

평면도형의 넓이에 대한 교사의 교수학적 내용 지식과 수업 실제 분석

안 선 영* · 방 정 숙**

교사의 지식은 효과적인 수업을 위해 필수적이며, 교수·학습에 직접적인 영향을 끼친다. 이에 본 연구는 평면도형의 넓이에 대한 수학 내용에 대한 지식·학습자의 이해에 대한 지식·교수 방법에 대한 지식으로 교사의 교수학적 내용 지식(PCK)을 알아보고, 이에 관한 수업 실재를 상세하게 분석하여, 교사의 PCK와 수업 실제와의 관계를 살펴보았다. 분석 결과 교사가 가진 PCK의 전반적인 특성에 따라 수업의 구현 양상이 다양하게 나타났는데 특히, 평면도형의 넓이와 관련하여 세부적인 PCK의 요소를 교사가 어떻게 내면화했는지에 따라 수업의 초점이 달랐다. 이러한 연구 결과를 토대로, 본 연구는 PCK의 중요성을 피상적으로 강조하기보다는 PCK와 수업 실제 간의 면밀한 관계를 분석하여 효과적인 수업 구현을 위한 시사점을 도출하였다.

1. 서 론

교사의 지식은 효과적인 수업을 위해 필수적인 요소이며(Ball, Lubienski, & Mewborn, 2001), 수업 외적인 요인과는 다르게 교수·학습에 직접적인 영향을 끼친다(Ma, 1999). 교사가 수학적 지식을 보다 많이 가지고 있을 때 학생들이 수학을 더 많이 배운다고 생각하는 경우가 많고, 효과적인 교수를 위해 풍부한 교사 지식이 요구되지만 가르치는데 필요한 수학적 지식에 대한 합의는 부족한 실정이다(Fennema & Franke, 1992).

80년대 후반 Shulman(1986)을 필두로 하여 제기된 교사의 지식에 대한 연구들은 교사의 지식이 가르치는 내용과 방법의 혼합임을 인식하면서 교수학적 내용 지식(Pedagogical Content Knowledge[PCK])이라는 개념을 강조하였다. PCK

는 다른 사람이 이해할 수 있도록 해당 교과목을 가르치는 방법에 대한 지식인데, 이는 보다 구체적으로 해당 교과를 가르치기 위해 필요한 전반적인 관점, 특정한 학습 주제를 가르치기 위한 교수적 전략과 표상에 대한 지식, 해당 교과에 대한 학생들의 이해·사고·학습에 대한 지식, 교육과정과 교수·학습 자료에 대한 지식으로 나뉘볼 수 있다(Grossman, 1990; Marks, 1990). 최근에 전미수학교사협회(National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000)에서도 수학을 효과적으로 가르치기 위해서 교사는 수학 내용, 학습자로서의 학생들 및 교수법적 전략을 알고 이해해야 한다고 제시하였다. 결과적으로, 가르치는데 필요한 교사의 지식은 크게 수학 내용에 대한 지식, 학습자의 이해에 대한 지식, 교수 방법에 대한 지식으로 나눌 수 있다.

교사의 지식에 관한 선행 연구를 살펴보면

* 안천초등학교, aigoong@freechal.com

** 한국교원대학교, jeongsuk@knue.ac.kr

가르치는데 필요한 수학적 지식이 어떠한 것인지에 대해 구체적인 합의가 부족하였다. 또한 대부분의 연구는 예비 교사를 대상으로 하여 분수, 곱셈, 나눗셈 등 몇 가지 특정한 주제와 관련하여 지식 상태를 분석하는 데 그쳤다(이종욱, 2005). 하지만, 수학 교육에 직접적인 시사점을 얻기 위해서는 교사가 가진 수학적 지식의 실태뿐만 아니라 수업 실제와의 관계를 면밀하게 탐구하는 연구가 필요하다. 이에 본 연구는 초등학교 교사가 지닌 PCK에 따라 실제 수업이 어떻게 구현되는지에 대해 상세하게 분석하고자 한다. 또한, 수와 연산 영역에 치중한 기존의 연구 경향을 넘어서서 본 연구에서는 측정 영역에 관해서 살펴보고자 한다.

측정 학습 중에서도 특히 넓이는 지도 방법에 따라 학습자가 수학적으로 사고할 수 있는 장면을 충분히 제공할 수 있으나(정동권, 2001), 형식화하여 가르칠 수 있기 때문에 단순히 공식 외우고 기계적인 적용을 통하여 문제를 풀이하는 방식으로 교육이 이루어지는 경우가 많다(김주봉, 2000). 결국, 앞서 논의한 PCK와 관련지어 생각해보면, 교사가 평면도형의 넓이를 구할 수 있는 정도의 수준뿐만 아니라 평면도형의 넓이 학습에서 필요한 수학 내용에 대한 지식·학생들의 수준 및 상태에 대한 지식·평면도형의 넓이를 지도하는 효과적인 교수 방법에 대한 지식을 어떻게 갖추고 있는지에 따라 다양한 양상의 수업 실제가 구현될 수 있을 것이다.

따라서 본 연구에서는 교사의 지식에 대한 문헌 연구들을 토대로 평면도형의 넓이를 지도하는데 필요한 PCK를 규정하고, 이에 기초하여 구체적으로 두 초등교사의 PCK와 수업 실제를 분석한 사례를 소개함으로써 평면도형의 넓이에 대한 교사의 PCK가 어떠한지를 알아보고 효과적인 수업 구현을 위해서 고려해야 할

점에 대해서 논의하고자 한다.

II. 이론적 고찰

1. 교사 지식에 대한 관점의 변화

효과적인 교수 설계를 위해 교사가 어떤 지식을 알고 있어야 하며 교사의 지식은 학생들에게 어떠한 영향을 주는지, 교사의 지식을 어떻게 신장시킬 수 있는지에 대한 질문은 끊임 없이 제기되어 오고 있다. 교사의 지식에 대한 60~70년대의 연구들은 '가르치는데 필수적인 수학적 지식이 무엇인가?'라는 질문에 답하기 위해 교사들이 수강한 과목의 수를 확인하고 수강 과목과 학생 학습 사이의 상관관계를 분석하였다(Ball et al., 2001). 교사가 이수한 교육 과정을 토대로 교사에게 필요한 수학적 지식을 규명하는 방법은 자료를 수량화하기에 용이하여 많은 지지를 얻었지만, 학생의 성취에 대한 교사 변인의 효과를 입증하는 결과를 얻지는 못하였다.

이에 따라 가르치기 위해 필요한 지식으로써의 교사 지식에 대한 관점은 가르치는 상황에서 학생들의 학습 과정이나 어려움에 적절히 대처할 수 있고, 수학적 개념이나 원리를 어떻게 설명할 수 있는지를 포함하는 것으로 확장되었다. 80년대 후반 Shulman을 필두로 하여 제기된 교사의 지식에 대한 연구들은 각 교과 영역을 가장 효과적으로 가르치기 위한 주제들과 다른 사람들이 쉽게 이해할 수 있는 가장 유용한 형식으로 교과의 내용을 표현하고 구성하는 방식을 포함하는 것으로 PCK의 개념을 정의하였다(Shulman, 1986).

Grossman(1990)은 Shulman의 정의를 확장하여 PCK의 네 가지 구성요인을 교과 내용을 가

르치기 위해 필요한 개념들, 구체적인 주제에 대한 학생들의 이해·사고·학습에 대한 지식, 교육과정과 교육 과정 자료에 대한 지식, 구체적인 주제를 가르치기 위한 교수적 전략과 표상에 대한 지식으로 제시하였다. 또한 Marks (1990)는 교과 내용, 수업 과정, 학습자의 이해, 수업 자료로 PCK를 설명하고 있다.

