

# GNSS 자세결정시스템의 오차해석

## Error Analysis of GNSS Attitude Determination System

박찬식\*, 황동환, 이상정  
(Chansik Park, Dong-Hwan Hwang, and Sang Jeong Lee)

**Abstract :** In this paper an error analysis of 3-dimensional GNSS attitude determination system is given. The attitude error covariance matrix is derived and analyzed. It implies that attitude errors are affected by the baseline length and configuration, the satellites numbers and geometry, receiver measurement noises and the nominal attitude of the vehicle. By defining Euler Angle Dilution Of Precision (EADOP) which is analogous to GDOP, roll, pitch and yaw errors can be efficiently analyzed. However the expression of the attitude error is too complex to get some intuitions. Therefore with a commonly adopted assumption, new expressions for attitude error are derived. The formulas are easy to compute and represent the attitude error as a function of the nominal attitude of a vehicle, the baseline configuration and the receiver noise. Using the formula, the accuracy of the attitude can be analytically predicted without the computer simulations. Applications to some widely used configurations reveal the effectiveness of the proposed method.

**Keywords :** GNSS, attitude, error analysis, EADOP

### I. 서론

GNSS (Global Navigation Satellite System)를 이용하면 항체의 정밀한 위치, 속도 및 시각을 얻을 수 있다. 그러나 두 개 이상의 GNSS 수신기를 항체에 부착하면 추가로 항체의 자세도 구할 수 있으며, 이 경우 기저선의 길이를 이미 알고 있으므로 실시간 미지정수의 결정이 용이하므로 정밀 자세결정에 대한 많은 연구가 이루어졌으며[1-4], 이미 상용화되어 사용되고 있는 제품도 있다[5,6]. GNSS만을 이용하는 자세결정시스템뿐 아니라 GNSS와 INS (Inertial Navigation System) 혹은 DR (Dead Reckoning)과 결합된 시스템의 채택도 증가되고 있다[7]. 미국의 GPS (Global Positioning System) 현대화와 유럽 연합의 Galileo가 본격적으로 동작하면 미지정수 결정의 성공률 향상과 구해진 자세의 정확도에 많은 향상이 기대되며 이에 따라 GNSS 자세결정 시스템의 응용이 더욱더 증가할 것으로 기대된다.

GNSS 자세결정 시스템의 오차를 해석하기 위하여 위치결정에서 사용되는 GDOP (Geometry Dilution of Precision)과 유사한 척도들이 사용된다. 2차원 자세오차는 오차 공분산 해석을 이용하여 정확하게 해석되었으며[4], 최근 [1]에서는 3차원 자세에 대하여 EADOP (Euler Angle DOP)를 정의하고 이를 이용하여 항체의 자세(롤, 피치, 요)를 해석하였다. EADOP은 ADOP (Attitude DOP)[2]의 확장으로 EADOP의 각항의 제곱의 합은 ADOP의 제곱과 같다. 즉 ADOP은 전체 자세 오차를 나타내는 척도임에 비해 EADOP은 롤, 피치, 요 각각의 오차를 나타내는 척도이다. EADOP을 이용하면 쉽게 자세 성분의 정확도를 알 수 있다. 그러나 EADOP는 자세오차와 항체의

자세, 기저선의 형태, 위성의 배치등과의 관계를 명확하게 보여주지 않으며, 오차해석을 위하여 반드시 컴퓨터 시뮬레이션을 수행해야 한다. 따라서 GNSS 자세결정시스템의 설치 및 설치된 시스템의 환경변화에 대한 실시간 해석이 필요한 분야에서 적용에 제한이 따른다.

본 논문에서는 먼저 3차원 자세결정시스템에서 자세를 구하는 과정을 알아보고, 이로부터 자세오차를 정의한다. 자세오차는 위성의 배치와 수, 기저선의 배치와 수, 수신기의 성능, 항체의 자세 등의 요인에 영향을 받으며 구해진 자세오차 공분산행렬로부터 이들의 관계를 알 수 있다. 유도된 공분산 행렬을 이용하면 자세오차의 특성을 정확하게 해석할 수 있지만 이를 위해서는 컴퓨터 시뮬레이션을 이용하여야 하는 단점이 있으므로 몇 가지 유용한 가정을 추가하여 단순한 형태의 공분산행렬을 유도하였다. 일반적으로 많이 사용되는 3개의 직교하는 기저선, 2개의 직교하는 기저선 및 1개의 기저선의 경우에 대한 오차해석을 수행하였으며, 이로부터 최적의 기저선 배치인 경우 오차의 크기를 유도하였다. 마지막으로 GNSS 위성의 배치에 따른 영향을 고려할 수 있는 공분산행렬을 유도하였으며, 이를 이용하면 실제와 거의 일치하는 오차해석의 결과를 컴퓨터 시뮬레이션을 이용하지 않고 쉽게 예측할 수 있음을 보였다. 이 결과는 항체에 안테나를 설치하는 기준으로 사용될 수 있으며, 역으로 이미 설치된 안테나에 따른 오차를 해석하는데 사용될 수 있다.

### II. GNSS 자세결정시스템의 자세오차 해석

GPS 자세결정 시스템을 구성하는 방법에는 전용 수신기를 이용하는 방법과 일반 수신기를 이용하는 방법이 있다. 일반 수신기를 이용한 자세결정시스템에서는 두 개 이상의 수신기간 시간동기가 어려워 이중 차분된 반송파위상 측정치를 이용하고, 전용 자세결정 수신기에서는 단일 차분된 반송파위상 측정치를 이용하는 것이 일반적이다[1,2]. 본 논문에서는 자세결정 전용수신기를 사용하며 단일 차분된 측정치를 이용한 경우를 고려하였으나, 이중차분측정치를 이용하는 경

\* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2005. 5. 23., 채택확정 : 2005. 12. 14.

