

< 논문 >

모델차수축소법을 이용한 효율적인 진동해석

한 정 삼*

(2005년 8월 31일 접수, 2005년 12월 12일 심사완료)

Efficient Vibration Simulation Using Model Order Reduction

Jeong Sam Han

Key Words : Model Order Reduction(모델차수축소법), Krylov Subspace(크리로프 부공간), Arnoldi Process(아놀디 과정), Moment-Matching Method(모멘트 일치법), Knuckle(너클)

Abstract

Currently most practical vibration and structural problems in automotive suspensions require the use of the finite element method to obtain their structural responses. When the finite element model has a very large number of degrees of freedom, the harmonic and dynamic analyses are computationally too expensive to repeat within a feasible design process time. To alleviate the computational difficulty, this paper presents a moment-matching based model order reduction (MOR) which reduces the number of degrees of freedom of the original finite element model and speeds up the necessary simulations with the reduced-size models. The moment-matching model reduction via the Arnoldi process is performed directly to ANSYS finite element models by software mor4ansys. Among automotive suspension components, a knuckle is taken as an example to demonstrate the advantages of this approach for vibration simulation. The frequency and transient dynamic responses by the MOR are compared with those by the mode superposition method.

1. 서 론

근래에는 자동차의 현가장치나 각종 부품의 진동 및 변형 특성을 얻기 위하여 많은 경우에 유한요소법을 이용한다. 최근에 컴퓨터 전산자원의 눈부신 발전으로 합리적인 시간에 대형 문제의 구조해석이 가능하지만 큰 자유도(DOF)를 가진 모델의 주파수 응답해석 및 진동해석 등의 유한요소해석을 주어진 설계시간 내에 반복적으로 수행하기에는 여전히 시간적 어려움이 많은 형편이다.⁽¹⁾ 따라서, 컴퓨터 전산자원의 발전과 더불어 이러한 해석적 어려움을 해결하려는 수치해석적 방법에 대한 연구가 절실히 요구되는 실정이다.

대형 선형 시스템의 모델차수축소법(model order reduction, MOR)에 대해서는 수학계에서 상당한 연구가 이루어지고 있다.⁽²⁾ 근래에는 공학적 응용으

로서 각종 회로 해석,⁽³⁾ 미소기전시스템(MEMS)의 동적 해석⁽¹⁾이나 열 해석 문제⁽⁴⁾ 등에 모델차수축소법이 점차 활용되고 있다. 특히, 많은 부시스템들이 배열 형태로 구성된 미소기전시스템의 경우에는 전체 시스템 규모의 해석은 시간상 거의 불가능하므로 각각의 부시스템 모델의 차수를 축소하고 이 축소모델을 이용함으로써 전체 시스템 규모의 해석을 가능하게 할 수 있다.⁽⁵⁾ 이와 유사하게 자동차 현가장치의 동적 해석에도 부품 각각의 유한요소모델을 그대로 해석에 이용하는 것보다 그 모델의 차수를 축소하여 해석을 수행하는 것이 보다 효율적이다.⁽⁶⁾

본 논문에서는 이러한 접근방법의 한가지로 모멘트 일치법(moment-matching method)에 근거한 모델축소법을 설명하고, 아놀디 과정(Arnoldi process)을 통하여 ANSYS⁽⁸⁾ 유한요소모델에서 직접적으로 축소모델을 생성하는 프로그램인 mor4ansys⁽⁷⁾를 설명한다. 적용예제로 자동차 현가장치 부품인 너클에 모델차수축소법을 적용한 결과를 일반적으로 널리 사용되는 해석방법들과 비교 검토하여 모

* 회원, 안동대학교 기계공학부
E-mail : jshan@andong.ac.kr
TEL : (054)820-6218 FAX : (054)820-5167

델차수축소법의 효율성과 장점을 보이고자 한다. 이와 함께 이 모델차수축소법의 한계점도 언급하고자 한다.

2. 이론

2.1 모델차수축소법

일반적으로 구조물의 진동해석을 위한 운동방정식을 유한요소해석의 행렬 형태로 나타내면 다음과 같이 이차 상미분방정식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) &= \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{L}^T \mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (1)$$

여기에서, t 는 시간변수, $\mathbf{x}(t) \in \mathcal{R}^N$ 은 상태변수벡터, $\mathbf{u}(t) \in \mathcal{R}^m$ 은 입력하중벡터, 그리고 $\mathbf{y}(t) \in \mathcal{R}^p$ 는 출력벡터를 의미한다. 상태변수벡터 $\mathbf{x}(t)$ 의 차수는 N , 입력하중벡터와 출력벡터의 차수는 각각 m 과 p 이다. 행렬 \mathbf{M} , \mathbf{C} , $\mathbf{K} \in \mathcal{R}^{N \times N}$ 는 시스템의 질량행렬, 감쇠행렬, 강성행렬이다. 행렬 $\mathbf{B} \in \mathcal{R}^{N \times m}$ 와 $\mathbf{L} \in \mathcal{R}^{N \times p}$ 은 각각 입력분배행렬과 특정한 부분에서의 출력을 위한 출력측정행렬을 의미한다. 실제 문제에서 m 과 p 는 N 보다 훨씬 작은 경우가 대부분이다.

