

< 논문 >

동특성 변화로부터 구조물의 변경된 설계파라미터 해석

이정윤[†] · 오재응* · 이정우**

(2005년 8월 19일 접수, 2006년 2월 22일 심사완료)

Analysis of Design Parameter of Structural Modification using Change of Dynamic Characteristics

Jung Youn Lee, Jae-Eung Oh and Jung Woo Lee

Key Words: Mass Matrix(질량행렬), Stiffness Matrix(강성행렬), Sensitivity Coefficient(감도 계수), Dynamic Characteristics(동특성), Inverse Problem(역처리 문제)

Abstract

This paper predicts the modified mass and stiffness of structure using the sensitivity coefficients with the iterative method. The sensitivity coefficients are obtained by the change of the eigenvectors according to structural modification. The method is applied to an examples of a 3 degree of freedom system by modifying mass and stiffness. The predicted mass and stiffness are in good agreement with these from the structural reanalysis using the modified mass and stiffness.

1. 서론

최근 컴퓨터 분야의 지속적인 발전으로 복잡한 대형 구조물의 유한요소해석이 가능하게 되었다. 이러한 유한요소 모델을 이용하면 실험이 어려운 다양한 해석을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 근사적으로 계산할 수 있다.

구조해석을 통하여 얻어진 정적 및 동적 특성이 요구되는 범위를 벗어나게 된 경우 재설계가 이루어진다. 설계를 변경할 경우, 구조의 어느 부분을 얼마나 변경해야 하는가는 매우 어려운 문제이며 많은 시간과 계산이 소요된다. 이 분야의 연구로 Fox⁽¹⁾ 등이 구조 변경 후 고유벡터 변화량이 기존의 고유 벡터에 감도계수를 곱한 선형 결합으로 표시될 수 있음을 보인 이후로 박영필⁽²⁾ 등은 구조물의 고유치해석을 이용하여 유한요소모델 개선 알고리즘을 실현하였고

Ahmadian⁽³⁾ 등은 유한요소모델 보정을 정규화 방법을 사용하였다. 이장무⁽⁴⁾ 등은 평판 구조물 결합부에 대하여 감도해석을 이용한 동적 모델링 기법을 제시하였고 박윤식⁽⁵⁾ 등은 동특성 측정에 의한 유한요소 모델의 신뢰도 제고 및 파손부위 색출에 관해 연구하였다. Friswell⁽⁶⁾ 등은 주어진 동특성으로부터 강성변화를 구하고 이로부터 구조물의 손상을 예측하였으며 Zhang⁽⁷⁾ 등은 질량 변화를 구하여 구조물의 부가 질량을 찾아내는 연구하였다. 최근에 위에 관한 연구들이 기계, 항공우주, 해양, 토목공학 등의 분야에서 활발히 진행되고 있다.

그러나 그 동안 다양한 연구 노력에도 불구하고 동특성 변화의 역처리 문제(inverse problem)인 구조물의 동특성 변화로부터 변경된 강성과 질량 위치와 크기를 정확히 예측하는데 어려움이 있었다. 지금까지 대부분의 연구가 이 변경된 질량과 강성 행렬을 구할 때 구조 변경 후 모드의 변화가 없다고 가정하였기 때문에 구조 변경량이 많으면 구한 변경된 질량과 강성의 오차가 증가하여 구조물에 적용하는데 한계가 있었다.

본 연구에서는 구조 변경 전, 후의 고유벡터를

[†] 책임저자, 회원, 경기대학교 기계시스템디자인공학부
E-mail : jylee@kgu.ac.kr

TEL : (031)249-9811 FAX : (031)249-9796

* 회원, 한양대학교 기계공학부

** 한전기공(주)

이용하여 감도계수를 해석한 다음, 이 감도계수와 변경 전, 후의 고유진동수로부터 일반화된 질량 및 강성 변화량을 반복법을 이용하여 해석하는 방법을 제시한다. 이 일반화된 질량과 강성 변화량으로 3자유도계에 적용하여 구조물의 변경된 질량과 강성의 위치 및 크기를 예측하고 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 유효성을 검증한다.