최근에는 학습자의 입장을 더 많이 고려하여 학습자들이 이해할 수 있도록 교과를 표현하고 구성하는 방식에 관한 지식, 학습하는 학생의 개념과 사전 개념에 대한 지식, 학생의 오개념을 다루기 위한 전략에 대한 지식으로 정의하기도 하며(Li, 2001), 특정 주제의 학습을 어렵거나 쉽게 이해하는 방식과 다양한 배경을 가진 학습자들이 학습 장면에서 가져오는 선행 개념 혹은 오개념에 대한 이해를 포함하는 것으로 정의하기도 한다(민윤, 2001).

한편, NCTM(2000)에서는 학교 수학을 위한 주요 원리 중의 하나로서 교수 원리(teaching principle)를 설명하면서, PCK의 중요성을 강조하였다. 또한, Artzt와 Armour-Thomas(2002)도 유능한 수학 교사가 되기 위해 교사들은 학생·교수법·내용에 관한 자신들의 지식과 신념을 활성화시켜야 한다고 언급하고 있다. 이상의 개념들을 살펴보면, PCK는 교사 개인이 이해한 지식의 수준을 넘어서서 아는 것을 효과적으로 표현할 줄 아는 능력이며, 학습이 이

루어지는 상황을 고려하여 학습하는 대상에 대한 이해뿐만 아니라 학습하는 과정에서 이루어지는 제반 요소들에 대한 지식까지 지니고 있다는 것을 의미한다고 할 수 있다.

2. 평면도형의 넓이에 대한 지식

도형의 넓이란 단위 정사각형이 꼭 덮을 수 있는 어떤 양을 1로 정의하고, 측정하고자 하는 도형의 내부를 단위 정사각형으로 겹치지 않게 빈틈없이 늘어놓아 몇 번이나 들어가는지를 세는 것이다(구광조, 라병소, 1997; 정동권, 2001). 넓이 개념은 분할, 단위 반복, 보존, 배열구성의 4가지 기초 개념을 포함하는데(Stephan & Clements, 2003), 이러한 넓이 개념이 부족할 경우 학생들은 주어진 숫자를 공식에 대입하는 것으로 넓이 학습을 이해하기도 한다(김주봉, 2000; 이경화, 2001; 이정욱, 이해원, 2004; Reys, Suydam, Lindquist, & Smith, 1998). 예를 들어, 간단한 공식으로 인식되는 직사각형의 넓이를 왜 그렇게 구하는지는 이해하지 못한 채 문제를 해결하는 학생이 많다(Schifer & Szymaszek, 2003).

본 연구에서는 앞서 언급한 PCK의 정의에 따라 5-가 '6. 평면도형의 둘레와 넓이'를 지도하기 위한 PCK의 요소를 수학 내용에 대한 지식, 학습자의 이해에 대한 지식, 교수 방법에

<표 II-1> 평면도형의 넓이에 대한 PCK

1. 수학 내용에 대한 지식	1) 넓이 개념의 이해 2) 넓이 개념에 내재한 수학적 개념의 이해 3) 각 평면도형의 넓이 공식을 유도할 수 있는 지식 4) 측정 단위에 대한 이해 지식
2. 학습자의 이해에 대한 지식	1) 학생들의 오류에 대한 지식 2) 학생들의 선행 개념에 대한 지식 3) 학생들이 어려워하는 이유에 대한 지식
3. 교수 방법에 대한 지식	1) 측정 영역의 일반적인 교수 전략에 대한 지식 2) 넓이 지도에 대한 교육과정 이해 지식 3) 실생활의 예를 포함하는 다양한 표상에 관한 지식

대한 지식으로 범주화하고, 선행연구에서 제시하고 있는 PCK의 구체적인 요소 및 평면도형의 넓이에 대한 학습 요소를 추출하여 <표 II-1>과 같이 정의하였다. 이와 같은 PCK 요소들은 그 특성상 서로 긴밀하게 연관되어 있어서 엄밀하게 구분을 하기가 어렵다. 하지만, 교사의 PCK를 상세하게 살펴보고, 이를 통한 다양한 수업 구현 양상을 분석하고자 세분하였다.

III. 연구 방법 및 절차

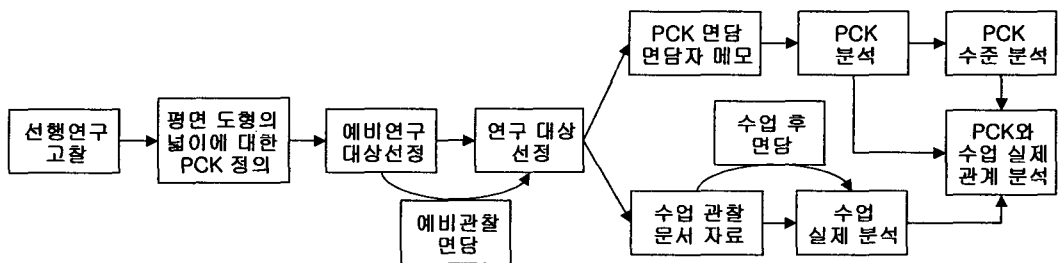
교사의 PCK는 교수 활동 과정 속에서 가장 잘 드러나며 그 지식을 어떻게 활용하는지도 교수 활동의 분석을 통하여 파악할 수 있다(이종욱, 2005). 본 연구에서는 관찰, 면담, 문서자료 등을 통해 관련 자료를 수집하고 분석하는 질적 사례연구 방법을 사용하였으며 전반적인 연구 절차는 [그림 III-1]과 같다.

1. 연구 대상

본 연구에서는 수학 교육을 전공하고 있거나 수학 교수법 개발에 관심이 있는 초등학교 5학년 교사를 현장 교사나 학교장으로부터 추천받고, 예비 관찰과 수학 수업에 대한 면담을 실시하여 지속적으로 수업관찰을 허락하는 교사 중에서 <표 III-1>와 같이 연구 의도에 부합하도록 PCK가 상대적으로 높은 교사와 그렇지 못한 A, B교사를 최종 연구 대상자로 선정하였다¹⁾.

2. 연구 방법

교실 수업에 관한 양적 비교 연구는 수업의 외적인 구조는 밝히되, 실제 교수·학습 과정에 대한 상세한 설명을 제공하는데 한계가 있으므로, 본 연구에서는 탐구적, 질적, 비교 사례연구를 실시하였다(방정숙, 2001; Yin, 2002).



[그림 III-1] 연구 절차

<표 III-1> 연구 대상자

교사	경력	비고
A	8년	수학교육 심화과정, 수학교육 대학원, 수학교육 연구회 활동
B	9년	윤리교육 심화과정, 수학과 수업 대회 1등급 2회 수상, 수학교육 연구회 활동

1) 원래는 네 명의 교사를 연구 대상으로 분석하였으나 본고에서는 지면의 한계로 특징적인 교사 2명에 대해서만 상세하게 다루고자 한다.

