

충격력을 받는 회전하는 외팔 보의 동적 해석

Dynamic Analysis of an Impulsively Forced Rotating Cantilever Beam

임 홍 석* · 유 흥 희†

Hong Seok Lim and Hong Hee Yoo

(2005년 8월 11일 접수 : 2006년 2월 16일 심사완료)

Key Words : Cantilever Beam(외팔보), Rigid Body Motion(강체 운동), Impulsive Force(충격력), Dynamic Analysis(동적 해석), Transient Response(과도 응답)

ABSTRACT

This paper presents the dynamic analysis of an impulsively forced rotating cantilever beam with rigid body motion. The transient response induced by the impulsive force and the rigid body motion of the beam are calculated using hybrid deformation variable modeling with the Rayleigh-Ritz assumed mode methods. The stiffness variation effect due to the rigid body motion of the beam is considered in this study. Also, the effects of the impulsive force position and the angular velocity on the transient responses of the beam are investigated through numerical works

1. 서 론

회전운동을 하는 터빈 블레이드, 헬리콥터의 블레이드, 인공위성 안테나 그리고 골프 클럽 등을 모델링 할 때 강체 운동을 고려하여 외팔 보로 나타내곤 한다. 이때 회전운동은 시스템 강성변화를 가져오므로 그 동적 특성들을 변화시킨다. 이와 아울러 구조물들은 때때로 충격력을 받게 되어 순간적으로 과도한 변위나 응력을 받을 수 있으므로 그 수명에 영향을 미칠 수도 있다. 이러한 강체 운동을 하는 구조물의 충격력에 의한 동적 특성 규명은 설계를 위해 필수적이므로 이의 모델링과 해석을 위한 연구가 필요한 것으로 사료된다.

강체 운동을 하는 구조물의 동적 특성에 대한 연구는 참고문헌 (1 ~ 2)에서 볼 수 있듯이 블레이드형 구조물에 대해 시작되었고 이후 Kane의 방법을 이용한 보 구조물의 동적 해석에 관한 연구들을 참

고문헌 (3 ~ 8)에서 확인할 수 있다. 그 외에 Kane의 방법을 이용한 연구들은 다물체 구조물의 동적 해석(9~10), 구조물의 안정성 해석(11~13) 그리고 비선형 동적 해석(14~15) 등의 내용으로 다양한 연구들이 수행되었다. 한편, 충격 해석에 관한 연구는 고정된 구조물에 대한 해석이 주류를 이루고 있다(16~18). 그런데 강체 운동을 하는 외팔 보 구조물들은 작동 중에 충격력을 받을 수 있으며 이 경우 발생하는 변위나 응력이 어느 한도를 넘지 않도록 설계되어야 한다. 그러므로 강체 운동에 의한 강성 변화 효과와 충격력을 동시에 고려한 외팔 보 구조물의 과도 응답 변화를 예측하기 위한 연구가 필요하다. 이 연구의 목적은 강체 운동을 하는 외팔 보의 충격 해석과 이에 따른 과도 상태 응답을 파악하기 위한 모델링 방법을 제시하고, 그 모델링에 근거하여 충격 위치와 회전 각속도에 따른 해석 결과를 도출하여 그 주요 특성들을 분석하고 규명하는데 두고 있다.

이 논문의 구성은 다음과 같다. 서론에 이어 다음 절에서는 복합 변형 변수를 이용하여, 충격력을 받는 강체 운동을 하는 외팔 보의 굽힘 방향 운동방정식을 Kane의 방법을 적용하여 유도하였으며 무차원

† 책임저자 : 정희원, 한양대학교 기계공학부
E-mail : hhyoo@hanyang.ac.kr
Tel : (02) 2220-0446, Fax : (02) 2293-5070
* 정희원, 한양대학교 대학원 기계설계학과

변수를 이용해 운동방정식을 무차원화 시켰다. 3절에서는 가상 모드법을 적용하고 수치 해석을 통해서 해석 결과를 도출하고 강제 운동의 크기와 충격의 위치 변화에 따른 외팔 보의 동적 특성 변화에 관해 논의하였다. 마지막 절에서는 이 논문의 결론을 수록하였다.

