

< 논문 >

개폐균열이 존재하는 비대칭 회전부 및 비등방 고정부를 갖는 회전체의 모드해석

한 동 주*

(2005년 10월 18일 접수, 2006년 2월 9일 심사완료)

Modal Analysis of Rotor System with Anisotropic Stator and Asymmetric Rotor in the Presence of Breathing Crack

Dong-Ju Han

Key Words : Breathing Crack(개폐균열), General Rotor System(일반회전체), Modulated Coordinate (변조좌표계), Modal Analysis(모드해석), Whirl Charts(선회선도), Stability(안정성), Directional Frequency Response Functions(방향성 주파수 응답함수)

Abstract

This paper describes the new modal analysis method to detect the presence of the breathing crack in a general rotor system with disk asymmetry and stator anisotropy. It is proposed that the modal analysis using *directional frequency response functions* (dFRFs), which, accounting for the directivity in modes, clears the heavily over-lapping of other harmonics occurring from non-isotropic properties in addition to those due to crack, can provide an effective method to detect the modes by a crack. The simulations from the simple general rotor model show that the r-dFRFs (*reverse* dFRFs) for asymmetry confirms a good indicator of the presence of the breathing crack and the instability is primarily influenced by the shaft asymmetry than the breathing crack.

1. 서론

회전체의 고속운전시 예측하지 못한 균열(crack) 등의 결함은 치명적인 사고를 초래한다. 이는 회전축의 초기 파악하지 못한 미소 균열에 운전 중 축 힘의 주기적인 압축.인장이 작용, 이로 인한 균열의 계속적인 개폐작용(breathing action)이 확대되어 결국 피로 파괴로 이어지기 때문이다. 따라서 이를 탐지하여 예방하기 위한 조치는 회전체 운전 에 있어 필수적이다. 이러한 회전체의 균열 탐지를 위해서 종래에는 초음파 또는 적외선 탐지 기법등의 물리적인 방법이 시도되어 있으나, 최근에 운전 중 실시간 변위 신호 측정을 통해서 결함 진단이나 파괴 모드를 파악하고 예측하는 기법이 개발되어 효과적으로 사용되고 있다.⁽¹⁻³⁾

그간 회전체 균열의 탐지와 경향 파악을 위한 분석 및 해석기법에 대해 많은 연구가 진행되어

왔다.⁽³⁻¹¹⁾ 이 중 Lee⁽¹²⁾ 등의 경우는 등방회전체(isotropic rotor system)의 회전축에 균열이 존재하는 경우에, 균열의 위상과 일치되는 변조신호를 추출하여 비대칭회전체(asymmetric rotor system)로 등가시킨 열린균열(open crack)을 기반으로 효과적으로 탐지할 수 있는 모드 해석기법을 제시한 바 있다. 여기서 압축상태의 균열로 일치시킬 경우는 회전축의 순수 비대칭 효과만을 파악하게 된다. 그밖에 일반적으로는, 등방회전체의 회전축에 개폐균열(breathing crack)이 존재하는 경우에 대해서, 주기적인 시변 회전계(periodically time-varying rotor system)⁽¹¹⁾로 등가한 선행방정식 또는 단락작용(switching action)으로 모형화한 비선형 방정식의 시간해로부터 균열특성을 규명하고 있으며, 안정성(stability)해석도 주류를 이루고 있다.⁽³⁻¹¹⁾

그러나 실제 회전체의 경우, 정지부(stator part)가 비등방(anisotropy)이고 회전부(rotor part)가 비대칭(asymmetry)인 일반회전체(general rotor system)의 특성을 갖고 있음에도 불구하고 이러한 일반회전체에 존재하는 개폐균열에 대해서는, 특히 모드해석

* 회원, ㈜선애어로시스 기술연구소

E-mail : djhan@sunaerosys.com

TEL : (041) 864-2177 FAX : (041) 864-2035

을 통한 연구는 전무한 실정이다. 이는 그간 비등방성이 포함된 주기적인 시변 회전체에 대한 모드해석의 어려움에 기인한다고 할 수 있다.

개폐균열의 해석적인 모형은 조화시변탄성체(harmonically varying stiffness)와 단락탄성체(switching stiffness)의 두가지로 대분되고 있다.⁽³⁻¹¹⁾ 이에 관해서는 대표적으로, Lee(1992), Garsh(1988), Šoffker (1993) 등은 단락모형에 의한 비선형방정식으로부터, Mayes(1984), Tamura(1988), Papadopoulos (1988) 등은 조화탄성체로 모형화하여 선형방정식으로부터, 각각 시간 수치해를 이용하여 개폐균열의 양상을 고찰한 바 있다. Nelson(1986)과 Meng (2000)은 단락모형을 조화급수해로 근사화함으로써 조화시변탄성체와 같은 효과로 해석하였고, 이로 인한 안정성에 대해서도 연구한 바 있다. 이 두 모형에 관해서, Grabowski(1980)는 동적처짐이 자중 등에 의한 정적처짐보다 지배적이고 얇은 균열에서는 단락모형이, 깊은 균열일 수록 조화시변탄성체 모형이, 각각 효과적임을 제안하였다. 이 경우 어느 수학적인 모형이건 실제 물리적인 현상과 정량적으로 정확히 부합된다고 단정할 수 없으나, 이러한 현상이 균열의 탐지 또는 동적특성 등의 정성적인 경향에 대해서는 해석적인 연구결과가 양자 모두 잘 일치하고 있다. 따라서, 본 논문에서는 해의 접근성을 고려, 조화시변탄성체 모형을 도입하기로 한다.

