

< 논문 >

굽힘 하중이 작용하는 비대칭노치시편의 완전소성해석

오창균*, 김윤재†, 박진무**

(2005년 6월 21일 접수, 2006년 1월 18일 심사완료)

Fully Plastic Analyses of Unequally Notched Specimens in Bending Moment

Chang-Kyun Oh, Yun-Jae Kim and Jin-Moo Park

Key Words : FE Limit Analysis(유한요소한계해석), Slip Line Field Analysis(유동선장해석), Unequally Notched Specimen(비대칭노치시편)

Abstract

This paper proposes slip line fields for bending of unequally notched specimens in plane strain that have a sharp crack in one side and a sharp V-notch in the other side. Depending on the back angle, two slip line fields are proposed, from which the limit moment and crack tip stress fields are obtained as a function of the back angle. Excellent agreement between slip line field solutions with those from detailed finite element limit analysis based on non-hardening plasticity provides confidence in the proposed slip line fields. One interesting point is that, for the unequally notched specimen, the difference between the crack tip triaxial stress for tension and that for bending increases significantly with increasing the back angle. This suggests that such a specimen could be potentially useful to investigate the crack tip constraint effect on fracture toughness of materials. In this respect, the possibility of designing a new toughness testing specimen with varying crack tip constraint is discussed.

1. 서론

파괴인성의 효과적인 측정과 파괴인성에 대한 구속효과(constraint effect)의 고찰을 위해 비표준파괴인성시험(non-standard fracture toughness testing)⁽¹⁻¹⁰⁾에 대한 관심이 최근에 많이 증가하고 있다. J-적분의 표준 시험 절차⁽¹¹⁾는 일반적으로 C(T) 시편(compact tension specimen)이나 SE(B) 시편(single edge bend specimen) 같이 굽힘 하중을 받고 균열의 깊이가 깊은 시편을 주로 사용한다. 일반적으로 적용되는 시편 폭에 대한 균열의 상대적인 깊이는 대략 0.45 에서 0.7 정도이다. 그러한 표준 시편들에는 높은 균열선단구속(crack tip constraint) 효과가 발생하여 파괴인성이 보수적으로 측정된다. 반면

에 파괴인성에 대한 균열선단구속 효과에 대한 연구들은 비표준파괴인성시편이 더 낮은 구속효과를 유발시킴을 증명하고 있다.⁽¹⁻⁴⁾ 이러한 비표준파괴인성시편들의 종류로는 다음과 같다. SE(B) 시편,⁽⁵⁾ M(T) (middle cracked tension) 시편,⁽⁶⁾ SE(T) (single edge cracked tension) 시편,⁽⁷⁾ SE(PB) (single edge pure bendign) 시편,⁽⁸⁾ DE(T)(double edge cracked tension) 시편⁽⁹⁾ 등이 있다.

또 하나의 흥미로운 시편 형상은 Fig. 1 과 같이 한편은 균열이고 다른 한편은 V-노치인 비대칭노치시편(unequally notched specimen)이다. 인장하중을 받는 비대칭노치시편에 대한 유동선장해석(slip line field analysis)⁽¹²⁾은 노치각도(ϕ)의 변화가 균열선단 삼축응력의 변화를 유발시킨다는 것을 언급하였다 그러나 그러한 시편에 대한 인장시험은 평면변형률의 시험 조건을 만족시켜야 하므로 매우 큰 인장하중이 필요하다. 반면에 순수 굽힘 하중 혹은 인장과 굽힘이 동시에 작용하는 하중 조건에서의 비대칭노치시편 시험은 더욱 현실적이다. 따라서 순수 굽힘 혹은 인장과 굽힘이 동시에 작용하는 하중 조건에서의 비대칭노치시편에 대한 완전소성

† 책임저자, 회원, 고려대학교 기계공학과
E-mail : kimy0308@korea.ac.kr
TEL : (02)3290-3372 FAX : (02)926-9290

* 회원, 고려대학교 대학원 기계공학과

** 회원, 고려대학교 기계공학과

해석은 유용하다. 완전소성 조건에서 비경화소성 (non-hardening plasticity)에 입각한 유동선장해석은 변형과 균열선단 응력 등의 파괴역학 매개변수들에 대한 유용한 정보를 제공하게 된다.⁽¹²⁻¹⁴⁾ 하지만 비경화 평면변형률에 대한 정확한 유동선장을 구하는 것은 매우 어려운 일이며, 다음과 같은 조건들을 만족해야 한다. (i) 변형영역에서의 평형과 항복조건을 만족하기 위한 Hencky 방정식, (ii) 비압축성을 만족하기 위한 Geiringer 방정식, (iii) 강체 영역에서의 평형과 항복조건 등을 만족해야 한다. 따라서 유동선장은 제한된 기하학적 형상이나 하중조건 등에 대해서만 알려져 있는 실정이다. 예를 들어 인장하중을 받는 비대칭노치시편⁽¹²⁾과 굽힘하중을 받는 제한된 조건($\phi=0, \phi=\pi/2$)의 비대칭노치시편에 대한 유동선장의 해는 존재한다.^(12,13) 하지만 임의의 노치각도 ϕ 에 대한 굽힘하중의 유동선장 해는 아직까지 존재하지 않는다.

본 연구에서는 순수굽힘 하중을 받는 비대칭노치시편에 대한 유동선장의 해를 제시하고, 제시된 해로부터 비대칭노치시편의 한계모멘트와 균열선단 응력을 노치각도 ϕ 에 대한 함수로 제시하고자 한다. 또한 제시한 유동선장 해석의 타당성을 검증하기 위해 비경화소성에 입각한 유한요소해석의 결과와 비교할 것이다. 2 장에서는 인장하중을 받는 비대칭노치시편의 유동선장에 대한 검토와 굽힘하중에 대한 두가지 유동선장을 제시할 것이다. 3 장에서는 제시된 유동선장 해석의 결과를 유한요소해석의 결과와 비교하여 검증할 것이고, 4 장에서는 본 연구의 결과를 비표준파괴인성 실험과 연관지어 설명할 것이다. 마지막으로 5 장에서는 본 연구의 결론에 대해 언급할 것이다.