2. 운동방정식 유도

Fig. 1은 임의의 충격력을 받는 길이 L 인 외팔 보를 보여준다. 이 보의 O 점을 중심으로 \hat{a}_3 방향으로 ω_3 만큼 회전 강제 운동을 받는 고정단에 부착되어 있으며, 충격력은 R 점에서 급힘 방향으로 $I_{mp}\delta(t-t_1)\delta(x-a)$ 와 같은 형태로 충격량 I_{mp} 와 dirac delta function을 사용하여 시간과 공간에 대하여 지정된 순간에만 작용하도록 정의하였다. 보 위의 임의의 한 점인 P 점의 탄성변형 변위는 직교방향 변수인 u_1, u_2 로 나타내어 진다. 여기서 ρ_b 는 보의 단위 길이당 질량이고, E 는 강성 계수 그리고 I 는 보 단면의 관성모멘트이다.

이 논문에서는 참고문헌 (7)에서와 같이 직교방향 변수인 u_1 대신에 복합변형변수 s 를 사용하여 Kane의 방법으로 운동방정식을 유도하였다.

충격력을 받는 외팔 보의 운동방정식을 Kane의 방법으로 이용하여 유도하기 위해 위와 같은 회전 강제 운동이 작용할 때 P 점의 속도는 변수 s 와 u_1 를 사용하여 식 (1)과 같이 나타낼 수 있고, P 점의 가속도는 선형화 하여 식 (2)와 같이 나타낸다.

여기서 v_1 과 v_2 는 각각 \hat{a}_1 과 \hat{a}_2 방향으로 고정

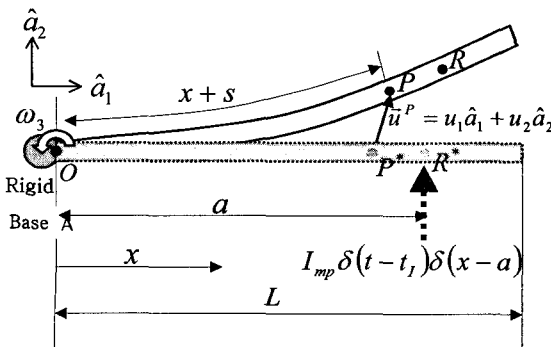


Fig. 1 Configuration of a cantilever beam

$$\begin{aligned} \vec{v}^P = & \left[v_1 + \dot{s} - \int_0^x \left(\frac{\partial u_2}{\partial \sigma} \right) \left(\frac{\partial \dot{u}_2}{\partial \sigma} \right) d\sigma - \omega_3 u_2 \right] \hat{a}_1 \\ & + \left[v_2 + \dot{u}_2 + \omega_3 \left(x + s - \frac{1}{2} \int_0^x \left(\frac{\partial u_2}{\partial \sigma} \right)^2 d\sigma \right) \right] \hat{a}_2 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \vec{a}^P = & \left[\dot{v}_1 + \ddot{s} - \dot{\omega}_3 u_2 - \omega_3 (2\dot{u}_2 + v_2) - \omega_3^2 (x + s) \right] \hat{a}_1 \\ & + \left[\dot{v}_2 + \ddot{u}_2 - \dot{\omega}_3 (x + s) + \omega_3 (2\dot{s} + v_1) - \omega_3^2 u_2 \right] \hat{a}_2 \end{aligned} \quad (2)$$

단에 작용하는 병진 속도를 나타낸다.

일반 관성력 F^* 는 P 점의 속도와 가속도를 이용하여 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} F_i^* = & - \int_0^L \rho_b \left(\frac{\partial \vec{v}^P}{\partial \dot{q}_{1i}} \right) \cdot \vec{a}^P dx \quad (i=1,2,\dots,\mu_1) \\ F_{i+\mu_1}^* = & - \int_0^L \rho_b \left(\frac{\partial \vec{v}^P}{\partial \dot{q}_{2i}} \right) \cdot \vec{a}^P dx \quad (i=1,2,\dots,\mu_2) \end{aligned} \quad (3)$$

