

# 극직교 이방성 회전원판의 진동해석 및 임계속도, II : 해석결과

## Vibration Analysis and Critical Speeds of Rotating Polar Orthotropic Disks, Part II : Analysis Results

구 교 남†

Kyo-Nam Koo

(2005년 10월 25일 접수 ; 2006년 1월 23일 심사완료)

**Key Words** : Critical Speed(임계속도), Rotating Disk(회전 원판), Vibration(진동), CFRP, GFRP, CD

### ABSTRACT

This paper (Part II) provides the application results of the method presented in a companion paper (Part I) where the dynamic equation for rotating polar orthotropic disk is formulated and its solution method is considered. The natural frequencies and critical speed of polycarbonate CD are calculated to validate the present method and are shown to be very accurate. The critical speeds of typical GFRP and CFRP CD's are computed by aligning the fibers in radial and circumferential directions. The radially reinforced CFRP CD is shown to have the five times higher critical speed than that of the polycarbonate CD. The natural frequencies and critical speeds of disks with various elastic modulus ratios are obtained. The results show that the radially reinforced disk is more effective in increasing critical speed than the circumferentially reinforced disk.

### 1. 서 론

이 논문(II 편)에서는 자매논문(I 편)에서<sup>(1)</sup> 제시된 지배방정식 및 해법을 이용하여 복합재료 회전 원판의 진동해석을 수행하고 임계속도를 제시하였다.

디스크의 고유진동 모드에서  $m$ 을 절원(nodal circle)의 개수,  $n$ 을 절경(nodal diameter)의 개수라면 고유진동 모드를  $(m, n)$ 라고 부를 수 있다. 비회전 CD의 경우 6차 모드까지는 절원의 개수가 0이며 7차 이상의 모드에서 절원이 생기기 시작한다. 또한 회전 CD는 원심력에 의한 강성화 효과 때문에  $(0, 1)$  모드는 항상 안정하며  $(0, 2)$  모드에서 임계모드가 발생한다. 일반적으로 반경방향으로는 원심력에 의한

강성의 증가가 회전속도의 제곱에 비례하므로 반경보다 원주방향으로 강성을 보강하면 임계속도를 높일 수 있을 것으로 예측된다.

이 연구에서는 회전 원판의 임계속도를 증가시키기 위해 섬유강화 복합재료를 회전 원판에 적용하였다. Fig. 1과 같이 원판에서 복합재료의 섬유는 반경방향이나 원주방향으로 배열되어 극직교이방성(polar orthotropic)을 나타내게 된다.

먼저, I 편에서 제시된 방정식과 해법에 대한 타당성을 검증하기 위해 폴리카보네이트(polycarbonate) CD에 대해 고유진동수와 임계속도를 계산하였다. 다음으로, 산업용으로 가장 많이 사용되는 섬유강화 복합재료인 유리섬유강화 복합재료(glass fiber-reinforced plastic : GFRP)와 탄소섬유강화 복합재료(carbon fiber-reinforced plastic : CFRP)로 된 CD의 진동특성 및 임계속도를 계산하였다. 이 결과에 의하면 섬유강화 복합재료를 이용하면 CD의 임계속도를 최고 5배 이상 증가시킬 수 있음을 확인하였다.

† 책임저자; 정회원, 울산대학교 항공우주공학과  
E-mail : knkoo@mail.ulsan.ac.kr  
Tel : (052) 259-1261, Fax : (052) 259-1682

마지막으로 섬유방향과 섬유에 수직인 방향의 탄성계수 비  $E_{\theta}/E_r$ 을 변화시켜가며 무차원 고유진동수와 무차원 임계속도를 계산하였다. 이 결과는 탄성계수 비에 따른 일반적인 직교이방성 CD의 각 모드별 진동특성 뿐만 아니라 임계속도 및 임계모드를 제시해 준다.

## 2. PC, GFRP, CFRP CD의 동적 특성

회전 원판의 진동특성 및 임계속도를 계산하기 위해 다음과 같은 재원을 갖은 CD-ROM에 적용하였다.

$$b = 15 \text{ mm}, a = 60 \text{ mm}, h = 1.2 \text{ mm} \quad (1)$$

여기서  $b$ 는 고정 내경(fixed inner radius),  $a$ 는 외경,  $h$ 는 원판의 두께이다.