모델차수축소법의 기본 개념은 아래 식 (2)의 관계를 만족하는 부공간(subspace) $\mathbf{V} \in \mathcal{R}^{N \times n}$ 을 구함으로써, 초기의 큰 차수의 상태변수벡터 $\mathbf{x}(t)$ 의 응답을 변환행렬 \mathbf{V} 를 통하여 작은 차수의 벡터 $\mathbf{z}(t)$ 로 근사화 하는 것이다.

$$\mathbf{x}(t) \cong \mathbf{V}\mathbf{z}(t) \quad \text{where } \mathbf{z}(t) \in \mathcal{R}^n, \quad n \ll N \quad (2)$$

따라서, 먼저 부공간 \mathbf{V} 를 구한 후에 초기 상미분방정식을 \mathbf{V} 에 투영(projection)시키면 식 (1)은 다음과 같이 변환된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_r \ddot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{C}_r \dot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{K}_r \mathbf{z}(t) &= \mathbf{B}_r \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{L}_r^T \mathbf{z}(t) \end{aligned} \quad (3)$$

위에서 축소행렬은 $\mathbf{M}_r = \mathbf{V}^T \mathbf{M} \mathbf{V}$, $\mathbf{C}_r = \mathbf{V}^T \mathbf{C} \mathbf{V}$, $\mathbf{K}_r = \mathbf{V}^T \mathbf{K} \mathbf{V}$, $\mathbf{B}_r = \mathbf{V}^T \mathbf{B}$ 및 $\mathbf{L}_r = \mathbf{V}^T \mathbf{L}$ 로 각각 표현된다. 참고로 축소모델의 차수는 $n \ll N$ 이고, 축소모델에서 입력하중벡터 $\mathbf{u}(t)$ 와 출력벡터 $\mathbf{y}(t)$ 의 차수는 초기와 비교하여 변동이 없음을 알 수 있다. 따라서, 차수 n 으로 축소된 모델을 해석에 이용하므로 매우 효율적으로 해석을 수행할 수 있다.

기계공학에서 구조물의 해석에는 일종의 근사화 방법으로 몇 개의 고유 진동모드를 구하여 이를 선형 결합하여 주파수 및 과도응답을 계산하는 모드중첩법(mode superposition method, MS)⁽⁸⁾이 많이 이용된다. 이 방법은 식 (1)을 그대로 시간 적분하는 완전 방법(full method, FM)⁽⁸⁾에 비하여 계산량이

적어 계산 시간이 비교적 빠른 반면에 이용되는 진동모드의 개수를 결정하는 것이 사용자 직관에 달려있고, 진동모드의 개수에 따른 응답의 정량적인 차이를 예측할 수 없는 단점이 있다. 또한, 고차까지의 고유 진동모드가 필요할 때에는 이러한 진동모드를 구하는 것 자체가 비교적 큰 계산량을 요구하는 경우도 있다.

본 논문에서는 크리로프 부공간(Krylov subspace)으로부터 식 (2)의 부공간 \mathbf{V} 를 선택함으로써 식 (1)과 식 (3)의 시스템의 모멘트(moment)가 서로 일치되는 방법을 이용하였다. 이 방법은 모드중첩법에 비하여 상대적으로 우수한 오차 예측 특성을 가진다. 다음 절에서는 모멘트 일치법을 이용한 모델차수축소법에 대하여 설명한다.

2.2 질량 및 강성행렬의 축소법

식 (1)을 라플라스 변환(Laplace transformation)하고, 그 전달함수(transfer function)를 구하면

$$\mathbf{H}(s) = \mathbf{Y}(s)/\mathbf{U}(s) = \mathbf{L}^T (s^2 \mathbf{M} + s\mathbf{C} + \mathbf{K})^{-1} \mathbf{B} \quad (4)$$

이며, 여기서 일단 감쇠행렬을 무시하고 $s=0$ 에 대하여 테일러 급수 전개(Taylor series expansion)를 하면 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(s) &= \mathbf{L}^T (s^2 \mathbf{M} + \mathbf{K})^{-1} \mathbf{B} \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \mathbf{L}^T (\mathbf{K}^{-1} \mathbf{M})^i \mathbf{K}^{-1} \mathbf{B} s^{2i} \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{m}_i s^{2i} \end{aligned} \quad (5)$$

여기에서 계수 $\mathbf{m}_i = (-1)^i \mathbf{L}^T (\mathbf{K}^{-1} \mathbf{M})^i \mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}$ 를 전달함수 $\mathbf{H}(s)$ 의 모멘트라고 한다.