일반작용력 F 는 Von Karman Strain으로부터 유도된 보의 탄성에너지 U 에 의한 일반작용력 F^U 와 충격력에 의한 일반작용력 F' 로 이루어진다. 운동방정식에서 보에 작용하는 충격력은 충격량 I_{mp} 와 dirac delta function의 곱으로 나타낼 수 있으며, $\delta(x-a)$ 를 사용하였으므로 x 에 대한 함수이다. 따라서 충격력에 의한 일반 작용력은 P 점의 편속도를 내적하고 보 전체에 대해 적분을 하는 방법으로 식 (5)와 같이 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} F_i^U = & - \frac{\partial U}{\partial q_{1i}} = - \left(\int_0^L EA \phi_{1i,x} \phi_{1j,x} dx \right) q_{1j} \\ & (i=1,2,\dots,\mu_1) \\ F_{i+\mu_1}^U = & - \frac{\partial U}{\partial q_{2i}} = - \left(\int_0^L EI \phi_{2i,xx} \phi_{2j,xx} dx \right) q_{2j} \\ & (i=1,2,\dots,\mu_2) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} F_i' = & 0 \quad (i=1,2,\dots,\mu_1) \\ F_{i+\mu_1}' = & \int_0^L \left(\frac{\partial \vec{v}^P}{\partial \dot{q}_{2i}} \right) \cdot \left(I_{mp} \delta(t-t_1) \delta(x-a) \right) \hat{a}_2 dx \\ = & \int_0^L \phi_{2i} \hat{a}_2 \cdot \left(I_{mp} \delta(t-t_1) \delta(x-a) \right) \hat{a}_2 dx \\ = & I_{mp} \delta(t-t_1) \phi_{2i}(a) \quad (i=1,2,\dots,\mu_2) \end{aligned} \quad (5)$$

$$F_i = F_i^U + F_i' \quad (i=1,2,\dots,\mu_1 + \mu_2) \quad (6)$$

여기서 μ_1 과 μ_2 는 변형 변수 s 와 u_2 를 위한

일반 좌표의 수이다.

최종적으로 운동방정식은 일반 작용력과 일반 관성력의 합으로 식 (7)과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_i + F_i^* = 0 \quad (i=1,2,\dots,\mu_1 + \mu_2) \quad (7)$$

이 논문에서는 굽힘 방향으로만 충격력이 작용하는 것으로 하고 굽힘 방향 운동방정식만 고려하기로 한다. 따라서, 유도된 굽힘 방향 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{\mu_2} \left[\left(\int \rho_b \phi_{2i} \phi_{2j} dx \right) \ddot{q}_{2j} \right. \\ & + \left\{ \left(\int EI \phi_{2i,xx} \phi_{2j,xx} dx \right) - \omega_3^2 \left(\int \rho_b \phi_{2i} \phi_{2j} dx \right) \right. \\ & - (\dot{v}_1 - \omega_3 v_2) \left(\int \rho_b (L-x) \phi_{2i,x} \phi_{2j,x} dx \right) \\ & \left. + \omega_3^2 \left(\frac{1}{2} \int \rho_b (L^2 - x^2) \phi_{2i,x} \phi_{2j,x} dx \right) \right\} q_{2j} \Big] \\ & = I_{mp} \delta(t-t_1) \phi_{2i}(a) - (\dot{v}_2 + \omega_3 v_1) \left(\int \rho_b \phi_{2i} dx \right) \\ & - \dot{\omega}_3 \left(\int \rho_b x \phi_{2i} dx \right) \quad (i=1,2,\dots,\mu_2) \end{aligned} \quad (8)$$

충격력이 작용하는 보는 시간 $t = t_1$ 에서 무한대의 충격력이 발생한다. 상세하게 표현하면 $t = t_1$ 에서는 충격력에 의한 가진력이 존재하고 $t = t_1 +$ 에서는 충격력에 의한 가진력이 존재하지 않는다. 따라서 $t = t_1 +$ 이후의 응답은 충격력은 존재하지 않고 충격력에 의해 발생하는 초기 조건에 의해서만 응답이 발생하므로 초기 조건만으로도 충격력과 동일한 결과를 얻을 수 있다. 시간 t_1 와 $t_1 +$ 에서 충격력은 변위 변화는 발생시키지 않고 속도 변화만 발생시키므로 다음과 같은 초기조건이 주어진다.

$$q_{2i}(t_1) = q_{2i}(t_1 +) \quad (9)$$

일반 좌표의 시간에 대한 미분치를 일반 속력이라 정의한다. 그리고 충격력 작용 후 굽힘 방향 일반 속력을 구하기 위해 굽힘 방향 운동방정식인 식 (8)의 양변을 $t = t_1$ 부터 $t = t_1 +$ 까지 적분한다.