2. 이론

구조물에 질량이 변경되면 동특성이 변하게 된다. 이때 구조 변경 전 후의 동특성은 다음과 같이 된다.

$$(K_o - \lambda_o M_o) \phi_o = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} (K - \lambda M) \phi &= [(K_o + \Delta K) - (\lambda_o + \Delta \lambda)] \\ (M_o + \Delta M) (\phi_o + \Delta \phi) &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 K_o 와 M_o , K , M , ΔM , ΔK 은 각각 구조 변경 전의 강성행렬과 질량행렬, 변경 구조물의 강성 행렬 및 질량행렬, 질량행렬 및 강성행렬의 변화량이며 λ 와 ϕ , λ_o , ϕ_o , $\Delta \lambda$, $\Delta \phi$ 는 각각 구조 변경 후의 고유치와 고유벡터, 구조 변경 전의 고유치, 고유벡터, 고유치 및 고유벡터 변화량이다.

2.1 동특성 변화로부터 감도계수의 해석

Fox⁽¹⁾는 고유 벡터의 변화량을 변경 전 고유벡터의 선형결합으로 표시될 수 있다고 다음과 같이 가정하였다.

$$\{\Delta \phi\}_i = \sum_{k=1}^n a_{ki} \{\phi_o\}_k \quad (3)$$

여기서 $\{\Delta \phi\}_i$ 는 i 차 모드의 고유벡터 변화량이고 a_{ki} 는 k 차 모드에 대한 i 차 모드의 감도계수이며 $\{\phi_o\}_k$ 는 구조 변경 전 k 차 모드의 고유벡터이다. (3)식을 확장하면 다음 식으로 된다.

$$[\Delta \phi] = [a][\phi_o] \quad (4)$$

$$[a] = [\Delta \phi][\phi_o]^{-1} \quad (5)$$

여기서 $[\Delta \phi]$ 와 $[a]$, $[\phi_o]$ 는 고유벡터 변화량행렬과 감도계수행렬, 구조 변경 전 고유벡터행렬이다. 즉 감도계수행렬은 구조 변경 전 고유벡터행렬과 변경후의 고유벡터 변화량행렬로부터 구할 수 있다.

2.2 기존의 감도해석 방법

Fox⁽¹⁾는 감도계수를 다음과 같이 구하였다.

$$a_{ii} = -\Delta M_{ii}/2 \quad (6)$$

$$a_{ij} = (-\Delta M_{ij} \omega_{oj}^2 + \Delta K_{ij}) / (\omega_{oi}^2 - \omega_{oj}^2) \quad (7)$$

$$\Delta M_{ij} = \{\phi_o\}_i^T [\Delta M] \{\phi_o\}_j, \quad (8)$$

$$\Delta K_{ij} = \{\phi_o\}_i^T [\Delta K] \{\phi_o\}_j \quad (9)$$

여기서 ω_{oi}^2 와 ω_{oj}^2 는 λ_{oi} 와 λ_{oj} 이고 ΔM_{ij} 와 ΔK_{ij} 는 각각 일반화된 질량 및 강성 변화량 (Generalized change of mass and stiffness)이라고 정의한다.

식 (8)과 식 (9)를 행렬로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$[\phi_o]^T [\Delta M] [\phi_o] = [\Delta M_{ij}] \quad (10)$$

$$[\phi_o]^T [\Delta K] [\phi_o] = [\Delta K_{ij}] \quad (11)$$

그러나 위 방법은 구조물에 질량이나 강성 변경 후에도 고유 벡터의 변화가 없다고 가정하였기 때문에 변경량이 많으면 감도 계수의 오차가 증가하여 실제 구조물의 적용에는 한계가 있다. 이런 문제점을 개선하기 위해서 다른 방법⁽⁹⁾이 제안되었으며 일반화된 질량 (Generalized mass)으로부터 다음식이 유도된다.