2. 유동선장 해석

본 연구에서 고려하는 평면변형률 조건의 비대칭노치시편의 형상은 Fig. 1과 같다. 비대칭노치시편은 그림에서와 같이 시편 한 편에는 균열이 존재하고 다른 한 편에서는 V-노치가 존재하는 시편이다. V-노치의 총 노치각도는 2ϕ 이며, ϕ 는 0에서 $\pi/2$ 까지 변하게 된다. 여기서 $\phi=0$ 은 DE (double edge cracked) 시편과 같은 형상이며, $\phi=\pi/2$ 는 SE (single edge cracked) 시편과 같은 형상이다. 재료의 전단강도 k 는 항복강도 σ_0 와 연관되어 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$k = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \tag{1}$$

다음은 유동선장이론에 대한 간략한 내용이다. 더 자세한 사항은 Hill⁽¹⁵⁾과 Kachanov⁽¹⁶⁾의 참고문헌을 참조하면 된다. 평면변형률 조건하에서 주응력 성분들은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_1 = \sigma_m + k; \sigma_2 = \sigma_m - k; \sigma_3 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = \sigma_m \tag{2}$$

여기서 σ_m 은 정수압응력(hydrostatic stress)을 나타내는 것으로 다음과 같이 정의되어진다.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \tag{3}$$

식 (2)는 임의의 점에서의 응력상태가 정수압응력과 전단강도에 대한 항으로 나타내어질 수 있음을 의미하는 것이다. 임의의 점에서의 최대전단응력 방향을 나타내는 직교하는 두 선 α -line과 β -line을 정의하고, Fig. 2에서와 같이 x_1 축에서 α -line까지 반시계방향으로 측정된 각도 ξ 를 정의함으로써 평면변형률 상태의 응력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_{11} = \sigma_m + k \sin 2\xi; \sigma_{22} = \sigma_m - k \sin 2\xi \tag{4}$$

$$\sigma_{12} = k \cos 2\xi$$

또한 평형조건으로부터 다음과 같은 Hencky 방정식이 유도될 수 있다.

$$\sigma_m - 2k\xi = \text{constant along the } \alpha\text{-line} \tag{5}$$

$$\sigma_m + 2k\xi = \text{constant along the } \beta\text{-line}$$

α -line과 β -line에서의 전단응력은 전단강도(k)와 같으며, 수직응력은 정수압응력(σ_m)과 같다.

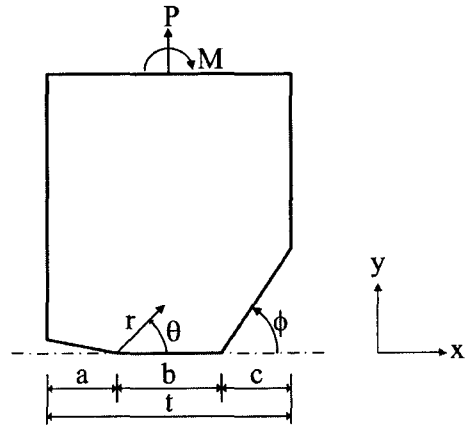


Fig. 1 Plane strain unequally notched specimen in tension P and in bending M , with the half-back angle

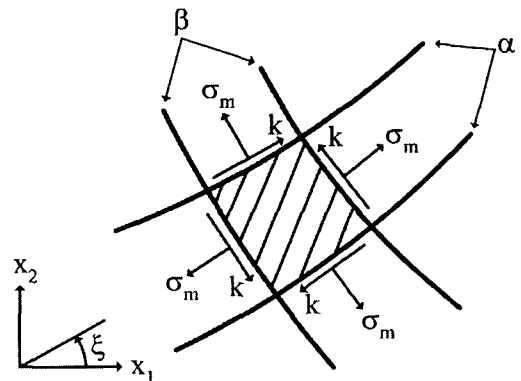


Fig. 2 Stresses on a small curvilinear element bounded by pairs of α - and β -slip lines

2.1 인장하중에 대한 유동선장

인장하중이 작용하는 비대칭노치시편에 대한 유동선장⁽¹²⁾은 Fig. 3(a)와 같은 것으로 알려져 있다. 인장하중에 대한 유동선장은 응력이 일정한 두 영역(ΔABC , ΔCDE)과 부채꼴 형태의 변형 영역(deforming fan, BCD)으로 이루어져 있다. 여기서 선 AB, DE와 호 BD는 β line에 해당한다. 앞에서 설명한 바와 같이 유동선장에서의 수직응력과 전단응력은 각각 정수압응력 σ_m 와 전단강도 k 와 같다. 또한 traction free의 경계조건을 적용하는 것으로써 DE 선에서의 응력은 $\sigma=k$ 와 같아진다. 그리고 호 DE에서의 수직응력 σ 는 Hencky 방정식에 의해 다음과 같이 나타내어진다.

$$\sigma(\xi) = k(1+2\xi) \quad (6)$$

여기서 ξ 는 반시계방향으로 측정되는 각도이다. (Fig. 3(a) 참조) 그리고 AB 선에서의 수직응력은 $\sigma=k(1+\pi-2\phi)$ 의 일정한 값을 갖는다. 힘의 평형관계로부터 시편의 최대하중인 한계 인장하중은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{P_L}{2kb} = 1 + \frac{\pi}{2} - \phi \quad (7)$$

유동선장에서의 균열선단(Fig. 3(a)의 A 점) 수직응력(normal stress, $(\sigma)_{\theta=\theta_0, (\xi=\pi/4)}$) 다음과 같다.

$$(\sigma)_{\theta=\pi/4} = 2k \left[\frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} - \phi \right] = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_o \left[\frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} - \phi \right] \quad (8)$$

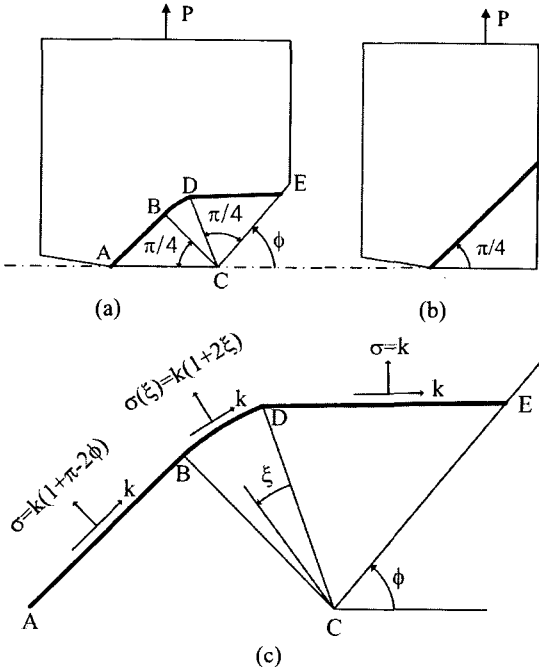
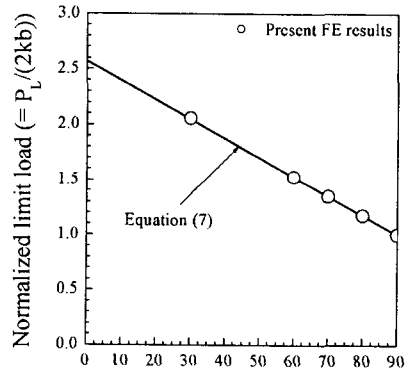