박찬식: 충북대학교 전기전자공학부, 컴퓨터정보통신연구소

(chansp@chungbuk.ac.kr)

황동환, 이상정: 충남대학교 전기정보통신공학부, GNSS 기술연구센터

(dhwang@cnu.ac.kr/eesjl@cnu.ac.kr)

※ 이 논문은 2005년도 충북대학교 학술연구 지원사업의 연구비지원에 의하여 연구되었음.

우 수신기측정오차가  $\sqrt{2}$  배 증폭되는 것으로 해석하면 동일한 결과를 얻을 수 있다[9]. 3차원 자세를 구하기 위해서는  $m_b(\geq 2)$ 개의 기저선 혹은  $m_b + 1$  개의 안테나에서 동시에  $m(\geq 4)$ 개 위성이 관측되어야 한다. 안테나  $i$ 에서의 측정치는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Phi_i - \lambda N_i = \rho_i + cB_i + w_i \quad (1)$$

여기서  $\Phi_i = [\Phi_i^1 \ \dots \ \Phi_i^m]^T$  와  $\rho_i = [\rho_i^1 \ \dots \ \rho_i^m]^T$  는 각각 반송파위상 측정치, 안테나  $i$  와 가시위성과의 거리를 나타내며,  $cB_i$  는 수신기 시계오차를 나타낸다.  $w_i = [w_i^1 \ \dots \ w_i^m]^T$  는 측정잡음을 나타내며, 평균 0, 분산  $\sigma^2 I_m$  인 정규분포  $N(0, \sigma^2 I_m)$  를 가지며  $I_m$  은  $m \times m$  의 단위행렬,  $\sigma^2$  은 수신기 측정잡음의 분산을 나타낸다. 미지정수 벡터  $N_i = [N_i^1 \ \dots \ N_i^m]^T$  은 LAMBDA (Least-squares AMBiguity Data Adjustment) [10], ARCE (Ambiguity Resolution with Constraints Equation) [9] 등 적절한 기법을 이용하여 이미 구해졌다고 가정한다. 또한 일반적으로 자세결정에서는 기저선의 길이가 충분히 짧으므로 전리층, 대류권 등 공통오차는 완전히 제거되고, 다중경로 오차는 초크링 등으로 적절히 제거되었다고 가정할 수 있다[11].

측지에서와는 달리 자세결정에서는 코드측정치로 구해진 안테나  $i$  위치를 기준으로 사용하며, 이 경우 안테나  $i$  를 기준으로 선형화된 안테나  $j$  의 단일차분 측정치는 다음과 같이 나타낸다.

$$l_{ij} = G_i r_j^e + w_{ij} \quad (2)$$

여기서  $l_{ij} = S [l_i^1 \ l_i^2 \ \dots \ l_i^m \ l_j^1 \ l_j^2 \ \dots \ l_j^m]^T$ ,  $l_i^{(*)} = \Phi_i^{(*)} - \lambda N_i^{(*)} - \rho_{i0}^{(*)}$ ,  $l_j^{(*)} = \Phi_j^{(*)} - \lambda N_j^{(*)} - \rho_{j0}^{(*)}$  이며  $\rho_{i0}^{(*)}$  는 기준안테나  $i$  와 가시위성  $(*)$  간의 계산된 거리를 나타내며 단일차분 연산자  $S$  는 (3) 과 같이 정의된다.  $G_i$  는 기준안테나  $i$  와 가시위성간의 시선 벡터로 구성된 행렬이며,  $r_j^e$  는 기준안테나  $i$  에서 안테나  $j$  로의 기저선 벡터를 나타낸다.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

단일 차분 측정오차는  $w_{ij} = S [w_i^1 \ w_i^2 \ \dots \ w_i^m \ w_j^1 \ w_j^2 \ \dots \ w_j^m]^T \sim N(0, \sigma^2 SS^T)$  이며 [5], 여기서  $SS^T = 2I_m$  의 관계를 이용하면,  $w_{ij} \sim N(0, 2\sigma^2 I_m)$  이 성립한다. 즉 차분에 의하여 오차의 분산이 2배 증가함을 볼 수 있다.

ECEF (Earth Centered Earth Fixed) 좌표계에서 표시된 기저선 벡터  $r_j^e$  는 (2)에 가중 최소자승법을 적용하여 (4)와 같이 구할 수 있으며, 공분산은 (5)가 된다.

$$r_j^e = (G_i^T G_i)^{-1} G_i^T l_{ij} \quad (4)$$

$$\text{cov}(r_j^e) = 2\sigma^2 (G_i^T G_i)^{-1} \quad (5)$$

자세는 항체에 고정된 항체 좌표계(body frame)과 항법좌표계(navigation frame) 사이에서 정의되며, 본 논문에서는 NED (North-East-Down) 좌표계를 항법좌표계로 사용한다. ECEF 좌표계에서 NED 좌표계로의 좌표변환행렬  $C_e^n$  을 이용하면 NED 좌표계에서의 기저선 벡터  $r_j^n$  를 (6)으로 구할 수 있다[4]. 좌표변환에 의하여 공분산은 (7)과 같이 변환된다.

$$r_j^n = C_e^n r_j^e \quad (6)$$

$$Q_n = \text{cov}(r_j^n) = C_e^n \text{cov}(r_j^e) C_n^e = 2\sigma^2 C_e^n (G_i^T G_i)^{-1} C_n^e \quad (7)$$

항체좌표계에서 안테나  $i$  와 안테나  $j$  사이의 기저선벡터를  $r_j^b$  으로 나타내면,  $m_b$  개의 기저선벡터에 대하여 (8)이 성립한다. 여기서  $R^b = [r_1^b \ \dots \ r_{m_b}^b] \in \mathbb{R}^{3 \times m_b}$ ,  $R^n = [r_1^n \ \dots \ r_{m_b}^n] \in \mathbb{R}^{3 \times m_b}$  이며, 좌표변환 행렬  $C_n^b$  은 (9)가 된다. 여기서  $c$  는  $\cos$ ,  $s$  는  $\sin$  을,  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$  는 각각 롤, 피치, 요를 나타낸다. 롤 축은 항체의 진행방향, 요축은 아래 방향, 피치축은 오른손 좌표계에서 롤과 요축에 수직인 방향으로 정의된다.