계산에 사용된 재료의 물성치는 Table 1에 제시되었다.  $E_1$ 은 섬유방향의 탄성계수,  $E_2$ 는 섬유에 수직인 방향의 탄성계수,  $G_{12}$ 는 전단계수,  $\nu_{12}$ 는 푸아송비(Poisson's ratio),  $\rho$ 는 밀도,  $X$ 는 섬유방향 강도이며,  $Y$ 는 섬유에 수직인 방향의 강도이다. Table 1

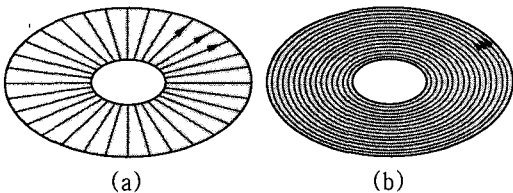


Fig. 1 (a) Radially-reinforced composite disk and (b) Circumferentially-reinforced composite disk

Table 1 Material properties

Properties	PC	GFRP	CFRP
$E_1$	2.2 GPa	38.6 GPa	181.0 GPa
$E_2$	2.2 GPa	8.27 GPa	10.3 GPa
$G_{12}$	0.846 GPa	4.14 GPa	7.17 GPa
$\nu_{12}$	0.30	0.26	0.28
$\rho$	1220 kg/m <sup>3</sup>	1800 kg/m <sup>3</sup>	1600 kg/m <sup>3</sup>
$X$	54.9 MPa	1062 MPa	1500 MPa
$Y$	54.9 MPa	31 MPa	40 MPa

에서 PC(polycarbonate)는 일반 CD의 기판재료이고 GFRP는 대표적인 유리섬유 복합재료인 E-glass/epoxy이며 CFRP는 고강도, 고강성 탄소섬유 복합재료인 T300/N5208이다.

앞서 언급한 바와 같이 정보저장용 CD를 직교이방성 복합재료로 만들었을 때에는 직교이방성 원판은 Fig. 1과 같이 반경방향으로 보강된(radially reinforced : RR) 판과 원주방향으로 보강된(circumferentially reinforced : CR) 판으로 고려할 수 있다. 각각의 경우에 물성치는 Table 1에 제시되어 있는 값을 다음과 같이 할당해야 한다.

RR disk

$$E_r = E_1, E_{\theta} = E_2, G_{r,\theta} = G_{12}, \nu_{r,\theta} = \nu_{12} \quad (2.1)$$

CR disk

$$E_r = E_2, E_{\theta} = E_1, G_{r,\theta} = G_{12}, \nu_{r,\theta} = \nu_{21} \quad (2.2)$$

### 2.1 PC CD

이론의 타당성을 검증하고 등방성 회전원판의 진동특성 및 임계속도를 조사하기 위해 일반 폴리카보네이트 CD에 대한 해석을 수행하였다. Table 2는 비회전 CD의 고유진동수를 나타낸다. 참고문헌 (2)의 결과와 매우 잘 일치하는 결과를 주고 있음을 확인할 수 있다.

회전속도(rpm)에 따른 CD의 고유진동수를 Fig. 2에 도시하였다. 가장 낮은 임계속도를 갖는 모드들을 차례로 표시하였으며  $f$ 는 전진파를  $b$ 는 후진파를 나타낸다. 모드 분리에 의한 후진파의 고유진동수가 영이 되는 임계속도는 약 7,060 rpm으로 (0,2) 모드에서

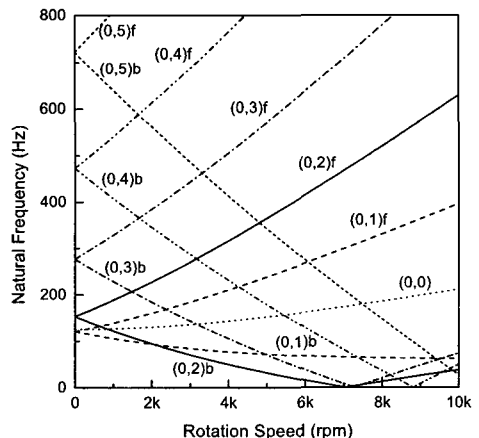


Fig. 2 Frequency-speed diagram for CD-ROM

나타나고 있다. Fig. 2에서 볼 수 있듯이 임계 모드가 될 가능성이 있는 모드는 절원의 개수가 영이 되는  $(0, n)$  모드이므로 원주방향으로 강성을 높인다면 임계속도가 증가할 수 있을 것임을 예상할 수 있다. 또한 반경방향으로의 강성을 증가시킨다면 비회전 원판의 고유진동수가 증가하므로 이도 임계속도를 증가시킬 것으로 예상되나 어느 것이 효과적인 것인가는 다음 절에서의 해석결과를 통해 살펴 볼 수 있다.