Fig. 3 Slip line fields for (a) the unequally notched specimen in tension and (b) for the limiting case of $\phi=\pi/2$, and (c) normal and shear stresses acting on slip lines

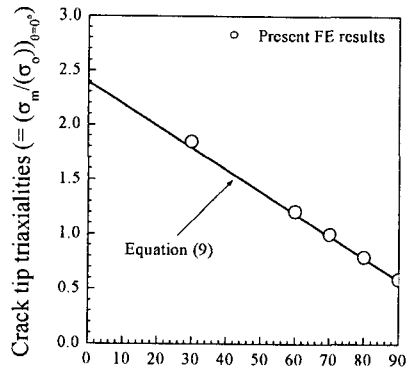
또한 응력이 일정한 영역(constant stress sector)에 서는 균열선단응력이 일정하므로 $(\sigma)_{\theta=\pi/4} = (\sigma)_{\theta=0}$ 의 관계가 성립하므로, 균열선단에서의 삼축응력은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_o} \right)_{\theta=0} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\frac{1}{2} + \frac{\pi}{2} - \phi \right] \quad (9)$$

노치각도 ϕ 에 대한 무차원화한 한계하중과 균열선단의 삼축응력 분포는 Fig. 4와 같다. 식 (7), (9)에서 $\phi=0$ 인 경우는 잘알려진 Prandtl 장⁽¹²⁾과 일치하는 $P_L/2kb=2.57$, $(\sigma_m/\sigma_o)_{\theta=0}=2.39$ 의 값을 나타내었다. 또한 $\phi=\pi/2$ 인 경우는 SE(T)에 해당하는 것으로 $P_L/2kb=1.0$, $(\sigma_m/\sigma_o)_{\theta=0}=0.58$ 의 정확한 값을 나타내었다.



(a)



(b)

Fig. 4 Comparison of the slip line field solutions with the results from FE limit analysis for the unequally notched specimen in tension: (a) Normalized limit load, $P_L/(2kb)$, and (b) the crack tip stress triaxiality, $(\sigma_m/\sigma_o)_{\theta=0}$, as a function of the half back angle

2.2 굽힘하중에 대한 유동선장(노치각도가 작은 경우, Field 1)

인장하중을 받는 비대칭노치시편에 대한 유동선장으로부터 굽힘하중을 받는 시편에 대해 가능한 유동선장을 Fig. 5(a)와 같이 고려할 수 있다. 여기서 호 AB 와 직선 BC, CD 는 β-line 이고, 호 BD 와 직선 DE 는 α-line 에 해당한다. 이러한 유동선장에는 Fig. 5(c)와 같이 다섯 개의 미지수(R, α, β, ψ, d)가 존재하게 되며, 기하학적 형상으로부터 다음과 같은 관계식을 유도할 수 있다.

$$\psi = \frac{3}{4}\pi - \phi - \beta \tag{10}$$

$$R(\sin \alpha + \sin \beta) + d \cos \beta = b \tag{11}$$

$$R(\cos \beta - \cos \alpha) = d \sin \beta \tag{12}$$

또한 힘의 평형 관계로부터 두 개의 미지수는 결정될 수 있다. Hencky 의 평형방정식으로부터 B 점에서의 수직응력(σ_B)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma_B = -2k \left(\psi + \frac{1}{2} \right) \tag{13}$$

또한 Hencky 의 평형방정식으로부터 호 AB 에서의 수직응력은 다음과 같이 유도될 수 있다.

$$\sigma(\xi) = 2k \left(\xi + \beta - \psi - \frac{1}{2} \right) \tag{14}$$

여기서 ξ는 Fig. 5(c)에 나타내었다. 수평방향(x 방향)의 힘의 평형관계식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$0 = \sum F_x = \int_{-\beta}^{\alpha} [-\sigma(\xi) \sin \xi + k \cos \xi] R d\xi + (k \cos \beta + \sigma_B \sin \beta) d \tag{15}$$

식 (10)~(14)를 이용하여 정리하면 식 (15)는 다음과 같이 α와 β에 관한 식이 된다.

$$2 \sin \beta [-(\sin \alpha + \sin \beta) + \beta(\cos \alpha - \cos \beta) + (\alpha \cos \alpha + \beta \cos \beta)] + 1 - \cos(\alpha + \beta) = 0 \tag{16}$$

수직방향(y 방향)에서의 힘의 평형관계식은 다음과 같다.

$$0 = \sum F_y = \int_{-\beta}^{\alpha} [\sigma(\theta) \cos \theta + k \sin \theta] R d\theta + (-k \sin \beta + \sigma_B \cos \beta) d \tag{17}$$

식 (10)~(14)을 이용하여 정리하면 식 (17)는 다음과 같이 α와 β에 관한 식이 된다.

$$\sin \beta [(\cos \alpha - \cos \beta) + \beta(\sin \alpha + \sin \beta) + (\alpha \sin \alpha - \beta \sin \beta)] + \left(\phi + \beta - \frac{1}{2} - \frac{3}{4}\pi \right) [1 - \cos(\alpha + \beta)] = 0 \tag{18}$$

임의의 노치각도 φ에 대하여 두 개의 미지수 α와 β는 식 (16)과 식 (18)를 사용하여 구해질 수 있으며, 나머지 미지수들은 식 (10)~(12)를 사용하여 구해질 수 있다. 또한 0 ≤ φ ≤ π/6의 경우에는 Fig. 5(b)의 유동선장은 일정하므로(12) 이 구간에서의 미지수들의 값은 α=66.8°, R/b=0.54 와 같이 일정

하다. 이러한 방법에 의해 구해진 R/b, α, β의 값은 Fig. 6의 실선과 같다.