$\int_{t_1}^{t_1+} \delta(t) dt = 1$ 이므로 $t = t_1 +$ 에서의 일반 속력은 다음의 식을 풀어 구할 수 있다.

여기서 $\dot{q}_{2j}(t_1)$ 는 충격력이 작용하지 않은 경우의

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{\mu_2} \left(\int \rho_b \phi_{2i} \phi_{2j} dx \right) [\dot{q}_{2j}(t_1 +) - \dot{q}_{2j}(t_1)] \\ & = I_{mp} \phi_{2i}(a) \quad (i=1,2,\dots,\mu_2) \end{aligned} \quad (10)$$

굽힘 방향 운동방정식을 풀어 구할 수 있다. 따라서 식 (10)으로부터 구한 $\dot{q}_{2j}(t_1 +)$ 을 초기 조건으로 하여 굽힘 방향 운동방정식을 풀면 충격력에 의한 보의 움직임을 나타낼 수 있다.

식 (8)을 무차원화 하기 위해 무차원 변수들과 매개 변수들 그리고 함수를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \tau & \equiv \frac{t}{T}, & \tau_1 & \equiv \frac{t_1}{T}, & \vartheta_i & \equiv \frac{q_i}{L} \\ \xi & \equiv \frac{x}{L}, & \sigma & \equiv \frac{a}{L}, & \lambda_{mp} & \equiv \frac{I_{mp}}{i_{mp}} \\ \varphi_i(\xi) & \equiv \phi_i(x), & \gamma & \equiv T\omega_3, & \dot{\gamma} & \equiv T^2\dot{\omega}_3 \\ v_i & \equiv \frac{v_i}{v_r} \quad (i=1,2), & \dot{v}_i & \equiv \frac{\dot{v}_i}{a_r} \quad (i=1,2) \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 T, i_{mp}, v_r, a_r 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} T & \equiv \sqrt{\frac{\rho_b L^4}{EI}}, & i_{mp} & \equiv \frac{EIT}{L^2} \\ v_r & \equiv \frac{L}{T}, & a_r & \equiv \frac{L}{T^2} \end{aligned} \quad (12)$$

무차원 변수와 매개 변수들을 사용하여 식 (8)을 무차원화 시키면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{\mu_2} \left[\left(\int \varphi_{2i} \varphi_{2j} d\xi \right) \ddot{\vartheta}_{2j} \right. \\ & + \left\{ \left(\int \varphi_{2i,\xi\xi} \varphi_{2j,\xi\xi} d\xi \right) - \gamma^2 \left(\int \varphi_{2i} \varphi_{2j} d\xi \right) \right. \\ & - (\dot{v}_1 - \gamma v_2) \left(\int (1-\xi) \varphi_{2i,\xi} \varphi_{2j,\xi} d\xi \right) \\ & \left. + \gamma^2 \left(\frac{1}{2} \int (1-\xi^2) \varphi_{2i,\xi} \varphi_{2j,\xi} d\xi \right) \right\} \vartheta_{2j} \Big] \\ & = \lambda_{mp} \delta(\tau - \tau_1) \varphi_{2i}(\sigma) - (\dot{v}_2 + \gamma v_1) \left(\int \varphi_{2i} d\xi \right) \\ & - \dot{\gamma} \left(\int \xi \varphi_{2i} d\xi \right) \quad (i=1,2,\dots,\mu_2) \end{aligned} \quad (13)$$

$\dot{\vartheta}_{2j}(\tau_1 +)$ 을 구하기 위해 식 (10)을 무차원화 시키고 정리하면 다음과 같다.

$$\dot{\vartheta}_{2j}(\tau_1 +) = \lambda_{mp} \varphi_{2j}(\sigma) + \dot{\vartheta}_{2j}(\tau_1) \quad (j=1,\dots,\mu_2) \quad (14)$$

3. 수치 해석 결과

3.1 제안한 방법의 검증

이 장에는 앞에서 유도된 운동방정식을 사용하여 수치 해석을 수행하였다. 사용된 보의 근사화 함수들은 정지된 외팔 보의 굽힘 진동 특성 함수를 사용하였다. Table 1은 해석에 사용된 보의 제원을 나타내고 있다.