비감쇠 동적 시스템의 모멘트 일치법에 따르면, 변환행렬 \mathbf{V} 가 다음과 같이 정의되는 q 차의 크리로프 부공간으로부터 얻어지면, 축소모델의 모멘트는 초기모델의 모멘트와 첫 $q+1$ 모멘트까지 일치한다는 사실이 알려져 있다.⁽⁹⁾

$$\begin{aligned} \mathfrak{X}_q(\mathbf{K}^{-1} \mathbf{M}, \mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}) \\ = \text{span}\{\mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}, (\mathbf{K}^{-1} \mathbf{M}) \mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}, \dots, (\mathbf{K}^{-1} \mathbf{M})^{q-1} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}\} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 $\text{span}\{\mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}, (\mathbf{K}^{-1} \mathbf{M}) \mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}, \dots, (\mathbf{K}^{-1} \mathbf{M})^{q-1} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}\}$ 은 각 열벡터로 이루어진 모든 선형 결합들의 집합을 의미한다.

실제 수치적으로, 변환행렬 \mathbf{V} 는 야놀디 과정⁽⁹⁾을 통해 계산되며 다음과 같은 성질을 가지고 있다.

$$\begin{aligned} \text{colspan}(\mathbf{V}) &= \mathfrak{X}_q(\mathbf{K}^{-1} \mathbf{M}, \mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}) \\ \mathbf{V}^T \mathbf{V} &= \mathbf{I}_q \end{aligned} \quad (7)$$

즉, 변환행렬 \mathbf{V} 의 열벡터는 정규직교(orthonormal)

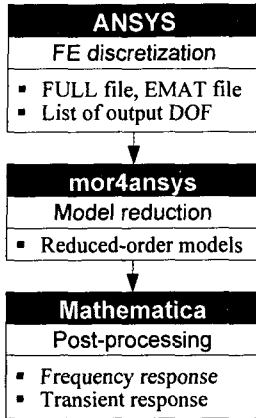


Fig. 1 Process of model order reduction

하다. 여기서 I_q 는 q 차의 단위행렬이다.

2.3 감쇠행렬의 축소법

구조해석에서 감쇠행렬을 질량 및 강성행렬의 선형 결합으로 표현하는 레일리(Rayleigh) 감쇠를 흔히 사용한다. 이 때에 감쇠행렬은

$$C = \alpha M + \beta K \quad (8)$$

로 표현되며, 매개변수 α 와 β 는 각각 s^{-1} 과 s 의 단위를 가진다. 이 경우에 변환행렬 V 를 이용하면 축소된 감쇠행렬은

$$\begin{aligned} C_r &= V^T C V \\ &= V^T (\alpha M + \beta K) V \\ &= \alpha M_r + \beta K_r \end{aligned} \quad (9)$$

로 표현되어, α 와 β 는 축소모델에서도 매개변수로 남게 된다. 이러한 방법은 변환행렬 V 를 찾는 데, 질량 및 강성행렬이 감쇠행렬보다 상대적으로 더 중요하다는 가정에 근거하였다.⁽¹⁰⁾

3. 모델차수축소법의 구현

이 장에서는 앞 장에서 설명한 모델차수축소법을 수행하는 소프트웨어인 mor4ansys⁽⁷⁾를 설명하고, 초기의 ANSYS 모델에 모델차수축소법을 적용하여 최종 주파수 및 과도응답을 구하는 전체 과정을 언급한다 (Fig. 1 참고).

모델차수축소법 소프트웨어인 mor4ansys는 크게 두 부분으로 나뉘는데, 첫째 부분은 ANSYS 모델을 읽어서 그 정보를 식 (1)의 형태로 구성한다. ANSYS 모델을 추출할 때는 이진(binary) 형태로 되어 있는 ANSYS의 FULL 파일과 EMAT 파일을 읽어 그 정보를 식 (1)의 형태로 구성하게 된다. 둘째 부분은 식 (1)에 아놀디 과정을 적용하여 식

