

## 수학과 수업 운영의 숨겨진 규칙으로서의 교수학적 계약에 관한 연구

박 교 식\*

이 연구의 목적은 브루소가 소개한 교수학적 계약에 관해 논의하는 것이다. 브루소는 수학과 수업 자체를 게임으로 모델화하고 있는 바, 그 게임에는 나름대로 교사와 학생들이 지켜야 하는 여러 가지 숨겨진 규칙으로서의 교수학적 계약이 존재한다. 브루소는 수학과 수업의 어떤 숨겨진 규칙을 표현하기 위해 그것을 도입하였다. 그 규칙들은 암묵적이고 호혜적인 것으로, 특히 학생들이 위반하기 전에는 드러나지 않는다. 브루소는 교수학적 계약을 조작적으로 정의하기 위해 그것을 교사의 행동과 그것에 대응하는 학생의 행동으로 정의하였으나, 심리적 및 인식론적 차원에서 정의하지는 않았다. 그러나 교사의 교수 행동은 자신의 신념 체계와 인식론의 영향을 받는 만큼, 그에 대한 논의도 필요하다. 또, 브루소는 교사가 교수학적 계약을 위반하는 경우에 대해서도 충분히 논의하지 않고 있다.

### 1. 서 론

이 연구의 목적은 브루소(Brousseau, 1984, 1997)가 소개한 개념인 ‘교수학적 계약(didactical contract)’에 관해 논의하는 것이다. 오늘날 교수학적 계약은, 개념적으로 불완전할 수 있다는 비판(Schoenfeld, 2002)에도 불구하고, 학생들이 수학과 수업에서 배워야 할 것으로 설정된 어떤 수학 지식(이하, 간단히 ‘목표 수학 지식’)의 교수·학습을 위한 수학과 수업에서 관찰할 수 있는 교사 행동 및 학생 행동을 설명하는데 폭 넓게 사용되고 있다(Vinner, 1997; Mason, 1998; Gagatis & Kyriakides, 2000; Skott, 2001; Herbst, 2002; van Dooren, de Bock,

Weyers, & Verschaffel, 2004; Bussi, 2005; Flückiger, 2005; Hersant & Perrin-Glorian, 2005; Laborde & Perrin-Glorian, 2005; Martin, Mc-Crone, Bower & Dindyal, 2005; Sadovsky & Sessa, 2005; Sensevy, Schubauer-Leoni, Mercier, Ligozat & Perrot, 2005).

브루소는 1977-78년에 수학 교과에 특유한 어려움을 가진 몇 명의 아동들을 관찰하는 과정에서 교수학적 계약이라는 개념을 창조할 필요성을 느꼈다고 한다(Brousseau, 1997).<sup>1)</sup> 특히 그것은 수학 교과에서의 선택적 실패 즉, 다른 교과에서는 그런대로 성공적이지만, 수학 교과에서는 실패하는 8살짜리 아동 Gaël에 대한 사례 연구로부터 비롯된 것으로 알려져 있다 (Brousseau & Warfield, 1999).<sup>2)</sup> 브루소가 교수학

\* 경인교육대학교, pkspark@gin.ac.kr

- 1) 이 연구에서 Brousseau(1997)는 N. balacheff, M. Cooper, R. sutherland, V. Warfield가 브루소의 여러 논문을 편집하고 번역하여 만든 영어판 《Theory of didactical situations in mathematics》를 나타낸다. 이 연구에서는 이 문헌을 간단히 《TDS》로 나타낸다. 똑같은 내용의 불어판도 있다.
- 2) 이 연구에서 Brousseau & Warfield(1999)는 Guy Brousseau와 Virginia M. Warfield의 논문 <The case of Gaël>을 나타낸다. 이 논문은 브루소가 1981년에 불어로 발표한 <Le cas de Gaël> (Bordeaux: IREM de Bordeaux)을 수정해서 영어로 번역하여 1999년에 다시 발표한 것이다.

적 계약을 개념화하고, 그것의 특성에 관해 진술하고 있으나, 그의 그러한 진술은 아직 체계적이지 않다. 이런 점에서 이 연구에서는 브루소의 교수학적 계약을 명확히 하기 위해, 그것을 정의, 특성, 구조, 위반의 측면에서 체계적으로 분석·논의한다. 그리고 이 과정에서 심도 있는 논의가 요구되는 부분을 드러낸다.

교수학적 계약을 이해하기 위해서는 먼저 '교수학적(didactical)'이라는 수식어의 의미를 분명히 할 필요가 있다. '교수학'은 '수학 교수학'을 간단히 한 것이다. 무엇이 '교수학적'이라고 할 때, 그 무엇이 첫째 '수학과 수업에서의 목표 수학 지식'에 특유한 것이어야 한다.<sup>3)</sup> 둘째, 그 무엇이 '목표 수학 지식을 가르치고자 하는 의도'를 항상 포함하여야 한다. 그 무엇이 목표 수학 지식에 특유한 것이 아니거나, 그 무엇이 그 목표 수학 지식을 가르칠 의도를 포함하고 있지 않다면, 그 무엇이 더 이상 '교수학적'이지 않다. 특히 무엇이 목표 수학 지식에 특유한 것이지만, 그 목표 수학 지식을 가르칠 의도가 그 무엇을 떠나 있으면, 그 무엇이 'adidactical'이다. 또, 무엇이 목표 수학 지식에 특유한 것이 아니고, 단지 그 무엇이 그 목표 수학 지식과 관련한(그러나 직접적인 관련은 전혀 없는) 일반적인 교육학적 의도를 포함하

고 있다면, 그 무엇이 'non-didactical'이다(TDS: 73)<sup>4)</sup>

한편, 브루소는 '지식의 조각(piece of knowledge)'이라는 표현을 사용한다. 이것은 '수학 지식의 조각'을 간단히 한 것이다. 흔히 '수학 지식'이라고 할 때, 그것이 수학 지식 전체 중에서 어느 작은 일부만을 의미하는 대신, '수학'이라는 학문을 의미하는 거대한 수학 지식 전체를 의미할 수 있다. 이것을 피하기 위해 즉, 특정한 수학과 수업에서 취급하는 특정한 수학 지식 즉, 수학 지식의 일부를 표현할 때 '수학 지식의 조각' 또는 '지식의 조각'이라는 표현을 사용하고 있다. 또 '목표 수학 지식(target mathematical knowledge)'이라는 표현도 사용한다. 이 연구에서는 그러한 뜻으로 이미 '목표 수학 지식'을 사용하고 있다.

## II. 교수학적 계약의 정의

교수학적 계약의 정의로 브루소가 가장 먼저 공식적으로 사용한 것은 《TDS》에서 편집자 겸 번역자들이 인용하고 있는 1980년의 문헌에 제시한 것으로 보인다. 브루소가 이 문헌에 제시한 교수학적 계약의 정의는 다음과 같다.<sup>5)</sup>