$$a_{ii} = -\frac{1}{2} \left\{ \sum_{k=1}^n a_{ki}^2 + \Delta M_{ii} + 2 \sum_{k=1}^n a_{ki} \Delta M_{ik} + \sum_{q=1}^n a_{qi} \sum_{k=1}^n a_{ki} \Delta M_{qk} \right\} \quad i=j \quad (12)$$

$$a_{ij} + a_{ji} = - \left\{ \Delta M_{ij} + \sum_{k=1}^n a_{ki} \Delta M_{ik} + \sum_{k=1}^n a_{kj} \Delta M_{jk} + \sum_{q=1}^n a_{qi} \sum_{k=1}^n a_{kj} \Delta M_{qk} \right\} - \sum_{k=1}^n a_{ki} a_{kj} \quad i \neq j \quad (13)$$

또한 일반화된 강성 (Generalized stiffness)으로부터 다음식이 유도된다.

$$\omega_i^2 = \omega_{oi}^2 + 2a_{ii} \omega_{oi}^2 + \Delta K_{ii} + \sum_{k=1}^n a_{ki} \Delta K_{ik} + \sum_{k=1}^n a_{ki}^2$$

$$\omega_{ok}^2 + \sum_{k=1}^n a_{ki} \Delta K_{ki} + \sum_{q=1}^n a_{qi} \sum_{k=1}^n a_{kj} \Delta K_{qk} \quad i=j \quad (14)$$

$$a_{ij} \omega_{oi}^2 + a_{ji} \omega_{oj}^2 = \Delta K_{ij} + \sum_{k=1}^n a_{kj} \Delta K_{ik} + \sum_{k=1}^n a_{ki} a_{kj} \omega_{ok}^2 + \sum_{k=1}^n a_{ki} \Delta K_{jk} + \sum_{q=1}^n a_{qi} \sum_{k=1}^n a_{kj} \Delta K_{qk} \quad i \neq j \quad (15)$$

여기서 식 (12)~(15)는 변경 전 시스템의 동특

성과 설계파라미터 변경량을 가지고 감도계수를 예측하여 변경 후 동특성을 예측하는데 사용된다. 이에 반해 이번 연구는 역으로 변경 전, 후의 동특성을 가지고 감도계수를 구하고 이 감도계수를 이용하여 변경된 설계파라미터를 구한다.

2.3 변경된 질량 및 강성 크기 해석

변경된 질량과 강성 위치 및 크기를 구하기 위해 다음과 같은 방법을 사용하였다.

1) 구조 변경 후 고유벡터 행렬 $[\phi]$ 에서 변경 전 고유벡터 행렬 $[\phi_0]$ 을 빼어 고유벡터 변화량 행렬 $[\Delta\phi]$ 을 구하고 식 (5)를 사용하여 감도계수 행렬 $[a]$ 을 구한다.

2) 감도계수 행렬을 식 (12)~(15)에 대입하여 모드 변화에 의한 일반화된 질량 및 강성 변화량 행렬 $[\Delta M_{ij}]$ 와 $[\Delta K_{ij}]$ 을 구한다. 먼저 일반화된 질량 변화량부터 살펴본다. 식 (5)를 이용하여 구한 감도계수 a_{ij} 를 식 (12), (13)에 대입하면 N개 자유도일 경우 방정식은 N x N개가 나오고 미지수인 ΔM_{ij} 도 N x N 개이므로 ΔM_{ij} 을 구할 수 있다. 그러나 이렇게 하면 행렬의 크기가 자유도수 N의 제곱에 비례하여 커지므로 비효율적이 되어 다음과 같은 반복법을 사용하여 ΔM_{ij} 를 해석한다.

먼저 초기치를 구하기 위해 감도계수 a_{ij} 와 ΔM_{ij} 은 미소량이라고 가정하면 식 (12), (13)에서 2차항들은 무시할 수 있고 다음과 같이 된다.

$$a_{ii} = -\Delta M_{ii}/2, \quad i=j \quad (16)$$

$$a_{ij} + a_{ji} = -\Delta M_{ij}, \quad i \neq j \quad (17)$$

식 (16), (17)에서 초기치를 구하면 다음과 같다.

$$\Delta M_{ii}^{(1)} = -2a_{ii} \quad i=j \quad (18)$$

$$\Delta M_{ij}^{(1)} = -(a_{ij} + a_{ji}) \quad i \neq j \quad (19)$$

또한 식 (12), (13)의 오른쪽 항에 있는 ΔM_{ii} 와 ΔM_{ij} 를 왼쪽으로 이동하여 정리하면 다음과 같은 반복식의 알고리즘이 유도된다.