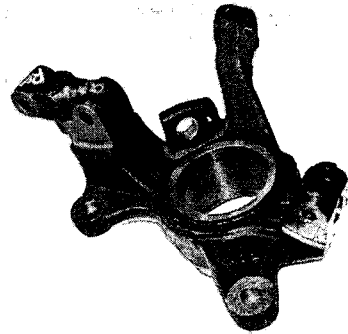


Fig. 2 Knuckle

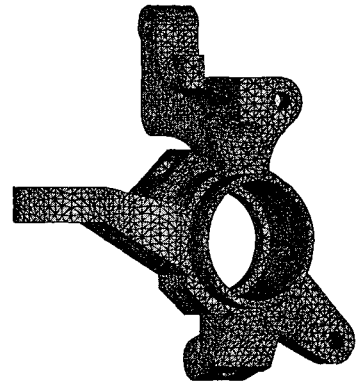


Fig. 3 FE mesh for the knuckle

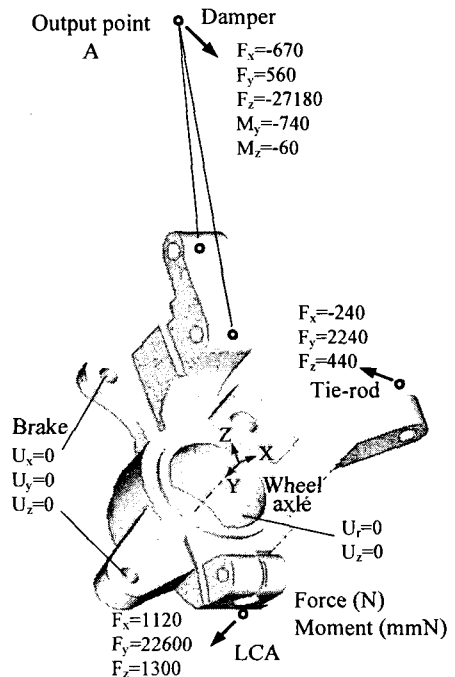


Fig. 4 Loading and boundary conditions

(2)의 변환행렬 V 를 생성한다. 이 때, 추가적으로 식 (1)의 행렬 L 에 해당되는 부분인 출력하고자 하는 절점과 자유도 정보를 지정하여야 한다.⁽⁷⁾

축소모델은 Matrix Market 형태⁽¹¹⁾의 행렬로 출력되며, Mathematica⁽¹²⁾를 이용하여 축소모델에 대한 주파수응답과 과도응답 등을 계산한다. 축소모델은 그 차수가 n 이고, 초기모델의 차수 N 보다 매우 작기 때문에 효율적으로 주파수응답과 과도응답을 계산할 수 있다.

4. 너클의 진동해석

4.1 유한요소 모델링

너클은 자동차 현가장치의 부품으로 댐퍼, 로어 콘트롤암, 타이로드, 브레이크 등과 연결되며, 구동축을 지지하는 역할을 한다. 타이어를 통해 지면에서 전달되는 하중은 전적으로 너클을 통해 차체로 전달되며, 조향도 타이로드를 통해 너클을 킹핀 축 중심으로 회전시켜 이루어진다 (Fig. 2).

Fig. 3의 유한요소모델은 ANSYS의 SOLID45로 구성되며, 너클과 댐퍼가 연결되는 부위, 타이로드 연결 부위, 로어콘트롤암 연결 부위 등은 강성 부분을 정의하는 CERIG를 이용하여 모델링 되었다. 경계조건으로 너클의 중심 부위를 원통 좌표계를 사용하여 축방향과 반경방향의 자유도를 구속하였으며, 브레이크의 제동 효과를 고려하여 브레이크 연결 부위의 자유도를 구속하였다. 하중조건은 Fig. 4와 같이 여러 가지 최악 운전조건 중에 하나인 측면연석충돌(lateral curb strike) 조건⁽¹³⁾을 가정하였다. 재료의 물성치는 탄성계수를 200 GPa, 포아송비를 0.29, 밀도를 7850 kg/m³로 설정하였다.

4.2 주파수 응답해석

위에서 설명한 너클 모델에 대하여 모델차수 축소법과 ANSYS에서 제공되는 완전 방법(FM)과 모드중첩법(MS)을 이용하여 주파수 응답해석을 수행하였다. 앞 절에서 설명한 하중조건에 대하여 Fig. 4에서 표시된 A점에서의 응답을 고려하였다. Fig. 3의 ANSYS 유한요소모델은 각 절점당 3개의 자유도(DOF)를 가지는 사면체 요소 39360개, 절점 9501개로 구성되어 있다. 주파수 응답해석에서 감쇠는 레일라이 감쇠를 이용하였는데 $\alpha=0$ 로 하고, $f=1000$ Hz에서 $\xi=2\%$ 의 감쇠를 가정하여

$$\beta = \xi / \pi f \quad (10)$$

의 관계에서 $\beta=6.36 \mu s$ 로 설정하였다. 해석 주파수 영역은 10~10000 Hz이고, 그 영역을 200 구간으로 나누어 주파수응답을 계산하였다.

Fig. 5에는 ANSYS에서 제공하는 주파수 응답해석방법 중에서 시스템 행렬을 그대로 해석에 고려하여 계산량은 많지만 가장 정확한 방법인 완전 방법(FM)과, 모델차수축소법(MOR)을 통하여 초기의 유한요소모델에서 축소모델을 생성한 후에 축소모델을 이용하여 주파수 응답해석을 수행한 결과를 축소모델 차수에 따라서 각각 비교하여 나타내었다. 이 너클 모델은 약 1500 Hz에서 응답의 피크값이 발생하였다. 각 주파수에서 두 방법에 의한 결과의 차이인 $\log_{10}|H|_{MOR} - \log_{10}|H|_{ANSYS}$ 를 함께 도시하였다.