개폐균열을 조화시변탄성체로 모형화할 경우 결국 주기적인 시변 회전체인 일반회전체의 모드해석 가능 여부가 관건이 되었으나, 최근 이에 대한 완전한 해법이 제시된 바 있다.^(13,14) 본 논문에서는 이러한 도출된 연구결과를 확장하여, 개폐균열을 갖는 일반회전체의 운동방정식에 대한 모드해석을 통해 개폐균열의 효과적인 탐지 및 이의 동특성 등에 대해 새로히 제시하고자 한다. 여기서, Lee⁽¹²⁾에 의해 개발된 방향성 주파수 응답함수(directional frequency response functions : dFRFs)는 기존 실수해석(real analysis)에서와 같이 혼합 또는 중첩됨이 없이 정(+),부(-)방향에 따른 각 모드의 주파수응답 경향이 분명히 표시되고 구별된다. 이로 인해 특히 본 개폐균열을 포함하는 복잡한 회전체의 모드규명에 있어서 매우 유용하게 사용될 수 있다.

2. 개폐균열을 갖는 일반회전체의

운동 방정식

베어링 질량효과를 무시한 Fig. A-1과 같은 xyz

좌표계와 비대칭 축과 원판, 비등방 베어링부로 구성된 일반회전체의 복소 운동방정식은 다음과 같다.^(12,13)

$$\mathbf{M}_f \ddot{\mathbf{p}}(t) + \mathbf{C}_f \dot{\mathbf{p}}(t) + \mathbf{K}_f \mathbf{p}(t) + \left\{ \mathbf{C}_b \dot{\bar{\mathbf{p}}}(t) + \mathbf{K}_b \bar{\mathbf{p}}(t) \right\} + e^{j2\Omega} \left\{ \mathbf{M}_r \ddot{\bar{\mathbf{p}}}(t) + \mathbf{C}_r \dot{\bar{\mathbf{p}}}(t) + \mathbf{K}_r \bar{\mathbf{p}}(t) \right\} = \mathbf{g}(t). \quad (1)$$

여기서 $\bar{\mathbf{p}}(t)$ 는 복소 좌표벡터 $\mathbf{p}(t)$ 의 복소공액을 표시하며 각 변수와 구성요소는 부록에 명시하였다. Nx1 응답벡터 $\mathbf{p}(t)$ 와 입력벡터 $\mathbf{g}(t)$ 는 다음과 같은 실수성분의 응답벡터 $\mathbf{y}(t)$, $\mathbf{z}(t)$ 와 입력벡터 $\mathbf{f}_y(t)$, $\mathbf{f}_z(t)$ 로 이루어진다.

$$\begin{aligned} \mathbf{p}(t) &= \mathbf{y}(t) + j\mathbf{z}(t), & \bar{\mathbf{p}}(t) &= \mathbf{y}(t) - j\mathbf{z}(t), \\ \mathbf{g}(t) &= \mathbf{f}_y(t) + j\mathbf{f}_z(t), & \bar{\mathbf{g}}(t) &= \mathbf{f}_y(t) - j\mathbf{f}_z(t), \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 j 는 허수부, Ω 는 회전수, \mathbf{M} , \mathbf{C} , \mathbf{K} 는 NxN 복소 질량, 감쇠, 탄성행렬을 각각 표시하는데, 이때 하첨자 f , b , r 은 등방, 비등방, 비대칭 성분을 각각 의미한다.

해석의 편의상 회전 탄성계수(rotational stiffness : k_g)에 대해서는 균열에 의한 영향을 무시하기로 한다. 이 경우, 균열로 인한 축 탄성계수(k_f) 및 그의 편차값(k_r), 추가적인 축 탄성계수(k_{sd}) 및 그의 편차값($k_{\Delta sd}$)은 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} k_f &= \frac{2k_0 + \bar{k}_\xi + \bar{k}_\eta}{4}, & k_r &= \frac{\bar{k}_\xi - \bar{k}_\eta}{4}, \\ k_{sd} &= \frac{2k_0 - \bar{k}_\xi - \bar{k}_\eta}{4}, & k_{\Delta sd} &= \frac{\bar{k}_\eta - \bar{k}_\xi}{4}. \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 ξ - η 방향 축 탄성계수를 각각 k_ξ, k_η 라 할 때, k_0 는 무균열 상태(또는 닫힌균열)에서의 축 탄성계수로서 $k_\xi = k_\eta = k_0$ 가 되며, $\bar{k}_\xi, \bar{k}_\eta$ 는 각각 ξ - η 방향의 균열로 인한 축 탄성계수로서 열린 균열 상태에서는 $k_\xi = \bar{k}_\xi, k_\eta = \bar{k}_\eta$ 가 된다.