- 3) 이런 점에서 didactical을 단지 '교수학적'이라고 번역하는 것은 불필요한 오해를 가져올 수 있다. 즉, 그것을 목표 수학 지식에 특유한 것이라는 맥락이 없이 단지 '가르치는 것과 관련된' 정도로 이해할 수 있다.
- 4) 'adidactical'과 'non-didactical'을 우리말로 번역하기는 쉽지 않다. 우정호(2000)는 교수학적 상황론을 정리·소개하면서 전자를 '비교수학적'이라고 번역하고 있다. 사실상 'adidactical'은 'didactical'의 두 조건 중 한 조건을 만족한다. 따라서 그것은 'didactical'과 무관하지 않다고 할 수 있다. 이에 비해 'non-didactical'은 그 두 조건을 모두 만족하지 않는다. 즉, 그것은 'didactical'과 무관하다고 할 수 있다. 그리고 이런 점에서 그것을 '무(無)교수학적'이라고 번역할 수 있을지 모른다. 이런 제안은 좀더 검토될 필요가 있으나, 이에 대한 논의는 이 연구의 범위를 벗어나므로 더 이상 언급하지 않기로 한다. 실제로 《TDS》에서도 'non-didactical'이라는 표현은 아주 드물게 사용된다. (주제 색인에는 언급되지도 않았다.)
- 5) 브루소의 1980년 문헌은 <L'échec et le contrat> (Recherches, 41, 177-182)이다. 이 연구에서는 붙여로 된 이 문헌을 직접 인용하는 대신 《TDS》의 편집자 겸 번역자들이 영어로 번역한 것을 다시 한국어로 번역한 것이다. 브루소(1997)에 의하면, 브루소는 1978년 11월 Pau의 GEDEOP(교육학적인 목표에 관한 실무 그룹의 모임)에서 교수학적 계약이라는 용어를 처음으로 응용하였지만, 그것을 연구 가설로서 처음으로 언급한 것은 1980년이라고 한다. 브루소의 이 논문은 위에서 언급한 논문이 아닌 <Problèmes de l'enseignement des décimales> (Recherches en didactique des mathématiques, 1(1) 11-59)이다.

이것을 [정의 1]이라고 하자.

교사가 계획하고 배달하는 교수 상황에서, 학생들은 일반적으로 자신에게 주어진 (수학) 문제를 해결해야 할 과제를 갖게 된다. 그러나 자신에게 주어진 질문, 제공된 정보, 부과된 제약 (constraints)의 해석을 통해 이 과제에 접근하는 바, 이 모두는 교사의 지도 방법에서 불변이다. 학생은 교사의 이러한 (특유한) 습관을 기대하고, 교사는 학생의 행동을 기대한다. 이것이 교수학적 계약이다.(TDS: 225)

이 정의에 따르면, 특정한 목표 수학 지식의 교수·학습을 위한 수학과 수업에서 교사는 학생들에게 나름대로 일정한 방식으로 질문을 하고, 일정한 방식으로 정보를 제공하며, 일정한 방식으로 제약을 가하는 것으로 해석된다. 교사의 교수 행동이 나름대로 일정한 방식으로 수행된다는 점에서, 그 행동은 습관적이라고 할 수 있다. 또, 이때 교사의 교수 행동은 학생들이 기대하는 것이고, 학생들의 행동은 교사가 기대하는 것이다. [정의 1]에 의하면 그것이 바로 교수학적 계약이다. 교사와 학생이 모두 서로의 기대를 만족하는 합리적인 행동을 하는 한, 교수학적 계약이 수업 과정에서 전혀 드러나지 않은 채 수업이 정상적으로 운영될 수 있다.

학생이 교사의 행동을 기대한다는 것은 사실상 학생이 자신의 행동을 교사의 행동에 종속시킨다는 것을 의미한다. 즉, 학생은 교사의 행동으로부터 자신이 해야 할 행동의 단서를 얻기 때문에, 먼저 그러한 단서를 주는 교사의 행동을 기대하는 것이다. 그러나 모든 학생들이 그렇다는 것은 아니다. 학생들이 교사의 행동으로부터 자신에게 도움이 되는 단서를 찾는

방식은 전적으로 학생 자신들이 결정한다. 어떤 학생들은 나름대로 유용하고 독특한, 그러나 교사가 의도하지는 않은 그런 단서를 찾을 수도 있다. 때때로 어떤 학생들은 교사의 행동을 교사의 의도와는 전혀 다르게 해석하기도 한다. 교사는 학생들이 생각하는 그런 것을 의도하지 않았지만, 학생들은 자신의 입장에서 교사의 행동이 자신이 생각하는 바로 그것을 의도한다고 믿는다. 그래서 교수학적으로 중요한 것은 그러한 괴리를 확인하고, 그 원인을 찾아, 학생들을 납득시키는 것이라 할 수 있다. 그런데 교사의 경우에도 이러한 일이 발생할 수 있다. 그리고 이렇게 보면 학생들의 행동은 교사의 행동에, 그리고 교사의 행동은 학생들의 행동에 상호 종속된다.

[정의 1]과 거의 유사한 정의가, 1999년에 브루소가 워필드(V. M. Warfield)와 함께 영어로 발표한 논문 <The case of Gaël>에도 다음과 같이 나타난다.<sup>6)</sup> 이것을 [정의 2]라고 하자. [정의 2]는 [정의 1]을 더 세련시킨 것이다.

학생에게 지식의 특유한 조각을 가르치는 것이 목적인 수업(session) 과정(수학과 수업)에서 학생은 자신에게 제공된 정보, 자신이 받은 질문, 자신에게 주어진 정보, 그리고 자신에게 부과된 제약을 교사가 교수 실제에서 반복적 방식으로, 의식적으로 또는 무의식적으로 재생하는 것들 - 그것이 무엇이든지간에 - 의 함수로 해석한다. 이러한 습관 중에서 어떤 것이든 우리가 관심을 갖는 것은 가르쳐지고 있는 지식에 특유한 것이다: 우리는 학생이 기대하는 교사의 (특유한) 행동의 집합 그리고 교사가 기대하는 학생의 행동의 집합에 교수학적 계약이라는 이름을 준다.

수학과 수업을 게임으로 모델화하는 한, 계

6) 이 논문은 본래 브루소가 불어로 발표한 논문 <Le cas de Gaël>을 영어로 번역한 것이다. 각주 2) 참조. 이 연구에서는 이 문헌을 간단히 <Gaël>로 나타낸다.

입의 한 상대인 교사의 모든 행동은 다른 한 상대인 학생들에게 거의 절대적으로 의미 있는 것이라 할 수 있다. 그러나 게임으로 모델화할 수 없는 수학과 수업에서 또는 게임으로 모델화할 수 있는 수학과 수업이라 하더라도, 사실상 모든 학생들이 교사의 교수 행동을 자신에게 절대적으로 의미 있는 것으로 받아들인다는 보장은 없다. 그런 학생들도 있고, 그렇지 않은 학생들도 있는 바, 브루소의 교수학적 계약은 그런 학생들을 대상으로 한다는 점에서, 그것은 확실히 이론적인 개념이다.

한편, 《TDS》에서는 [정의 1] 이외에 다음과 같은 진술도 있다. 이 진술을 교수학적 계약의 또 다른 정의로 보는 것도 가능하다. 이 진술은 교수학적 계약이 실질적으로 수학과 수업을 지배한다는 것을 드러낸 것이다.

교사는 학생과의 상호작용 체계를 가진 게임에 참여하는 바, 그 학생은 교사가 제공한 문제를 가지고 있다. 이 게임, 또는 더 넓은 상황이 수학과 수업이다. ... 교수학적 계약은 그 게임의 규칙이고, 그 수학과 수업의 전략이다. ... 교수학적 계약은 일반적인 교육학적 계약(pedagogical contract)이 아니다. 그것은 게임 중에 있는(in play) 특유한 지식에 밀접하게 좌우된다.(TDS: 31)

일반적으로 수학과 수업 과정에서 교사의 합리적인 교수 행동이 이루어질 것으로 기대하며, 학생들은 그것에 대응하는 합리적인 행동을 할 것으로 기대하는 바, 그 각각의 기대가 실질적으로 수학과 수업이 운영되게 하는 규칙이다. 그리고 그 규칙을 위반하지 않는 한, 그 규칙은 명시적으로 드러나지 않는다. 이 규칙

의 집합이 바로 교수학적 계약이다. 어떠한 수학과 수업에서도 교수학적 계약이 존재한다고 할 수 있지만, 그 구체적인 내용을 수업 전에 미리 상세히 제시할 수는 없다. 수업이 진행되면서 그 구체적인 내용이 교사와 학생들의 행동으로 표출된다. 그러나 수업이 정상적으로 진행되는 한, 그렇게 표출된 행동이 교수학적 계약에 속한다는 것이 명시적으로 드러나지는 않는다.