본 연구는 적은 수의 사례를 단기간 관찰하므로 일반화하는데 어려움이 있으나, 탐구적 사례 연구를 통하여 평면도형의 넓이를 가르치는데 필요한 수학적 지식을 정의하는데 기초적인 이론을 만들어 광범위한 후속 연구에 대한 토대를 제공할 것으로 기대된다. 또한, 질적·비교 사례 연구를 통하여 교사의 서로 다른 PCK가 수업 실체에 어떻게 구현되는지를 자세히 기술할 것이다. 지금까지 교사의 지식에 관한 연구는 많이 있었지만 PCK와 관련하여 교실 수업을 분석하는 연구는 비교적 최근의 동향으로, 본 연구 방법을 통해 가르치기 위해 필요한 교사의 지식은 구체적으로 무엇이며, 이는 다시 교수 실체에 어떠한 영향을 미치는지에 대한 근본적인 정보를 찾을 수 있을 것으로 기대된다(Merriam, 1998).

3. 자료 수집

본 연구에서는 면담, 관찰, 문서 수집의 세 가지 방법으로 자료를 수집하였다. 면담은 교사의 PCK를 분석하기 위한 반구조화된 면담과 수업 관찰 후 수업의도를 확인하기 위한 비구조화된 면담의 두 가지 형태로 수행하였다. 면담 질문은 교사가 평면도형의 넓이에 대한 PCK를 어떻게 가지고 있는지를 알아보기 위해 세부적인 요소에 따라 상세하게 제시하였으며, 질문에 부가하여 교과서나 수학 익힘책 등의 보조 자료를 제시하여 구체적인 상황에서 답할 수 있게 하였다. 한편, 5-가 '6. 평면도형의 둘레와 넓이' 단원은 총 12차시의 수업으로 구성되어 있으나, 연구 의도에 부합하는 7차시의 수업을 각 교사별로 관찰하고 분석하였다. 또한, 면담을 수행하는 과정에서 교사가 부가적으로 작성한 노트, 수업관찰과 관련된 교수·학습 계획안, 수업 관련 메모, 학생들의 활동지

를 수집하였고, 연구자의 필드 노트도 문서 자료로 포함하였다.

4. 자료 분석

본 연구에서 자료 분석은 교사의 PCK 분석, 교실 개별 분석, 교사의 PCK와 수업 실체와의 관계 분석의 3단계로 이루어졌다. 교사의 PCK 분석은 면담에서 수집한 자료를 토대로 연구자가 설정한 수학 내용에 대한 지식, 학습자의 이해에 대한 지식, 교수 방법에 대한 지식의 측면에서 연구 대상자들의 답변을 제시하며 상세하게 분석하였고, 교실 개별 분석은 동일한 분석틀에 의거하여 구체적인 수업사례를 들어 기술하였다. 교사의 PCK와 수업 실체 분석은 앞서 기술한 내용을 바탕으로 지식수준에 따라 어떠한 유사점과 차이점이 있는지를 밝히는 데 초점을 두었다.

IV. 교수학적 내용 지식 분석

1. 수학 내용에 대한 지식

가. 넓이 개념의 이해 지식

초등학교 교육과정에서는 사물을 비교하고 조작하는 활동으로 양의 개념을 도입하고 있다(강지형 외, 1999). 넓이 개념도 마찬가지로 비교 상황으로 도입하며 구체적인 용어로 제시하고 있지는 않기 때문에 교사들도 넓이의 개념에 대해 엄밀하게 정의하는데 어려움을 느끼고 있었다. 정확한 표현을 하지는 못했지만 A, B 교사는 공간에서 차지하는 크기로 넓이의 개념에 대해 인지하고 있었고, 보편단위인 1cm²의 정사각형이 공간을 얼마나 차지하고 있는지를 살펴보는 것으로 넓이 개념을 설명하였다:

넓이를 구체적으로 말로 하지는 못하고 그냥 직관적으로 이해하는 수준으로 어떤 게 더 넓냐? 이렇게 묻지, 넓이가 무엇이다라고 설명할 수는 없을 것 같아요. 넓이를 재기 위해서 보편 단위인 1cm로 덮어봄으로써 대략적인 넓이를 알아보거나 1cm 크기의 투명 격자판을 도형 위에 대어봐서 넓이를 찾을 수 있겠죠(교사A).

도형이 평면에서 차지하는 공간의 크기라고 생각하거든요. 그러니까 변과 변이 만나서 이루어지는 공간의 크기요. 단위넓이가 몇 개 있느냐 공간을 얼마나 차지하고 있느냐 하는 게 중요한 것 같아요(교사B).

나. 넓이 개념에 내재한 수학적 개념의 이해

A, B교사 모두 넓이 개념에 내재한 수학적 개념에 대해 잘 이해하고 있었다. 특히, A교사의 경우 단위반복의 일례로 단위넓이로 덮어보는 것이 넓이를 학습하는데 가장 중요한 요소라고 강조하며 중점을 두어 설명했다. 넓이 개념에 내재한 수학적 개념들은 평면도형의 넓이를 구하기 위한 필수적인 요소로 교과서에 제시되어 있기 때문에 교사들이 구체적으로 이해하고 있는 것으로 판단된다.

다. 각 평면도형의 넓이 공식을 유도하는 지식

직사각형의 넓이와 관련하여 A교사는 공식을 지도하는 것보다 넓이를 측정한다는 의미에 중점을 두어 단위넓이로 주어진 공간을 빈틈없이 채우는 과정에서 학생들이 스스로 배열을 구성하고, 가로·세로의 길이와 배열의 의미를 관계짓는 것을 통해 넓이를 구하는 방법을 이해하는 것을 강조해야 한다고 했다. B교사도 단위넓이로 채우는 활동을 중시하며 조작활동을 통해 가로·세로의 단위넓이의 개수와 전체 단위넓이의 개수 사이의 관계를 이해하는 것으

로 공식을 유도하였다. 또한 평행사변형의 넓이와 관련하여 A, B교사 모두 단위넓이로 세는 과정에서 등적변형을 이용하여 공식을 유도하였다.

한편, 삼각형의 넓이는 등적변형으로 넓이를 구하는 것도 가능하나 A, B교사 모두 기존에 학습한 평면도형의 $\frac{1}{2}$ 로 설명하였다. 교과서의 내용이 평행사변형으로 배적변형 하여 공식을 유도하는 것을 볼 때, 교사들의 지식은 공식을 유도하는데 부족함은 없었다. 그러나 공식화하는 가장 간편한 방법으로 고정되어 있어 학생들의 다양한 사고를 유도하는 데는 한계가 있을 것으로 사료된다. 7차 교육과정은 학습자의 활동을 중시하여 학생들이 스스로 관찰하고 조작하는 활동을 통해 법칙을 발견하는 것을 지향하는 점을 볼 때(교육부, 1998) 교사가 교과서에 제시되어 있는 내용뿐만 아니라 넓이 공식을 유도하는 다양한 방법을 알고 있는 것이 필요하다.

라. 측정 단위에 대한 이해 지식

측정 과정에서 단위를 선택하고 사용하는 것은 측정 대상의 속성이 무엇인지를 이해하고 적절한 단위를 선택하는 초기 단계에서부터 단위와 수를 기록하는 측정의 전 과정에서 핵심적인 개념의 하나이다(Reys et al., 1998). A, B교사 모두 임의단위에 의한 활동에서 보편단위를 도입해야 하며, 측정하고자 하는 속성에 맞는 단위를 선택하고, 단위를 측정 결과와 함께 써야한다고 설명하였다. 이에 부가하여 A교사는 다양한 임의단위로 덮어보는 활동을 통해 단위 사이의 관계를 살펴보는 것이 필요하며, 의사소통을 원활하게 하고 표준을 제시하기 위해 보편단위를 도입해야 한다고 언급하였다. 한편, B교사는 비교하는 공간의 크기에 따라 효율적인 단위를 선택해야 함을 지적하였으나,

새로운 단위를 도입하는 이유와 같은 내용에 대해서는 구체적으로 설명하지 못했다.