Fig. A-1과 같이 원판사이 축 중앙에 균열이 존재하는 일반회전체 모형에 대해서 고려할 경우, 축 균열에 의한 축 탄성계수는 파괴역학으로부터 구할 수 있다.⁽⁴⁾ 균열깊이(d/D)에 따른 $\bar{k}_\xi, \bar{k}_\eta$ 는 다음과 같이 무균열 상태인 k_0 에 대해서

$$\bar{k}_\xi/k_0 = 1/g_1, \quad \bar{k}_\eta/k_0 = 1/g_2, \quad (4)$$

단,

$$g_1 = 1 + 192 \left(\frac{D}{L} \right) \left[\frac{1}{D^2} \int_0^{\sqrt{d(D-d)}} \int_0^{d-D/2-\sqrt{(D/2)^2-w^2}} r'^2 r F^2(r/r') dr dw \right],$$

$$(r' = \sqrt{D^2 - 4w^2}),$$

이때 식 (12)의 다음과 같은 관계로부터

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_{,n}(t) &= \mathbf{u}_{r(m),n}^i e^{\lambda_{r(m)}^i t}, \\ \bar{\mathbf{p}}_{,n}(t) &= \bar{\mathbf{u}}_{-r(-m),n}^i e^{\bar{\lambda}_{-r(-m)}^i t} = \hat{\mathbf{u}}_{r(m),n}^i e^{\lambda_{r(m)}^i t} \end{aligned} \quad (23)$$

고유값들간의 관계는 다음과 같고

$$\bar{\mathbf{u}}_{-r(-m),n}^i = \hat{\mathbf{u}}_{r(m),n}^i, \quad \bar{\lambda}_{-r(-m)}^i = \lambda_{r(m)}^i \quad (24)$$

이로부터 고유벡터의 구성요소 (18)은 다시 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_c &= \left\{ \cdots \bar{\mathbf{u}}_{-r(-m),2}^{iT} \mathbf{u}_{r(m),-2}^{iT} \bar{\mathbf{u}}_{-r(-m),1}^{iT} \mathbf{u}_{r(m),-1}^{iT} \bar{\mathbf{u}}_{-r(-m),0}^{iT} \right. \\ &\quad \left. \mathbf{u}_{r(m),0}^{iT} \bar{\mathbf{u}}_{-r(-m),-1}^{iT} \mathbf{u}_{r(m),1}^{iT} \bar{\mathbf{u}}_{-r(-m),-1}^{iT} \mathbf{u}_{r(m),1}^{iT} \cdots \right\}^T, \\ \mathbf{v}_c &= \left\{ \cdots \bar{\mathbf{v}}_{-r(-m),2}^{iT} \mathbf{v}_{r(m),-2}^{iT} \bar{\mathbf{v}}_{-r(-m),1}^{iT} \mathbf{v}_{r(m),-1}^{iT} \bar{\mathbf{v}}_{-r(-m),0}^{iT} \right. \\ &\quad \left. \mathbf{v}_{r(m),0}^{iT} \bar{\mathbf{v}}_{-r(-m),-1}^{iT} \mathbf{v}_{r(m),1}^{iT} \bar{\mathbf{v}}_{-r(-m),-1}^{iT} \mathbf{v}_{r(m),2}^{iT} \cdots \right\}^T. \end{aligned} \quad (25)$$

식 (15)~(18)로부터 모드응답해는 다음과 같고

$$\mathbf{p}(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{i=B,F} \sum_{r=-N}^N \left[\mathbf{u}_{,0} \eta(t) \right]_{r(m)}^i, \quad (26)$$

여기서 $\eta(t)$ 는 주좌표계로서 이는 식 (26)을 식 (15)에 대입하고 식 (19)를 적용하면

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_{r(m)}^i &= \lambda_{r(m)}^i \eta_{r(m)}^i + \bar{\mathbf{v}}_{cr(m)}^{iT} \mathbf{g}(t), \\ r &= \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N; \quad i = B, F; \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned} \quad (27)$$

와 같은 형태로 유도되고 이를 식 (26)에 대입하면 모드응답해는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{p}(t) &= \sum_{i=B,F} \sum_{r=-N}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^t e^{\lambda_{r(m)}^i (t-\tau)} \mathbf{u}_{r(m),0}^i \bar{\mathbf{v}}_{cr(m)}^{iT} \mathbf{g}(\tau) d\tau \\ &= \sum_{i=B,F} \sum_{r=-N}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \int_0^t e^{\lambda_{r(m)}^i (t-\tau)} \left[\mathbf{u}_{r(m),0}^i \bar{\mathbf{v}}_{r(m),n}^{iT} \mathbf{g}_{,n}(\tau) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \mathbf{u}_{r(m),0}^i \bar{\mathbf{v}}_{r(m),n}^{iT} \bar{\mathbf{g}}_{,-n}(\tau) \right] d\tau \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\text{단, } \mathbf{g}_{,n}(t) = \mathbf{g}(t) e^{j n \Omega t}, \quad \bar{\mathbf{g}}_{,-n}(t) = \bar{\mathbf{g}}(t) e^{j n \Omega t}$$