이 논문에서 충격력을 받는 회전하는 외팔 보의 동적 해석에 대해 제안된 방법의 해석 결과는 상용 구조해석 프로그램인 LS-DYNA 해석 결과와 비교함으로써 검증할 수 있으며 두 방법에 의한 해석 결과 비교는 Table 2에서 나타내고 있다. LS-DYNA를 이용한 해석은 정지된 보에 일정 질량의 질점을 충돌시켜 질점의 충돌 전후의 속도를 얻은 후, 식 (11)와 같은 운동량-충격량 관계식을 사용해 발생한 충격량을 구하고 제안한 방법과 동일한 크기의 충격력이 보에 작용하도록 조정하는 방법으로 해석하였다.

$$I_{mp} = m_{\text{질점}}(v_{\text{충돌전}} - v_{\text{충돌후}}) \quad (11)$$

제안된 방법에서는 굽힘 방향에 대해 7개의 모드를 이용해 해석하였다. 일반적인 보 해석 시에는 보통 3~5개 정도의 모드만으로도 충분히 수렴된 결과

Table 1 Properties of the beam

L [m]	A [m ²]	E [Nm ²]	I [m ⁴]	ρ_L [kg/m]
5	4×10^{-4}	7×10^{10}	1.33×10^{-8}	1.2

Table 2 The U2-displacement in tip obtained by the present modeling and LS-DYNA without rigid body motion ($I_{mp} = 1, a = 5\text{m}$)

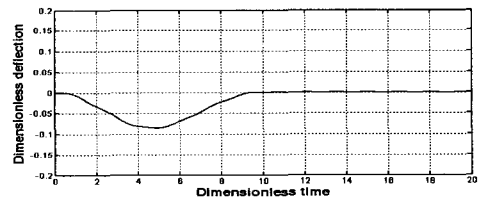
Time	Number of mode functions			LS-DYN
	5	7	9	
2.0	-0.1376	-0.1384	-0.1385	-0.1385
3.0	0.1551	0.1558	0.1560	0.1565
4.0	-0.1535	-0.1540	-0.1541	-0.1544
5.0	-0.0294	-0.0290	-0.0290	-0.0290
6.0	0.0937	0.0936	0.0936	0.0936
7.0	-0.1786	-0.1784	-0.1784	-0.1785
8.0	0.1193	0.1192	0.1192	0.1192
9.0	0.0139	0.0141	0.0142	0.0141
10.0	-0.1025	-0.1026	-0.1027	-0.1027

를 얻을 수 있으나 충격력이 작용하는 경우에는 급격한 변화가 발생하므로 Table 2에서 보여지는 바와 같이 7개 이상의 모드를 사용하여야 수렴된 결과가 얻어지는 것을 확인할 수 있다. 따라서 제안된 방법은 총 7개의 자유도를 가지는데 비해 LS-DYNA의 경우는 해석 시 10개의 element와 11개의 node를 사용하고 node 한 개당 3개의 자유도를 가지므로 총 33개의 자유도를 가진다. 약 5배의 자유도 차이에도 Table 2에서 나타내는 결과는 두 가지 방법이 거의 일치하고 있음을 보여준다.

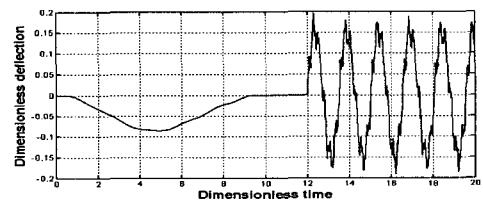
3.2 회전 각속도에 따른 동적 특성 변화

Fig. 2(a),(b),(c)는 유도된 무차원 운동방정식을 이용하여 보의 강체 운동이 spin-up motion 형태일 때, 무차원 시간 τ_s 이후의 정상 상태에서 충격력에 의한 보 끝점의 무차원 굽힘방향변위의 과도 응답 결과를 나타내고 있다.

