Modified Advancing Front Approach", *Proc. 6th International Meshing Roundtable*, 1997.
 20. Freitag, L. A. and Carl, O.-G., "Tetrahedral Mesh Improvement Using Swapping and Smoothing", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 40, No. 21, pp. 3979-4002, 1997.
 21. 김영웅, 진성재, 채수원, "격자법과 전진경계법을 혼합한 사면체 요소망의 자동생성", *한국CAD/CAM학회 논문집*, 제8권, 제1호, pp. 41-47, 2003.
 22. 권기연, 채수원, 이병재, "3-D 오퍼레이터를 이용한 사면체 요소망의 자동 생성", *한국CAD/CAM학회 논문집*, 제9권, 제1호, pp. 27-34, 2004.



이 민 철

1995년 경상대학교 기계공학과 학사
 1997년 경상대학교 기계공학과 공학석사
 2005년 경상대학교 기계공학과 공학박사
 2000년~2004년 경상대학교 항공기부품
 기술연구센터
 2005년~현재 Ohio Sate University,
 Postdoctoral Researcher
 관심분야: Mesh Generation, Computa-
 tional Geometry, CAD/CAE,
 Scientific Data Visualization



전 만 수

1993년 서울대학교 기계설계학과 학사
 1985년 한국과학기술원 기계공학과 공학
 석사
 1985년~1989년 삼성항공산업(주) 연구소
 연구팀장
 1992년 포항공과대학교 기계공학과 공학
 박사
 1992년~현재 경상대학교 기계공학과 교수
 1997년~1998년 오하이오주립대학교 교환교수
 관심분야: Metal Forming CAE, Mesh Generation