3.3 방향성 주파수 응답함수

식 (28)을 푸리에변환하면 스펙트럼 $\mathbf{P}(j\omega)$ 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(j\omega) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \left[\sum_{i=B,F} \sum_{r=-N}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\mathbf{u}_{r(m),0}^i \bar{\mathbf{v}}_{r(m),n}^{iT}}{j\omega - \lambda_{r(m)}^i} \right] \mathbf{G}_{,n}(j\omega) + \right. \\ &\quad \left. \left[\sum_{i=B,F} \sum_{r=-N}^N \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\mathbf{u}_{r(m),0}^i \bar{\mathbf{v}}_{r(m),n}^{iT}}{j\omega - \lambda_{r(m)}^i} \right] \hat{\mathbf{G}}_{,-n}(j\omega) \right\} \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \mathbf{H}_{\mathbf{g}_{,n}\mathbf{P}}(j\omega) \mathbf{G}_{,n}(j\omega) + \mathbf{H}_{\bar{\mathbf{g}}_{,-n}\mathbf{P}}(j\omega) \hat{\mathbf{G}}_{,-n}(j\omega) \right\}. \end{aligned} \quad (29)$$

단, $\mathbf{P}(j\omega)$ 는 $\mathbf{p}(t)$ 의 푸리에변환을 의미하고, 변조 좌표계간의 관계 (28)로부터 입력항은

$$\mathbf{G}_{,n}(j\omega) = \mathbf{G}\{j(\omega - n\Omega)\}, \quad \hat{\mathbf{G}}_{,-n}(j\omega) = \hat{\mathbf{G}}\{j(\omega + n\Omega)\}. \quad (30)$$

의 관계를 갖는다. 단, $\mathbf{G}(j\omega), \hat{\mathbf{G}}(j\omega)$ 은 각각 $\mathbf{g}(t), \bar{\mathbf{g}}(t)$ 의 푸리에변환을 표시한다.

이로부터 방향성 주파수 응답함수는 각각 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{\mathbf{g}_{,-n}\mathbf{P},0}(\omega) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{i=B,F} \sum_{r=-N}^N \left[\frac{\mathbf{u}_{r(m),0}^i \bar{\mathbf{v}}_{r(m),n}^{iT}}{j\omega - \lambda_{r(m)}^i} \right], \\ \mathbf{H}_{\bar{\mathbf{g}}_{,-n}\mathbf{P},0}(\omega) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{i=B,F} \sum_{r=-N}^N \left[\frac{\mathbf{u}_{r(m),0}^i \bar{\mathbf{v}}_{r(m),-n}^{iT}}{j\omega - \lambda_{r(m)}^i} \right], \end{aligned} \quad (31)$$

단, $\mathbf{H}_{\mathbf{g}_{,-n}\mathbf{P},0}(\omega), \mathbf{H}_{\bar{\mathbf{g}}_{,-n}\mathbf{P},0}(\omega)$ 는 각각 순방향(normal dFRFs : n-dFRFs), 역방향(reverse dFRFs : r-dFRFs)의 주파수 응답함수를 표시한다.

여기서는 식 (13) 중 10N차로 축차(reduced order) 근사된 dFRFs를 사용하기로 한다. 이 경우 $\mathbf{H}_{\mathbf{g}_{,0}\mathbf{P},0}(j\omega)$ 는 계(system)의 등방성, $\mathbf{H}_{\bar{\mathbf{g}}_{,0}\mathbf{P},0}(j\omega)$ 는 비등방성, $\mathbf{H}_{\bar{\mathbf{g}}_{,-1}\mathbf{P},0}(j\omega)$ 는 비대칭성의 경향을 각각 표시하며, $\mathbf{H}_{\mathbf{g}_{,-2}\mathbf{P},0}(j\omega)$ 는 비등방성 및 비대칭성이 결합된 경향을 표시하는 기준이 된다.^(13,14) 따라서 $\mathbf{H}_{\bar{\mathbf{g}}_{,-1}\mathbf{P},0}(j\omega)$ 는 축의 비대칭성으로 표시되는 축 균열과악에 있어 효과적인 척도가 된다.

4. 수치 예

Fig. A-1에 예시한 바와 같이 원판의 비대칭성 ($\delta = 0.3$)과 베어링의 비등방성 ($\Delta = 0.3$)을 갖는 일반회전체의 축 중앙에 균열이 존재하는 모형에 대해서, 10N차로 축차 근사시킨 경우에 관해 고찰하기로 한다. 수치 예에 사용된 물리적 변수의 사양은 다음과 같다.