$$R^b = C_n^b R^n \quad (8)$$

$$C_n^b = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & c\theta s\psi & -s\theta \\ -c\phi s\psi + s\phi s\theta c\psi & c\phi c\psi + s\phi s\theta s\psi & s\phi c\theta \\ s\phi s\psi + c\phi s\theta c\psi & -s\phi c\psi + c\phi s\theta s\psi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (9)$$

안테나를 설치하는 과정에서 항체좌표계에서의 기저선벡터는 측정할 수 있으므로  $R^b$  는 이미 알고 있다고 볼 수 있으며,  $R^n$  은 (4)에서 구해진 기저선벡터  $r_j^e, j=1, \dots, m_b$  를 이용하여 구할 수 있다. 따라서 (8)에 최소자승법을 적용하여  $C_n^b$  를 구할 수 있으며, 이로부터 롤, 피치, 요의 자세를 구할 수 있다[2,6]. 이렇게 구해진 자세의 오차는  $R^b$  와  $R^n$  의 결정과정에서 포함된 측정오차에 영향을 받는다. 이들 측정오차 중 안테나를 설치할 때 항체좌표계에서의 기저선 벡터는 정확하게 측정할 수 있으므로  $R^b$  에 포함된 오차는 무시할 수 있다. 따라서 자세오차는  $R^n$  에 포함된 GNSS의 측정오차만이 영향을 주는 것으로 해석을 단순화 할 수 있다.

섭동(perturbation)을 이용하여 자세오차를 유도하기 위하여  $\phi = \bar{\phi} + \delta\phi$ ,  $\theta = \bar{\theta} + \delta\theta$ ,  $\psi = \bar{\psi} + \delta\psi$  로 정의하고 이차 이상의 항을 무시하면 다음을 얻는다.

$$C_n^b = \bar{C}_n^b + \delta C_n^b \quad (10)$$

여기서 자세변환행렬의 기준값  $\bar{C}_n^b$  은 (11)로 나타내며, (12)의  $\delta C_n^b$  의 각 항

$$\begin{aligned} \delta C_{11} &= -(s\bar{\theta} c\bar{\psi})\delta\theta - (c\bar{\theta} s\bar{\psi})\delta\psi, & \delta C_{12} &= -(s\bar{\theta} s\bar{\psi})\delta\theta + (c\bar{\theta} c\bar{\psi})\delta\psi, \\ \delta C_{13} &= -(c\bar{\theta})\delta\theta, & \delta C_{23} &= (c\bar{\phi} c\bar{\theta})\delta\phi - (s\bar{\phi} s\bar{\theta})\delta\theta, \\ \delta C_{33} &= -(s\bar{\phi} c\bar{\theta})\delta\phi - (c\bar{\phi} s\bar{\theta})\delta\theta, \\ \delta C_{21} &= (c\bar{\phi} s\bar{\theta} c\bar{\psi} + s\bar{\phi} s\bar{\psi})\delta\phi + (s\bar{\phi} c\bar{\theta} c\bar{\psi})\delta\theta - (c\bar{\phi} c\bar{\psi} + s\bar{\phi} s\bar{\psi})\delta\psi \\ \delta C_{22} &= (c\bar{\phi} s\bar{\theta} s\bar{\psi} - s\bar{\phi} c\bar{\psi})\delta\phi + (s\bar{\phi} c\bar{\theta} s\bar{\psi})\delta\theta + (s\bar{\phi} s\bar{\theta} c\bar{\psi} - c\bar{\phi} s\bar{\psi})\delta\psi \end{aligned}$$

$\delta C_{31} = (c\bar{\phi}s\bar{\psi} - s\bar{\phi}s\bar{\theta}c\bar{\psi})\delta\phi + (c\bar{\phi}c\bar{\theta}c\bar{\psi})\delta\theta + (s\bar{\phi}c\bar{\psi} - c\bar{\phi}s\bar{\theta}s\bar{\psi})\delta\psi$   
 $\delta C_{32} = -(c\bar{\phi}c\bar{\psi} + s\bar{\phi}s\bar{\theta}s\bar{\psi})\delta\phi + (c\bar{\phi}c\bar{\theta}s\bar{\psi})\delta\theta + (c\bar{\phi}s\bar{\theta}c\bar{\psi} + s\bar{\phi}s\bar{\psi})\delta\psi$   
 은 오차성분을 나타낸다.

$$\bar{C}_n^b = \begin{bmatrix} c\bar{\theta}c\bar{\psi} & c\bar{\theta}s\bar{\psi} & -s\bar{\theta} \\ -c\bar{\phi}s\bar{\psi} + s\bar{\phi}s\bar{\theta}c\bar{\psi} & c\bar{\phi}c\bar{\psi} + s\bar{\phi}s\bar{\theta}s\bar{\psi} & s\bar{\phi}c\bar{\theta} \\ s\bar{\phi}s\bar{\psi} + c\bar{\phi}s\bar{\theta}c\bar{\psi} & -s\bar{\phi}c\bar{\psi} + c\bar{\phi}s\bar{\theta}s\bar{\psi} & c\bar{\phi}c\bar{\theta} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\delta C_n^b = \{\delta C_{ij}^b\} \quad (12)$$

항법좌표계에서의 기저선벡터로 구성된 행렬  $R^n$  은 다음과 같이 나타낼 수 있다. 여기서  $\bar{R}^n$  은 기준 자세  $\bar{\phi}$ ,  $\bar{\theta}$ ,  $\bar{\psi}$  에 대한 행렬이며,  $\delta R^n$  는 측정잡음에 의한 오차 행렬을 나타낸다. 또 (10)으로부터 (14)의 관계가 성립한다.