기하학적 조건으로부터 균열선단의 유동각도 (slip angle) θ_s는 다음과 같음을 알 수 있다.

$$\theta_s = \alpha \tag{19}$$

θ = θ_s 일 경우에 대한 균열선단의 삼축응력 (σ_m/σ_o)_θ은 다음과 같다.

$$\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_o} \right)_{\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left[\left(\phi - \frac{1}{2} - \frac{3}{4}\pi \right) + \alpha + 2\beta \right] \text{ at } \theta = \theta_s \tag{20}$$

또한 모멘트의 평형에 관한 관계식으로부터 한 계모멘트는 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$\frac{M}{0.5kb^2} = 2 \left(\frac{R}{b} \right)^2 (\alpha + \beta) + 2 \left(\frac{R}{b} \right) \left(\frac{d}{b} \right) - 2 \left(\phi + \beta - \frac{1}{2} - \frac{3}{4}\pi \right) \left(\frac{d}{b} \right)^2 \tag{21}$$

식 (21)의 한계모멘트와 식 (20)의 정수압응력의 결과는 각각 Fig. 6(a)와 Fig. 6(b)의 실선과 같다. 그림에서 0 ≤ φ ≤ π/6(=30°) 범위의 값은 존재하는 유동선장의 결과와 일치한다. 하지만 φ=π/2(=90°)인 경우에 대한 값은 Fig. 8(a)와 같이 Green 과 Hundy⁽¹³⁾가 제안한 유동선장의 결과(α≈2π/5, β≈π/4 and R/b=0.389)와 일치하지 않는다. 따라서 φ의 값이 90°에 근접한 큰 값을 갖는 경우에 대한 새로운 유동선장이 필요하다.

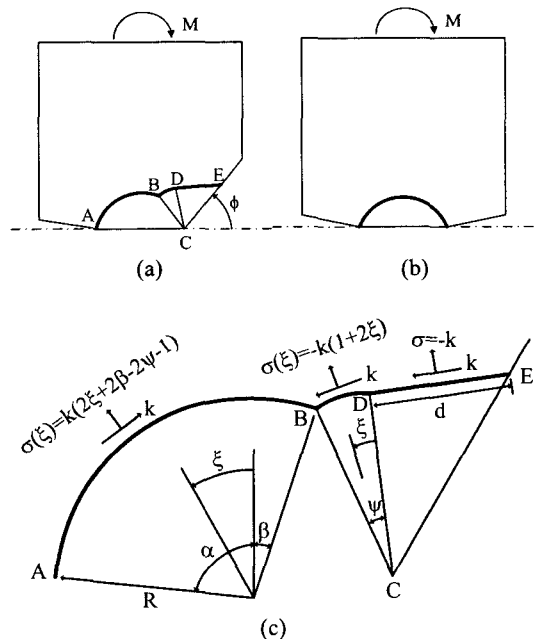
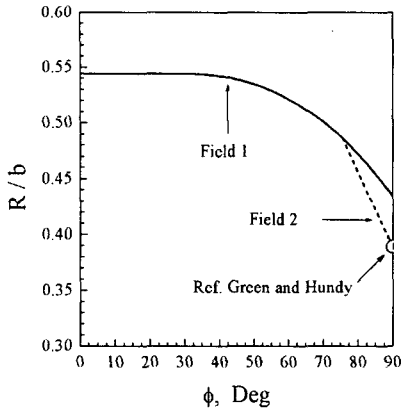
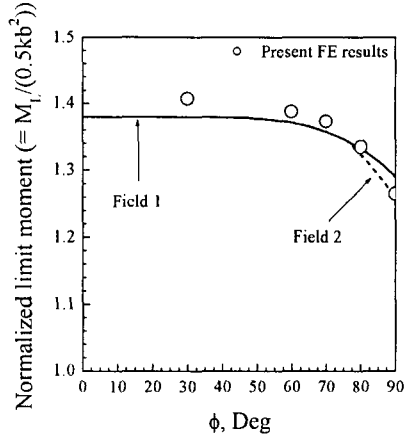


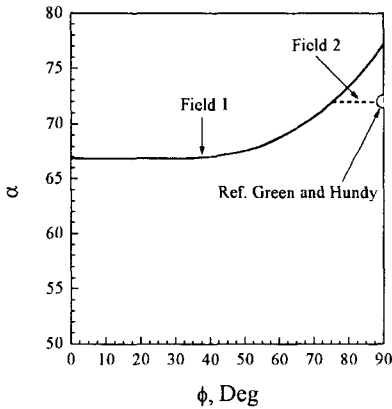
Fig. 5 Slip line fields for (a) unequally notched specimen under bending with small half back angle (denoted as the Field 1), (b) the limiting case of φ ≤ 30°, and (c) normal and shear stresses acting on slip lines



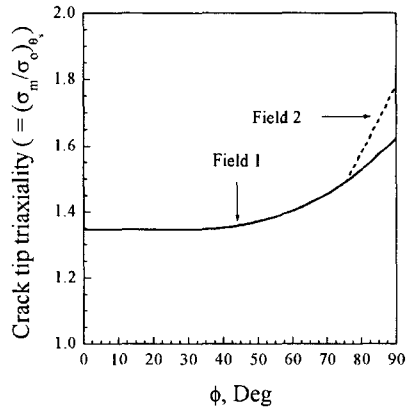
(a)



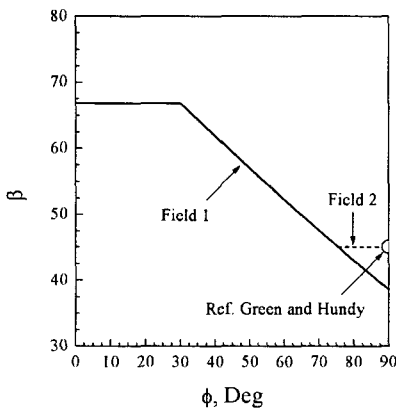
(a)



(b)



(b)



(c)

Fig. 6 Comparison of the slip line field solutions with the results from FE limit analysis for the unequally notched specimen in bending: (a) R/b , (b) α and (c) β as a function of the half back angle ϕ

Fig. 7 (a) The normalized limit moment, $M_L/(0.5kb^2)$, and (b) the stress triaxiality at the crack tip on the slip line, $(\sigma_m/\sigma_0)_{\theta_s}$, as a function of the half back angle ϕ for the unequally notched specimen in bending