원판(disk)

$$\begin{aligned} \rho &= 7,850 \text{ kg/m}^3, \quad D = 400 \text{ mm}, \quad l_p = 30 \text{ mm}, \quad M = \rho \pi l_p D^2 / 4 = 29.6 \text{ kg}, \\ J_p &= M D^2 / 8 = 0.5918 \text{ kg.m}^2, \quad J = M(3D^2/4 + l_p^2) / 12 = 0.298 \text{ kg.m}^2, \\ J_\xi &= J(1 + \delta), \quad J_\eta = J(1 - \delta), \quad \delta = 0.3 \end{aligned}$$

축(shaft)

$$E = 2.07 \times 10^{11} \text{ N/m}^2, \quad L = 0.4 \text{ m}, \quad d = 40 \text{ mm}, \quad I = \pi d^4 / 64,$$

$$k_\phi = 5.85 \times 10^5 \text{ N/rad}, \quad c_r = 50 \text{ Ns/m}, \quad c_\phi = 30 \text{ Ns/rad},$$

베어링

$$k_{b1,2} = 2 \times 10^7 \text{ N/m}, \quad k_{y1,2} = k_{b1,2}(1 + \Delta), \quad k_{z1,2} = k_{b1,2}(1 - \Delta),$$

$\Delta=0.3, c_{b1,2}=3,000 \text{ Ns/m}, \Delta c_{b1,2}=0.$

Fig. 1은 균열깊이 및 세장비에 따른 축 탄성 계수의 계산결과를 보이고 있다. 균열깊이가 50% 까지 진전되고 세장비가 증가할 수록 ξ, η 방향의 축 탄성계수는 각각 25%, 30% 정도 감소하는 경향을 보이며, 세장비가 감소할 수록 10% 내지 15% 감소하고 있다. 이로부터 탄성계수의 변화는 세장비보다 균열깊이에 더 민감함을 알 수 있다. 특히 η 방향 축 탄성계수의 경우 30% 부근 이후 감소율이 비교적 심하게 나타나고 있어 이를 기점으로 동적특성에 민감한 반응을 보일 것으로 판단된다.

Fig. 2는 축의 균열 형상에 대한 고유값 해석 결과를 선회선도(whirl chart)로 보인 것이다. 30%의 축 비대칭성(또는 열린균열)을 갖는 경우[Fig. (2b)] $2n$ ($n=0, \pm 1, \pm 2$) 정도의 모드특성을 보이고 있으며, 동 크기의 개폐균열을 갖는 경우 [Fig. (2c)]에는 $2n-1$ 정도의 모드가 추가적으로 나타나 복잡한 형상을 띠고 있다. 균열이 없고 원판의 비대칭성만이 존재하는 경우[Fig. (2a)]에는 불안정구간이 거의 없는 것을 제외하고는 축 비대칭성의 경우와 거의 유사한 양상을 보인다. 이와

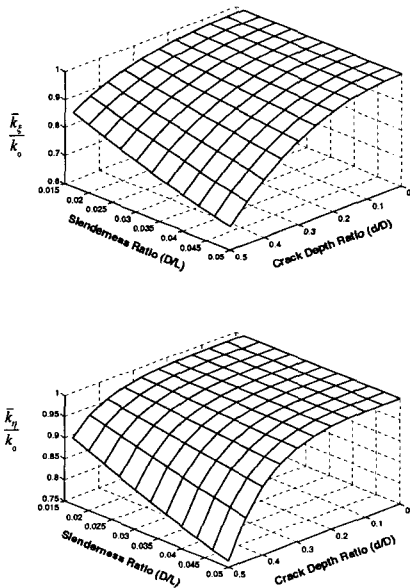
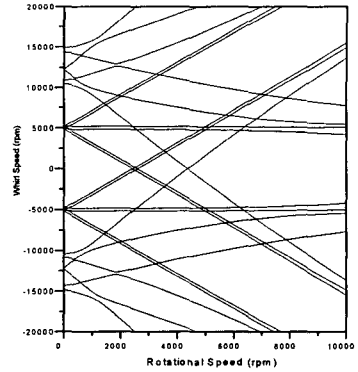
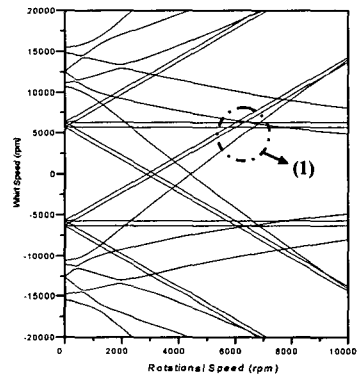


Fig. 1 Stiffness variations vs. crack depth ratio(d/D) and slenderness ratio(D/L)

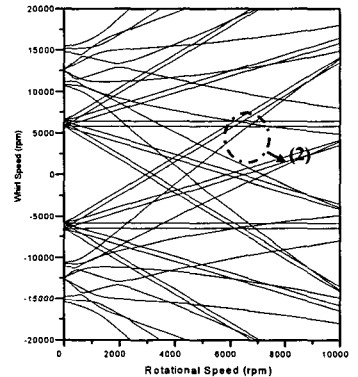
(a) Variation of \bar{k}_ξ / k_0 (b) Variation of \bar{k}_η / k_0



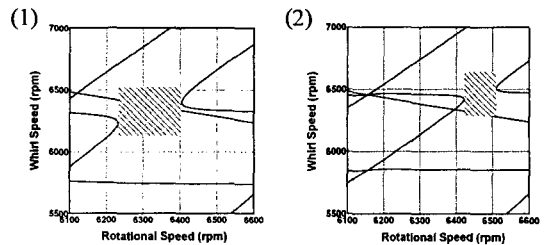
(a) No crack (only disk asymmetry)