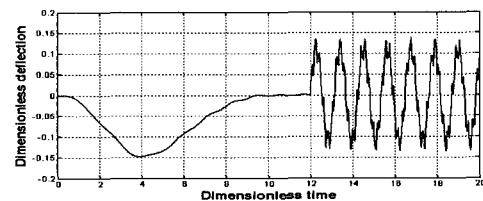
여기서 spin-up motion은 다음과 같은 경우이다.



(a) $\Omega_s = 5$ (no impulsive force)



(b) $\Omega_s = 5$



(c) $\Omega_s = 10$

Fig. 2 Variation of dimensionless deflection in tip versus dimensionless time with impulsive force and different dimensionless angular velocities ($I_{mp} = 0.15, \sigma = 1, \tau_s = 10, \tau_r = 12$)

$$\gamma = \frac{\Omega_s}{\tau_s} \left[\tau - \frac{\tau_s}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi\tau}{\tau_s}\right) \right] \quad \text{if } 0 \leq \tau \leq \tau_s \quad (12)$$

$$\gamma = \Omega_s \quad \text{if } \tau_s \leq \tau$$

정상 상태에서 충격력 작용 후 보의 응답은 동일한 충격량이 작용하더라도 높은 각속도가 주어질수록 진폭이 감소하는 현상을 관찰할 수 있다. 이러한 현상은 보에 작용하는 회전 각속도에 의해 원심력이 증가하고 이로 인해 보에 강성 변화 효과가 나타나기 때문이다. 또한, 주기의 형태도 회전 각속도 변화에 대해 변화하는 것을 관찰할 수 있는데 이러한 보의 진동 특성 변화를 보다 명확히 확인하기 위해 이산 푸리에 변환을 사용하여 충격력이 작용한 후 무차원 주파수에 대한 에너지 분포를 나타내 보면 Fig. 3(a),(b)에서 나타난 바와 같이 각각의 경우에서 회전 각속도에 의한 보의 강성 변화 효과로 인해 보의 무차원 고유진동수가 각속도 증가에 따라 증가하게 되는 것임을 알 수 있다.

3.3 충격 위치에 따른 동적 특성 변화

Fig. 4(a),(b),(c)는 충격력이 작용하는 위치에 따른 보 끝점에서의 무차원 굽힘 방향 변위의 과도 응답 결과를 나타내고 있다. 고정점 근처로 갈수록 진

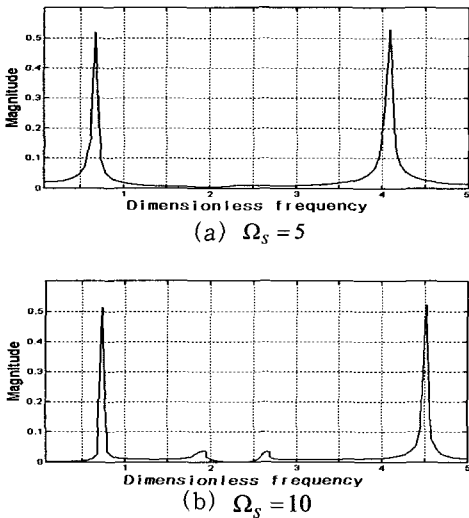


Fig. 3 Dimensionless energy distribution in tip versus dimensionless frequency with impulsive force and different dimensionless angular velocities ($J_{mp} = 0.15, \sigma = 1$)

폭의 크기는 점차로 감소하게 되고, 나타나는 진동의 형태도 고정점 근처로 갈수록 진폭은 감소하나 진동수는 증가하는 것을 확인할 수 있다. 이러한 진동 특성 변화 현상을 보다 정확히 분석하기 위해 이산 푸리에 변환을 사용하여 Fig. 5(a),(b),(c)에서 충격력이 작용한 후 무차원 주파수에 대한 에너지 분포를 나타내었다. 여기서 보에 작용한 각속도는 모든 경우에 대해 동일하게 작용하였으므로 보의 무차원 고유진동수에는 변화가 없어 peak가 나타나는 주파수에는 변화가 없으나 Fig. 5에서 충격력이 작용하는 위치 변화에 따른 진동 형태 변화의 원인을 찾아보면 충격력이 작용하는 위치가 고정점 근처로 갈수록 발생하는 에너지의 전체적인 크기는 감소하나 그 분포는 저주파수대의 크기에 비해 고주파수대의 크기가 상대적으로 증가하는 것을 확인할 수 있다. 따라서 충격력이 작용하는 위치에 따른 진동 형태 변화는 고정점 근처로 갈수록 상대적으로 고주파수대의 에너지가 보에 크게 작용하기 때문인 것으로 예측할 수 있다.