예를 들어 비 3 : 4를 비율로 나타내면  $\frac{3}{4}$ 이다. 그래서 어떤 학생들은  $3 : 4 = \frac{3}{4}$ 이라는 등식을 사용할 수 있을 것으로 생각할 수도 있다. 그러나 학교수학에서 이 등식은 허용되지 않는다. 비와 비율을 목표 수학 지식으로 하는 수학과 수업에서 교사는 학생들이 그런 등식을 사용하게끔 지도하지 않았다. 그러나 어떤 학생들은 교사의 행동이 3 : 4와  $\frac{3}{4}$ 을 등호로 연결할 수 있다고 말하는 것으로 해석한다. 교사의 행동을 정상적으로 해석한다면, 학생들은 그런 등식을 사용하지 않을 것이다. 교사는 학생들이 합리적으로 행동한다고 가정하기에, 그런 등식을 사용하지 않을 것으로 기대한다. 그래서 교사는 대개 수학과 수업에서 그러한 것을 규칙으로 명시하지 않는다. 그런데 만약 어떤 학생들이 그런 등식을 사용했다면, 그것은 교사의 기대를 저버린 것이다. 그때 교사는 학생들이 그런 등식을 사용하지 말 것을 언급함으로써, 그런 등식을 사용하지 않아야 한다는 것은 그 수학과 수업에서 하나의 명시적 규칙이 된다. 교사의 그런 언급이 있기 전까지 그것은, 말하자면, 감추어진 규칙이었다.<sup>7)</sup> 등식  $3 : 4 = \frac{3}{4}$ 을 사용한 학생들은 그 감추어진 규칙을 위반한 것이다. 만약 어느 학생도 그 감추

7) 그러나 오랜 교수 경험을 가진 교사의 경우 학생들의 그러한 실수를 여러 번 목격했기 때문에 수학과 수업에서 그러한 실수를 하지 말 것을 주문하기도 한다. 이런 경우 그 규칙은 더 이상 감추어진 것이 아니다.

어진 규칙을 위반하지 않았다면, 그것은 감추어진 채로 그대로 있었을 것이다. 이러한 감추어진 규칙들의 집합이 바로 교수학적 계약인 것이다.

다음 진술도 《TDS》에 제시된 것이다. 이 진술은 교육학적 계약의 구체적 모습을 제시하고, 그것에 비추어 교수학적 계약이 목표 수학 지식에 특유한 것이라는 점에서, 그 둘이 서로 다르다는 것을 지적하고 있다. 이런 점에서 이 진술은 교수학적 계약을 교육학적 계약과의 비교를 통해 정의한 것이다. 실제로 교수학적 계약의 정의를 이렇게 소개하는 연구들도 있다(윤나미, 이종희, 임재훈, 1999; 우정호, 2000; Gagatis & Kyriakides, 2000).<sup>8)</sup> 이것을 [정의 3]이라고 하기로 하자.

모든 수학과 수업에서 ... 어느 정도는 명시적으로, 그러나 주로 암묵적으로 교사와 학생 각자가 무엇을 관리할 책임이 있는지, ... 다른 사람에게 무엇에 대해 책임을 져야 하는지를 결정하는 관계(relationship)가 형성된다. 이 호혜적 의무 체계는 계약과 흡사하다. 여기서 우리가 관심을 갖는 것은 교수학적 계약, 말하자면 내용 즉, 목표 수학 지식에 특유한 한 것이다. (TDS: 31-32)

이 정의에 의하면 모든 수학과 수업에는 호혜적 의무 체계가 존재한다. 확실히 교사와 학생 사이에는 서로에 대한 의무감이 존재한다. 그 의무감은 사실상 교사와 학생이라는 신분에 따르는 사회적 관계로부터 주어지는 것이다. 수학과 수업에서 교사와 학생의 행동은 서로에 대한 의무감을 바탕으로 하는 것으로 해석할

수 있다. 만약 교사와 학생의 신분이 아니라면, 단지 가르치는 자와 배우는 자의 신분이라면 그러한 의무감은 약할 수 있다. 그러나 학교 안에서의 교사와 학생이라는 신분이라면 그러한 의무감은 강할 수밖에 없다. 한편, 그 의무 체계에는 목표 수학 지식에 특유한 것도 있고, 그렇지 않은 것도 있다. 이때 전자가 교수학적 계약이고, 후자는 교육학적 계약이라고 할 수 있다.

《TDS》에서는 “교사의 학생-환경 체계와의 게임에서, 교수학적 계약은 기본적 규칙과 전략을 확립하는, 그리고 나중에는 그것들을 학생의 게임에서의 변화에 적응시키는 수단이다 (TDS: 41).”와 같이 교수학적 계약을 설명하기도 한다. 이것은 위에서 교수학적 계약의 역할을 진술한 셋째 인용문의 내용과 본질적으로 같다. 셋째 인용문에서는 수학과 수업을 ‘교사가 학생과의 상호작용 체계를 가진 게임’으로 묘사하고 있는 반면, 여기서는 수학과 수업을 ‘교사의 학생-환경(milieu) 체계와의 게임’으로 묘사하고 있다. 브루소에 의하면, 환경은 행동 상황 속에서 학생에게 일어나는 일, 또는 학생이 상황에 작용하는 것 모두로, 교사나 다른 학생이 포함되지 않는다(TDS: 9). 학생-환경 체계란 학생이 환경에 묶여 있음을 의미한다.<sup>9)</sup> 또, 브루소에 의하면 교수학적 계약은 교사의 합리적인 교수 행동과 그것에 대응하는 학생의 합리적인 행동으로 표출되는 규칙을 확립하는 수단이다. 이것은 교수학적 계약이 교사의 교수 행동 및 그것에 대응하는 학생의 행동의 집합으로 표현되지만, 그 이면에 그것이 그러한

8) 특히 우정호(2000, p.472)는 [정의 1]과 [정의 3]에 바탕을 두어 교수학적 계약을 “교수학적 계약은 수학과 수업의 중요한 요소로, 교사의 기대와 그것을 목표로 하는 교사의 활동에 대한 학생의 수용 사이에 존재하는 합의이며, 교사와 학생이 조정을 위해 어떤 책임을 져야 할지와 서로에게 해야 할 의무가 무엇인지를 결정하는 관계이다.”와 같이 다시 정의하고 있다.

9) 이 연구에서는 환경(milieu)이라는 개념에 관해 자세히 논의하지 않는다. 그러나 브루소에 의하면 이 환경은 수학과 수업에서 상당히 중요한 위치를 차지하고 있다.

행동을 방향 짓는 자신의 어떤 심적 인식론적 체계에 따른다는 것을 의미한다.

한편, 브루소는 교수학적 계약을 “학생과 교사 모두에게 영향을 주고 그들의 일에 영향을 주는 암묵적인 여러 규칙들의 집합(TDS: 264)”으로 간단히 정의하고 있기도 하다. 이것은 교수학적 계약을 행동 차원에서 정의한 것이다.