2. 학습자의 이해에 대한 지식

가. 학생들의 오류에 대한 지식

B교사가 학생들이 둘레와 넓이 개념을 혼동할 수 있다는 것을 지각하고 있지는 않았지만 A, B교사 모두 학생들이 높이를 찾는데 많은 오류를 범한다는 것을 언급하였고, 시각적인 오류, 문제의 의도를 제대로 파악하지 못해 발생하는 오류, 공식을 잘못 사용하거나 단위를 올바르게 쓰지 않는 오류 등을 제시하였다. 학생들의 오류에 대해 알고 있다는 것은 수업에서 학생들이 오류를 범할 소지를 줄이는 방법으로 교수할 수 있다는 장점이 있고, 학생들에게 단순히 공식을 적용하는 문제를 제시하는 것이 아니라 부단한 사고 과정을 야기시키는 문제를 제시할 수 있다는 측면에서 학생들의 오류에 대한 지식은 교사 지식의 중요한 요소이다.

나. 학생들의 선행 개념에 대한 지식

평면도형의 넓이에 대한 선행지식에서 교수·학습과 관련하여 학생들에게 가장 필요한 것은 도형과 측정영역의 학습 요소이다. A, B교사 모두 선행학습 요소로 평면도형의 개념 및 성질·특징을 제시하였으며 4나 단계에서 학습하는 수직과 평행의 내용이 높이 개념을 확립하는데 꼭 필요한 요소라고 언급하였다. 또한, 두 교사 모두 길이에 대한 이해가 넓이 학습의 기본이라고 설명하였는데 A교사가 측정영역의 학습이 일반적인 교수 전략을 통해 공통적인 방식으로 전개된다는 점에서 길이 학습 전반을 언급한 반면 B교사는 길이 단위에 대한 이해가 필요하다고 제시하는 수준이었다.

다. 학생들이 어려워하는 이유에 대한 지식

A, B교사 모두 학생들이 넓이의 의미를 이해하고 문제를 다루기보다 단순히 주어진 수치를 공식에 대입하는 것으로 문제를 해결하기 때문에 넓이 학습을 어렵하다고 설명하였고, 지각과 표현의 부족에 대해서도 언급하였다. 또한, A교사는 측정하게 될 속성에 대한 탐구가 부족한 상태에서 넓이를 구하기 때문이라고 설명했다. B교사는 보존 개념의 부족과 배열 구성의 어려움 등 학생들이 넓이 학습을 어려워하는 이유에 대해 구체적으로 안내하였으나, 자를 이용하여 넓이를 측정하는 것이 학생들에게 속성의 혼란과 더불어 넓이에 대한 오개념을 양산할 수 있다는 것을 숙고하지는 못했다. A, B교사 모두 평면도형의 넓이를 구하는 문제를 어렵지 않게 수행할 수 있기 때문에 학생들이 어려워하는 이유에 대해 엄밀하게 이해하고 있지는 않았다.

3. 교수 방법에 대한 지식

가. 측정 영역의 일반적인 교수 전략에 대한 지식

A, B교사 모두 측정 영역이 실생활과 밀접한 관계를 맺고 있기 때문에 실생활 문제를 통해 넓이 개념을 도입하는 것이 학생들의 이해를 돕는데 효과적임을 지적하였다. 또한, 다양한 비교 상황에서 측정 대상의 속성을 인지하고 넓이를 구하는 방법으로 보편단위의 수를 세는 것에서 보다 편리한 방법을 찾는 단계로 가르쳐야 한다고 설명하였다. A교사는 단위를 선정하고 활용하는 것에 대해 구체적으로 인식하고 있었지만 B교사는 측정 단위에 대한 이해 지식에서 살펴본 바와 같이 보편단위를 도입하고 활용하는 것에 대한 지각이 미흡하였다. 측정 영역의 일반적인 교수 전략에 대한

A, B교사의 지식을 분석하면 [그림 IV-1]와 같다.

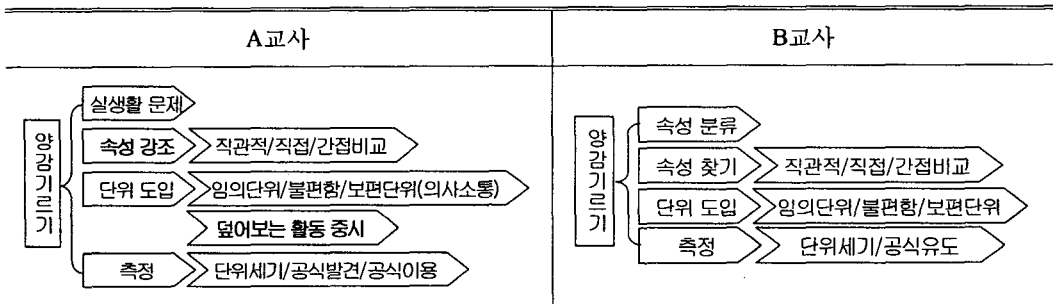
나. 넓이 지도에 대한 교육과정 이해 지식
 넓이 지도에 대한 교육과정 이해 지식은 교육과정과 지도계열에 대한 이해의 범주로 살펴 보았다. A, B교사 모두 7차 교육과정의 학습자 중심의 교수 측면에서 학생들의 조작적인 활동이 필요함을 언급하였다. A교사는 교과서를 재구성할 필요성에 대해 설명하였으며, 교수 계열과 학습의 연계성으로 평행사변형을 도입한 후에 삼각형을 다루는 것이 효과적이며 1차원→2차원→3차원의 계열로써 넓이를 학습하는 것이 필요함을 설명하였다. 반면, B교사는 넓이 지도 계열의 순서가 바뀐 것에 대해 지각하지 못했으며 교과서의 순서에 따라 학습 계열을 판단하였다.

다. 실생활의 예를 포함하는 다양한 표상에 관한 지식

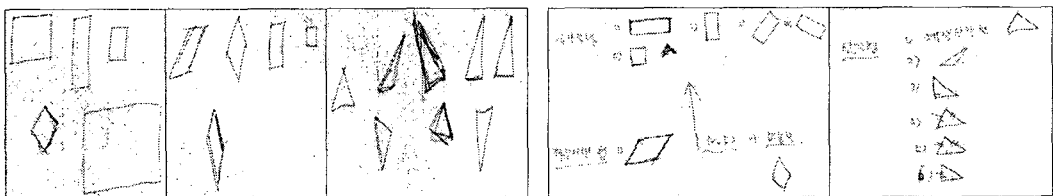
A, B교사는 실생활에서 넓이가 사용되는 예

에 대해 유사한 표상을 가지고 있었으며, [그림 IV-2]에서 보는 바와 같이 직사각형과 평행사변형에 대해 밀변이 비스듬한 마름모꼴의 모양도 제시했다. 삼각형도 다양하게 제시하였는데 A교사가 밀변의 위치를 변화시켜 설명하였음에 반해, B교사는 밀변이 고정된 상태의 삼각형에 한하였다.