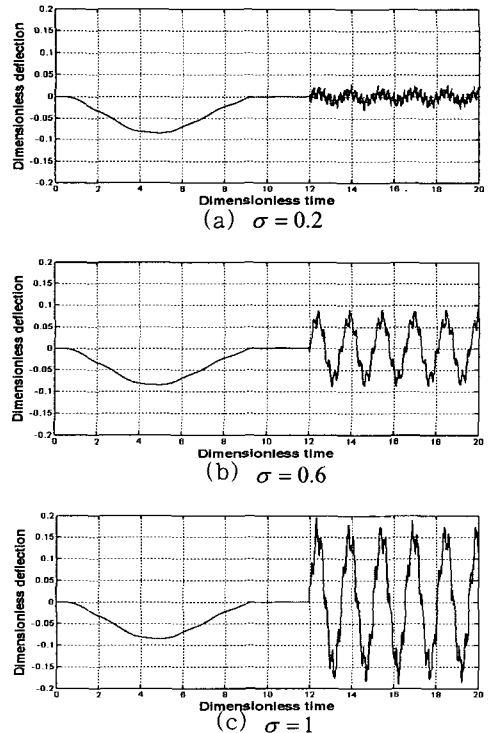


Fig. 4 Variation of dimensionless deflection in tip versus dimensionless time with different impulsive force position ($\lambda_{mp} = 0.15, \Omega_s = 5, \tau_s = 10, \tau_l = 12$)

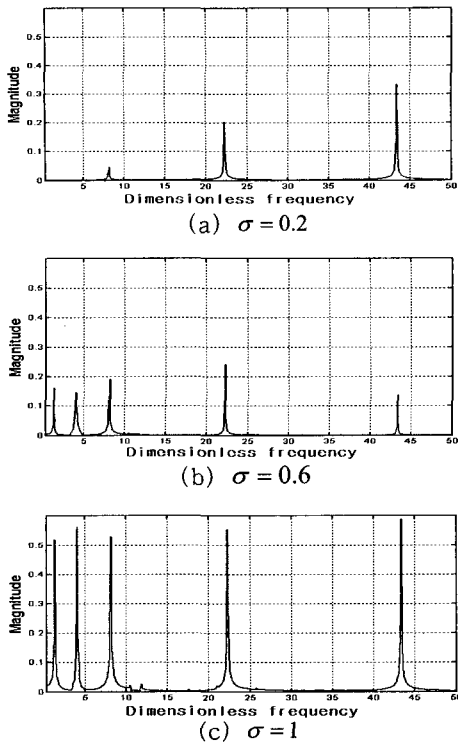


Fig. 5 Dimensionless energy distribution in tip versus dimensionless frequency with impulsive force and different impulsive force position ($\lambda_{mp} = 0.15$, $\Omega_s = 5$)

4. 결론

이 논문에서는 충격력을 받는 외팔 보의 강체 운동을 수반할 때 강성 변화를 고려하는 운동방정식과 이에 따르는 해석 결과를 제시하고 강체 운동의 크기와 충격 위치가 과도 상태의 굽힘 방향 변위에 미치는 영향과 진동 특성을 분석하였다. 보의 회전 각속도가 증가할수록 회전 운동으로 인한 강성 변화 효과로 같은 충격량이 주어지는 경우에 대해 진폭이 감소하고 보의 고유진동수 변화와 같은 진동 특성도 변화하는 것을 확인할 수 있었다. 충격 위치에 따라서 고정단 근처로 갈수록 굽힘 방향의 변위는 점차로 작아지며, 나타나는 진동의 형태도 보의 고유진동수 변화는 없으나 저주파수대 고유진동수의 영향이 줄어들고 고주파수대의 영향이 상대적으로 증가하게 되어 과도 해석 시 진폭은 감소하나 파형은 고주파수대 고유진동수의 영향이 보다 확연히 나타나는 것을 관찰할 수 있었다.