**2.2 GFRP CD**

Table 3과 Table 4는 각각 반경강화(RR) GFRP 원판과 원주강화(CR) 원판의 고유진동수를 보여준다. 두 경우를 비교하면 반경강화 GFRP 원판의 고유진

Table 2 Natural frequencies(Hz) of non-rotating CD-ROM

$m \backslash n$	0	1	2	3	4	5	
0	Present	125.9	121.0	153.2	277.2	472.5	722.3
	Ref. 2	125.9	120.9	153.1	277.1	472.6	723.1
1	Present	796.5	842.5	990.2	1254.6	1634.0	2110.0
	Ref. 2	796.1	842.0	988.9	1251.4	1627.9	2099.7
2	Present	2348.8	2404.0	2577.2	2884.3	3335.9	3927.5
	Ref. 2	2313.4	2369.2	2543.7	2851.5	3303.1	3894.9
3	Present	4680.9	4745.5	4946.4	5304.6	5852.4	6629.3
	Ref. 2	NA	NA	NA	NA	NA	NA
4	Present	20322.9	20350.4	20434.3	20578.0	20787.2	21070.5
	Ref. 2	NA	NA	NA	NA	NA	NA

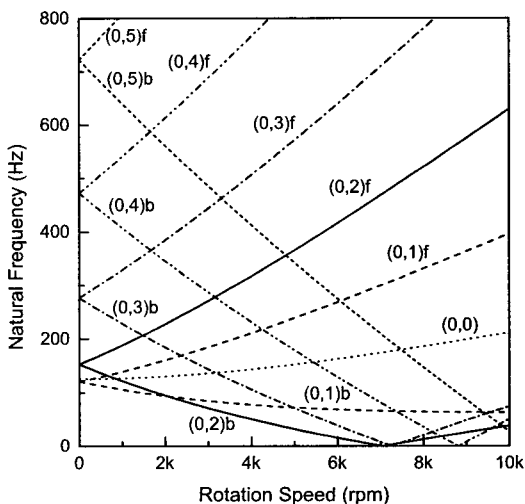


Fig. 2 Frequency-speed diagram for CD-ROM

동수가 높게 나타나고 있음을 확인할 수 있다. 반경 강화 및 원주강화 GFRP 원판 모두에서  $(0,1)$  모드와  $(0,0)$  모드와  $(0,0)$  모드와  $(0,0)$  모드보다 작게 평가되고 있다.

Fig. 3에 반경강화 GFRP 원판의 회전수에 따른 고유진동수 및 임계속도를 도시하였다. 회전수에 따라 전진파와 후진파의 진동수가 거의 비례관계로 변화하고 있음을 보여준다. 일반 폴리카보네이트 CD와는 달리 반경강화 GFRP 원판의 임계 모드는  $(0,3)$  모드가 되며 이때 임계속도는 약 12,529 rpm이 된다.

원주강화 GFRP 원판의 회전수에 따른 전진파와 후진파의 진동수의 변화가 Fig. 4에 제시되었다. 원주강화 GFRP 원판의 임계 모드는  $(0,2)$  모드에서 나타나고 있으며 회전수에 따른 진동수의 변화는 반경강화 GFRP 원판에 비해 비선형성이 강하게 나타나고 있다. 그 이유는 참고문헌 (3)에 제시된 것과 같이 회전에 의한 원주방향으로의 강성의 증가가 원주강화 원판에서 상대적으로 크게 발생하기 때문이다. 비록 비회전 원주강화 GFRP 원판의 고유진동수가 낮게 나타나고 있으나 임계속도는 약 18,462 rpm으로 대폭 증가하여 훨씬 높은 회전수에서 불안정성이 나타나고 있다. 이는 기존의 일반 CD에 비해 약 2.6배의 회전속도에서까지 안정되게 구동될 수 있음을 보여준다.

Table 3 Natural frequencies(Hz) of non-rotating RR GFRP disk

$m \backslash n$	0	1	2	3	4	5
0	324.1	324.1	368.1	534.8	832.1	1231.2
1	2495.9	2542.1	2695.5	2992.2	3467.4	4133.2
2	7642.1	7693.6	7858.2	8163.0	8645.2	9340.1
3	15352.9	15412.0	15596.8	15929.3	16445.1	17192.9
4	66739.5	66766.8	66849.8	66991.1	67195.3	67469.0

Table 4 Natural frequencies(Hz) of non-rotating CR GFRP disk

$m \backslash n$	0	1	2	3	4	5
0	293.8	233.6	308.6	722.7	1321.1	2079.8
1	1389.0	1451.6	1769.1	2503.3	3568.3	4841.9
2	3778.7	3870.7	4236.5	5051.7	6362.7	8059.8
3	7375.4	7490.5	7909.6	8842.6	10597.6	13405.5
4	31238.5	31294.1	31469.9	31793.7	32313.0	33102.0

Fig. 5는 GFRP 원판의 임계 모드 형상을 나타낸다. 반경강화 GFRP 원판은 절경이 3개인 (0,3) 모드가 임계모드이며 원주강화 GFRP 원판은 PC 원판과 마찬가지로 절경이 2개인 (0,2) 모드가 임계모드로 나타나고 있다.