한편, A교사는 다양한 넓이 단위에 의한 조작활동이 중요하며, 넓이를 재기 위한 투명한 격자 모양의 자를 이용하는 것이 넓이를 이해하는데 효과적이라고 했다. B교사는 단위넓이, 모눈종이, 투명 모눈종이, 자, 줄자 등 여러 가지 교구를 사용하여 학생들이 다양한 방법으로 넓이를 구할 수 있게 하는 게 중요하다고 했다. 특히, 학생들이 넓이 학습을 어려워하는 이유의 하나인 자를 사용한 넓이 측정을 제시하였는데 넓이를 학습하는 초기에 자를 도입하면 혼란을 야기할 수도 있겠지만 넓이의 의미가 어느 정도 학습되고 난 후에는 길이와의 관련으로 자를 도입하는 것이 무방하다고 설명하였다.



[그림 IV-1] A·B교사가 제시한 측정 영역의 일반적인 교수 전략에 대한 지식



[그림 IV-2] A·B교사가 제시하는 직사각형·평행사변형·삼각형의 표상

V. 수업 실제 분석

1. 수학 내용에 대한 지식 구현

가. 넓이 개념의 이해

A교사는 넓이를 학습하는 전 차시에서 제시된 단위넓이의 개수를 세거나 단위넓이로 덮어보는 활동을 통해 넓이 개념을 반복하여 안내하였다. 1cm가 몇 개 들어가는지를 쉽게 알아보기 위해 공식을 도입하였으며, 공식의 결과와 1cm의 수를 비교하여 넓이 개념을 명확히 했다. B교사도 평면도형의 넓이를 구하는 방법으로 1cm의 수를 세어보는 활동을 제시하였으나, 학생들은 도형의 내부를 빈틈없이 채운 단위넓이의 수가 넓이라는 것을 이해하기보다 넓이를 측정하는 방법의 하나로 단위넓이의 수를 세는 것을 이해하고 있었다. 동일한 활동을 수행하였지만 A교사가 넓이 개념을 강조하는 수업을 진행한 반면, B교사는 넓이를 구하는 방법을 강조하였기 때문에 넓이의 의미를 이해하지 못한 채 공식을 이용하여 넓이를 구하거나, 의미 없이 공식만을 기억하는 학생들이 간혹 나타났다.

나. 넓이 개념에 내재한 수학적 개념의 이해

넓이 개념에 내재한 수학적 개념들은 넓이 문제를 해결하는 과정에서 제시되었다. A교사의 경우 분할의 개념은 제시된 도형을 구하기 쉬운 하위 도형으로 나누어 구하는 방법으로 설명하였고, B교사는 이에 부가하여 작은 단위로 세분하여 구하는 두 가지 방법으로 안내하였다. 단위반복 및 배열은 넓이 개념을 안내하거나 직사각형의 넓이 공식을 유도하는 과정에서 제시하였는데 넓이 개념에 대한 안내와 마찬가지로 A교사가 개념을 강조하여 다루고 있

는 반면, B교사는 개념을 안내하는 수준이었다. 넓이의 보존에 대해서는 A교사가 조삼모사의 우화를 들어 개념을 명확히 하였고, B교사는 도형의 변환과 관련하여 개념을 상기시키는 정도의 수준이었다.

다. 각 평면도형의 넓이 공식을 유도하는 과정

배열에 대한 교사들의 이해는 수업에서도 동일하게 반영되었다. A교사는 1cm로 덮는 조작 활동을 통해 학생들 스스로 배열을 구성하고 묶음의 의미로 배열을 이해하여 배열과 단위넓이의 수 사이의 관계를 도출하는 과정에서 1cm의 수를 세는 효과적인 방법으로 직사각형의 넓이 공식을 유도하였다. B교사도 단위넓이로 채우는 활동과 학생의 발표 내용이라는 하였지만 배열을 통한 방법을 다루었으나, 직사각형의 넓이를 구하는 방법의 하나로만 제시하여 선의 증첩으로 넓이를 이해하는 학생이 나타나기도 했다.

평행사변형의 넓이에 대해서는 두 교사 모두 등적변형으로 수업을 진행하였으며 A교사가 학생들의 이해를 돕기 위해 밑변과 가로·높이와 세로의 길이가 동일하다는 것을 이해하기 쉽게 구체적으로 안내한 반면 B교사는 교과서의 그림을 설명하는 수준이었다.

삼각형의 넓이도 두 교실 모두 단위넓이의 수를 세는 활동에서 배적변형을 안내하는 것으로 수업을 진행하였다. A교사는 예각·직각·둔각 삼각형의 모든 경우에서 1cm의 개수를 세어보게 하여 공식이 필요한 상황을 유의미하게 제시하였다. 그러나 공식을 유도하는 방법이 배적변형으로 고정되어 있어 학생이 제시한 등적변형의 방법을 수업에 활용하지는 못했다. 반면, B교사는 교과서에 제시된 예각삼각형의 내부를 채우고 있는 1cm의 수를 세는 것으로

넓이를 도입하였으며, 다양한 삼각형을 제시하며 배적변형을 안내하여 모양이 다른 경우에도 동일한 방법으로 공식을 유도할 수 있다는 것을 이해시켰다. 교수학적 내용 지식에서 살펴본 바와 같이 교사가 인지하고 있지 못한 내용은 수업에서도 다루어지지 않았으며, 이에 따라 보다 탐구적인 과정으로 진행될 수 있는 과제를 일반적인 수준으로 제약하였다.

라. 측정 단위에 대한 이해

단위에 대한 지식은 측정 대상에 따라 단위를 선별하여 사용하거나 측정 결과와 단위를 함께 써야 한다는 것을 안내하는 수준으로 구현되었다. 이에 부가하여, A교사는 넓이 단위로 측정하는 것을 강조하였고, 바둑돌을 단위로 사용하는 경우의 문제점을 살펴보는 과정에서 □모양의 단위를 도입해야 하는 이유를 논의하였다. 그러나 단일한 임의단위에 의한 활동에서 바로 1cm를 도입하였기 때문에, 교사가 인식하고 있던 의사소통의 불편함과 같은 보편 단위 도입의 필요성을 직접적으로 안내하지 못했다. B교사는 교과서의 활동을 변용하여 유의미한 단위학습이 진행될 수 있는 다양한 임의 단위로 채우는 과제를 제시하였으나 단순히 넓이를 비교하는 차원에서 수업이 종결되어 효과적인 학습으로 전이되지 못하였다.

2. 학습자의 이해에 대한 지식 구현

가. 학생들의 오류에 대한 이해

두 교사 모두 학생들이 범하는 다양한 오류를 제시하였지만 수업에서는 높이와 단위에 대한 오류만 언급되었다. A교사는 높이의 개념을 강조하였으며 학생들이 교사의 예상보다 오류를 많이 범하자 수업의 방향을 선회하여 높이를 바르게 찾는 활동에 주력하였다. 또한, 밑변

을 다양하게 제시하여 밑변과 높이의 표상을 명확히 하였으며 높이를 바르게 찾았는지 검토하는 방법을 안내하여 학생 스스로 오류를 범했는지를 판단하고 수정하게 했다. B교사도 정의를 강조하여 높이 개념을 안내하였으며, 밑변을 다양하게 제시하고 밑변에 따른 높이와 높이에 따른 밑변을 찾는 활동을 통해 개념을 확립하고자 했다. 또한, 높이에 관한 힌트를 가능한 배재하여 학생들이 탐구적인 과정에서 높이를 찾을 수 있게 하였다. 이에 부가하여 A교사는 단위를 바르게 써야하는 것을 구체적으로 설명하였으며, B교사는 교과서의 내용을 재구성한 학습지의 넓이 문제에서 답을 쓰는 부분에 단위를 제시하지 않아 학생들이 속성에 맞는 단위를 바르게 쓸 수 있도록 하였다

나. 학생들의 선행 개념에 대한 이해

평면도형의 넓이에 대한 선행지식은 수업 중에 특별히 안내되기 보다는 본 차시 수업을 원활히 진행하기 위해 개념을 명확히 하는 수준으로 다루어졌다. A, B교사 모두 평면도형의 성질을 확인하는 것으로 선행 개념을 상기시켰으며, 이에 부가하여 A교사는 강에 다리를 놓는 실생활의 예를 들어 평행과 수직의 의미를 제시하였고, 길이에 대한 양감을 토대로 넓이를 안내하였다. 한편, B교사는 평면도형의 용어에 대한 다양한 표상을 확인하는 과정을 다루었다.