먼저 축소모델의 차수가 $n=5$ 인 경우의 결과는 약 3000 Hz까지 ANSYS의 완전 방법의 결과와 오차 없이 완벽히 일치함을 알 수 있다. 축소모델의 차수를 $n=10, 20$ 으로 점점 높임으로써 좀더 고주파수 영역까지 오차가 줄어들음을 확인할 수 있다. 이러한 결과는 테일러 급수 전개점에서부터 관심 주파수 영역이 멀어지면 축소모델과 초기모델 사이의 오차가 커지지만 축소모델의 차수를 높이면 더 고주파수 영역까지 두 응답이 잘 일치하는 모멘트 일치법의 특징을 보여주고 있다.

이에 반하여 Fig. 6은 ANSYS의 모드중첩법(MS)을 이용하여 계산한 주파수응답의 결과를 나타낸다. 주파수 응답해석에 사용된 총 모드수 $m=5, 10, 20$ 에 대하여 그 결과를 도시하였다. 모드수가 5인 경우는 피크값 부근에서는 오차가 적으나, 2000 Hz 영역에서부터 큰 오차가 발생함을 알 수 있다. 또한, 저주파수 영역에서도 이미 변위 결과에 오차가 발생함을 볼 수 있는데, 이 경우에 모드중첩법으로는 정상 상태의 결과를 정확히 구할 수 없음을 의미한다. 모드수 $m=10$ 인 경우는 오차가 많이 감소하였으나, 2000 Hz 영역 이후에는 여전히 오차가 발생한다. 모드수를 $m=10$ 에서 20으로 증가시켜 두 배 많은 진동모드를 주파수 응답해석에 고려하여도 그 주파수 영역에서의 주파수응답 결과는 거의 향상되지 않음을 볼 수 있다. 뿐만 아니라, 주파수 증가에 따라 오차가 경향성을 가지지 않고 늘었다 줄었다 하기 때문에 적절한 모드수 m 을 선정하기가 까다로운 점이 있다.

4.3 과도 응답해석

Fig. 7과 8에는 계단함수(step function) 하중에 대한 A점에서의 과도응답을 도시하였다. 과도 응답해석에서 감쇠는 주파수 응답해석에서와 같은 값의 레일라이 감쇠를 이용하였고, 초기 20 ms에 대하여 10 μs 시간 간격으로 과도응답을 계산하였다.

Fig. 7은 모델차수축소법을 통하여 계산한 과도응답과 ANSYS에서 전체 시스템 행렬을 Newmark

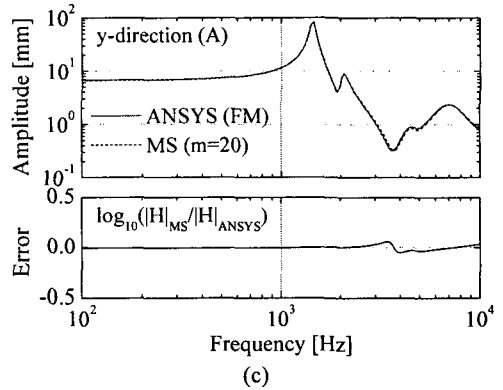
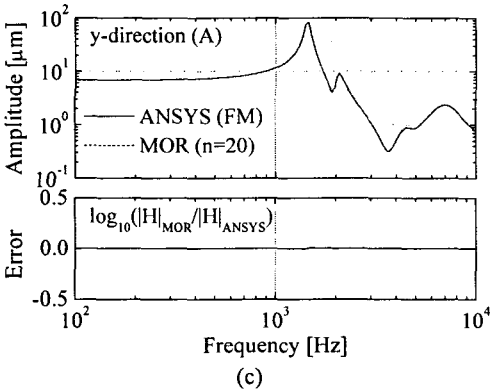
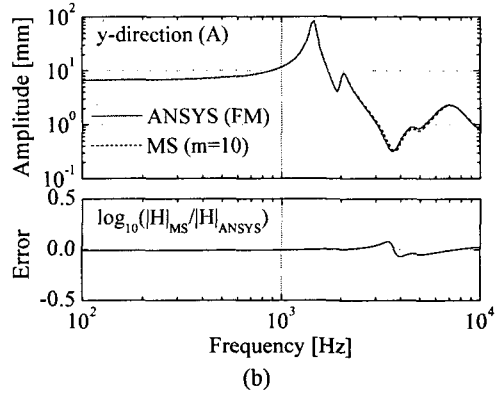
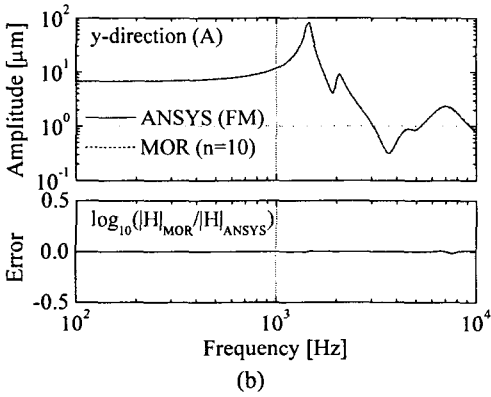
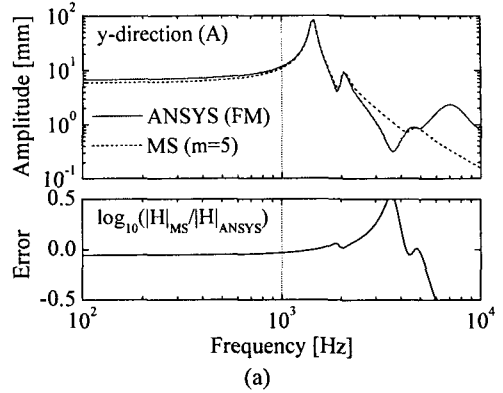
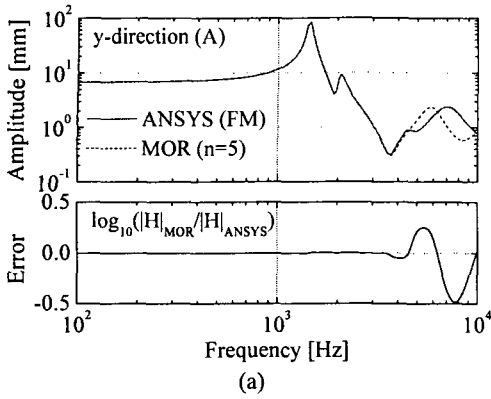