**2.3 CFRP CD**

Table 1에 나타난 것 같이 CFRP 재료는 GFRP에 비해 섬유방향 탄성계수  $E_1$ 이 매우 큰 재료이다. 2.2절에서와 마찬가지로 반경강화 CFRP 원판과 원주강화 CFRP 원판의 고유진동수를 계산하였으며 각각 Table 5와 Table 6에 제시하였다. CFRP 원판의 경우가 GFRP 원판보다 고유진동수가 매우 크게 증가

하였다. 다른 원판과는 달리 반경강화 CFRP 원판의 경우 (0,1) 모드의 고유진동수는 (0,0) 모드의 고유진동수 보다 크게 나타나고 있으며 이는  $E_r/E_\theta$ 의 비율이 매우 크기 때문이다. 원주강화 CFRP 원판 경우에 있어서는 (0,1) 모드뿐만 아니라 (0,2) 모드의 고유진동수도 (0,0) 모드의 고유진동수 보다 작게 나타나고 있다.

Fig. 6은 반경강화 CFRP 원판의 회전수에 따른 진동수의 변화를 나타내고 있으며 변화양상이 거의 직선의 형태를 띠고 있다. 임계 모드는 (0,4) 모드로 나타나고 있는데 이는 비회전 원판에 대한 (0,1), (0,2), (0,3) 모드의 고유진동수가 비교적 높고 (0,4)모드의 진동수가 상대적으로 낮기 때문이다.

Fig. 7은 원주강화 CFRP 원판의 회전수에 따른 진동수의 변화를 보여준다. 임계모드는 (0,2) 모드이며 임계속도는 40,218 rpm으로 일반 CD의 약 5.7배로 큰 폭의 증가를 보인다. Fig. 5와 Fig. 6을 비교하면 알 수 있듯이 임계모드는 (0,2) 모드와 고차 모드의 고유진동수의 차이가 클 때 (0,2) 모드로 나타나고 그렇지 않으면 (0,2) 모드 이상의 모드에서 나타나고 있음을 확인할 수 있다.

Fig. 8은 CFRP 원판의 임계 모드 형상을 나타낸다. 반경강화 CFRP 원판은 절경이 4개인 (0,4) 모드

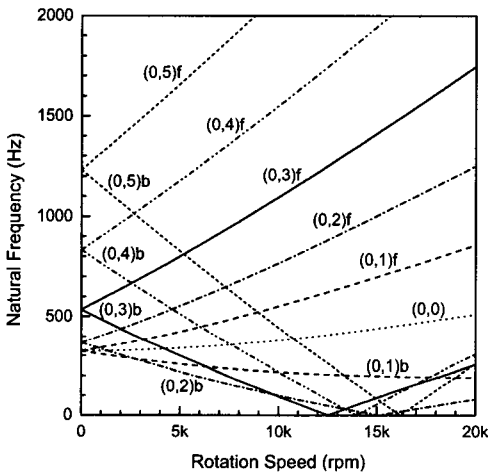


Fig. 3 Frequency-speed diagram for RR GFRP disk

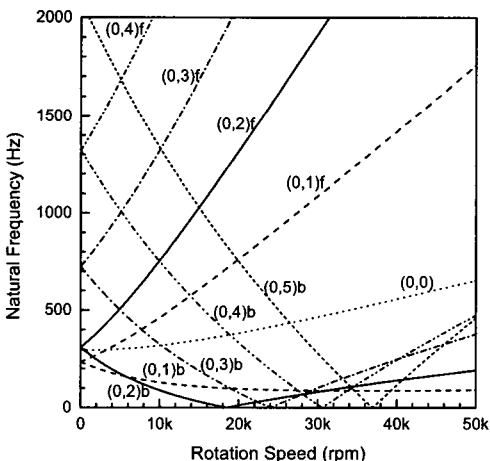


Fig. 4 Frequency-speed diagram for CR GFRP disk

Table 5 Natural frequencies(Hz) of non-rotating RR CFRP disk

$m \backslash n$	0	1	2	3	4	5
0	690.6	694.6	735.9	883.8	1185.8	1636.8
1	5639.6	5679.0	5808.0	6057.3	6468.9	7083.4
2	17402.5	17445.2	17580.3	17827.8	18218.9	18792.2
3	35016.6	35065.2	35216.0	35483.7	35892.6	36476.3
4	152282.9	152306.2	152376.4	152495.4	152666.1	152892.4