지금까지 브루소가 진술한 교수학적 계약의 정의를 살펴보았다. 이 정의로부터 교수학적 계약을 수학과 수업을 지배하는 즉, 암묵적으로 교사의 행동과 학생의 행동에 영향을 미치는, 목표 수학 지식에 특유한 것으로 해석할 수 있다. 교사와 학생 사이에는 서로에 대한 일종의 사회적 의무감이 있다. 그 의무감은 교사와 학생의 신분이라는 사회적 관계에서 야기된 것으로 무언의, 거의 암묵적인 합의이다. 그래서 교수학적 계약 역시 무언의, 거의 암묵적인 합의이다(Tall, 1989). 그 의무감에 바탕을 둔 행동은, 말하자면, 서로가 서로에게 마땅히 해야 할 행동이다. 교사가 학생에게 마땅히 해야 할 행동은 학생의 기대를 충족하는 행동이다. 또, 학생이 교사에게 마땅히 해야 할 행동은 교사의 기대를 충족하는 행동이다. 이 점에서 교수학적 계약을 호혜적 의무감이라는 막연한 실체로 정의하는 대신, 실질적으로 (사회적 의무감에 바탕을 둔) 서로가 서로에게 마땅히 해야 할 행동의 집합으로 정의하는 것이 가능하다. 또 그 행동은 서로가 서로에게 기대하는 것이므로, 교수학적 계약을 서로의 행동에 대한 기대 체계로 보는 것도 가능하다(Mercier, Sensevy, Schubauer-Leoni, 1999). 이하 교사의 행동과 학생의 행동은, 특별한 언급이 없는 한, 항상 목표 수학 지식에 특유한 행동을 의미한다. 즉, 목표 수학 지식에 특유하지 않은 행동은 논의의 대상으로 하지 않는다. 또, 의무감은 사회적이고, 호혜적인 의무감을 의미한다.

### III. 교수학적 계약의 호혜성과 암묵성

교수학적 계약은 본질적으로 호혜적이다. 수학과 수업에서 통상적인 것으로, 또한 당연한 것으로 받아들여지는 교사의 교수 행동과 학생의 학습 행동은, 브루소의 표현에 따르면, 서로가 암암리에 합의한 교수학적 계약에 포함되는 것이다. 서로가 암암리에 합의한 것이기는 하지만, 실제로는 교사와 학생이라는 관계에서 비롯된, 서로에 대한 서로의 의무감이 그러한 암묵적 합의를 가능하게 한 것이다. 교사는 학생에 대해 나름대로의 의무감을 갖고 있고, 그래서 학생들의 학습에 도움을 주기 위한 행동을 수행한다. 학생도 교사에 대해 나름대로의 의무감을 갖고 있고, 그래서 학생들은 교사의 교수 행동에 반응하는 행동을 수행한다. 이런 점에서 교수학적 계약은 호혜적이다. 호혜적이라는 것이 단지 상대방에게 잘해주고 배려하는 마음을 가지고 있다는 것만을 의미하는 것은 아니다. 그것에는 상대방의 행동을 적극적으로 그리고 구체적으로 해석하는 것이 포함된다. 그러나 상대방의 행동을 항상 올바르게 해석하는 것은 아니다. 예를 들어 <Gaël>에서는 교사의 의도를 적극적이고 구체적으로 해석하는, 그러나 올바르게는 할 수 없는 Gaël의 행동을 볼 수 있다.

교사와 학생은 수학과 수업에서 서로에게 마땅히 해야 할 행동을 해야 한다는 사실을 알고 있다. 그러나 교사가 학생들에게 마땅히 해야 할 행동, 그리고 학생들이 교사에게 마땅히 해야 할 행동을 명시적으로 미리 모두 제시할 수 있는 것은 아니다. 교사의 경우 자신이 학생들에게 마땅히 해야 할 행동을 사고실험을 통해 미리 상세히 목록화할 수 있을지 모른다. 그러나 교사가 계획한 그대로 수학과 수업이 운영

되는 것은 아니다. 교사는 단지 부분적으로 자신이 학생에게 마땅히 해야 할 행동을 명시적으로 미리 드러낼 수 있을 뿐이다. 그 경우, 교사는 자신의 행동에 대응하는 학생들의 행동 즉, 학생들이 교사에게 마땅히 해야 하는 행동도 미리 명시적으로 드러낼 수 있다. 그 행동은 교사가 학생들로부터 기대하는 것이지만, 실제의 수학과 수업에서 학생들이 반드시 그런 행동을 할 것이란 보장은 없다. 그리고 사실상 교사가 명시적으로 드러낸 행동 역시, 실제의 수학과 수업에서 언제나 학생이 기대하는 것이라고 단정하기도 어렵다.

교수학적 계약이 본질적으로 호혜적이라는 점에서 좋은 교수학적 계약이나 나쁜 교수학적 계약이 있는 것이 아니다. 참인 교수학적 계약과 거짓인 교수학적 계약이 있는 것은 더 더욱 아니다(TDS: 32, 226). 교수학적 계약은 교수를 개선하기 위해 기능하는 어떤 바람직한 (또는 옳은, 또는 좋은) 수단으로 존재하는 것이 아니다. 그것은 교수의 개선과는 관계없다. 브루소에 의하면, 교수학적 계약을 그런 것으로 생각하는 것은 교수학적 계약을 잘못 이해한 것이다(TDS: 264). 교수학적 계약은 교사 쪽에서 보면 수학과 수업의 관리와 관련이 있고, 학생 쪽에서 보면 수학과 수업의 수용과 관련이 있다. 교수학적 계약은 본래 수학과 수업이 교사와 학생에 의해 어떻게 운영되어 가는지를 설명하기 위한 것이지, 그것이 수학과 수업의 성공 또는 실패를 결정하는 것이 아니다.

교사와 학생이 서로에게 마땅히 해야 할 행동 중에서 명시적으로 미리 드러낼 수 있는 것은 그리 많지 않을 것이다. 그래서 그것은 어느 정도 명시적일 수 있지만, 주로 암묵적이다(TDS: 31). 아마도 교수학적 계약의 명시성의 정도는 수학과 수업의 실제에 따라 달라질 것이다. 예를 들면 교사가 의무감에서 학생에게

끊임없이 자신이 기대하는 특정한 행동을 수행하도록 구체적으로 요구하고, 학생들이 교사의 그러한 요구에 따라야 한다는 것을 자신의 의무로 받아들이게 되면, 그 수학과 수업에서의 교수학적 계약은 상당히 명시적이라 할 수 있다. 그런데 브루소에 의하면, 명시적인 교수학적 계약이 지배하는 수학과 수업은 거의 실패할 운명을 가지고 있다(TDS: 32). 특히 브루소는 디엔에스(Z. P. Dienes)가 제시한 수학과 수업을 예로 들어 그러한 실패를 설명하고 있다(TDS: 36, 140, 271). 그러나 암묵적인 교수학적 계약이 지배하는 수학과 수업이 반드시 성공한다는 것은 아니다.

교사는 (이론적으로 볼 때) 학생이 기대하는 일련의 행동을 한다. 그러나 일반적으로 수학과 수업에서 교사의 행동이 항상 학생의 기대를 충족시키는 것은 아니다. 교사는 자신의 행동이 학생의 기대를 충족시킬 것으로 생각하지만, 학생이 기대하는 것은 그것이 아닐 수 있다. 이런 경우 교사의 입장에서는 자신이 교수학적 계약을 따른 것이지만, 학생의 입장에서는 교사가 교수학적 계약을 위반한 것이다. 이 반대의 경우도 성립한다. 즉, 학생도 (이론적으로 볼 때) 교사가 기대하는 일련의 행동을 한다. 그러나 일반적으로 수학과 수업에서 학생의 행동이 항상 교사의 기대를 충족시키는 것은 아니다. 학생은 자신의 행동이 교사의 기대를 충족시킬 것으로 생각하지만, 교사가 기대하는 것은 그것이 아닐 수 있다. 이런 경우 학생의 입장에서는 자신이 교수학적 계약을 따른 것이지만, 교사의 입장에서는 학생이 교수학적 계약을 위반한 것이다. 교사나 학생 모두 본질적으로 의무감에서 그런 행동을 수행하지만, 교수학적 계약의 암묵성은 교사와 학생 각각의 교수학적 계약의 불일치를 가져올 수 있다.