$$\Delta M_{ii}^{(i+1)} = -2a_{ii} - \left\{ \sum_{k=1}^n a_{ki}^2 + 2 \sum_{k=1}^n a_{ki} \Delta M_{ik}^{(i)} + \sum_{q=1}^n a_{qi} \sum_{k=1}^n a_{ki} \Delta M_{ok}^{(i)} \right\} \quad i=j \quad (20)$$

$$\Delta M_{ij}^{(i+1)} = -a_{ij} - a_{ji} - \sum_{k=1}^n a_{ki} \Delta M_{ik}^{(i)} - \sum_{k=1}^n a_{kj} \Delta M_{jk}^{(i)} - \sum_{q=1}^n a_{qi} \sum_{k=1}^n a_{kj} \Delta M_{pk}^{(i)} - \sum_{k=1}^n a_{ki} a_{kj} \quad i \neq j \quad (21)$$

여기서 $\Delta M_{ij}^{(i)}$ 와 $\Delta M_{ij}^{(i+1)}$ 는 각각 i번과 (i+1)번 반복했을 때 구한 ΔM_{ij} 값이다.

질량과 같은 방법으로 강성을 해석하면 다음과 같은 반복식의 알고리즘이 유도된다.

$$\Delta K_{ii}^{(1)} = \omega_i^2 - \omega_{oi}^2 \quad i=j \quad (22)$$

$$\Delta K_{ij}^{(1)} = a_{ij} \omega_{oi}^2 + a_{ji} \omega_{oj}^2 \quad i \neq j \quad (23)$$

$$\Delta K_{ii}^{(i+1)} = \omega_i^2 - \omega_{oi}^2 - 2a_{ii} \omega_{oi}^2 - \sum_{k=1}^n a_{ki} \Delta K_{ik}^{(i)} - \sum_{k=1}^n a_{ki}^2 - \omega_{ok}^2 - \sum_{k=1}^n a_{ki} \Delta K_{ki}^{(i)} - \sum_{q=1}^n a_{qi} \sum_{k=1}^n a_{ki} \Delta K_{ok}^{(i)} \quad i=j \quad (24)$$

$$\Delta K_{ij}^{(i+1)} = a_{ij} \omega_{oi}^2 + a_{ji} \omega_{oj}^2 - \sum_{k=1}^n a_{kj} \Delta K_{ik}^{(i)} - \sum_{k=1}^n a_{ki} a_{kj} \omega_{ok}^2 - \sum_{k=1}^n a_{ki} \Delta K_{jk}^{(i)} - \sum_{q=1}^n a_{qi} \sum_{k=1}^n a_{kj} \Delta K_{ok}^{(i)}, \quad i \neq j \quad (25)$$

3) 위에서 구한 ΔM_{ij} 과 ΔK_{ij} 을 일반화된 질량 및 강성 변화량 행렬인 $[\Delta M_{ij}]$ 과 $[\Delta K_{ij}]$ 로 만든다.

4) 식 (10), (11)로부터

$$[\Delta M] = \{[\phi_0]^T\}^{-1} [\Delta M_{ij}] [\phi_0]^{-1} \quad (26)$$

$$[\Delta K] = \{[\phi_0]^T\}^{-1} [\Delta K_{ij}] [\phi_0]^{-1} \quad (27)$$

이므로 질량행렬 및 강성행렬의 변화량인 $[\Delta M]$ 과 $[\Delta K]$ 을 구한다.

5) 이 $[\Delta M]$ 과 $[\Delta K]$ 을 질량 및 강성행렬과 비교하여 변경된 질량과 강성의 크기 및 위치를 찾는다.