(b) Open crack or shaft asymmetry (d/D=0.3)



(c) Breathing crack (d/D=0.3)



- Magnified view (Shaded: unstable region) -

Fig. 2 Whirl charts due to shaft conditions

함께 축 비대칭성에 의한 불안정구간이 개폐균열의 경우보다 오히려 다소 크게 나타나고 있다. 이로부터 개폐균열의 효과를 포괄하고 있는 축 비대칭성은 불안정성을 유발시키는 주요 변수임을 알 수 있다.^(13,14) 이 경우 일부 불안정 구간은 회전수의 1 배속 모드선 상에 위치하고 있어 불균형력(unbalance)에 의한 임계속도(critical speed)가 구간 양단에 존재하는 위험한 운전 조건이 된다. 따라서 비대칭회전체 설계의 경우 이를 방지하기 위한 축 강성 등의 설계변수 설정에 유의하여야 함은 주목할 만하다.

Fig. 3은 균열깊이에 따른 4가지 대표적인 원판변위(r-방향) 별 방향성 주파수 응답함수의 경향

을 도시한 것이다. 순방향(n-dFRFs : $H_{g,0}^{nr}(j\omega)$)

[Fig. 3(a)]의 경우 균열깊이 증가에 대해 정점값(peak value)이 다소 증가하는 것을 제외하고는 미미한 변화를 보이고 있다. 비등방성을 대표하는 역방향(r-dFRFs : $H_{g,0}^{rr}(j\omega)$) [Fig. 3(b)]의 경우도

균열깊이 증가에 대해 일부 반공명(anti-resonance) 양상이 다소 나타나는 것을 제외하고는 비등방성의 변화가 없이 순방향의 경우와 마찬가지로의 양상을 보이고 있다. 즉 미약한 비대칭성의 경향을 내포함으로써 균열파악에는 적합치 않음을 알 수 있다.

그러나 비대칭성을 대표하는 역방향(r-dFRFs : $H_{g,-2}^{rr}(j\omega)$) [Fig. 3(c)]의 경우에는 예측한 바와

같이 균열깊이 증가에 대해 민감한 증가 양상을 띠고 있다. 즉, 균열이 없는 경우 거의 전무한 반면(약 10^{-25} 정도로 편의상 도시 생략) 15% 부근의 균열을 기점으로, 특히 30% 부근 이후에는 비교적 분명한 양상을 보이고 있다. 즉, 균열에 의하지 않은 원판의 비대칭성($\delta = 0.3$)에 의한 효과는 혼재하지 않고 축 균열에 의한 효과만을 나타내고 있어, 축 균열여부 및 경향 등 균열파악에 있어 매우 타당한 척도임을 확인할 수 있다. 다만 실제적인 경우와 대비하여 수치 모의실험을 통한 본 경우에 있어서는, Fig. 1에서 제시한 바와 같이 개폐균열의 특성상 어느 정도 진전된 이전까지는 축 탄성계수가 미미한 변화를 보이고 있다. 이로 인하여 잡음효과의 정량적인 기준을 10^{-8} 크기로 설정한다면,⁽¹²⁾ 균열깊이 30% 부근 이상에서 잡음의 효과와 분명하게 구별되는 형상을 보이게 될 것이다. 따라서 이러한 해석결과는 실험 및 측정기법 등 실제적인 경우에 있어 정밀도의 판단기준이 되며, 추후 회전체 균열탐지 및 진단기술에 유용하리라 본다. 여기서는 계속적인 균열의 진전에 따른 경향 보다는 초기 균열의 포착을 위한 균열 예단(prognosis)의 정량적인 기준을 제시하기 위한 효과적인 수준까지의 초기 균열량에 국한하였다.⁽¹¹⁻³⁾

비등방성 및 비대칭성의 결합효과를 갖는 역방향(r-dFRFs : $H_{g,-2}^{rr}(j\omega)$) [Fig. 3(d)]의 경우는 비대칭성의 경우와 유사한 양상을 보이고 있으나 정점 1 개소를 제외하고는 다소 약한 강도를 나타내고 있다. 15% 균열의 경우는 일부 저점 피크의 양상을 띠고 있는 등 미약한 양상을 나타내고 있어 균열파악에는 상대적으로 다소 비 효과적인 척도임을 알 수 있다.