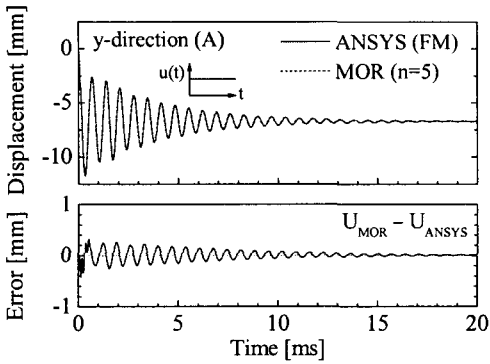
Fig. 5 Frequency response using model order reduction: (a) $n=5$; (b) $n=10$; (c) $n=20$

Fig. 6 Frequency response using mode superposition method: (a) $m=5$; (b) $m=10$; (c) $m=20$

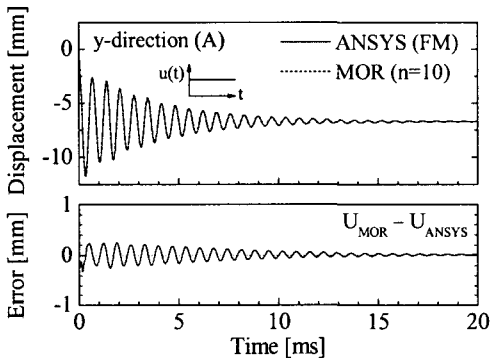
시간 적분법⁽⁸⁾을 이용해 시간 적분하여 계산한 완전 방법(FM)의 과도응답을 보여준다. 모델차수 축소법에 의한 과도응답은 전체적으로 ANSYS의 완전 방법에 의한 과도응답과 거의 일치함을 알 수 있다. 축소모델의 차수에 따라서 근소한 차이는 있지만 모든 경우, 응답의 오차는 대략 ± 0.4 mm 이내이며, 시간이 지남에 따라 ANSYS의 완전 방법으로 계산한 응답에 수렴함을 알 수 있다.

ANSYS의 모드중첩법(MS)을 이용한 경우, 모드

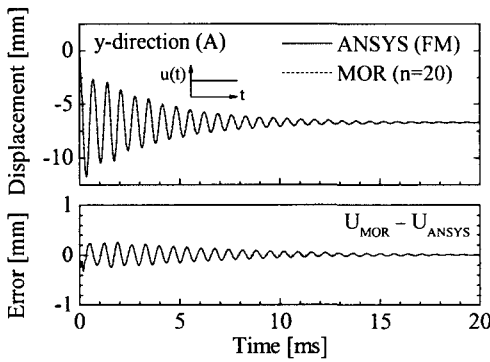
수 $m=5$ 인 경우에는 응답의 초기에 오차가 1 mm를 넘고, 완전 방법(FM)으로 계산한 응답에 수렴을 하지 않는 경향을 보인다. 이는 Fig. 6의 주파수응답에서 이미 저주파수 영역에서 오차가 발생하기 때문에 과도응답에서 정상 상태에 도달하여도 오차가 발생하는 것이라고 이해할 수 있다. 모드수가 증가함에 따라서 전체적인 오차의 크기는 줄어들지만 완전 방법으로 계산한 응답에 완벽히 수렴하지는 않고 일정한 크기의 오차를 가진다.