호혜적이고 암묵적인 교수학적 계약에 따라

교사가 학생의 학습을 위해 최선의 노력을 하고자 할 때, 역설적으로 학생의 학습을 방해하는 일이 발생한다(TDS: 41-45). 브루소는 교수학적 계약이 가진 이러한 역설을 ‘상황 양도의 역설’, ‘상황 적용의 역설’, ‘적응에 의한 학습의 역설’, 그리고 ‘배우의 역설’로 세분하여 설명하고 있다. 교사가 학생들의 요구에 응하면 응할수록, 그리고 학생이 해야만 하는 것을 말해주면 말해 줄수록, 학생들은 스스로 학습할 기회를 잃게 된다. 이것이 상황 양도의 역설이다. 교사가 어떤 목표 수학 지식의 교수·학습을 도모하는 수학과 수업에 학생들이 잘 적응하게 하면 할수록, 학생들은 이후에 그 지식을 수정해서 학습해야 하는 수학과 수업에 적응하기가 더 어려워진다. 이것이 상황 적용의 역설이다. 교사가 어떤 목표 수학 지식에 학생들이 잘 적응하게 하면 할수록, 학생들이 지식을 창조해야 하는 동기를 약화시켜, 새로운 지식을 창조하는 것이 어려워진다. 이것이 적응에 의한 학습의 역설이다. 교사가 학생들을 위해 수학적 문제와 답을 만들어내면 낼수록, 학생들이 스스로 그러한 행동을 수행하는 것을 더 어렵게 한다. 이것은 배우가 자신이 보이기를 원하는 감정을 느끼면 느낄수록, 그는 청중이 그 느낌을 공유하는 것을 더 어렵게 한다는 배우의 역설을 교사에게 전용한 것이다.

#### IV. 교수학적 계약의 구조

암묵적인 교수학적 계약이라고 해도, 그 중에는 교사와 학생이 관습적으로 마땅히 해야만 하는 행동이 있다. 발라세프(Balacheff, 1999)는 이렇게 관습화된 행동을 분리하여 ‘관습(cus-

tom)’이라 하고 있다.<sup>10)</sup> 그것은 교수학적 계약에 속하기보다는 즉, 서로에 대한 의무감에 바탕을 둔 것이기 보다는 교실 내에서 통용되는 사회적, 문화적 관습에 의해 이루어진 것이다. 발라세프는 그런 관습을 교수학적 계약에 포함시키지 않은 것이다. 교수학적 계약의 내용을 관습에 해당하는 것과 그렇지 않은 것으로 구분할 때, 관습은 상대방이 기대하는 바와 일치한다. (물론, 때로는 교사와 학생이 그러한 관습을 위반할 수도 있다. 관습이 항상 지켜지는 것은 아니다.) 그러나 관습에 해당하지 않는 것은 상대방이 기대하는 바와 일치한다는 보장이 없다. 일치할 수도 있지만, 일치하지 않을 수도 있다. 이렇게 보면 수학과 수업에서 주로 염두에 두어야 하는 것은 관습에 해당하지 않는 행동이라 할 수 있다. 그러나 교실 내에서 교사와 학생, 학생과 학생 사이의 역학 관계가 때때로 특정한 행동을 관습으로 만들기도 한다.

암묵적인 교수학적 계약의 구체적 내용은 수학과 수업에 따라 다를 수밖에 없다. 브루소에 의하면, 모든 수학과 수업에는 교수학적 계약이 존재한다(TDS: 214). 그런데 그런 교수학적 계약의 구체적인 내용이 모두 같다고 기대할 수는 없다. 계약의 두 당사자인 교사와 학생, 그리고 모든 수학과 수업이 다르므로, 수학과 수업에 따라 다른 내용의 교수학적 계약이 존재한다. 그리고 실제로는 하나의 수학과 수업에서도 학생마다 다른 교수학적 계약이 존재할 수 있다. 일반적으로 한 학급에 한 명의 교사와 여러 명의 학생이 있다고 할 때, 교사의 입장에서 보면 학급의 모든 학생에게 기대하는 행동의 집합으로서의 교수학적 계약에는 각각의 학생들을 대상으로 한 부계약(subcontract)이 있는 것으로 생각할 수 있다. 한편, 학급의 학

10) 발라세프의 이 논문은 원래 1988년에 불어로 발표된 것이다. 이 연구에서 인용한 것은 1999년에 영어로 번역하여 재발표한 것이다,



생 모두가 공통으로 기대하는 교사의 교수 행동도 있지만, 학생에 따라 같은 교사의 다소 다른 교수 행동을 기대할 수 있다. 이런 경우 교수 행동의 집합으로서의 교수학적 계약에는 각각의 학생이 기대하는 부계약이 있는 것으로 생각할 수 있다.

수학과 수업마다 서로 다른 교수학적 계약이 있다고 해도 그 중에는 성격상 유사한 것들이 있다. 그래서 교수학적 계약을 몇 가지로 유형화하는 것이 불가능하지 않다. 실제로 브루소도 그런 분류를 시도한 바 있다. 그는 교수학적 상황에서 교수 체계(teaching system)와 학습 체계(taught system) 사이의 ‘책임의 분배’라는 관점에서, 교수 체계가 학습 체계의 학습 결과에 거의 책임이 없는 매우 약한 교수학적 계약부터, 교수 체계가 학습 체계의 학습 결과에 전적으로 책임이 있는 매우 강한 교수학적 계약까지 서로 다른 교수학적 계약을 생각하였다(Hersant, Perrin-Glorian, 2005, 재인용). 그러나 일반적으로 수학과 수업에서 교수학적 계약의 내용이 구체적으로 그리고 상세히 드러나기 전까지는, 그것이 매우 약한 것부터 매우 강한 것 사이의 어느 것에 해당하는지 알 수 없다. 교수학적 계약은 그것의 위반으로 드러나는 바(TDS: 32, 240, 264), 수학과 수업에서 교수학적 계약의 위반이 있고, 그리고 그것이 책임의 분배라는 관점에서 어떻게 처리되는지를 구체적으로 확인할 수 있어야, 그것이 매우 약한 것부터 매우 강한 것 사이의 어느 것에 해당하는지 알 수 있을 것이다. 교수학적 계약이 약하다는 것은 서로에 대한 의무감이 약한 것을 의미한다. 교수학적 계약이 강하다는 것은 서로에 대한 의무감이 강한 것을 의미한다. 그러나 통상적인 수학과 수업이라면, 그 수업의 교수학적 계약은 매우 강할 것으로 예상할 수 있다.

교수학적 계약의 내용이 구체적으로 드러나지는 않지만, 수학과 수업의 진행 상황에 따라 그 내용을 몇 개의 부분으로 미리 구분해 보는 것은 가능하다. 브루소에 의하면, 교수학적 계약에는 먼저 목표 수학 지식의 문맥화/개인화 및 탈문맥화/탈개인화에 관련된 것이 있다. 실제의 수학과 수업에서 교사는 목표 수학 지식의 재문맥화/재개인화를 수행하며, 학생은 재탈문맥화/재탈개인화를 수행한다. 다음으로 문제의 양도와 문제해결의 탈교수학화에 관련된 것이 있다. 실제의 수학과 수업에서 교사는 문제를 양도하며, 학생은 문제해결의 탈교수학화를 수행한다. 한편, 문제의 양도뿐 아니라 엔지니어링(engineering)의 양도에 관련된 것도 있다. 그리고 지식의 제도화에 관련된 것이 있다(TDS: 227-246). “양도는 교사가 학생으로 하여금 (비교수학적) 학습 상황이나 문제에 대한 책임감을 받아들이도록 하고, 그리고 이러한 책임감 전이의 결과를 인정하는 행동이다.”(TDS: 230) 탈교수학화는 학생이 수학과 수업에서 스스로 문제해결의 책임을 지는 것이라 할 수 있다. 엔지니어링은 엔지니어들이 하는 작업과 유사하게 이루어지는 교수학적인 작업 형태를 나타낸다(Artigue & Perrin-Glorian, 1991). 지식의 제도화는 “구성한 지식에 공식적인 지위를 부여하는 것이다”(우정호, 2000: 448). 이러한 구분은 위반으로 드러난 특정한 숨겨진 규칙의 특성을 이해하는데 도움이 될 것이다.