3. 적용 예

Fig. 1은 위에서 해석한 이론을 적용하기 위해 사용한 3자유도계의 모델을 나타낸다. 3 자유도계의 구조 변경 전 질량은 각각 1kg과 3kg, 2kg, 강성은 1N/m와 1N/m, 2N/m로 하였다. 질량은 1번 요소에 0.4kg 추가하였으며 3번 요소에 0.5kg 감소시켰다. 또한 강성은 2번과 3번 요소에 각각 0.5N/m, 0.4N/m를 추가하였으며 3자유도계의 질량과 강성행렬은 다음과 같으며 이를 이용하여 고유치해석을 하였다.

$$[M_o] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, [K_o] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & -2 \\ 0 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$[\Delta M] = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.5 \end{bmatrix}, [\Delta K] = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5 & 0 \\ -0.5 & 0.9 & -0.4 \\ 0 & -0.4 & 0.4 \end{bmatrix}$$

4. 결과 및 고찰

4.1 고유진동수 변화 검토

Table 1은 고유진동수 변화를 나타낸 표로 3개의 고유진동수가 존재하며 특히 1차공진동수가 변경 전에 비해 11.31% 증가하여 많이 변했음을 알 수 있다.

4.2 고유벡터 변화 검토

Table 2와 Fig. 2는 변경 전, 후 고유벡터로 특히 3차 모드가 많이 변화하였음을 알 수 있다.

Table 3와 Fig. 3는 변경 전, 후의 고유벡터의 차로 구한 고유벡터 변화량 행렬을 나타낸 것으로 3차 모드의 고유벡터 변화량은 3차 모드 고유벡터 크기의 57%까지 변하여 구조 변경이 많이 되었다.

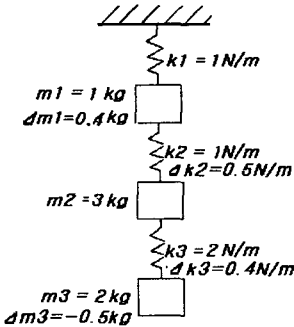


Fig. 1 Model of 3 d.o.f system

Table 1 Comparison of natural frequencies before and after modification

mode	modification (rad/s)		$\frac{\omega_i - \omega_{oi}}{\omega_{oi}}$ (%)
	before ω_{oi}	after ω_i	
1	0.3025	0.3411	11.317
2	1.2384	1.3150	6.185
3	1.5410	1.6853	9.364

Table 2 Comparison of eigenvectors before and after modification

mode	modification					
	before			after		
1	-0.2195	-0.4189	-0.4611	-0.2782	-0.4335	-0.4675
2	0.5610	0.2615	-0.4899	0.6987	0.0368	-0.4564
3	0.7982	-0.2990	0.2175	0.3856	-0.3795	0.4897

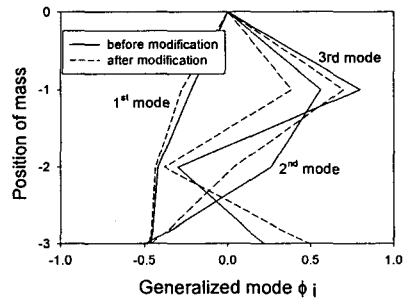


Fig. 2 Comparison of eigenvectors before and after modification

Table 3 Delta eigenvectors before and after modification

mode	[$\Delta \phi$]		
1	-0.0587	-0.0146	-0.0064
2	0.1377	-0.2247	0.0335
3	-0.4125	-0.0805	0.2721

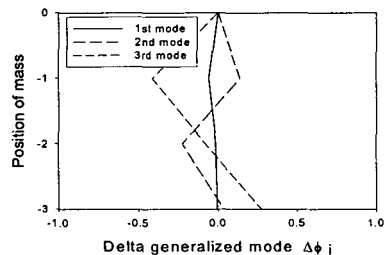


Fig. 3 Delta eigenvectors before and after modification

4.3 감도계수의 해석

Table 4는 질량 및 강성 변경 후 고유 벡터의 변화행렬을 구하고 식 (5)를 이용하여 감도계수를 해석한 결과이다. 3개의 모드를 사용하였으며 감도계수의 최대 값은 $\alpha_{32}=0.32601$ 이고 최소 값은 $\alpha_{13}=-0.56122$ 이었다.