(a)



(b)

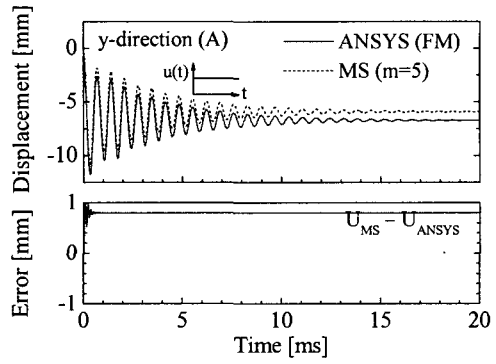


(c)

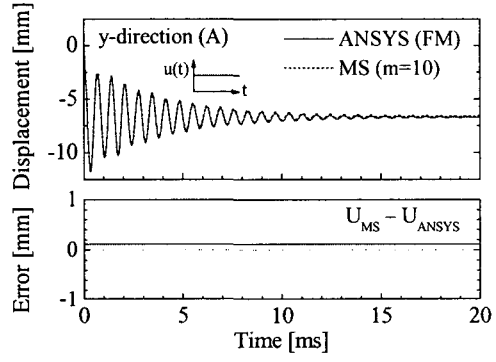
Fig. 7 Transient response using model order reduction: (a) $n=5$; (b) $n=10$; (c) $n=20$

5. 고찰

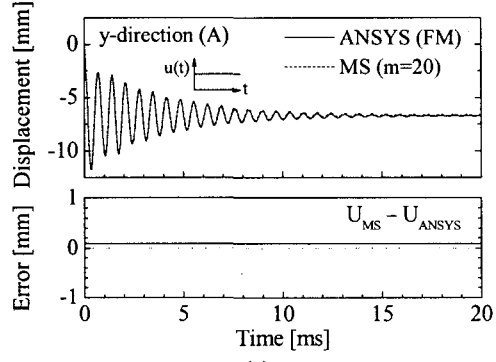
Table 1에는 각각의 방법에 따른 주파수 및 과도 응답해석 시간을 나타내었다. ANSYS의 완전 방법(FM)에 이용된 유한요소모델의 총 자유도(DOF)는 26328개이다. 우선 모델차수축소법의 축소모델 차수 $n=5, 10, 20$ 과 ANSYS의 모드중첩법(MS)에서 고려된 모드수 $m=5, 10, 20$ 의 경우를 비교하였다. 모



(a)



(b)



(c)

Fig. 8 Transient response using mode superposition method: (a) $m=5$; (b) $m=10$; (c) $m=20$

델차수축소법을 이용하여 주파수응답을 구하는 경우에 필요한 계산 시간은 1) ANSYS에서 초기 유한요소모델에 대한 FULL과 EMAT 파일을 생성하는데 소요되는 시간, 2) mor4ansys에서 변환행렬 V 의 열벡터를 구하는 시간, 3) Mathematica에서 축소모델을 이용하여 주파수응답을 계산하는 시간 등으로 구분되므로, 각 단계에서 소요되는 시간을 각각 표시하였다.⁽¹⁾ 해석에 사용된 컴퓨터는 Intel Pentium® 4 CPU 3.00 GHz로 RAM을 2 GB를 장착한 Windows XP 기반의 시스템이다.

Table 1 Comparison of computational times in seconds

(a) Harmonic analysis

Computational time for	Full ANSYS	MOR (n)			MS (m)		
		5	10	20	5	10	20
ANSYS	13120	192	192	192	463	467	488
mor4ansys	-	13	14	15	-	-	-
Mathematica	-	1	1	2	-	-	-
Total time	13120	206	207	209	463	467	488

(b) Transient analysis

Computational time for	Full ANSYS	MOR (n)			MS (m)		
		5	10	20	5	10	20
ANSYS	105430	192	192	192	275	277	285
mor4ansys	-	13	14	15	-	-	-
Mathematica	-	3	3	4	-	-	-
Total time	105430	208	209	211	275	277	285

ANSYS의 완전 방법(FM)을 이용하는 경우, 총 해석 시간이 13120 s가 소요되었으며, 모델차수축소법(MOR)을 이용한 경우에는 모든 과정을 수행하는데, 약 210 s 정도가 소요되었다. 또한, 모드중첩법(MS)을 사용한 경우는 대략 490 s 정도가 소요되어서, 계산 정확도뿐만 아니라 계산 시간 측면에서도 모델차수축소법이 모드중첩법보다 더 효율적임을 확인할 수 있다.

과도 응답해석에 대한 계산 시간은 모델차수축소법을 이용하는 경우, 주파수응답의 경우와 동일한 과정을 거치지만 Mathematica에서 축소모델을 이용하고 시간 적분을 수행하여 과도응답을 계산한다. Table 1(b)에서 모델차수축소법을 이용하여 모든 과정을 고려한 경우에 약 210 s 정도가 소요되었고, 모드중첩법을 사용한 경우에는 대략 280 s 정도가 소요되었다. 과도응답에서도 모델차수축소법이 모드중첩법보다 다소 우수한 계산 효율을 보임을 알 수 있다.