$$R^n = \bar{R}^n + \delta R^n \quad (13)$$

$$C_n^b = \bar{C}_n^b + \delta C_n^b = \bar{C}_n^b (I_3 + \bar{C}_n^b \delta C_n^b) \quad (14)$$

좌표변환 행렬의  $C_n^b \cdot C_b^n = I_3$  의 성질로부터 (15)를 얻을 수 있다. 또 이차 항  $\delta C_n^b (\delta C_n^b)^T = 0$  임을 고려하면 (16)을 얻는다.

$$C_n^b C_b^n = I + \bar{C}_n^b (\delta C_n^b)^T + \delta C_n^b \bar{C}_b^n + \delta C_n^b (\delta C_n^b)^T = I_3 \quad (15)$$

$$\bar{C}_n^b \delta R^n + \delta C_n^b \bar{R}^n = 0 \quad (16)$$

(16)으로부터  $\bar{C}_n^b \delta C_n^b$  는 왜대칭(skew-symmetric) 행렬임을 알 수 있으며 (17)로 정의한다.(16)와 (17)로부터 (18)을 얻는다.

$$\theta^* = \bar{C}_n^b \delta C_n^b$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -s\bar{\theta}\delta\phi + \delta\psi & -c\bar{\theta}s\bar{\psi}\delta\phi - c\bar{\psi}\delta\theta \\ s\bar{\theta}\delta\phi - \delta\psi & 0 & c\bar{\theta}c\bar{\psi}\delta\phi - s\bar{\psi}\delta\theta \\ c\bar{\theta}s\bar{\psi}\delta\phi + c\bar{\psi}\delta\theta & -c\bar{\theta}c\bar{\psi}\delta\phi + s\bar{\psi}\delta\theta & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\delta C_n^b \equiv \bar{C}_n^b \theta^* \quad (18)$$

또 (16)의 양변에  $\bar{C}_n^b$  를 곱하고 정리하면 (19)를 얻는다. (19)에서  $j$ 번째 기저선벡터는 행렬  $\delta R^n$  의  $j$ 번째 열벡터임을 알 수 있으며 이를 (20)으로 나타낼 수 있다.

$$\delta R^n = -\bar{C}_n^b \delta C_n^b \bar{R}^n = -\theta^* \bar{R}^n \quad (19)$$

$$\delta r_j^n = -\theta^* \bar{r}_j^n = (\bar{r}_j^n)^* \delta \eta \quad (20)$$

(20)에서  $(\bar{r}_j^n)^*$  은 항법좌표계에서의 기저선벡터  $\bar{r}_j^n = [\bar{r}_{Nj}^n \ \bar{r}_{Ej}^n \ \bar{r}_{Dj}^n]^T$  의 왜대칭 행렬로 (21)로 정의된다. 또한  $\delta \eta$  은 (22)에서와 같이 자세오차벡터  $\delta \xi$  의 변환으로 나타낸다.

$$(\bar{r}_j^n)^* = \begin{bmatrix} 0 & -\bar{r}_{Dj}^n & \bar{r}_{Ej}^n \\ \bar{r}_{Dj}^n & 0 & -\bar{r}_{Nj}^n \\ -\bar{r}_{Ej}^n & \bar{r}_{Nj}^n & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\delta \eta = \begin{bmatrix} -c\bar{\theta}c\bar{\psi}\delta\phi + s\bar{\psi}\delta\theta \\ -c\bar{\theta}s\bar{\psi}\delta\phi - c\bar{\psi}\delta\theta \\ s\bar{\theta}\delta\phi - \delta\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c\bar{\theta}c\bar{\psi} & s\bar{\psi} & 0 \\ -c\bar{\theta}s\bar{\psi} & -c\bar{\psi} & 0 \\ s\bar{\theta} & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\phi \\ \delta\theta \\ \delta\psi \end{bmatrix} \equiv T \delta \xi \quad (22)$$

전체  $m_b$  개의 기저선벡터에 대하여 (20)과 (22)를 이용하면

GNSS 측정오차와 자세오차 사이에 (23)의 관계를 얻는다. (23)에 가중최소자승법을 적용하면, 자세오차의 추정치와 공분산을 (24)와 (25)로 구할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \delta r_1^n \\ \vdots \\ \delta r_{m_b}^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\bar{r}_1^n)^* \\ \vdots \\ (\bar{r}_{m_b}^n)^* \end{bmatrix} T \delta \xi \quad (23)$$

$$\delta \hat{\xi} = T^{-1} \left[ \sum_{j=1}^{m_b} ((\bar{r}_j^n)^* Q_n^{-1} (\bar{r}_j^n)^*) \right]^{-1} \left[ \sum_{j=1}^{m_b} ((\bar{r}_j^n)^* Q_n^{-1} \delta r_j^n) \right] \quad (24)$$

$$\text{cov}(\delta \hat{\xi}) = T^{-1} \left[ -\sum_{j=1}^{m_b} ((\bar{r}_j^n)^* Q_n^{-1} (\bar{r}_j^n)^*) \right]^{-1} T^{-T} \quad (25)$$

(25)를 이용하면 GNSS로 구해진 자세오차를 완전하게 해석할 수 있다. 그러나 (25) 자체만으로 기저선의 길이 및 배치, 위성의 배치, 항체의 자세, 수신기의 성능 등의 요소가 자세오차에 미치는 영향을 쉽게 파악할 수 없으며, (25)를 이용하기 위해서는 컴퓨터 시뮬레이션을 이용하여야 자세 오차의 크기를 구할 수 있다.