다. 학생들이 어려워하는 이유에 대한 이해

두 교사 모두 공식이 개념 형성을 방해한다는 것을 인지하여 부정형 도형의 문제를 제시하거나 수치를 배제한 도형을 제시하여 무분별하게 공식을 적용하는 상황을 방지하였다. 이에 부가하여, A교사는 속성에 맞는 단위를 써

야함을 강조하면서 학생들에게 넓이 단위가 익숙하게 느껴지도록 2차원 단위에 의한 조작활동을 강조하였고, 보존 개념을 안내하기 위해 이야기 자료 및 구체적인 안내를 통해 넓이와 길이의 보존을 안내하였다. 반면 B교사는 넓이 개념이 확립된 후에 자를 도입하는 것은 무방하다고 설명하였지만, 실제 수업에서는 학생들이 넓이 개념을 제대로 이해하기 전에 자를 사용한 넓이 측정을 안내하여 길이의 속성으로 넓이를 이해하는 학생들이 발생하는 등 속성의 혼란을 야기시켰다. 또한, 지각과 표현 및 보존 개념의 부족으로 학생들이 문제를 해결하는데 어려움이 있다는 것을 알고 있었지만 수업에서는 도전적인 과제를 제시하거나 시각적인 안내를 하지는 않았다. B교사는 학생들이 넓이 학습을 어려워하는 이유를 이해하고는 있었지만 지식을 수업에 적극 반영하지는 못하였다.

3. 교수 방법에 대한 지식 구현

가. 측정 영역의 일반적인 교수 전략에 대한 이해²⁾

우선 넓이 개념의 도입과 관련하여 A교사는 넓이의 속성을 명확히 하기 위해서는 학생들이 선수학습으로 익힌 공식을 사용할 수 없는 문제를 다루는 것이 효과적이라고 판단하였고 직관적 비교, 직접 비교, 직접 비교가 되지 않는 상황으로 넓이를 차례로 비교하게 하였다. 그리고 각각의 상황에서 학생들이 이해하기 쉽게 측정 대상의 속성인 넓이를 인지하는 과정을 안내하였다. 구체적으로, A교사는 머슴이 새경으로 어느 땅을 선택하는 것이 좋을지에 대한 실생활 문제로 넓이 개념을 도입했다. 첫 번째 이야기는 머슴이 운동장만한 땅과 교실 크기의

땅 중 어느 것을 선택하는 것이 이익인가를 물어 직관적인 비교로 넓이를 다루게 했다. 두 번째 이야기는 주인이 보다 어려운 문제를 제시한 상황으로 부정형적인 두 도형을 제시하고 보다 큰 넓이를 선택하게 했다. 교사가 제시한 두 도형은 크기에서 차이를 보이고 있기에 학생들과의 논의 끝에 직접 겹쳐보아 비교하는 직접 비교의 방법을 이끌어 냈다. 세 번째 이야기는 주인이 더 피를 낸 상황으로 직접 비교가 안 되는 두 도형을 제시했다. 학생들은 우선 땅 모양을 변형시켜 비교하는 방법을 제안했으나 여의치 않자 <에피소드 1>에서 보듯이 바둑돌을 통해 채우는 방법을 제안하였다.

<에피소드 1> 바둑돌을 채워서 넓이를 비교하는 방법

S1 : 바둑돌을 채워 가지고요. 바둑알 개수가 많은 걸 골라요.

TA : 나와서 한번 채워 볼까요?

[학생이 나와서 교사가 제시한 두 개의 도형에 바둑돌을 채운 후 함께 세어서 ①번에는 17개 들어가고, ②번에는 18개 들어간다고 말한다. 하지만 몇몇 학생들이 ①번에 바둑돌을 더 넣을 수 있다고 주장하여 바둑돌을 촘촘히 붙여 결과적으로 19개의 바둑돌을 놓는다.]

TA : 그럼 ①번이 더 크네요. 그런데 지금 이 방법에서 좋은 점도 있었지만 뭔가 불편한 점을 찾아봐.

S2 : 시간이 너무 많이 걸려요.

S3 : 바둑돌을 일일이 막 세다 보면요 헛갈려서 다시 맨 처음으로 겹쳐요.

S4: 빈 공간이 남아요.

S5: 비슷한데요. 문제점은 공간이 있으면요, 더 낫야 되거나 빼야 되요.

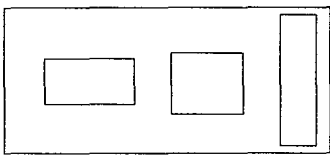
S6: 완전히 채워지지 못하니까 제대로 젤 수가 없어요.

S7: 바둑알이 없었으면 딱 걸로 해야 되는데 딱 거는 같은 모양이 없었을 것 같아요.

2) 형식화의 과정은 평면도형의 공식을 유도하는 부분과 중복되므로 부연하지는 않았다.

이와 같이 직접 비교가 되지 않는 문제 상황에 대해 학생들은 수업에서 자주 활용하는 바둑알을 사용하여 바둑알이 더 많이 들어가는 도형이 넓다는 것으로 땅을 선택하게 했다. 바둑알을 채우는 과정에서 자연스럽게 발생한 어려움을 토대로 학생들은 넓이의 기본적인 속성에 초점을 맞추게 되었는데, 예를 들어, 동일한 모양으로 반복하여 채워야 한다는 것과 빈 공간 없이 채워야 한다는 점이였다. 학생들과의 충분한 논의 과정 끝에 한 학생이 네모 모양을 제안하게 되었고, 이를 통해 교사 A는 단위 넓이를 안내하였다.

이에 반해, B교사는 [그림 V-1]에서 보는 바와 같이 교과서의 활동을 활용하여 서로 다른 모양의 직사각형 세 개를 제시하고, 도형의 넓이를 비교하는 다양한 방법을 논의하는 것으로 수업을 시작하였다. 학생들이 제안한 방법은 직접대보기, 한 뺨으로 구해보기, 일정한 크기로 잘라보기, 접어보기, 넓이가 똑같은 물건으로 재기, 찍기의 방법이었고, 교사는 이를 하나씩 해보게 하였다.