6. 결 론

본 논문에서는 모멘트 일치법에 근거한 아놀디 과정을 ANSYS 유한요소모델에 직접 적용하는 모델차수축소법을 이용하여 구조물의 주파수 및 과도응답을 매우 효율적이면서 정확하게 계산할 수 있음을 제시하였다. 그 결과를 ANSYS의 완전 방법 및 모드중첩법에 의한 결과와 비교하였을 때, 결과의 정확도뿐만 아니라 계산 시간에 있어서도 다른 방법에 비하여 큰 장점을 가짐을 알 수 있었다. 이처럼 제시한 모델차수축소법은 진동해석에서 계산의 효율성과 정확성이라는 장점을 가지지만, 이와 더불어 다음과 같은 한계점을 지적할 수

있다.

(1) 기본적으로 이 모델차수축소법은 응답의 정확도와 축소모델의 크기를 서로 절충하여 그 차수를 결정하는 근사화 방법의 일종이며, 축소모델의 응답은 초기모델의 응답보다 더 정확할 수는 없다.

(2) Fig. 5에서 나타난 바와 같이 축소모델의 차수가 커질수록 정확하게 근사화할 수 있는 주파수 영역이 확대된다. 따라서, 공학적 관점에서 축소모델의 차수를 정하는 한가지 방법은, 우선 주어진 문제에서 관심 최대주파수를 결정하고, 그 최대주파수에서 축소모델의 응답이 허용오차 안에 들어오도록 하는 축소모델의 차수를 결정하는 방법이다.

(3) 이 모델차수축소법은 현재 선형문제에만 적용가능하며, 비선형문제에 적용하기 위해서는 주어진 문제를 일단 선형문제로 변환하여야 한다.

(4) 이 모델차수축소법은 축소모델을 생성할 때, 초기에 주어진 문제의 하중 정보가 포함되므로 고유치문제(eigenvalue problem)에 그대로 적용할 수 없다.

끝으로 과도 응답해석과 같이 상대적으로 많은 계산 시간을 필요로 하는 문제의 최적설계에 모델차수축소법을 이용하면, 구조물의 응답을 반복적으로 계산해야 하는 최적설계 문제의 특성상 계산 시간 측면에서 매우 효과적인 것으로 판단된다.

후 기

이 논문은 2005년도 정부재원(교육인적자원부 학술연구조성사업비)으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 연구되었음(KRF-2005-003-D00009)을 알립니다. 그리고, 독일 IMTEK의 Prof. Korvink와 Dr. Rudnyi의 학문적 도움에 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Han, J. S., Rudnyi, E. B. and Korvink, J. G., 2005, "Efficient Optimization of Transient Dynamic Problems in MEMS Devices Using Model Order Reduction," *J. Micromech. Microeng.*, Vol. 15, pp. 822~832.
- (2) Rudnyi, E. B. and Korvink, J. G., 2002, "Automatic Model Reduction for Transient Simulation of MEMS-Based Devices," *Sensors Update*, Vol. 11, pp. 3~33.
- (3) Freund, R. W., 2000, "Krylov-Subspace Methods for Reduced-Order Modeling in Circuit Simulation," *J. Comput. Appl. Math.*, Vol. 123, pp. 395~421.
- (4) Yang, Y. J. and Yu, C. C., 2004, "Extraction of Heat-Transfer Macromodels for MEMS Devices." *J.*

- Micromech. Microeng.*, Vol. 14, pp. 587~596.
- (5) Bechtold, T., Rudnyi, E. B., Korvink, J. G., Graf, M. and Hierlemann, A., 2005, "Connecting Heat Transfer Macromodels for Array MEMS Structures," *J. Micromech. Microeng.* Vol. 15, pp. 1205~1214.
- (6) Han, J. S., Rudnyi, E. B. and Korvink, J. G., 2005, "Efficient Vibrational Simulation of a Knuckle Using Model Order Reduction," *Proceedings of the Kyungbuk branch of the KSME 2005 Spring Annual Meeting*, pp. 18~22.
- (7) Rudnyi, E. B. and Korvink, J. G., 2005, "Model Order Reduction for Large Scale Engineering Models Developed in ANSYS," *PARA 2004, LNCS 3732*, pp. 349~356.
- (8) ANSYS, 2003, *ANSYS Theory Reference 7.1*, (ANSYS Inc).
- (9) Su, T. J. and Craig, R. R., Jr. 1991, "Krylov Model Reduction Algorithm for Undamped Structural Dynamics Systems," *J. Guid. Control Dyn.*, Vol. 14, pp. 1311~ 1313.
- (10) Rudnyi, E. B., Lienemann, J., Greiner, A. and Korvink, J. G., 2004, "mor4ansys: Generating Compact Models Directly From ANSYS Models," *Technical Proceedings of the 2004 Nanotechnology Conference and Trade Show*, Vol. 2, pp. 279~282.
- (11) Matrix Market, <http://math.nist.gov/MatrixMarket/>
- (12) Wolfram Research, Inc., <http://www.wolfram.com/>
- (13) Choi, C. and Bae, K. I., 1996, "The Stress Analyses of Chassis Component in the Early Stage of Vehicle Development," *Transactions of the KSME*, Vol. 36, No. 9, pp. 876~885.