2.3 굽힘하중에 대한 유동선장(노치각도가 큰 경우, Field 2)

Fig. 8(b)는 ϕ 가 90° 에 근접한 큰 값을 갖는 경우에 대해 제안된 유동선장을 나타낸 것이다. 여기서는 Fig. 8(c)와 같이 4 가지의 미지수(R, α, d_1, d_2)가 결정되어야 한다. 전 절과 유사하게 기하학적 조건으로부터 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$R \left(\sin \alpha + \sin \frac{\pi}{4} \right) + \frac{1}{\sqrt{2}} (d_1 + d_2) = b \quad (22)$$

$$R \left(\cos \frac{\pi}{4} - \cos \alpha \right) - \frac{1}{\sqrt{2}} (d_1 - d_2) = 0 \quad (23)$$

또한 Hencky의 평형방정식과 수평방향 힘의 평형조건으로부터 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$\tan \alpha = \frac{\pi}{2} + 2\alpha - 1 \quad (24)$$

식 (24)로부터 $\alpha \approx 2\pi/5 (=72^\circ)$ 의 일정한 값을 갖을 수 있다. 이러한 값은 $\phi = \pi/2 (=90^\circ)$ 인 경우에 대해 Green 과 Hundy⁽¹³⁾가 제안한 값과 일치하는 것이다. 또한 수직방향 힘의 평형관계로부터 다음과 같은 식이 유도될 수 있다.

$$\left(\frac{R}{b}\right) \left[\left(\frac{\pi}{2} + 2\alpha + 1\right) \sin \alpha + \cos \alpha \right] + 2\phi - 2 - \pi = 0 \quad (25)$$

식 (24)의 관계를 식 (25)에 적용함으로써 ϕ 에 대한 함수로 R/b 의 값을 얻을 수 있다. R/b , α , β 값에 대한 분포는 Fig. 6의 점선과 같다.

기하학적 형상으로부터 균열선단의 유동각도 θ_s 는 다음과 같음을 알 수 있다.

$$\theta_s = \alpha \approx \frac{2\pi}{5} (=72^\circ) \quad (26)$$

균열선단의 유동선장에서의 삼축응력 $(\sigma_m/\sigma_o)_{\theta_s}$ 은 다음과 같다.

$$\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_o}\right) = \frac{2}{\sqrt{3}} \left[-\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4} + \phi + \alpha \right] \text{ at } \theta = \theta_s \quad (27)$$

식 (27)의 결과는 Fig. 7(a)의 점선과 같다. 또한 모멘트의 평형관계로부터 한계모멘트는 다음과 같이 구해줄 수 있다.

$$\frac{M}{0.5kb^2} = 2 \left(\frac{R}{b}\right)^2 \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) + 2 \frac{d_1}{b} \left(\frac{R}{b} + \frac{d_2}{b} \right) - (2\phi - 1 - \pi) \left[\left(\frac{d_1}{b}\right)^2 + 2 \frac{R}{b} \cdot \frac{d_2}{b} + \left(\frac{d_2}{b}\right)^2 \right] \quad (28)$$

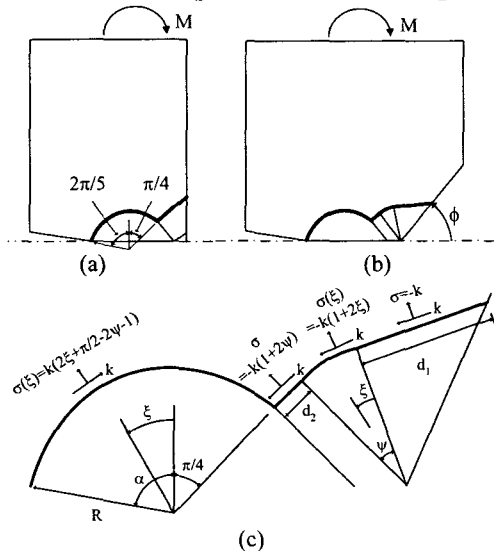


Fig. 8 Slip line fields for (a) single-edge-cracked specimen in bending (Green and Hundy field), (b) unequally notched specimen under bending with large half back angle (denoted as the Field 2 shown in Fig. 5) and (c) normal and shear stresses acting on slip lines

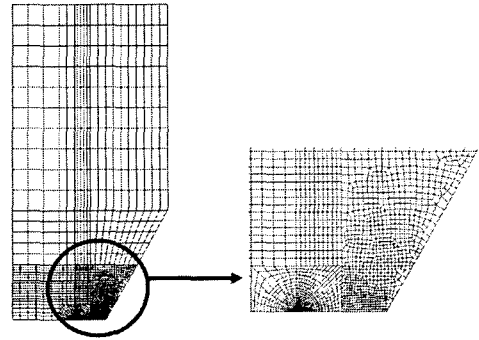


Fig. 9 A FE mesh for unequally notched specimen with $\phi=60^\circ$, employed in the present work

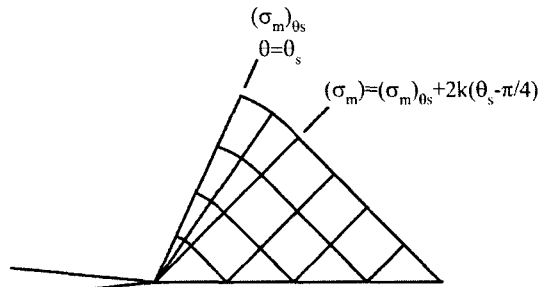


Fig. 10 Partial Prandtl field to evaluate the crack tip stress triaxiality

식 (28)에 의한 한계모멘트의 결과는 Fig. 7(b)의 점선과 같다. Fig. 6와 7에서와 같이 $\phi = \pi/2 (=90^\circ)$ 인 경우에 대한 값들은 존재하는 유동선장의 결과와 일치하는 것이다.