다양한 교수학적 계약의 공통 요소에 주목하여 교수학적 계약의 내용 차원의 구조를 분석하는 것도 불가능하지 않다. 헤르산트와 페린-글로리안(Hersant & Perrin-Glorian, 2005)은 그러한 점에 주목하여 교사 및 학생 행동의 국소적 수준과 목표 수학 지식의 교수에 대한 교사의 프로젝트와 학생의 목표 수학 지식 습득의 관

리라고 하는 더 대국적인 수준 사이의 상호작용을 설명하기 위해, 강한 교수학적 계약을 구성하는 행동을 네 차원으로 구분하였다. 첫째 차원은 목표 수학 지식 그 자체에 관한 것으로, 영역(domain) 또는 수학적 분야(field)라고 한다. 둘째 차원은 목표 수학 지식의 교수학적 상태(status)이다. 셋째 차원은 목표 수학 지식의 교수·학습이 진행되고 있는 수학과 수업의 본성과 특징이다. 넷째 차원은 목표 수학 지식에 대한 교사와 학생 사이의 책임의 분배에 관련된 것이다. 그들은 또한 교수학적 계약을 구성하는 행동을 거대(macro) 수준, 중간(meso) 수준, 미시(micro) 수준의 세 수준으로 구별하였다. 거대 수준은 주로 교수 목표와 관련된다. 중간 수준은 문제의 해결과 관련되며, 미시 수준은 문제 해결을 위한 세세한 질문과 관련된다.

## V. 교수학적 계약의 위반

통상적인 수학과 수업에서는 교사와 학생 모두 서로에게 마땅히 해야 할 행동을 한다고 가정할 수 있다. 그래서 교수학적 계약의 존재는, 수학과 수업이 정상적으로 진행되는 한, 잘 드러나지 않는다고 가정할 수 있다. 그러나 실제의 수학과 수업이 언제나 정상적으로 진행되는 것은 아니다. 교수학적 계약의 암묵성으로 교사와 학생의 교수학적 계약의 내용이 상이할 수 있기 때문이다. 즉, 교사가 (교사 입장에서 보면) 학생에게 마땅히 해야 할 행동을 한다고 해도, 그것이 (학생 입장에서 보면) 항상 학생이 기대하는 행동이라고 단정하기는 어렵다. 학생은 그것이 아닌 다른 행동을 기대할 수도 있다. 마찬가지로 (학생 입장에서 보면) 학생이 교사에게 마땅히 해야 할 행동을 한다고 해도,

그것이 (교사 입장에서 보면) 항상 교사가 기대하는 행동이라고 단정하기는 어렵다. 교사는 그것이 아닌 다른 행동을 기대할 수도 있다. 이런 경우가 교수학적 계약의 위반이다. 이렇게 교수학적 계약을 위반하는 경우, 수학과 수업에서 표면적으로 드러나지 않았던 교수학적 계약이 다소 분명하게 드러나게 된다(TDS: 32, 240, 264).

교사와 학생들이 의도적으로 교수학적 계약을 위반한다고 가정할 수는 없다. 오히려 그 반대이다. 그들은 본질적으로 교수학적 계약을 준수하고자 한다. 교사는 교사의 입장에서, 그리고 학생은 학생의 입장에서 교수학적 계약을 준수하고자 한다. 그러나 이때 그 두 입장의 차이가 교수학적 계약의 위반을 가져 올 수 있다. 교수학적 계약의 위반은 특정한 행동으로 표출된다. 그러나 특정한 행동을 했다는 것만으로 그것이 교수학적 계약을 위반했다고 보기는 어렵다. 그 행동이 교수학적 계약을 위반한 것으로 볼 수 있기 위해서는, 그 행동이 상대에 대한 의무감에서 비롯되었다는 것이 확인되어야 한다. 즉, 모든 오류가 다 교수학적 계약의 위반은 아니다. 수학과 수업에서 학생과 교사 모두 교수학적 계약을 위반할 수 있다. 교사가 학생의 행동을 항상 주시한다면, 교사는 학생이 교수학적 계약을 위반하는 것을 비교적 쉽게 적발할 수 있다. 학생들이 범하는 감추어진 규칙의 위반을 적발할 임무는 교사에게 있다. 그리고 교사는 그 위반을 학생에 기인하는 것으로 돌리기도 하고, 자신에 기인하는 것으로 돌리기도 한다. 그러나 감추어진 규칙이 사소하거나 미묘하면 교사가 그것의 위반을 적발하지 못할 수도 있다. 그러나 교사가 교수학적 계약을 위반하는 것을 확인하는 것은 쉽지 않다.

학생이 교수학적 계약을 위반하는 경우를 보자. 그것은 교사가 기대하지 않은, 학생의 특정

한 행동인 바, 그것은 본질적으로 교사에 대한 학생의 의무감에서 비롯된 것이어야 한다. 《TDS》에는 세바야르(Chevallard)가 보고한 다음의 흥미로운 예가 실려 있다. 예를 들어 방정식  $3x=0$ 을 해결하는 과제에서, 어떤 학생들은  $x=0$ 이라는 정답을 제시하는 반면에, 또 어떤 학생들은  $x=-3$  또는  $x=\frac{1}{3}$ 이라는 오답을 제시한다. 외형적으로 볼 때, 이 오답에서는 방정식  $3x=0$ 에서  $x$ 의 계수 3이 사라지지 않고, 그대로 유지되고 있다. 이것이 '정보의 유지' 현상이다(TDS: 262). 즉, 이 오답에서는 3이라는 정보가 -3 또는  $\frac{1}{3}$ 의 형태로 유지되고 있다. 이 학생들은 왜 이런 행동을 했는가? 이 오답을 제시한 학생들은 사실상 방정식  $3x=0$ 에서  $x$ 의 값을 구할 줄 모르는 학생들이다. 그들은  $x$ 의 값을 구하라는 심리적 압박을 받고 있으므로, 그것을 구하기 위해 나름대로 그렇게 한 것이다. 그들은 이 과정에서  $x$ 의 값을 구할 수 있게 하는 자료로  $x$ 의 계수 3을 택한 것이다. 그들은 어쩐지 3이  $x$ 의 값과 관련이 있을 것으로 생각한 것이다. 아마도 그들의 경험이 그런 생각을 하게 했을 것이다. 그들은 (교사가 요구하기 때문에)  $x$ 의 값을 구하기 위한 모종의 행동을 취하지 않으면 안 된다는 중압감에서, 나름대로 고민하고, 그 고민의 흔적이 3을 유지하는 것으로 나타난 것이다. 이것은 정답과는 관계없는 행동이다. 브루소에 의하면, 이 학생들은 나름대로 교수학적 계약의 압력을 받은 것이다. 즉, 이런 행동은 교사에 대한 그들의 의무감에서 비롯된 행동이다. 이 학생들은 (자신의 입장에서) 교수학적 계약을 준수하고자 그런 행동을 했지만, 교사의 입장에서 보면 그 행동은 교사가 기대한 것이 아니므로, 실제로는 교수학적 계약을 위반한 것이다.