[그림 V-1] B교사가 넓이 비교 시 도입한 직사각형

하지만, 처음 '직접 대보기'에서 교사의 기대와는 달리 학생들은 비교하려는 두 직사각형의 가로와 세로의 길이를 비교하여 발표하였다. 또한 접어보기에서도 비교가 명확하지 않자 분필을 이용하여 주어진 직사각형의 가로와 세로의 길이를 비교하게 되었다. 색종이 묶음으로 비교하겠다는 학생 역시 색종이가 몇 번 들어가는냐에 초점을 두지 않고 자를 대신하여 색

종이의 한 변의 길이를 이용하여 직사각형의 가로와 세로를 재는 활동을 하였다. 이에 B교사는 길이가 아닌 넓이를 비교해야 한다고 강조하면서 미리 준비한 큰 정사각형, 작은 정사각형, 직삼각형 조각을 여러 개 나눠주고, 이를 잘라 붙여서 넓이를 비교하게 하였다. B교사는 이러한 활동을 통해 넓이의 개념뿐만 아니라 임의 단위의 불편함을 인식하게 하는 수업을 유도하려 했으나, 실제 학생들은 어디에 어떤 도형을 붙여야 하는지 몰라서 한 도형 안에 다른 모양의 조각들을 붙이는 상황도 발생하였다. 또한 시간 부족으로 붙이는 대신에 조각을 대고 대충 그려 전체 몇 개가 들어가는 지 유추하게 하였다. 이와 같은 활동을 바탕으로 B교사는 단위 넓이의 개념을 소개하였으나, 실제 학생들은 길이의 속성으로 넓이를 측정하거나, 큰 정사각형과 작은 정사각형을 함께 사용하여 넓이를 비교하는 등 넓이의 기본적인 속성을 이해하는 데 어려움이 있었다.

나. 넓이 지도에 대한 교육과정 이해

A, B교사 모두 조작활동을 통해 수업을 진행하였으며 차시를 재구성하거나, 교과서의 발문을 재구성하여 수업을 진행하였다. 특히, B교사는 교실 밖 체험활동도 구성하여 학생들이 실생활에서 넓이 학습을 이해할 수 있게 하였으며, 종이 자료를 배열하는 것뿐만 아니라 도형을 의미 있게 그려보는 활동을 통해 학습에 대한 이해를 도왔다. 또한, 삼각형의 넓이 구하는 방법을 학습한 후에 땅따먹기 게임을 제시하여 학생들이 의미 있게 다양한 삼각형을 그리고 넓이를 구하는 수업을 구성했다.

다. 실생활의 예를 포함하는 다양한 표상에 관한 이해

A교사는 도형에 대한 다양한 표상을 제시하

여 학생들의 이해를 도왔으며 2차원의 단위와 투명 격자판을 이용하여 넓이를 측정하였다. B교사도 넓이를 안내하는 실생활 상황·평면도형의 용어·제시하는 평면도형의 모양 등 수업의 전 과정에서 다양한 표상을 안내하여 수업을 진행하였고, 문제해결 방법에서도 다양성을 강조하였다. 또한, 2차원의 단위뿐만 아니라 모눈종이, 투명 모눈종이, 30cm 자, 줄자 등 다양한 자료를 제시하며 수업을 구성하였고 이에 따라 학생들의 표상도 다양하게 나타났다.

VI. 논 의: 교사의 PCK와 수업 실제와의 관계

본고에서는 평면도형의 넓이를 가르치기 위한 PCK를 수학 내용에 대한 지식·학습자의 이해에 대한 지식·교수 방법에 대한 지식의 범주로 규정하고 이를 바탕으로 두 교사의 지식과 수업 실체를 분석하였다. 여기서는 두 교사의 사례를 바탕으로 교사의 PCK와 수업 실제 간의 관계에 대해서 논의하고, 초등 수학 교육에 주는 시사점을 살펴본다.

첫째, 교사의 PCK는 바람직한 수학 수업 구현에 핵심적인 요소이다. PCK의 수준이 전반적으로 높았던 A교사는 넓이 개념의 이해와 직사각형, 평행사변형의 넓이를 유도하는 과정에서 살펴보았듯이 교사가 이해한 내용을 수업에 구체적으로 안내하여 학생들의 이해를 도왔으며, 개념을 강조하는 수업을 구성하였다. 또한, 다양한 이야기 자료를 통해 개념을 제시하여 학생들의 흥미도 진작시켰으며, 학습한 내용을 실생활과 관련지어 이해할 수 있도록 했다. 이에 따라 학생들은 넓이의 의미를 이해하는 데 초점을 두게 되었고, 단순히 공식을 암기하여 문제를 해결하는 것이 아니라 의미 있

는 넓이 학습을 경험하였다. 이렇듯 PCK의 전반적인 수준이 높은 경우, 개념을 이해하고 원리를 탐구하는데 중점을 둔 수업을 진행하여 학생들이 넓이를 이해하는 데 효과적이었다는 것을 볼 때, 교사들의 전문성 신장과 관련하여 수준 높은 PCK가 요구된다(Ball et al., 2001; Fennema & Franke, 1992).

둘째, 교사의 PCK를 분석하고 이를 수업 실제와 연계시킬 때 전반적인 PCK의 수준뿐만 아니라 세부 항목을 규정하여 세밀하게 분석할 필요가 있다. 기존의 선행 연구들이 대부분 PCK의 중요성을 피상적으로 강조하거나 전반적인 PCK수준만 논의하는 경향을 띠었는데, 본 연구에서는 평면도형의 넓이와 관련하여 PCK를 보다 세분하여 구체적으로 분석해 보았다. 그 결과 전체적인 지식의 차이뿐만 아니라 세부 항목의 지식에 따라라도 수업에 많은 차이가 있었다. 예를 들어, 전체적인 지식의 수준이 높지는 않았지만 문제 풀이 방법뿐만 아니라 넓이를 측정하는 도구를 다양하게 제시할 수 있었던 B교사는 A교사에 비해 다양한 도구를 사용하여 넓이를 구하는 방법을 탐구할 수 있게 안내하였다. 이에 따라 교과서에 안내된 단위넓이에 의한 활동뿐만 아니라 모눈종이·투명 모눈종이·30cm자·줄자 등을 이용하여 넓이를 구하는 수업을 진행하였으며, 학생들이 넓이를 구하는 방법을 다양하게 생각할 수 있는 기회를 부여했다. 또한, 줄자를 사용한 교실 밖 활동으로 넓이 학습을 확장하였으며, 땅따먹기 게임을 통해 유도한 공식을 효과적으로 활용할 수 있는 과제를 제시하기도 했다. PCK는 서로 긴밀한 관련이 있기 때문에 전반적인 수준의 차이에 따라 수업의 초점이 달라지지만, 다양한 도구에 의한 조작활동을 수행할 수 있었던 B교사의 예에서 확인할 수 있듯이 세부적인 항목에 대한 지식의 수준 역시 수업에

많은 영향을 끼친다. 따라서 교사의 PCK를 향상시키기 위해서는 PCK의 세부적인 항목의 지식 역시 충분히 고려하여 강조할 필요가 있겠다. 특히 A교사의 경우처럼 전반적인 PCK의 수준이 상대적으로 높음에도 불구하고, 특정 하위 지식에 부족한 면이 있는 경우, 이 부분을 보다 적극적으로 보완할 필요가 있겠다.

셋째, 교사에게 필요한 PCK의 실제 파악뿐만 아니라 교사의 PCK가 수업 실제에 어떻게 영향을 미치는 지에 대한 면밀한 분석이 필요하다. 본 연구에서 A교사는 다양한 임의 단위에 의한 활동을 통해 의사소통의 필요성을 강조하고 표준을 제시하기 위해 보편단위를 도입해야 한다고 면담 중에 강조하였지만 실제 수업에서는 다양한 임의 단위에 의한 활동을 다루지 않음으로써 보편단위를 도입해야 할 필요성이 거의 언급되지 않았다. 또한 B교사는 넓이 개념이 확립된 후에 자를 사용한 넓이 측정을 다루는 것은 무방하다고 설명하였지만, 실제 수업에서 넓이 개념이 구체화되지 않은 상태에서 자를 도입하여 길이의 속성으로 넓이를 이해하는 학생이 나타났다. 이렇듯 교사들의 PCK가 수업에 구현되지 않은 부분도 발생하였다. 결국 교사의 PCK는 효과적인 수업과 관련하여 강조되고 실제 활성화되는 만큼, 교사의 PCK가 다양한 수업 상황에서 어떻게 표현되는지를 분석할 필요가 있겠다.