3. 유한요소해석

3.1 유한요소한계해석

비대칭노치시편에 대해 제안된 유동선장을 검증하기 위해 유동선장 해석의 결과와 소변형(small geometry change) 유한요소한계해석의 결과를 비교하였다. 탄성-완전소성의 재료를 가정하였으며, 비경화 J_2 유동이론(J_2 flow theory)이 적용되었다. 유한요소해석은 ABAQUS 6.4를 사용하였으며, 해석에 적용된 요소는 비압축성의 문제를 고려하여 8절점 평면변형률 요소인 CPE8R⁽¹⁷⁾를 사용하였다. Fig. 9는 해석에 적용된 전형적인 유한요소모델의 형상을 나타낸 것이다. 유한요소모델은 대칭조건을 고려해 1/2만을 해석에 적용하였으며, 그림에서와 같이 균열선단에서는 매우 조밀한 요소를 사용하였다. 모델에 인장하중과 굽힘하중을 가하기 위해 해석 모델의 상단 끝 모서리 절점들에 강제변위를 가하였으며, 시편이 충분한 한계하중 상태에 도달하도록 하였다. 본 연구에서 적용된 시편의 형상은 $a/t=c/t=0.4$, $b/t=0.2$ 이며, 5가지의 다른 노치각도 $\phi=30^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ, 90^\circ$ 를 고려하였다. (Fig. 1 참조) 시편의 한계하중은 유한요소해석의

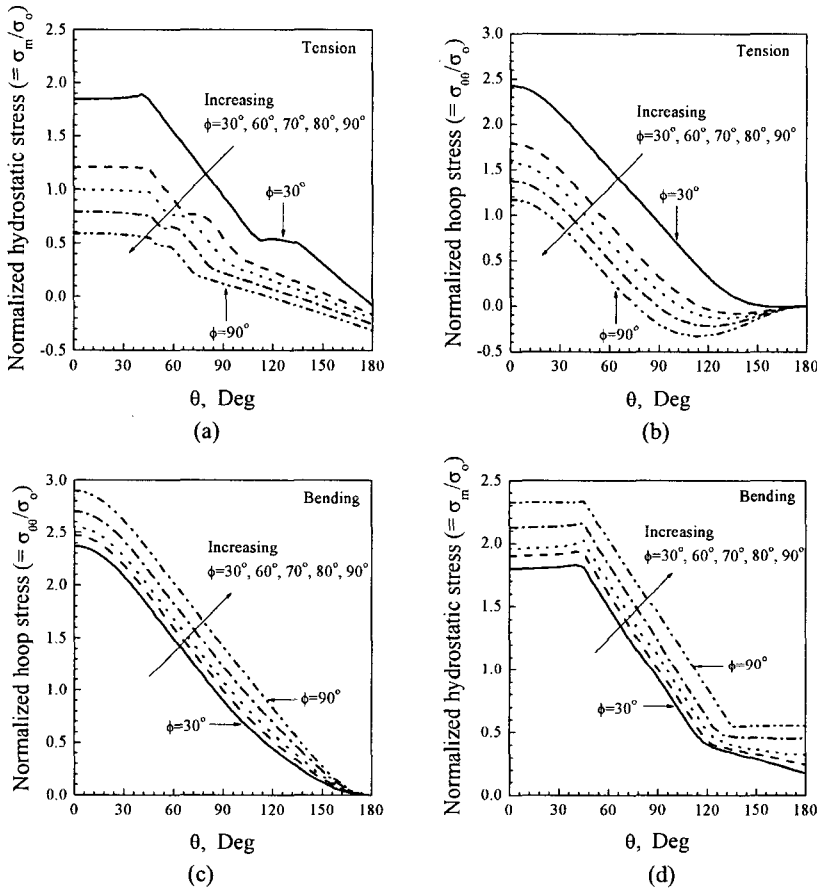


Fig. 11 Angular variations of hydrostatic and normalized hoop stresses, (σ_m/σ_o) and $(\sigma_{\theta\theta}/\sigma_o)$, for unequally notched specimens: (a) and (b) for tension, and (c) and (d) for bending

결과로부터 직접적으로 얻을 수 있었다. 한계하중 상태에서의 균열선단의 응력분포는 점근적으로 일정하므로 균열선단에 매우 근접한 위치에서의 응력 분포는 일정하다. 따라서 유한요소해석의 결과로부터 균열선단의 응력분포도 쉽게 구할 수 있다.

3.2 유한요소해석과의 비교

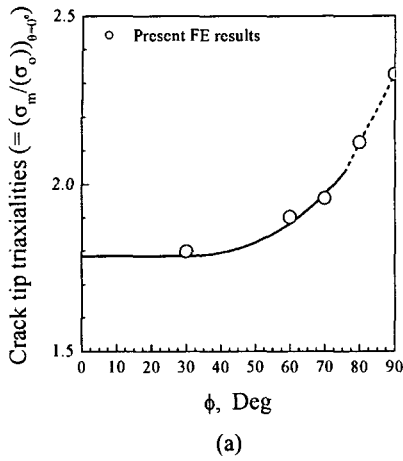
Fig. 4(a)는 인장하중을 받는 비대칭노치시편에 대한 유동선장과 유한요소해석에 의한 한계하중의 결과를 비교하여 나타낸 것이다. 그림에서와 같이 유한요소해석과 유동선장해석의 결과는 대략 1% 이내에서 일치함을 알 수 있다. 또한 균열선단의 삼축응력에 대한 결과도 Fig. 4(b)와 같이 대략 2% 이내에서 매우 잘 일치함을 알 수 있다. 인장하중을 받는 비대칭노치시편에 대해 알려져 있는 유동선장의 결과와 본 연구의 유한요소해석의 결과가 잘 일치한다는 것으로부터 본 연구의 타당성을 검증할 수 있었다.

Fig. 7(a)는 굽힘하중을 받는 비대칭노치시편에

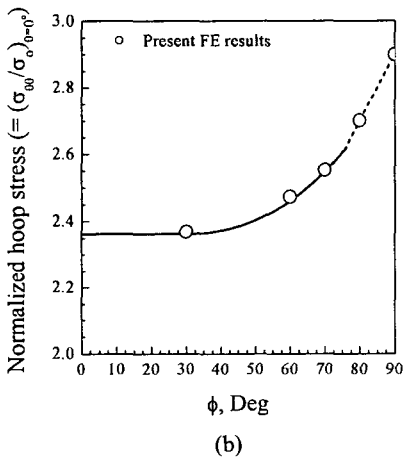
대한 유동선장과 유한요소해석에 의한 한계모멘트의 결과를 나타낸 것으로 인장하중의 경우와 유사하게 제안된 유동선장에 의한 결과는 유한요소해석의 결과와 대략 2%($\phi=30^\circ$) 이내에서 잘 일치함을 알 수 있다. 유동선장 해석으로부터 소성변형이 집중되는 유동각도 θ_s 와 유동각도에서의 정수 압응력(σ_m at $\theta=\theta_s$) 등을 구할 수 있다. 하지만 파괴적 관점에서 $\theta=\theta_s$ 보다는 $\theta=0$ 에서의 정수압응력이 더 중요하다. Green 등⁽¹³⁾과 Ewing⁽¹⁴⁾은 Hencky 방정식을 사용하여 Fig. 10 과 같이 균열 유동각도 θ_s 의 응력으로부터 $\theta=0$ 에서의 응력을 유추할 수 있음을 보였다. 또한 최근에 Lee 등⁽¹⁸⁾도 위와 같은 가정을 적용한 해석을 수행한 바 있다. 다음은 $\theta=0$ 에서의 균열선단 응력에 관한 요약이다.