4.4 변경된 질량과 강성 위치 및 크기의 해석

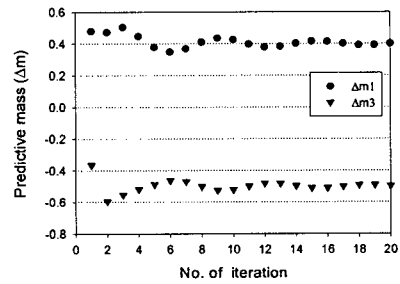
Fig. 4는 반복회수에 따른 변경된 질량과 강성의 예측을 나타낸 그림이다. 변경된 질량은 식 (20), (21)을 사용하여 구하였으며 반복회수를 20번까지 하였다. 초기치는 식 (18), (19)를 사용하여 구한 결과 $\Delta m_1=0.478\text{kg}$, $\Delta m_3=-0.365\text{kg}$ 로 오차가 각각 19.5%, 27.0%였다. 그러나 반복회수가 증가함에 따라 오차가 감소하여 $\Delta m_1=0.4\text{kg}$, $\Delta m_3=-0.5\text{kg}$ 에 수렴함을 볼 수 있다. 강성은 식 (24), (25)를 사용하여 구하였으며 초기치는 식 (22), (23)을 사용하여 구한 결과 $\Delta k_2=0.036\text{N/m}$, $\Delta k_3=-0.079\text{N/m}$ 로 오차가 각각 92.8%, 119.8%로 많이 발생하였다. 그러나 강성도 반복회수가 증가함에 따라 오차가 감소하여 $\Delta k_2=0.5\text{N/m}$, $\Delta k_3=0.4\text{N/m}$ 에 수렴함을 볼 수 있다.

Table 5은 구조 변경 후 질량 및 강성 변경 위치와 크기의 예측한 결과를 나타낸 표로 반복회수는 50번까지 하였고 질량과 강성 모두 변경한 크기와 위치를 잘 예측함을 알 수 있다.

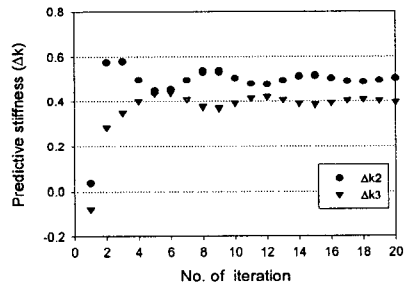
Fig. 5는 3자유도계의 질량과 강성의 변화량을 10%부터 140%까지 변화하면서 변경된 질량과 강성을 예측한 그림이다. 첫 번째 질량에 0.4kg 증가, 세 번째 질량에 0.5kg 감소, 두 번째 강성에 0.5N/m, 세 번째 강성에 0.4N/m을 추가한 것을 100%로 기준하였으며 (a)는 질량 (b)는 강성 변화를 나타내었다. 두 그림 모두 감도계수를 이용하여 질량 및 강성 변화를 예측한 경우와 구조 변경 후 재해석한 이론값이 잘 일치 하고 있다. 하지만 제안한 방법은 변경이 기준의 115%까지 오차 없이 변경된 질량과 강성을 잘 예측하였으나 120%를 초과할 경우 오차가 발생하였으며 125%이상에서 질량 및 강성 변화를 예측하지 못하였다. 이는 변경이 많을 경우 식 (20), 식 (21), 식 (24), 식 (25)에서 일반화된 질량 및 강성 변화량 행렬이 수렴하지 않고 발산하기 때문으로 추후 연구가 필요한 부분이다.

Table 4 Sensitivity coefficient of 3 d.o.f system

α_{ij}		
0.03707	0.22128	-0.05925
-0.03814	-0.13186	-0.56122
-0.03657	0.32601	-0.13866