(25)를 이용한 해석의 편의를 위하여 대부분의 연구[1,2,3]에서 (7)의 공분산행렬의 비대각 항을 0으로 가정하여 다음과 같이 단순화한다.

$$Q_n = 2\sigma^2 I_3 \quad (26)$$

이는 차분되지 않은 반송파 위상측정치의 분산  $\sigma^2$  이 단일 차분에 의하여 두 배 증폭되어  $2\sigma^2$  되었음을 나타낸다. 이를 이용하면 (25)의 공분산행렬은 (27)과 같이 변형된다. 이 때 (27)의 자세오차에는 기저선의 배치  $((\bar{r}_j^n)^*)$ , 수신기의 측정잡음( $\sigma^2$ ), 항체의 기준자세( $T$ ), 기저선의 수( $m_b$ )의 영향은 나타나지만 (26)의 가정으로 인하여 GNSS 위성의 수와 배치에 의한 영향이 나타나지 않음을 확인할 수 있다.

$$\text{cov}(\delta \hat{\xi}) = 2\sigma^2 T^{-1} \left[ -\sum_{j=1}^{m_b} ((\bar{r}_j^n)^* (\bar{r}_j^n)^*) \right]^{-1} T^{-T} \quad (27)$$

$$= 2\sigma^2 T^{-1} \left[ \sum_{j=1}^{m_b} ((\bar{r}_j^n)^T \bar{r}_j^n I_3 - \bar{r}_j^n (\bar{r}_j^n)^T) \right]^{-1} T^{-T}$$

기저선벡터의 길이는 좌표변환에 의해서 변하지 않으므로, (27)은 (28)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{cov}(\delta \hat{\xi}) = 2\sigma^2 T^{-1} \left[ \sum_{j=1}^{m_b} (b_j^2 I_3 - \bar{C}_n^b r_j^b (r_j^b)^T \bar{C}_n^b) \right]^{-1} T^{-T} \quad (28)$$

(28)를 이용하여 [1]과 [2]에서와 같이 가장 단순한 경우, 즉  $\bar{\phi} = \bar{\theta} = \bar{\psi} = 0$  혹은  $T = -I_3$  인 경우에 대하여 ADOP과 EADOP =  $[\phi DOP \ \theta DOP \ \psi DOP]$  을 정의할 수 있다. (29)에서 EADOP<sup>2</sup> 은  $[\phi DOP^2 \ \theta DOP^2 \ \psi DOP^2]$  을 나타낸다.

여기서  $\phi DOP, \theta DOP, \psi DOP$  는 각각 롤, 피치, 요에 해당하는 DOP를 나타내고, *diag*는 행렬의 대각항만을 이용하여 구해진 벡터를, *trace*는 행렬의 대각합을 나타낸다. 각각의 DOP는 수신기 오차가 증폭되는 정도를 나타낸다. 예를 들면 롤

오차는  $\phi DOP \cdot \sigma$  로 나타난다.

$$EADOP^2 = \text{diag} \left\{ 2 \left[ \sum_{j=1}^m (b_j^2 I_3 - \bar{r}_j^n (\bar{r}_j^n)^T) \right]^{-1} \right\} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} ADOP^2 &= \phi DOP^2 + \theta DOP^2 + \psi DOP^2 \\ &= \text{trace} \left\{ 2 \left[ \sum_{j=1}^m (b_j^2 I_3 - \bar{r}_j^n (\bar{r}_j^n)^T) \right]^{-1} \right\} \end{aligned} \quad (30)$$

(29)에서의  $\phi DOP, \theta DOP, \psi DOP$  는 행렬  $T$  를 무시하여 항체의 자세  $\bar{\phi}, \bar{\theta}, \bar{\psi}$  가 0이 아닌 경우에는 잘못된 결과를 제공한다. (28)을 사용하면 정확한 결과를 얻을 수 있지만 항체의 자세와 기저선 길이와 배치의 영향이 쉽게 파악되지 않아 해석과 설계를 위하여 컴퓨터 시뮬레이션을 이용해야 한다. 따라서 본 논문에서는 일반적으로 많이 사용되는 기저선벡터의 형태에 대한 자세오차 공분산을 유도하여 컴퓨터 시뮬레이션 없이도 오차를 예측할 수 있도록 하였다. 추가로 (26)의 가정을 완화하여 NED 세축 방향의 오차의 크기가 다른 일반적인 경우에 대한 자세오차식을 유도하였다. 이를 이용하면 좀더 정확한 오차해석을 할 수 있다.

### III. 전형적인 기저선 배치에 대한 자세오차해석

일반적으로 3차원 GNSS 자세결정시스템에서는 2 혹은 3개의 기저선벡터(3 혹은 4개의 안테나)가 사용된다. 기저선의 설치는 항체의 크기, 형태 등의 요인에 따라 달라지겠지만 서로 수직인 형태로 배치하는 것이 일반적이다. 이 배치가 자세오차의 크기를 최소화하는 최적의 배치임이 알려져 있으며[3], 자세오차해석이 단순해지는 장점이 있다. 그림 1에 본 논문에서 고려한 전형적인 기저선 배치를 나타내었다.

#### 1. 길이가 서로 다른 3개의 직교 기저선 벡터

항체에 길이가 서로 다른 3개의 기저선 벡터를 다음과 같이 서로 직각으로 설치된 경우를 고려하자.

$$r_1^b = [b_1 \ 0 \ 0]^T, r_2^b = [0 \ b_2 \ 0]^T, r_3^b = [0 \ 0 \ b_3]^T \quad (31)$$

여기서  $b = [b_1 \ b_2 \ b_3]^T, B = \text{diag}[b_1 \ b_2 \ b_3] = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 \end{bmatrix}$  로

정의하면 자세오차 공분산은 다음과 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} \text{cov}(\delta \hat{\xi}) &= 2\sigma^2 T^{-1} \left[ \sum_{i=1}^m ((r_i^b)^T r_i^b I_3 - \bar{C}_n^b (r_i^b)^T \bar{C}_n^b) \right]^{-1} T^{-T} \\ &= 2\sigma^2 T^{-1} [b^T b I_3 - \bar{C}_n^b B B \bar{C}_n^b]^{-1} T^{-T} \end{aligned} \quad (32)$$