넷째, 교사의 PCK와 수업 실제의 관계를 분석하는 과정에서 지속적으로 부각되는 것은 교과서의 활동 또는 교사용 지도서를 매개로 한 구현 양상이었다. 예를 들어, 분할, 단위 반복, 보존 등의 개념들은 교과서의 활동에서 다루고 있고 교사용 지도서에서 구체적으로 안내하고 있기 때문에 교사들이 익숙하게 알고 있었던 반면에, 교과서나 교사용지도서에 충분히 소개되지 않은 등적변형에 의한 삼각형의 넓이 측

정과 같은 내용은 제대로 알지 못했다. 또한, B교사의 경우 넓이 지도 계열의 순서가 현행 교육과정에서 바뀐 것에 대해 지각하지 못했음에도 불구하고 교과서의 순서대로 수업을 구성하였기 때문에 교사 지식의 부재가 수업에 직접적인 영향을 미치지 않았다. 이렇듯 교과서나 교사용 지도서는 교사의 PCK를 구현하는 주요한 매개체로 작용하고 있었다. 따라서, 교과서나 교사용 지도서는 교사의 PCK를 풍부하게 하고 이를 효과적으로 수업에 구현할 수 있는 방향으로 구성되어야 한다.

강조하건대 교사의 전체적인 PCK 수준은 넓이 학습을 구성하는 전반적인 수업에 밀접한 영향을 주었다. 또한 세부 항목에 대한 교사의 지식의 차이는 해당 항목에 관련된 수업 양상을 설명할 수 있는 요소로 드러났다. 한편, 교사들이 관련 지식을 소유하고 있는지의 여부에 부가하여 개념을 얼마나 내면화하였느냐에 따라, 그리고 학생들이 이해하기 쉽게 구체적으로 표현할 수 있는지에 따라 다른 양상의 수업도 구현되었다. 이와 같이 교사의 PCK는 전체적인 수준, 개별 항목, 내면화 정도에 따라 실제 수업에 다각적인 영향을 끼치고 있었다. 따라서 효과적인 수학 수업을 위해서 해당 학습주제에 따라 교사에게 필요한 PCK의 요소들을 상세하게 밝히고 이를 토대로 서로 긴밀하게 연관되어 있는 PCK가 실제 다양한 수업 상황에서 어떻게 구현되는지를 면밀하게 분석할 필요가 있겠다.

참고문헌

강지형 · 김수환 · 라병소 · 박성택 · 이의원 · 이정재 · 정은실(1999). 초등수학교육. 서울: 동명사.

- 교육부(1998). **초등학교 교육과정 해설(IV): 수학, 과학, 실과**. 서울: (주)대한 교과서.
- 구광조·라병소(1997). 초등학교에서의 도형의 넓이 지도. **수학 및 통계연구**, 21, 41-57.
- 김주봉(2000). 도형의 분할과 지도 방안에 관한 연구. **청주교육대학교 과학과 수학교육 논문집**, 21, 1-18.
- 민운(2001). 교사 지식의 구성주의적 접근: 교수내용지식의 특성에 대한 이해. **사회과 교육연구**, 8, 171-187.
- 방정숙(2001). 교실문화 비교를 통한 수학교육 개혁에 관한 소고. **수학교육학연구**, 11(1), 11-35.
- 이경화(2001). 활동과 직관을 강조한 측정 지도. **청주교육대학교 과학과 수학교육 논문집**, 22, 99-118.
- 이정옥·이혜원(2004). 아동의 사각형 면적 측정 전략에 관한 연구. **아동학회지**, 25(1), 13-29.
- 이종욱(2005). **분수에 대한 교사 지식의 변화에 관한 연구**. 한국교원대 박사학위논문.
- 정동권(2001). 평면도형의 넓이 지도를 통한 수학적 사고의 신장. **인천교육대학교 과학교육논총**, 13, 1-36.
- Artzt, A. F., & Armour-Thomas, E. (2002). *Becoming a reflective mathematics teacher*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Ball, D. L., Lubienski, S. T., & Mewborn, D. S. (2001). Mathematics. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 433-456). Washington, DC: American Educational Research Association.
- Fennema, E., & Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 147-164). New York: Macmillan.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: teacher knowledge and teacher education*. New York: Teachers College Press.
- Li, X. (2001). Literature review on pedagogical content knowledge. Retrieved February 19, 2004, from <http://www.ma.utexas.edu/~xhli/PCKReview.pdf>.
- Ma, L. (2002). **초등학교 수학 이렇게 가르치라**. (신현용, 승영조 역). 서울: 승산. (영어 원작은 1999년 출판).
- Marks, R. (1990). Pedagogical content knowledge: from a mathematical case to a modified conception. *Journal of Teacher Education*, 41(3), 3-11.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. San Francisco, CA: Jossey-Bass.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principle and standards for school mathematics*. Reston, VA: The Author.
- Reys, R. E., Suydam, M. N., Lindquist, M. M., & Smith, N. L. (1999). **초등 수학 학습 지도의 이해**. (강문봉 외 19인 공역). 서울: 양서원. (영어 원작은 1998년 출판)
- Schifer, D., & Szymaszek, J. (2003) Structuring a rectangle: Teachers write to learn about their students' thinking. In D. H. Clements, & G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement* (pp. 143-167). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching.

- Educational researcher*, 15, 4-14.
- Stephan, M., & Clements, D. H. (2003). Linear and area measurement in pre-kindergarten to grade 2. In D. H. Clements, & G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement* (pp. 3-16). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Yin, R. K. (2002). *Case study research: Design and methods*. Thousand Oaks, CA: SAGE.

An Analysis of the Relationship between Teachers' Pedagogical Content Knowledge and Teaching Practice: Focusing on the Area of Plane Figure

An, Sun Young (An-Chun Elementary School)

Pang, Jeong Suk (Korea National University of Education)

The purpose of this study was to analyze teachers' pedagogical content knowledge (PCK) about area of plane figure and how it was actualized in instruction. As an exploratory, qualitative, and comparative case study, 2 fifth-grade teachers were selected. Semi-structured interviews with the teachers were conducted in order to explore their PCK with regard to the area of plane figure. A total of 14 mathematics instructions were videotaped and transcribed. Teachers' PCK and classroom teaching practices were analyzed in detail into 3 categories: (a) knowledge of mathematics contents, (b) knowledge of students' understanding, and (c) knowledge of instructional methods. As such, this paper provided a detailed description on each teacher's PCK and her teaching

practice.

The results showed that teachers' PCK had a significant impact on instruction. The teacher who had rich knowledge about the area of plane figure was able to encourage students to understand the concept of area and to explore the principles behind formula calculating various areas of plane geometry. The results demonstrated the importance of individual components of PCK as well as that of overall level of PCK. Different aspects of teaching practices were observed as to how the teachers had internalized PCK. On the basis of a close relationship between teachers' PCK and their teaching practice, this paper finally raised several implications for teachers' professional development for effective mathematics instruction.

* **Key words** : Pedagogical Content Knowledge[PCK](교수학적 내용 지식), teaching practice (교수 관행), the area of plane figure(평면도형의 넓이)

논문접수 : 2005. 12. 27

심사완료 : 2006. 2. 6