(a) Mass



(b) Stiffness

Fig. 4 Predictive mass and stiffness according to the number of iteration

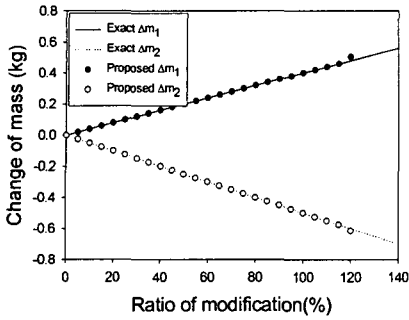
Table 5 Predictive mass and stiffness

(a) Predictive mass

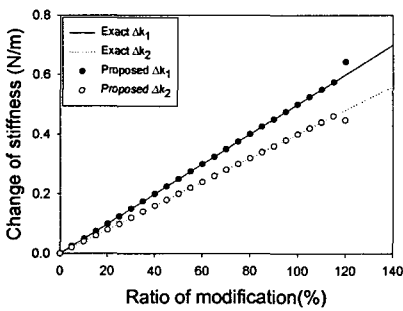
Element No.	mass(kg)			ratio $\Delta m_p/\Delta m$ (%)
	original m	additive Δm	predictive Δm_p	
1	1.0	0.40	0.4000	100.00
2	3.0	0	0	-
3	2.0	-0.50	-0.5000	100.00

(b) Predictive stiffness

Element No.	stiffness(N/m)			ratio $\Delta k_p/\Delta k$ (%)
	original k	additive Δk	predictive Δk_p	
1	1.0	0.50	0.5000	100.00
2	2.0	0.30	0.3000	100.00
3	1.0	0	0	100.00



(a) Mass



(b) Stiffness

Fig. 5 Predictive mass and stiffness according to the ratio of modification

5. 결론

구조물의 변경 전, 후의 동특성을 이용하여 구조물에 변경된 질량 및 강성위치와 크기를 예측하는 알고리즘을 개발하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 구조 변경 전, 후의 고유벡터 변화량을 가지고 감도 계수를 해석하는 방안을 제안하였다.

(2) 감도 계수로부터 반복법을 이용하여 질량 및 강성의 변화량 행렬을 해석하는 알고리즘을 개발하였다.

(3) 질량 및 강성의 변화량 행렬과 유한요소법의 변경 전 질량 및 강성행렬과 비교하여 구조물의 질량 변경 위치 및 크기 해석하는 방안을 제안하였다.

(4) 본 방법을 구조 변경을 한 3자유도계에 적용한 결과 구조물 변경 후 질량 및 강성의 변경 위치 및 크기를 잘 예측하므로 제안된 방법이 타당함을 알 수 있었다.

(5) 변경량이 많을 경우 질량 및 강성 변화를 예측하지 못하였다. 이는 일반화된 질량 및 강성 변화량 행렬이 수렴하지 않고 발산하기 때문에 추후 연구가 필요한 부분으로 생각된다.

참고문헌

- (1) Fox, R. L. and Kapoor. M. P, 1968. "Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors." *AIAA Journal*, Vol. 6, No. 12 pp. 2426~2429.
- (2) Kim, H. and Park, Y., 1999, "Updating Algorithms of Finite Element Model Using Singular Value Decomposition and Eigenanalysis," *Transactions of the KSNVE*, Vol. 9, No. 1, pp. 163~173.
- (3) Ahmadian, H., Mottershead, J. E. and Friswell M. I., 1998, "Regularization Methods for Finite Element Model Updating," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 12, No. 1, pp. 47~64.
- (4) Lee, J. M., Lee, J. W. and Sung, M. H., Fritzen, C. P., 1992, "A study on Dynamic Modelling of Joint in Plate Structure," *Transactions of the KSNVE*, Vol. 2, No. 1, pp. 61~66.
- (5) Park, Y. S. and Park, H. S., 1984, "A Study on Improving the Reliability of a Finite Elements Model and Stiffness Damage Detection by Dynamic Characteristics Measurements," *Transactions of KSME A*, Vol. 10, No. 1, pp. 157~163.
- (6) Friswell, M. I., Penny, J. E. T. and Wilson, D. A. L., 1994, "Using Vibration Data and Statistical Measures to Locate Damage in Structures," *Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 9, No. 4, pp. 239~254.
- (7) Zhang, Q., Wang, W., Allemang, R. J., and Brown, D. L., 1989, "Prediction of Mass Modification For Desired Natural Frequencies," *Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, Vol. 4, No. 2, pp. 39~44.
- (8) Lee, J. Y., 2002, "A Structural Eigenderivative Analysis by Modification of Design Parameter," *Transactions of KSME A*, Vol. 26, No. 4, pp. 739~744.