다음의 (33), (34), (35)의 관계를 이용하여 (32)는 (36)으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} [b^T b I_3 - \bar{C}_n^b B B \bar{C}_n^b]^{-1} \\ = (b^T b)^{-1} I_3 - (b^T b)^{-1} \bar{C}_n^b (\bar{C}_n^b \bar{C}_n^b (b^T b)^{-1} - (B B)^{-1})^{-1} \bar{C}_n^b (b^T b)^{-1} \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} (\bar{C}_n^b \bar{C}_n^b (b^T b)^{-1} - (B B)^{-1})^{-1} &= ((b^T b)^{-1} I_3 - (B B)^{-1})^{-1} \\ &= -(b^T b) \text{diag} \left[ \frac{b_1^2}{b_2^2 + b_3^2} \quad \frac{b_2^2}{b_1^2 + b_3^2} \quad \frac{b_3^2}{b_1^2 + b_2^2} \right] \end{aligned} \quad (34)$$

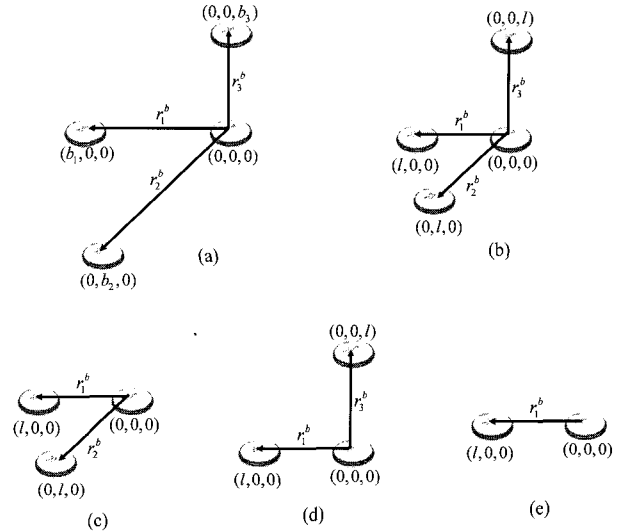


그림 1. 전형적인 기저선 배치: (a) 길이가 다른 3개의 직교 기저선, (b) 길이가 같은 3개의 직교 기저선, (c) 수평면에서 길이가 같은 2개의 직교 기저선, (d) 수직면에서 길이가 같은 2개의 직교 기저선, (e) 2차원 자세측정을 위한 단일 기저선.

Fig. 1. Typical baseline configurations: (a) 3 orthogonal baselines with different length, (b) 3 orthogonal baselines with same length, (c) 2 orthogonal baselines with same length in horizontal plane, (d) 2 orthogonal baselines with same length in vertical plane, (e) Single baseline for 2 dimensional attitude determination.

$$[b^T b I_3 - \bar{C}_n^b B B \bar{C}_n^b]^{-1} = \bar{C}_n^b \left\{ \text{diag} \left[ \frac{1}{b_2^2 + b_3^2} \quad \frac{1}{b_1^2 + b_3^2} \quad \frac{1}{b_1^2 + b_2^2} \right] \right\} \bar{C}_n^b \quad (35)$$

$$\text{cov}(\delta \hat{\xi}) = 2\sigma^2 T^{-1} \bar{C}_n^b \left\{ \text{diag} \left[ \frac{1}{b_2^2 + b_3^2} \quad \frac{1}{b_1^2 + b_3^2} \quad \frac{1}{b_1^2 + b_2^2} \right] \right\} \bar{C}_n^b T^{-T} \quad (36)$$

(36)에 (37)을 대입하면 (38)의 자세오차공분산행렬을 얻는다.

$$\bar{C}_n^b T^{-T} = \frac{1}{c\bar{\theta}} \begin{bmatrix} -c\bar{\theta} & 0 & 0 \\ -s\bar{\phi} s\bar{\theta} & -c\bar{\phi} c\bar{\theta} & -s\bar{\phi} \\ -c\bar{\phi} s\bar{\theta} & s\bar{\phi} c\bar{\theta} & -c\bar{\phi} \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$\text{cov}(\delta \hat{\xi}) = \{Z_{ij}\} \quad (38)$$

여기서  $\text{cov}(\delta \hat{\xi})$  의 각항은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Z_{11} &= \frac{2\sigma^2}{c^2 \bar{\theta}} \left( \frac{c^2 \bar{\theta}}{b_2^2 + b_3^2} + \frac{s^2 \bar{\phi} s^2 \bar{\theta}}{b_1^2 + b_3^2} + \frac{c^2 \bar{\phi} s^2 \bar{\theta}}{b_1^2 + b_2^2} \right), Z_{22} = \frac{2\sigma^2}{c^2 \bar{\theta}} \left( \frac{c s^2 \bar{\phi} c^2 \bar{\theta}}{b_1^2 + b_3^2} + \frac{s^2 \bar{\phi} c^2 \bar{\theta}}{b_1^2 + b_2^2} \right), \\ Z_{33} &= \frac{2\sigma^2}{c^2 \bar{\theta}} \left( \frac{s^2 \bar{\phi}}{b_1^2 + b_3^2} + \frac{c^2 \bar{\phi}}{b_1^2 + b_2^2} \right), Z_{12} = Z_{21} = \frac{2\sigma^2}{c^2 \bar{\theta}} \left( \frac{s\bar{\phi} c\bar{\phi} s\bar{\theta} c\bar{\theta}}{b_1^2 + b_3^2} - \frac{s\bar{\phi} c\bar{\phi} s\bar{\theta} c\bar{\theta}}{b_1^2 + b_2^2} \right), \\ Z_{13} = Z_{31} &= \frac{2\sigma^2}{c^2 \bar{\theta}} \left( \frac{s^2 \bar{\phi} s\bar{\theta}}{b_1^2 + b_3^2} + \frac{c^2 \bar{\phi} s\bar{\theta}}{b_1^2 + b_2^2} \right), Z_{23} = Z_{32} = \frac{2\sigma^2}{c^2 \bar{\theta}} \left( \frac{s\bar{\phi} c\bar{\phi} c\bar{\theta}}{b_1^2 + b_3^2} - \frac{s\bar{\phi} c\bar{\phi} c\bar{\theta}}{b_1^2 + b_2^2} \right) \end{aligned}$$