후 기

이 연구는 한국과학재단 지정 한양대학교 최적설계 신기술연구센터의 연구비 지원으로 수행되었습니다.

참 고 문 헌

- (1) Southwell, R. and Gough, F., 1921, "The Free Transverse Vibration of Airscrew Blades," British A.R.C. Reports and Memoranda, No. 766
- (2) Putter, S. and Manor, H., 1978, "Natural Frequencies of Radial Rotating Beams," Journal of Sound and Vibration, Vol. 56, pp. 175 ~ 185.
- (3) Buffinton, K. and Kane, T., 1985, "Dynamics of a Beam Moving Over Supports," International Journal of Solids and Structures, Vol. 21, pp. 617 ~ 643.
- (4) Kane, T., Ryan, R. and Banerjee, A., 1987, "Dynamics of Cantilever Beam Attached to a Moving Base," Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol.10, pp. 139 ~ 151.
- (5) Fallahi, B. and Lai, S., 1994, "An Improved Numerical Scheme for Characterizing Dynamic Behavior of High-speed Rotating Elastic Beam," Computers & Structures, Vol. 50, pp. 749 ~ 755.
- (6) Lai, S., 1994, "Nonlinear Finite Element Modeling of a High Speed Rotating Timoshenko Beam Structure," International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 36, pp. 849 ~ 861.
- (7) Yoo, H. H., Ryan, R. R. and Scott, R. A., 1995, "Dynamics of Flexible Beams Undergoing Overall Motions," Journal of Sound and Vibration, Vol. 181, No. 2, pp. 261 ~ 278.
- (8) Park, J.H. and Yoo, H.H., 1998, "Flapwise Bending Vibration of Rotating Timoshenko beams with Concentrated Mass and Mass Moment Inertia," Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 8, No. 2, pp. 353 ~ 360.
- (9) Amirouche, F. and Xie, M., 1993, "An Explicit Matrix Formulation of the Dynamical

Equations for Flexible Multibody Systems,” Computers & Structures, Vol. 46, pp. 311 ~ 321.

(10) Connelly, J. and Houston, R., 1994, “The Dynamics of Flexible Multibody Systems : A Finite Segment Approach,” Computers & Structures, Vol. 50, pp. 255 ~ 262.

(11) Dokuchayev, L., 1988, “Stability of Rotation of a Deformable Spacecraft,” Journal of Applied Mathematics and Mechanics, Vol. 52, pp. 25 ~ 30.

(12) Ider, S., 1990, “Stability analysis of Constraints in Flexible Multibody Systems Dynamics,” International Journal of Engineering Sciences, Vol. 28, pp. 1277 ~ 1290.

(13) Feng, Z. H. and Hu, H. Y., 2002, “Largest Lyapunov Exponent and Almost Certain Stability Analysis of Slender Beams Under a Large Linear Motion of Basement Subject to Narrowband Parametric Excitation,” Journal of Sound and Vibration, Vol. 257, pp. 733 ~ 752

(14) Kane, T. and Levinson, D., 2000, “Locomotion of Snakes : A Mechanical ‘Explanation’,”

International Journal of Solids and Structures, Vol. 37, pp. 5829 ~ 5837.

(15) Kuang, J., Meehan, P., Leung, A. and Tan, S., 2004, “Nonlinear Dynamics of a Satellite with Deployable Solar Panel Arrays,” International Journal of Nonlinear Mechanics, Vol. 39, pp. 1161 ~ 1179.

(16) Solberg, J. M. and Papadopoulos, P., 1998, “A Finite Element Method for Contact/Impact,” Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 30, pp. 297 ~ 311.

(17) Bittencourt, E. and Creus, G. J., 1998, “Finite Element Analysis of Three-dimensional Contact and Impact in Large Deformation Problems,” Computers and Structures, Vol. 69, pp. 219 ~ 234.

(18) Demkowicz, L. and Bajer, A., 2001, “Conservative Discretization of Contact/impact Problems for Nearly Rigid Bodies,” Computer. Methods in Applied. Mechanics and. Engineering , Vol. 190, pp. 1903 ~ 1924.