Table 6 Natural frequencies(Hz) of non-rotating CR CFRP disk

$m \backslash n$	0	1	2	3	4	5
0	595.5	406.3	494.4	1334.5	2562.9	4156.4
1	2204.4	2227.0	2786.2	4292.8	6328.6	8756.6
2	5124.2	5216.4	5865.0	7647.9	10417.0	14112.8
3	9475.5	9618.1	10382.7	12727.4	17596.6	24627.9
4	37262.4	37342.4	37624.2	38236.7	39427.5	41721.7

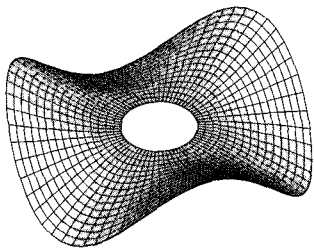
가 임계모드로 나타나고 있다.

Table 7에는 앞에서 언급한 원판들의 임계속도와 임계모드를 정리하였다. 폴리카보네이트 재료로 만들어진 일반 CD보다는 섬유강화 복합재료의 임계속도가 매우 향상되었으며 원주강화가 반경강화보다 안정성을 증가시키는 것을 알 수 있다. Table 7의 마지막 줄에는 정적강도를 구속조건으로 하는 최대 허용 회전수를 보여주고 있다.<sup>(3)</sup> 회전에 의해 발생하는 응력이 원판의 섬유나 기지가 파손강도를 초과할 때

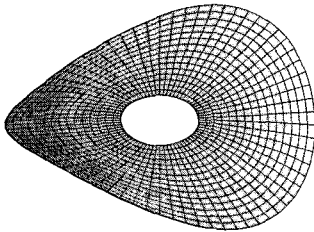
의 회전 수를 최대 허용 회전수로 선정하였다. GFRP와 CFRP 원판의 임계속도는 원주강화 원판이 반경강화 원판보다 큰 값을 갖지만 정적 강도에 대한 최대회전수는 그 반대로 나타나고 있음을 확인할 수 있다.

### 3. 탄성계수 비에 따른 동적특성

반경방향과 원주방향의 탄성계수의 비의 변화에 따



(a) Mode (0,3) for RR disk



(b) Mode (0,2) for CR disk

Fig. 5 Critical mode shapes for GFRP disk

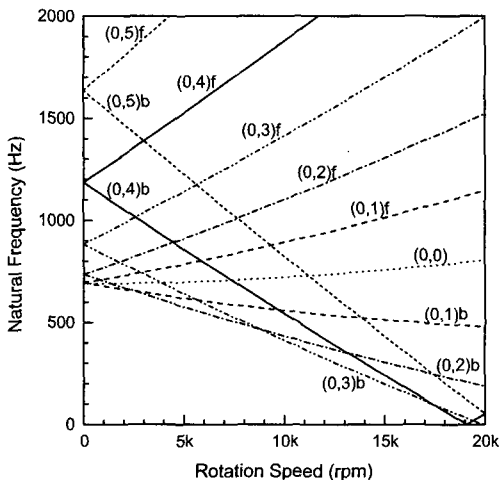


Fig. 6 Frequency-speed diagram for RR CFRP disk

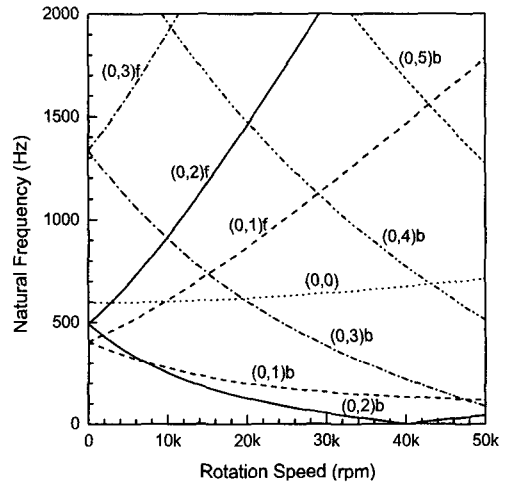
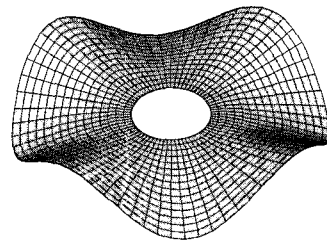
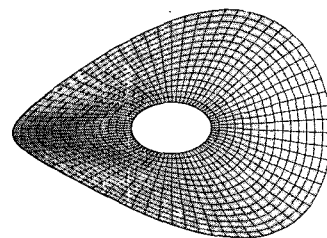