자세오차 공분산행렬로부터 기저선의 길이가 길수록 오차가 줄어들며, 항체의 자세 중 피치와 롤에 따라 오차의 크기가 달라짐을 볼 수 있다. 특히  $\bar{\theta} = \pm 90^\circ$  인 경우 피치를 제외한 롤과 요가 발산하므로 이런 자세가 가능한 비행기 등 항공분야의 응용에서는 주의가 요구됨을 볼 수 있다.

2. 길이가 같은 3개의 직교 기저선 벡터

세 기저선벡터의 길이가 같다면 즉  $b_1 = b_2 = b_3 = l$  이라면 (38)은 다음과 같이 간략한 형태로 나타낼 수 있다.

$$\text{cov}(\delta \hat{x}) = \frac{\sigma^2}{l^2 c^2 \bar{\theta}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & s\bar{\theta} \\ 0 & c^2 \bar{\theta} & 0 \\ s\bar{\theta} & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (39)$$

공분산 행렬로부터 기저선의 길이가 길어질수록 공분산 값이 줄어들음을 볼 수 있다. 앞 절의 기저선의 길이가 다른 경우에 비하여 항체의 자세 중 피치에만 영향을 받는 것이 다르나, 기저선의 길이가 길어질수록 EADOP 값이 줄어들고, 피치 오차는 항체의 기울기에 영향을 받지 않으며 롤과 요 오차는 같은 영향을 받는 것을 볼 수 있다.

(39)로부터 EADOP<sup>2</sup> 은 (40)이 되며, 이로부터 ADOP은 (41)이 된다.  $\bar{\theta} = 0$  인 경우 즉 항체가 수평면과 평행하게 운행 중이면 ADOP =  $\sqrt{3}/l$  이 되며, 이 값은 길이가 같은 세개의 기저선벡터로 얻을 수 있는 최소값으로 [3]의 결과와 일치한다. 이는 길이가 같은 3개의 기저선을 사용하는 경우 세 기저선을 서로 수직되게 배치하는 것이 자세오차를 최소화 하는 최적의 배치임을 나타낸다. 그러나 (40)을 이용하면 [3]에서 알 수 없었던 기준자세의 영향을 파악할 수 있다. 즉 같은 기저선 벡터인 경우에도 항체가 기울어져  $\bar{\theta} \neq 0$  이면 (41)로부터 ADOP의 최소값이 증가하며, 특히  $\bar{\theta} \rightarrow \pm 90^\circ$  인 경우는 발산한다. 이는 (40)으로부터 롤과 요 오차가 증가함에 따른 것임을 알 수 있다.

$$EADOP^2 = \frac{1}{l^2 c^2 \bar{\theta}} [1 \quad c^2 \bar{\theta} \quad 1] \quad (40)$$

$$ADOP = \frac{1}{l \cos \bar{\theta}} \sqrt{2 + \cos^2 \bar{\theta}} \quad (41)$$

3. 수평면에서 같은 길이의 2개의 직교 기저선 벡터

2개의 기저선벡터만으로도 3차원 자세를 구할 수 있으며, 이 경우 여분의 기저선벡터 없으므로 항체에 의한 신호 수신 방해 등으로 인하여 자세를 구하는 확률이 떨어질 수 있다. 그러나 안테나의 설치 혹은 GNSS 수신기의 가격문제 등으로 선박 등 기동이 심하지 않은 응용에서는 2개의 기저선벡터만으로 3차원 자세를 구하는 경우도 많이 있다.

길이가 같은 두 기저선벡터가 항체의 수평면에 수직으로 존재하는 경우 자세오차는 앞 절에서와 같은 방법으로 유도할 수 있다. 이 때는  $b_1 = b_2 = l$ ,  $b_3 = 0$  인 경우이므로 (38)의 오차 공분산은 (42)로 변형되며 EADOP<sup>2</sup> 은 (43)이 된다.

$$\text{cov}(\delta \hat{x}) = \frac{\sigma^2}{l^2 c^2 \bar{\theta}} \begin{bmatrix} 2 - c^2 \bar{\phi} s^2 \bar{\theta} & s\bar{\phi} c \bar{\phi} s \bar{\theta} c \bar{\theta} & s\bar{\theta} (2 - c^2 \bar{\phi}) \\ & c^2 \bar{\theta} (2 - s^2 \bar{\phi}) & s\bar{\phi} c \bar{\phi} c \bar{\theta} \\ \text{Sym} & & 2 - c^2 \bar{\phi} \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$EADOP^2 = \frac{1}{l^2 c^2 \bar{\theta}} [2 - c^2 \bar{\phi} s^2 \bar{\theta} \quad c^2 \bar{\theta} (2 - s^2 \bar{\phi}) \quad 2 - c^2 \bar{\phi}] \quad (43)$$

(43)과 (40)을 비교하면 기저선 수의 감소로 자세오차가 증가함을 볼 수 있으며, 특히  $\bar{\phi} = \bar{\theta} = \bar{\psi} = 0$  인 경우, EADOP는

각각  $\phi DOP = \sqrt{2}\sigma/l$ ,  $\theta DOP = \sqrt{2}\sigma/l$ ,  $\psi DOP = \sigma/l$  이 되며 요 오차가 롤 오차나 피치 오차보다 적음을 볼 수 있다. 이는 [1]에서의 시뮬레이션 결과와 일치하며 (43)을 이용하면 시뮬레이션 없이 결과를 예측할 수 있음을 확인할 수 있다.  $\psi DOP$  이  $\phi DOP$  이나  $\theta DOP$  보다 작은 이유는 [1]에서의 설명처럼 위성의 배치의 영향으로 고도측 오차가 큰 이유도 있지만 기저선 벡터의 배치에 더 많은 영향을 받는다. 두 기저선벡터가 수평면에서 직교하는 구조에서 두 기저선을 별도로 사용하여 2차원 자세를 구하는 경우로 해석하면 한 개의 기저선벡터는 롤과 요를 측정하는데 나머지 기저선벡터는 피치와 요를 구하는데 사용된다. 즉 2개의 기저선에서 동시에 요를 구하므로 한 기저선에서만 구하는 롤이나 피치에 비하여  $\sqrt{2}$  배 정확한 결과를 얻는다.