학생이 교수학적 계약을 위반한 또 다른 예

로 《TDS》에 제시된 유명한 '선장의 나이 문제'를 들 수 있다(TDS: 263). "배 한 척에 26마리의 양과 10마리의 염소가 타고 있다. 선장의 나이는 몇 살인가?"라는 문제에 3학년과 5학년 학생들 중 일부가 이 문제의 답으로 '36'을 제시하였다고 한다. 학생들에게 제시된 이 문제는 사실 문제라고 할 수도 없는 것이다. 이 문제에 주어진 정보만으로는 선장의 나이를 구할 수 없다. 그럼에도 불구하고 어떤 학생들은 '36'이라는 답을 제시하였다. 36은 양의 수 26과 염소의 수 10을 더해 얻은 것이다. 그들은 문제에 주어진 두 정보 '26'과 '10'을 그대로 유지하고 있다. 그러나 이러한 정보의 유지는 실제로는 정답과는 관계없는 행동이다. 이런 엉터리 문제에 엉터리 대답을 한 학생들 역시, 선장의 나이를 구해야 한다는 중압감에서 그런 어처구니없는 행동을 한 것이다. 즉, 그들은 나름대로 교수학적 계약의 압력을 받고, 그것을 준수하기 위한 노력을 했지만, 결국은 교수학적 계약을 위반한 것이다.

이 두 경우에서 볼 수 있듯이 학생이 교수학적 계약을 위반했다고 할 때, 사실상 그들의 입장에서는 교수학적 계약을 위반한 것이 아니다. 실제로는 교수학적 계약을 준수하고자 한다. 그러나 그들이 취한 행동은 교사가 기대하는 것이 아니라는 점에서, 그 행동은 교수학적 계약을 위반한 것이다. 그리고 그 위반으로 학생을 압박한 교수학적 계약의 존재를 드러낸 것이다. 오답을 한 학생들은 아마도 자신의 답이 엉터리라는 것을 인식하지 못할 지도 모른다. 그러나 그렇지 않을 수도 있다. '방정식  $3x=0$  문제'나 '선장의 나이 문제'에서, 어떤 학생들은 답을 제시해야 한다는 중압감으로, 자신이 제시한 답이 정답일 수 없다는 것을 명확히 인식하면서도, 정작 어떻게 대답해야 할지 몰라서, 문제에 주어진 정보를 유지하는 그런 답

을 제시할 수도 있다. 그들은 자신의 답이 틀릴 지도 모르지만, 많은 경우 문제의 답이 주어진 정보를 모두 사용하는 연산의 결과로 주어졌다는 자신의 그 동안의 경험에서, 어쩌면 이 문제의 경우도 그렇게 하면 자신의 답이 맞을지도 모른다는 일말의 기대 속에서, 그와 같은 관성적 행동을 했을 것이다.

또한 때때로 학생들은 주어진 상황을 분석하려는 시도나 문제를 이해하려는 노력을 하는 대신, 교수학적 계약의 압박을 받은 교사가 제공하는, 실질적으로는 내용과 무관한 교육학적 시사(implication)를 해석하여 답을 구하려 하기도 한다(TDS: 193). 예를 들어 이러한 시사는 은유적으로 주어질 수 있다. 교사는 학생들이 은유적으로 주어진 교육학적 시사로부터 문제 해결의 실마리를 잡을 수 있을 것으로 기대하기도 한다. 그러나 학생들이 교사의 기대대로 행동한다는 보장은 없다. 오히려 학생들은 은유적으로 주어진 시사를 오해하여, 교사가 기대하지 않은 뜻밖의 행동을 할 수도 있다. 그리고 그렇게 함으로써 결국은 교수학적 계약을 위반할 수 있다. 때로는 교사의 정상적인 시사도 오해하여 교사가 기대하지 않은 행동을 하기도 한다. 이러한 오해는 학생이 그 교사와의 그 동안의 상호작용의 경험, 또는 교사의 행동에 대한 개인적 관찰 등을 통해 마음속에 견고하게 장착시킨 개인적 신념 체계에서 비롯된 결과이다.

수학과 수업에서 학생이 범하는 교수학적 계약의 위반은 교사의 교수 시도가 아직 성공하지 못했음을 나타낸다. 학생이 교수학적 계약을 위반하더라도, 교사가 그것을 인지해야 비로소 위반으로 공표된다. 교사는 자신이 기대하지 않는, 학생의 특정한 행동이 잘못되었음을

을 드러내고, 그리고 그것의 처리를 모색하게 된다. 예를 들어 교사는 학생의 잘못된 행동을 수정하기 위하여 같은 설명을 다시 (천천히) 반복할 수도 있고, 새로운 예를 사용하거나 새로운 설명을 할 수도 있다. 이렇게 해서 학생이 그 잘못된 행동을 진정으로 수정할 수도 있다. 그러나 교사의 그런 노력에도 불구하고, 교수 시도가 성공하지 못할 수 있다. 교수학적 계약의 압박을 받는 교사는 그 사태를, 나름대로 성공한 교수 시도가 되도록, 마무리해야 한다. 이 과정에서 교사는 애초에 자신이 기대했던 학생들의 행동을, 학생들이 절차적으로 할 수 있는 행동으로 변경하는 경향을 나타내기도 한다. 예를 들어 교사는 어떤 목표 수학과 지식과 관련하여 그것에 절차적으로 손쉽게 접근하게 해 주는 것으로 이미 알려진 여러 형태의 비법(recipe)들 즉, procedology에 의존하게 된다.<sup>11)</sup> 그것은 학생들이 절차적으로 할 수 있는 행동이기 때문이다. 명백히 그것을 되풀이 하여 가르치는 것은 진정한 교수는 아니다(TDS: 39). 그러나 교수 시도에서 실패를 경험한 교사는 교수학적 계약의 압박 아래 그러한 procedology를 사용하는 것으로 변경된 교수 행동을 하게 된다. 학생들은 그러한 변경이 교사가 자신들에게 마땅히 해야 할 행동이라고 (때로는 마지못해) 생각한다. 즉, 이러한 변경은 교사와 학생 사이의 타협의 결과이다. 따라서 이러한 변경은 교수학적 계약의 변경을 가져오는 바, 이것이 교사와 학생 사이의 교수학적 계약의 협상이다. 교수학적 계약의 협상을 위한 단초는 학생에 의한 교수학적 계약의 위반이 제공된다. 그러나 교수학적 계약의 협상은 실질적으로 교사가 주도하게 된다. 《TDS》에는 수학과 수업에서 교수학적 계약의 협상과 관련된

11) procedology를 우리말로 번역하기는 쉽지 않다. '절차올로지'라고 하는 것이 가능해 보이지만, 좀더 논의가 필요하다. 이 연구에서는 procedology를 굳이 우리말로 번역하는 대신 그냥 사용하기로 한다.

여러 가지 교수학적 현상을 예시하고 있다. 예를 들면 잘 알려진 토파즈 효과, 줌뎡 효과, 초인지 이동 등은 그런 협상의 예이다.

## VI. 결 론

브루소는 수학과 수업에서 교사와 학생의 행동을 규제하는 것으로 보이는, 즉 수학과 수업이 운영되게 하는 어떤 보이지 않는 또는 숨겨진 규칙을 표현하기 위해 교수학적 계약을 도입하였다. 교사와 학생들은 그 규칙들을 준수해야 한다는 것을 알고, 그 규칙들을 준수하기 위해 노력한다. 그 규칙들이 있어 수학과 수업이 합리적으로 운영된다. 그러나 그 규칙들은 대개 명시적으로 드러나 있지 않다. 누군가, 특히 학생들이, 어떤 규칙을 위반하기 전에는 그것이 규칙이었다는 것이 드러나지 않는다.