Fig. 7 Frequency-speed diagram for CR CFRP disk



(a) Mode(0,4) for RR disk



(b) Mode (0,2) for CR disk

Fig. 8 Critical mode shapes for CFRP disk

른 고유진동수와 임계속도의 변화를 살펴보았다. 이 계산에서는  $E_0/E_r$ 가 변화하며 다음과 같은 제원 및 물성치를 선택하였다.

$$a/b = 4, \quad a/h = 400 \quad (3-1)$$

$$G_{12}/E_2 = 0.5, \quad \nu_{12} = 0.25 \quad (3-2)$$

물론  $E_0/E_r < 1$ 인 원판은 식(2-1)의 RR disk로  $E_0/E_r > 1$ 인 원판은 식(2-2)의 CR disk로 물성치를 적용해야하며  $E_0/E_r = 1$ 은 등방성 원판이다.

Table 8 ~ 12에는  $E_0/E_r$ 의 변화에 따른 무차원화된 고유진동수를 모드별로 제시하였다. 고유진동수는 다음 식으로 무차원화 되었다.

$$\bar{f} = f \sqrt{\rho a^4 / E_2 h^2} \quad (4)$$

임계속도 결정에 가장 중요한 모드인  $(0, n)$  모드는  $E_0/E_r > 1$ 일 때  $E_0/E_r$ 가 증가할 때 고유진동수가 크게 증가하고 있다.  $(1, n)$  모드에 대해서

Table 7 Critical speeds and modes

Critical Parameter	CD-ROM	GFRP		CFRP	
		RR	CR	RR	CR
Critical speed (rpm)	7,060	12,529	18,462	19,106	40,218
Critical mode	(0,2)	(0,3)	(0,2)	(0,4)	(0,2)
Max. rpm for static strength (Ref. 3)	44,216	65,208	47,421	138,941	98,444

Table 9 Non-dimensional natural frequencies for  $(1, n)$  mode

$E_0/E_r$	$f \sqrt{\rho a^4 / E_2 h^2}$ for $(m, n)$					
	(1,0)	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)
1/50	11.198	11.218	11.287	11.432	11.693	12.120
1/40	10.021	10.043	10.121	10.282	10.571	11.042
1/30	8.686	8.712	8.801	8.986	9.315	9.845
1/20	7.104	7.136	7.245	7.468	7.861	8.481
1/10	5.050	5.094	5.245	5.550	6.067	6.845
1/5	3.608	3.670	3.877	4.280	4.930	5.848
1/2	2.352	2.446	2.748	3.294	4.099	5.143
1	1.746	1.872	2.254	2.899	3.789	4.887
2	1.787	1.902	2.303	3.070	4.178	5.540
5	1.961	2.045	2.492	3.546	5.070	6.890
10	2.237	2.279	2.790	4.173	6.099	8.375
20	2.710	2.691	3.303	5.106	7.532	10.455
30	3.111	3.048	3.741	5.833	8.627	12.078
40	3.465	3.367	4.128	6.451	9.555	13.472
50	3.786	3.658	4.479	6.998	10.381	14.716

Table 8 Non-dimensional natural frequencies for  $(0, n)$  mode

$E_0/E_r$	$f \sqrt{\rho a^4 / E_2 h^2}$ for $(m, n)$					
	(0,0)	(0,1)	(0,2)	(0,3)	(0,4)	(0,5)
1/50	1.349	1.350	1.372	1.476	1.732	2.177
1/40	1.210	1.210	1.235	1.350	1.626	2.091
1/30	1.053	1.053	1.081	1.210	1.512	2.001
1/20	0.867	0.867	0.901	1.053	1.387	1.903
1/10	0.629	0.629	0.675	0.867	1.249	1.794
1/5	0.466	0.466	0.526	0.757	1.170	1.728
1/2	0.332	0.332	0.412	0.682	1.119	1.685
1	0.274	0.273	0.367	0.657	1.105	1.677
2	0.316	0.287	0.387	0.787	1.384	2.138
5	0.421	0.331	0.436	1.033	1.894	2.986
10	0.552	0.394	0.491	1.273	2.403	3.857
20	0.745	0.495	0.555	1.553	3.034	4.974
30	0.896	0.577	0.594	1.734	3.463	5.766
40	1.025	0.648	0.621	1.868	3.798	6.401
50	1.138	0.712	0.641	1.974	4.075	6.940