$$\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_o}\right)_{\theta=0} = \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_o}\right)_{\theta=\theta_s} + \frac{2}{\sqrt{3}}\left(\theta_s - \frac{1}{4}\pi\right) \quad (29)$$

$$\left(\frac{\sigma_{\theta\theta}}{\sigma_o}\right)_{\theta=0} = \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_o}\right)_{\theta=0} + \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (30)$$



(a)



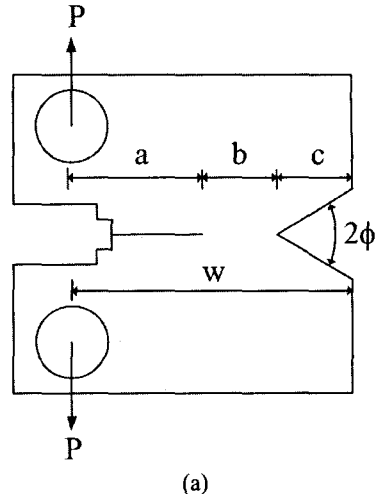
(b)

Fig. 12 (a) Stress triaxiality ahead of the crack tip, $(\sigma_m/\sigma_0)_{\theta=0}$, and (b) normalized hoop stress, $(\sigma_{\theta\theta}/\sigma_0)_{\theta=0}$, of unequally notched specimens under bending

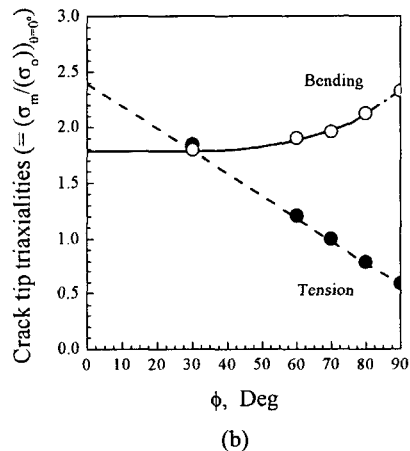
Fig. 11 은 인장과 굽힘하중에 대한 균열선단에서의 응력분포를 노치각도(ϕ)에 대하여 나타낸 것이며, 식 (29)과 (30)의 가정이 잘 적용되어지고 있음을 확인할 수 있다. 그리고 Fig. 12 는 $(\sigma_m/\sigma_0)_{\theta=0}$ 과 $(\sigma_{\theta\theta}/\sigma_0)_{\theta=0}$ 에 대한 결과를 비교하여 나타낸 것으로 유동선장과 유한요소해석의 결과가 매우 잘 일치함을 알 수 있다.

4. 토론

균열이 있는 요소에 대한 J-적분과 같은 파괴역학적 해석은 일반적으로 균열진전력(crack driving force)과 재료저항성(material resistance)를 비교하는 것에 의해 수행된다. 이러한 해석에는 일반적으로 균열의 깊이가 깊은 시편이 사용되며, 높은 균열



(a)



(b)

Fig. 13 (a) Suggested compact tension specimen with varying crack tip constraint and (b) comparison of the stress triaxiality for unequally notched specimen in tension with that in bending

선단구속 효과로 인해 매우 보수적인 측정이 이루어진다. 균열이 있는 구조물의 파괴인성을 정확히 측정하고 보수성을 배제하기 위해서는 시편의 구속효과를 낮추어야 한다.⁽¹⁹⁾ 이러한 관점에서 최근에는 비표준파괴인성시편에 대한 관심이 증가하고 있다. 비대칭노치시편의 완전소성해석에 대한 본 연구는 또 하나의 비표준파괴인성시편 개발에 의미를 부여한다.

비표준파괴인성시편으로 적용하기 위한 한가지 가능성은 비대칭노치시편을 4 점 굽힘에 적용하는 것이다. 노치각도를 $\pi/2(=90^\circ)$ 에서 $\pi/6(=30^\circ)$ 으로 변화시키는 것에 의해 균열선단의 삼축응력은 약 23%($\sigma_m/\sigma_0=2.33$ to 1.79) 감소한다. 이러한 감소가 충분하지 않을지라도 V-노치를 제작하는 것이 상대적으로 매우 쉽다는 점에서 이러한 시편은 여전히 유용하다. 더 흥미로운 시편의 형상은 Fig. 13

(a)와 같이 파괴인성을 측정하기 위해 흔히 사용되는 C(T) 시편의 한 편에 V-노치를 제작하는 것이다. C(T) 시편에는 인장과 굽힘 하중을 동시에 받는다는 사실에 주목해야 한다. Fig. 13(b)는 Fig. 4(b)의 인장하중과 Fig. 12(a)의 굽힘하중에 대한 노치각도에 따른 삼축응력의 분포를 같이 비교하여 나타낸 것으로, 실선과 점선은 유동선장해석의 결과를 나타낸 것이고, 심볼은 유한요소해석의 결과를 나타낸 것이다. Fig. 13(b)로부터 인장하중을 받는 경우에는 노치각도가 증가함에 따라 균열선단의 삼축응력 값이 감소하지만, 굽힘하중을 받는 경우에는 노치각도의 증가에 따라 삼축응력의 값이 증가하는 매우 다른 경향을 보임을 알 수 있다. 따라서 노치각도를 변화시킴으로 다양한 균열선단의 삼축응력 값을 얻을 수 있다. 또한 C(T) 시편에 작용하는 굽힘과 인장하중의 비는 노치의 상대적인 깊이와 노치각도에 의해 다음과 같이 달라질 수 있다.

$$\frac{M}{N} = \frac{1}{2} w \left(1 + \frac{a}{w} - \frac{c}{w} \right) \quad (30)$$

여기서 a , c , w 는 각각 균열깊이, 노치깊이, 시편 폭을 나타내는 것이다. 따라서 a/w 와 c/w 의 값을 변경하는 것에 의해 굽힘과 인장하중의 비는 조정되어질 수 있다. 이렇게 보완된 C(T) 시편에 대한 검증을 하기 위해서는 인장하중과 굽힘하중이 동시에 작용하는 경우에 대한 추가적인 고찰이 필요할 것으로 생각된다.