브루소는 교수학적 계약을 조작적으로 정의하기 위해 그것을 교사의 행동과 그것에 대응하는 학생의 행동으로 표현하였다. 그는 교수학적 계약을 심리적, 인식론적 차원에서 정의하지는 않았다. 그러나 교사가 보여주는 나름대로 일정한 방식 즉, 교수학적 계약에 따르는 교수 행동은 수학과 수업에서 자신이 그렇게 하는 것이 합리적이라고 믿는 그 교사의 신념 체계와 인식론에 주로 기인한다. 교사 개인의 신념 체계는 자신의 인식론에 영향을 미치고, 그 인식론은 자신의 구체적인 교수 행동을 좌우한다. 이렇게 보면 수학과 수업을 운영하게 하는 실질적인 주체는 근본적으로 수업에 대한 교사의 신념 체계와 인식론이라고 할 수 있다. 교사가 가진 신념 체계나 인식론의 구체적 내

용이 수업 이전에 드러날 수는 없다. 그것은 단지 수업 과정에서 교수 행동으로 표출될 수 있을 뿐이다. 또 그것에 대응하는 학생들의 행동으로도 수업 과정에서 표출된다. 이러한 행동이 특정한 목표 수학 지식의 교수·학습을 위한 수학과 수업에 대한 교사의 신념 체계와 인식론을 드러낸다는 점에서, 교사의 신념 체계와 인식론을 브루소가 한 것처럼 행동(즉, 교사의 행동과 그것에 대응하는 학생의 행동)의 집합으로 묘사할 수 있다.

교사가 교수학적 계약을 위반할 수도 있다(TDS: 240). 그러나 《TDS》에는 교사가 교수학적 계약을 위반하는 경우에 대해 충분히 논의하지 않고 있다. 사실상 수학과 수업에서 그런 경우는 거의 노출되지 않는다. 교사의 터무니없는 오류 또는 실수가 아닌 한, 교사의 행동은 학생에게 마땅히 해야 할 권위를 가진 행동인 것으로 간주되는 경향이 있기 때문이다. 또, 교사는 교수학적 계약을 위반할 목적으로 교수 행동을 하지는 않는다. 즉, 교사 입장에서 보면 교사는 교수학적 계약을 준수하고 있는 것이다. 그러나 학생 입장에서 보면 교사의 어떤 행동은 학생의 기대에 부응하는 것이 아닐 수 있다. 그러나 학생이 그 기대를 드러내지 않으면 교사에 의한 교수학적 계약의 위반도 드러나지 않는다. 교사의 위반을 적발할 임무는 학생에게 있지 않다. 그래서 교사의 위반은 좀처럼 적발되지 않는다. 어떤 숨겨진 규칙에 대한 적발되지 않은 교사의 위반은 학생이 숨겨진 규칙을 위반하도록 고무하는 결과를 가져올 수도 있다. 그러나 이때 교사는 학생의 그러한 위반을 적발할 수 없다. 그런 점에서 교사의 교수학적 계약의 위반을 주의 깊게 고찰할 필요가 있다.

## 참고문헌

- 우정호(2000). 수학 학습-지도 원리와 방법. 서울: 서울대학교출판부.
- 윤나미 · 이종희 · 임재훈(1999). 수학과 수업론의 이해와 측정 지도에의 적용. *수학교육학연구*, 9(2), 473-491.
- Artigue, M., & Perrin-Glorian, M. J. (1991). Didactic engineering, research and development tool: some theoretical problems linked to this duality. *For the Learning of Mathematics*, 11(1), 13-18.
- Balacheff, N. (1999). Contract and custom: two registers of didactical interactions. *The Mathematics Educator*, 9(2), 23-28.
- Brousseau, G. (1984). The crucial role of the didactical contract in the analysis and construction of situations in teaching and learning mathematics. In H. G. Steiner, et al. (Eds.) *Theory of mathematics education* (Occasional paper 54). Bielefeld: IDM.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. (N. Balacheff, M. Cooper, Sutherland, R., & Warfield, V., Trans.). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Brousseau, G., & Warfield, V. M. (1999). The case of Gaël: the study of a child with mathematical difficulties. *The Journal of Mathematical Behaviour*, 18(1), 7-52.
- Bussi, M. G. B. (2005). When classroom situation is the unit of analysis: the potential impact on research in mathematical education. *Educational Studies in Mathematics*, 59, 299-311.
- Flückiger, A. (2005). Micro-situation and numerical knowledge building: the role of pupil's didactic memory in classroom interactions. *Educational Studies in Mathematics*, 59, 59-84.
- Gagatis, A., & Kyriakides, L. (2000). Teacher's attitude towards their pupils' mathematical error. *Educational Research and Evaluation*, 6(1), 25-58.
- Herbst, P. G. (2002). Engaging students in proving: a double bind on the teacher. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(3), 176-203.
- Hersant, M., & Perrin-Glorian, M. J. (2005). Characterization of an ordinary teaching practice with the help of the theory of didactic situations. *Educational Studies in Mathematics*, 59, 113-151.
- Laborde, C., & Perrin-Glorian, M. J. (2005). Introduction teaching situations as object of research: empirical studies within theoretical perspectives. *Educational Studies in Mathematics*, 59, 1-12.
- Martin, T. S., McCrone, S. M. S., Bower, M. L. W., & Dindyal, J. (2005). The interplay of the teacher and student actions in the teaching and learning of geometric proof. *Educational Studies in Mathematics*, 60(1), 95-124.
- Mason, J. (1998). Enabling teachers to be real teachers: necessary levels of awareness and structure of attention. *Journal of Mathematics Teachers Education*, 1(3), 243-267.
- Mercier, A., Sensevy, G., & Schubauer-Leoni, M. L. (1999). How social interactions with a class depend on the teacher's assess-

- ment of the pupil's various mathematical capabilities: A case study. In I. Schwank (Ed.), *Proceedings of the First Conference of the European Society for Research in Mathematics Education. Vol. I.* 342-353. Osnabrück: Forschungsinstitut für Mathematikdidaktik.
- Sadovsky, P., & Sessa, C. (2005). The didactic interaction with the procedure of peers in the transition from arithmetic to algebra: a milieu for the emergence of a new question. *Educational Studies in Mathematics*, 59, 85-112.
- Schoenfeld, A. H. (2002). Research methods in (mathematics) education. In L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Sensevy, G., Schubauer-Leoni, M. L. Mercier, A., Ligozat, F., & Perrot, G. (2005). An attempt to model the teacher's action in the mathematics class. *Educational Studies in Mathematics*, 59, 153-181
- Skott, J. (2001). The emerging practices of a novice teacher: the role of his school mathematics images. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 4(1), 3-28
- Tall, D. (1989). New cognitive obstacles in a technological paradigm. In S. Wagner & C. Kieran (Eds.), *Research issues in the learning and teaching of algebra*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics; Lawrence Erlbaum Associates.
- Van Dooren, W., de Bock, D., Weyers, D., & Verschaffel, L. (2004). The predictive power of intuitive rules: a critical analysis of the impact of 'more A - more B' and 'same A - same B'. *Educational Studies in Mathematics*, 56, 179-207.
- Vinner, S. (1997). The pseudo-conceptual and the pseudo-analytical thought process in mathematical learning. *Educational Studies in Mathematics*, 34(2), 97-129.

# A Study on Didactical Contracts as Hidden Rules in Managing Mathematics Class

Park, Kyo Sik (Gyeongin National University of Education)

An objective of this paper is to discuss the didactical contracts which have been conceptualized by Brousseau. He modelled mathematics instruction as a game. In such game, didactical contracts existed as its own hidden rules which teacher and student should obey. Brousseau introduced it to reveal certain hidden rules which regulates mathematics instruction. Those rules are implicit and reciprocal. In particular, it is not revealed until students break. He defined didactical contracts as teacher's behaviour and corresponding students' behaviour in order to define it operationally. He he did not define it in psychological and epistemological dimension. But it is necessary to discuss teacher's belief system and epistemology, since teacher's behaviour in instruction is affected by them. He also did not discuss fully teacher's breaking of didactical contracts.

\* **Key words** : didactical contract(교수학적 계약), custom(관습), conservation of information (정보의 유지), the age of the captain problem(선장의 나이 문제)

논문접수 : 2005. 12. 25

심사완료 : 2006. 2. 6