Table 10 Non-dimensional natural frequencies for  $(2, n)$  mode

$E_0/E_r$	$f \sqrt{\rho a^4 / E_2 h^2}$ for $(m, n)$					
	(2,0)	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)
1/50	34.623	34.645	34.716	34.853	35.081	35.435
1/40	30.976	31.000	31.080	31.233	31.487	31.881
1/30	26.838	26.866	26.959	27.135	27.427	27.877
1/20	21.932	21.967	22.080	22.295	22.649	23.191
1/10	15.550	15.600	15.758	16.057	16.544	17.274
1/5	11.055	11.124	11.346	11.757	12.411	13.358
1/2	7.106	7.213	7.551	8.154	9.061	10.287
1	5.163	5.310	5.762	6.531	7.621	9.010
2	5.149	5.292	5.762	6.641	7.971	9.706
5	5.304	5.430	5.944	7.111	8.995	11.432
10	5.609	5.708	6.285	7.844	10.349	13.615
20	6.188	6.244	6.925	9.054	12.424	17.018
30	6.718	6.738	7.504	10.052	14.125	19.776
40	7.207	7.196	8.034	10.924	15.619	22.135
50	7.662	7.626	8.526	11.713	16.970	24.209

는  $E_0/E_r < 1$ 인 경우에도  $E_0/E_r$ 가 감소할수록 무

Table 11 Non-dimensional natural frequencies for (3, n) mode

$E_0/E_r$	$\sqrt{\rho a^4/E_2 h^2}$ for (m, n)					
	(3,0)	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)
1/50	69.694	69.719	69.798	69.943	70.172	70.510
1/40	62.349	62.378	62.467	62.628	62.884	63.261
1/30	54.016	54.048	54.151	54.338	54.632	55.066
1/20	44.136	44.176	44.301	44.529	44.888	45.418
1/10	31.277	31.333	31.510	31.831	32.333	33.069
1/5	22.213	22.292	22.541	22.988	23.684	24.694
1/2	14.236	14.360	14.744	15.426	16.464	17.934
1	10.294	10.466	10.992	11.904	13.255	15.106
2	10.205	10.374	10.918	11.940	13.593	16.045
5	10.336	10.494	11.082	12.417	14.965	19.056
10	10.672	10.812	11.467	13.318	17.251	23.427
20	11.359	11.465	12.249	15.082	21.251	30.038
30	12.016	12.092	13.000	16.723	24.584	34.775
40	12.643	12.691	13.718	18.240	27.427	38.246
50	13.242	13.264	14.404	19.646	29.895	40.853

Table 12 Non-dimensional natural frequencies for (4, n) mode

$E_0/E_r$	$\sqrt{\rho a^4/E_2 h^2}$ for (m, n)					
	(4,0)	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)
1/50	303.11	303.12	303.16	303.22	303.31	303.43
1/40	271.17	271.18	271.22	271.29	271.39	271.52
1/30	234.92	234.93	234.98	235.06	235.17	235.32
1/20	191.94	191.96	192.01	192.11	192.25	192.44
1/10	136.00	136.03	136.11	136.24	136.44	136.70
1/5	96.562	96.599	96.711	96.901	97.177	97.547
1/2	61.835	61.892	62.067	62.364	62.793	63.366
1	44.656	44.736	44.978	45.388	45.978	46.763
2	43.972	44.052	44.297	44.722	45.353	46.227
5	43.677	43.754	44.000	44.455	45.193	46.325
10	43.745	43.817	44.061	44.563	45.479	47.090
20	44.085	44.146	44.385	44.981	46.287	49.104
30	44.467	44.517	44.752	45.444	47.188	51.598
40	44.857	44.895	45.126	45.919	48.153	54.520
50	45.248	45.276	45.502	46.398	49.180	57.741

Table 13 Non-dimensional critical speed and mode with variation of elastic modulus ratio  $E_0/E_r$