5. 결론

본 연구에서는 굽힘하중이 작용하는 비대칭노치시편에 대해 노치각도에 따라 두 가지의 유동선장을 제안하였으며, 제안된 유동선장으로부터 한계하중과 노치선단응력을 노치각도의 함수로 나타내었다. 노치각도가 30° 미만의 경우와 90° 인 경우는 잘 알려져 있는 유동선장의 결과와 잘 일치하였다. 본 연구에서 제안된 유동선장으로부터 노치각도가 증가함에 따라 한계모멘트는 감소하고 균열선단의 삼축응력은 증가함을 알 수 있었다. 또한 제안된 유동선장의 검증을 위해 유한요소해석의 결과와 비교를 하였으며, 모든 경우에 대략 2% 이내에서 잘 일치하였다. 비대칭노치시편의 흥미로운 점은 노치각도에 따른 삼축응력의 분포 경향이 인장하중을 받는 경우와 굽힘하중을 받는 경우가 매우 다르다는 것이다. 이러한 차이점은 재료의 파괴인성에 대한 구속효과를 고찰하기에 매우 유용할 것으로 생각된다. 이러한 관점에서 본 연구에서는 비대칭노치형상의 새로운 파괴인성 시편의 가능성을 제안하였다.

후 기

이 논문은 과학기술부 지원으로 수행하는 원자력연구개발사업(원자력기초공동연구소)의 일환으로 수행되었습니다. 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- (1) O'Dowd, N. P. and Shih, C. F., 1991, "A Family of Crack Tip Fields Characterised by a Triaxiality Parameter," *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 39, pp. 989-1015.
- (2) Hancock, J. W., Reuter, W. G. and Parks, D. M., 1993, "Constraint and Toughness Parameterised by T," Constraint Effect in Fracture, ASTM STP 1171, Hackett E M, Schwalbe K-H, and Dodds R-H (editors), *American Society for Testing and Materials*, Philadelphia, pp. 21-40.
- (3) Joyce, J A., Hackett, E. M. and Roe, C., 1993, "Effects of Crack Depth and Mode of Loading on the J-R Curve Behaviour of a High-Strength Steel," Constraint Effect in Fracture, ASTM STP 1171, Hackett E M, Schwalbe K-H, and Dodds R-H (editors), *American Society for Testing and Materials*, Philadelphia, pp. 239-263.
- (4) Roos, E., Eisele, U. and Silcher, H., 1993, "Effect of Stress State on the Ductile Fracture Behaviour of Large-Scale Specimens," Constraint Effect in Fracture, ASTM STP 1171, Hackett E M, Schwalbe K-H, and Dodds R-H (editors), *American Society for Testing and Materials*, Philadelphia, pp. 41-63.
- (5) Kirk, M. T. and Dodds, R-H Jr., 1993, "J and CTOD Estimation Equations for Shallow Cracks in Single Edge Notch Bend Specimens," *Journal of Testing and Evaluation*, Vol. 21, pp. 228-238.
- (6) Schwalbe, K-H, Neale, B K. and Heerens, J., 1994, "The GKSS Testing Procedure for Determining the Fracture Behaviour of Materials: EFAM GTP 94," GKSS Report GKSS/94/E/60. GKSS Forschungszentrum, Geesthacht, Germany
- (7) Kim, Y. J. and Budden, P. J., 2001, "Plastic Factors of Homogeneous and Bi-Material SE(T) Specimens for Toughness and Creep Crack Growth Testing," *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, Vol. 24, pp. 751-760.
- (8) Kim, Y. J., 2002, "Experimental J Estimation Equations for Single Edge Cracked Bars in Four-Point Bend: Homogeneous and Bi-Material Specimens," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 69, pp. 793-811.
- (9) Kim, Y. J., Sohn, B. G. and Kim, Y. J., 2004, "Elastic-Plastic Finite Element Analysis for Double-Edge-Cracked Tension Plates," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 71, pp. 945-966.
- (10) Jin-Su Kim, Soo-Man Cho, Yun-Jae Kim and Young-Jin Kim, 2003, "Specimen Thickness and Crack Depth Effects on J Testing and Crack Tip Constraint for Non-Standard Specimen," *Trans. Of the KSME, A*,

- Vol. 27, No. 9, pp. 1531~1538.
- (11) ASTM Standard, E 1739-96, Standard Test Method for J Integral Characterisation of Fracture Toughness, Annual Book of ASTM Standards, Section 3, Vol. 03.01, pp. 957~980.
- (12) McClintock, F.A., 1971, Plasticity aspects of fracture, In H. Liebowitz (ed.), Fracture Vol. 3. Academic Press, New York, 1971, pp. 47~225.
- (13) Green, A.P. and Hundy B.B., "1956, Initial Plastic Yielding in Notched Bend Tests," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 4, pp. 128~144.
- (14) Ewing, D.G.F., 1968, "Calculations on the Bending of Rigid/Plastic Notched Bars," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 16, pp. 205~213.
- (15) Hill, R., 1956, The Mathematical Theory of Plasticity, Oxford University Press, Oxford.
- (16) Kachanov, L. M., 1971, *Foundation of the Theory of Plasticity*, North-Holland, Amsterdam.
- (17) ABAQUS User's Manual. version 6.3, Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc., Providence, RI, 2003.
- (18) Lee, H. and Parks, D.M., 1993, "Fully Plastic Analyses of Plane Strain Single Edge Cracked Specimens Subject to Combined Tension and Bending," *International Journal of Fracture*, Vol. 63, pp. 329~349.
- (19) Ainsworth, R. A., Sattari-Far, I., Sherry, A. H., Hooton, D G and Hadley, I., 2000, "Methods for Including Constraint Effects Within the SINTAP Procedures," *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 67, pp. 563~572.