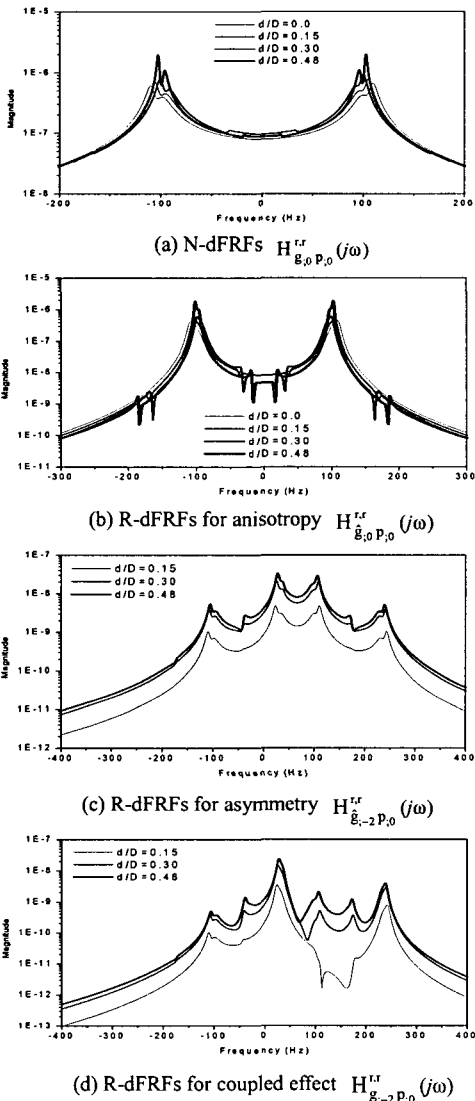


Fig. 3 DFRFs at 4,000 rpm (66.7 Hz), $\Delta = 0.3$

5. 결론

비대칭 원판 및 비등방성을 갖는 일반회전체에 개폐균열이 존재하는 경우 이를 파악하기 위한 모드해석에 대해 새로이 제시하였다.

조화시변탄성계수로 모형화된 개폐균열의 효과로부터 도출된 주기적 시변계인 운동방정식에 변조좌표계를 적용하여 유도된 무한차 선형방정식으로부터 모드해석을 수행하였다. 고유값 해석 및 방향성 주파수 응답함수를 통해서 개폐균열의 동적특성 및 균열진전에 따른 경향을 파악하였다. 이로부터 축 균열의 파악과 진단방안에 대한 이론적인 근거를 제시하였고, 향후 적용 실험 및 이를 위한 기법의 개발을 통해 개폐균열의 검증 및 진단기술에 효과적으로 사용될 수 있는 기반을 마련하였다.

후 기

본 연구는 항공우주연구원의 “헬리콥터 반 토오 크 시스템 개발” 과제의 일환으로 수행되었으며, 지원하여 주신 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고 문헌

(1) Iman, I., Azzaro, S. H. and Bankert, R. J., 1989, "Development of an On-Line Rotor Crack Detecting and Monitoring System," *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol. 111, pp. 241~250.

(2) Miller, et al, 1990, "Shaft Crack Detection Method," U.S. Patent, No. 4975855.

(3) Šöffker, D., Bajkowski, J. and Müller, P. C., 1993, "Detection of Cracks in Turborotors - A New Observer Based Method," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 115, pp. 518~524.

(4) Lee, C. W., Yun, J. S. and Jun, O. S., "Modeling of a Simple Rotor with a Switching Crack and Its Experimental Verification, 1992," *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 114, pp. 217~225.

(5) Garsh, R. and Person, M., "Dynamic Behavior of the Laval Rotor with a Cracked Hollow Shaft-a Comparison of Crack Models, 1988," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Vibrations in Rotating Machinery*, pp. 463~472.

(6) Mayes, I. W. and Davis, W. G. R., "Analysis of the Response of a Multi-Rotor-Bearing System

Containing a Transverse Crack in a Rotor, 1984," *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol. 106, pp. 139~145.

(7) Papadopoulos, C. A. and Dimarogonas, A. D., 1988, "Stability of Cracked Rotors in the Coupled Vibration Mode," *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol. 110, pp. 356~359.

(8) Tamura, A. and Iwata, Y., "Unstable Vibration of a Rotor with a Transverse Crack, 1988," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Vibrations in Rotating Machinery*, pp. 647~653.

(9) Neson, H. D. and Nataraj, C., 1986, "Stability of Cracked Rotors in the Coupled Vibration Mode," *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Vol. 108, pp. 189~196.

(10) Meng, G. and Garsh W., 2000, "Stability and Stability Degree of a Cracked Flexible Rotor Supported on Journal Bearing," *Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 122, pp. 116~125.

(11) Grabowski, B., 1980, "The Vibration Behavior of a Turbine Rotor Containing a Transverse Crack," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 102, pp. 140~146.

(12) Kwon, K. S. and Lee, C. W., 2000, "Random Excitation for Modal Testing of Rotating Machinery : Use of Modulation Technique," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 234, pp.297~309.

(13) Suh, J. H., Hong, S. W. and Lee, C. W., 2005, "Modal analysis of asymmetric rotor system with isotropic stator using modulated coordinates," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 284, pp.651~671.

(14) Lee, C. W., Han, D. J., Suh, J. H. and Hong, S. W., "Modal Analysis of Periodically Time-varying Linear Rotor Systems," submitted to *Journal of Sound and Vibration*.