$E_0/E_r$	1/50	1/40	1/30	1/20	1/10	1/5	1/2	1	2	5	10	20	30	40	50
$\bar{\Omega}_{cr}$	27.2	25.9	24.2	23.6	19.7	17.7	16.9	17.0	19.8	26.5	34.8	47.0	56.4	64.3	71.3
Critical mode	(0,5)	(0,4)	(0,4)	(0,4)	(0,3)	(0,3)	(0,3)	(0,2)	(0,2)	(0,2)	(0,2)	(0,2)	(0,2)	(0,2)	(0,2)
$\bar{\Omega}_{cr}$ in mode (0,2)	53.7	48.4	42.5	35.6	27.0	21.6	17.9								

차원 고유진동수가 크게 증가하고 있음을 알 수 있다. (2, n), (3, n), (4, n) 모드에서는 특정  $E_0/E_r$  값에 대해 절경의 개수에 따른 진동수의 변화가 비교적 작게 나타나고 있으며 (4, n) 모드에서 그 경향이 가장 크게 나타나고 있다.

Fig. 9와 Table 13은  $E_0/E_r$ 의 변화에 따른 임계속도의 변화와 임계모드에 대한 정보를 보여준다. 임계속도는 다음과 같이 무차원화되었다.

$$\bar{\Omega}_{cr} = \Omega_{cr} \sqrt{\rho a^4 / E_2 h^2} \quad (5)$$

$E_0/E_r > 1$ 인 원판의 임계속도는  $E_0/E_r$  값이 증가함에 따라 급격히 증가하는 양상을 보이거나  $E_0/E_r < 1$ 인 원판은  $E_0/E_r$  값이 감소함에 따라 증가율이 다소 크기 않게 나타나고 있다. 이는 임계속도가 나타나는 임계 모드와 관련성이 있는데  $E_0/E_r < 1$ 인 원판은 Table 13에 제시되어 있듯이 (0,3), (0,4), (0,5) 등 다양한 모드가 임계모드가 됨을 알 수 있다. 따라서 임계속도를 증가시키기 위해서는  $E_0/E_r > 1$ 인 원판 즉, 원주강화 원판이 효과적임을 알 수 있다.

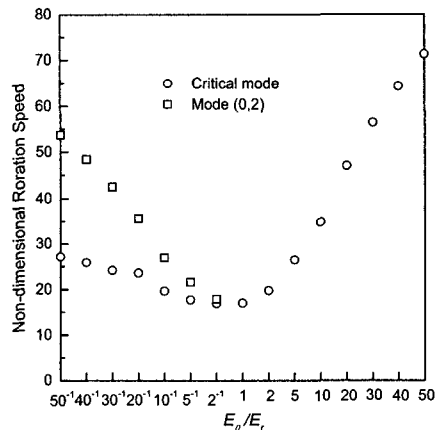


Fig. 9 Non-dimensional critical speed with variation of elastic modulus ratio

## 4. 결 론

이 연구에서는 참고문헌 (1)에 제시된 직교이방성 회전 원판의 진동 방정식의 정식화를 이용하여 직교 이방성 원판의 고유진동수 및 임계속도를 계산하였다.

대표적인 복합재료인 유리섬유강화 복합재료(GFRP)와 탄소섬유강화 복합재료(CFRP)를 CD에 적용한 결과 기존 폴리카보네이트 수지로 만들어진 일반 CD보다 훨씬 높은 임계속도를 갖고 있음을 확인할 수 있었다. 특히 CFRP 원판은 폴리카보네이트 CD 보다 5 배 이상의 임계속도를 가짐을 확인하였다.

원주방향과 반경방향의 탄성계수 비에 따른 진동특성을 계산한 결과 임계속도를 향상시키기 위해서는 반경강화 원판보다는 원주강화 원판이 매우 효과적이라는 결론을 얻을 수 있었다.

이 연구에서 제안한 복합재료 회전 디스크는 HDDS(holographic digital data storage)와 같은 차세대 광학저장장치나 다양한 회전기계류에 적용한다면 기계적 안정성을 증대시킬 수 있을 뿐만 아니라 구동 에너지를 절감할 수 있을 것이라고 판단된다.

## 참 고 문 헌

(1) Koo, K. N., 2006, "Vibration Analysis and Critical Speeds of Rotating Polar Orthotropic Disks, Part I: Formulation and Solution Method," Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 16, No. 2, pp. 169 ~ 175.

(2) Shin, E. S., Lee, K. N., Shin, T. M. and Kim, O. H., 2002, "Stability Analysis of Transverse Vibration of a Spinning Disk with a Speed Fluctuation," Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 12, No. 1, pp. 21 ~ 28.

(3) Koo, K. N., 2005, "In-plane Stress Analysis of Rotating Composite Disks," Journal of the Korean Society for Composite Materials, Vol. 18, No. 4, pp. 8 ~ 13.