부 록

개폐균열을 갖는 일반회전체의 해석모형

일반회전체의 해석모형으로서, 비등방 베어링과 비대칭 원판 및 균열을 갖는 회전축으로 구성된 경우를 고려한다. 여기서, 축과 베어링의 질량 효과는 무시하기로 하고, 물리적 변수들인 $J_p, J, K_r, k_\theta, c_r, c_\theta, c_{bl,2}, k_{bl,2}$ 는 각각 원판의 극, 직경 관성모멘트, 축의 탄성계수, 축/원판의 내부 점성계수, 베어링의 점성계수 및 탄성계수를 표시하며, $\Delta J, \Delta K_r, \Delta k_\theta, \Delta c_{bl,2}$ 는 각각

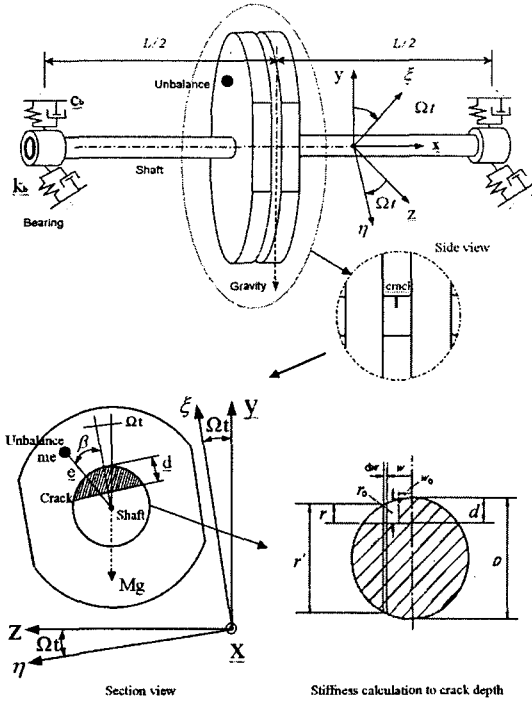


Fig. A-1 General rotor model with breathing crack for simulation

이들의 편차량을 표시한다. (Fig. A-1)

좌표계는 다음과 같이 표시되고

$$\mathbf{p} = [y_d + jz_d, \theta_y + j\theta_z, y_{b1} + jz_{b1}, y_{b2} + jz_{b2}]^T,$$

$$\mathbf{g} = [f_{y_d} + jf_{z_d}, T_{\theta_y} + jT_{\theta_z}, 0, 0]^T. \quad (\text{A-1})$$

$y_d, \theta_y, z_d, \theta_z$ 와 $y_{b1}, y_{b2}, z_{b1}, z_{b2}$ 는 각각 원판의 병진 및 회전, 베어링 #1,2 의 변위를 의미하고, f_{y_d}, f_{z_d} 와 $T_{\theta_y}, T_{\theta_z}$ 는 각각 디스크에 작용하는 y-z 방향의 힘과 토크를 표시한다.

이들로부터 라그랑제(Lagrange) 방정식에 대입 하

여 유도된 운동방정식은 식 (1)과 같고 각각의 물리적 변수들은 다음 식 (A-2)와 같다. 여기에 균열 효과를 가미한 경우, 식 (11)과 같이 표시된다.

$$\mathbf{M}_t = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{M}_r = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta J & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{G}^d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta c_{b1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta c_{b2} \end{bmatrix}, \mathbf{K}_b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta k_{b1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta k_{b2} \end{bmatrix}, \mathbf{C}_r^b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{b1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{b2} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_r^d = \begin{bmatrix} c_r & 0 & -c_r/2 & -c_r/2 \\ 0 & c_\theta & -jk_\theta/L & jk_\theta/L \\ -c_r/2 & jk_\theta/L & c_r/4 - c_\theta/L^2 & c_r/4 - c_\theta/L^2 \\ -c_r/2 & -jk_\theta/L & c_r/4 - c_\theta/L^2 & c_r/4 - c_\theta/L^2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}_r = \mathbf{C}_r^d + \mathbf{C}_r^b - j\Omega \mathbf{G}^d, \mathbf{C}_r = j2\Omega \mathbf{M}_r,$$

$$\mathbf{K}_r^s = \begin{bmatrix} K_r & 0 & -K_r/2 & -K_r/2 \\ 0 & k_\theta & jk_\theta/L & -jk_\theta/L \\ -K_r/2 & -jk_\theta/L & K_r/4 + k_\theta/L^2 + k_b & K_r/4 - k_\theta/L^2 \\ -K_r/2 & jk_\theta/L & K_r/4 - k_\theta/L^2 & K_r/4 + k_\theta/L^2 + k_b \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K}_r = \begin{bmatrix} \Delta K_r/4 & 0 & -\Delta K_r/2 & -\Delta K_r/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\Delta K_r/2 & 0 & \Delta K_r/4 & \Delta K_r/4 \\ -\Delta K_r/2 & 0 & \Delta K_r/4 & \Delta K_r/4 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K}_r = \mathbf{K}_r^s - j\Omega \mathbf{C}_r^d, \quad (\text{A-2})$$

여기서

$$J = (J_\xi + J_\eta)/2, \Delta J = (J_\xi - J_\eta)/2, K_r = (\bar{k}_\xi + \bar{k}_\eta)/2,$$

$$\Delta K_r = (\bar{k}_\xi - \bar{k}_\eta)/2, k_b = (k_y + k_z)/2, \Delta k_b = (k_y - k_z)/2,$$

$$k_0 = 48EI/L^3, k_\theta = 12EI/L. \quad (\text{A-3})$$

이고, E, I 는 각각 축의 탄성계수와 횡 단면 관성 모멘트이다.