(43)으로부터 ADOP은 (44)가 되며 (41)과 비교하여 오차가 증가함을 확인할 수 있으며, (44)에서  $\bar{\phi} = \bar{\theta} = 0$  인 경우 ADOP =  $\sqrt{5}/l$  으로 ADOP의 최소값도 증가함을 볼 수 있다.

$$ADOP = \frac{\sqrt{4 + 2c^2 \bar{\theta} - c^2 \bar{\phi} s^2 \bar{\theta} - s^2 \bar{\phi} c^2 \bar{\theta} - c^2 \bar{\phi}}}{lc\bar{\theta}} \quad (44)$$

4. 수직면에서 같은 길이의 2개의 직교 기저선 벡터

길이가 같은 두 기저선벡터가 항체의 수직면에 존재하는 경우 같은 방법으로 (45)의 EADOP<sup>2</sup> 와 (46)의 ADOP을 구할 수 있다.

$$EADOP^2 = \frac{1}{l^2 c^2 \bar{\theta}} [2 - s^2 \bar{\phi} s^2 \bar{\theta} \quad c^2 \bar{\theta} (2 - c^2 \bar{\phi}) \quad 2 - s^2 \bar{\phi}] \quad (45)$$

$$ADOP = \frac{1}{lc\bar{\theta}} \sqrt{4 + 2c^2 \bar{\theta} - s^2 \bar{\phi} s^2 \bar{\theta} - c^2 \bar{\phi} c^2 \bar{\theta} - s^2 \bar{\phi}} \quad (46)$$

이 경우에도 기저선 수의 감소로 자세오차가 증가하며,  $\bar{\phi} = \bar{\theta} = \bar{\psi} = 0$  인 경우 EADOP는 각각  $\phi DOP = \sqrt{2}\sigma/l$ ,  $\theta DOP = \sigma/l$ ,  $\psi DOP = \sqrt{2}\sigma/l$  이 되며 피치의 정확도가 향상됨을 알 수 있다. 이 때 한 기저선은 롤과 피치를, 다른 기저선은 요와 피치를 제공하므로 피치가  $\sqrt{2}$  배 정확하게 구해진다. (44)와 (46)에서 항체의 자세에 따라 ADOP이 달라지지만  $\bar{\phi} = \bar{\theta} = 0$  인 경우 ADOP =  $\sqrt{5}/l$  로 앞 절에서와 같은 값을 가진다. 이는 2개의 기저선을 수평면에 두는 경우와 수직면에 두는 경우 같은 크기의 자세오차가 기저선의 배치에 따라 롤, 피치, 요에 서로 다르게 반영됨을 나타낸다.

5. 2차원 자세오차

1개의 기저선벡터만 사용하는 경우는 2차원 자세를 구할 수 있다. 이 때 기저선이 항체의 전진방향으로 설치되면 요와 피치를, 항체의 상하방향으로 설치되면 요와 롤을 구할 수 있다. 이런 경우 3차원 자세를 구할 수 없는 단점이 있지만 방위각이 중요한 선박 등의 응용에서 많이 사용되고 있다.

1개의 기저선인 경우 자세오차도 앞에서와 같은 방법으로 유도할 수 있다. 즉 항체의 전진방향으로 기저선을 둔 경우는  $b_1 = l$ ,  $b_2 = b_3 = 0$  로 두면 (47)의 오차 공분산과 (48)의 EADOP<sup>2</sup> 을 구할 수 있다.

(48)은 1개의 기저선을 위와 같이 설치한 경우 롤은 측정

할 수 없으며,  $\bar{\theta} = \pm 90^\circ$  인 경우 요 오차가 발산함을 나타낸다. 이 결과는 [4]의 2차원 오차해석 결과와 (26)의 가정하에 일치함을 확인할 수 있다. 다른 형태의 기저선의 영향도 같은 방법으로 해석할 수 있다.

$$\text{cov}(\delta \hat{\xi}) = \frac{2\sigma^2}{l^2 c^2 \bar{\theta}} \begin{bmatrix} \infty & 0 & s\bar{\theta} \\ 0 & c^2 \bar{\theta} & 0 \\ s\bar{\theta} & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (47)$$

$$EADOP^2 = \frac{2}{l^2 c^2 \bar{\theta}} \begin{bmatrix} \infty & c^2 \bar{\theta} & 1 \end{bmatrix} \quad (48)$$

(40), (43), (45), (48)는 기저선의 수와 배치 및 항체의 자세에 따른 자세오차를 명확하게 보여주므로 이를 이용하면 시뮬레이션을 이용하지 않고도 쉽게 자세오차를 예측할 수 있다. 그러나 (26)의 영향으로 위성의 배치와 수의 영향은 나타나지 않는다. 따라서 이를 포함하는 정확한 오차해석이 필요한 경우에는 (38)을 이용하여 시뮬레이션을 수행하여야 한다.

**IV. 위성의 영향을 고려한 자세오차해석**

(7)의 기저선벡터의 공분산으로는 해석에 어려움이 있어 앞 절에서는 이를 (26)의 단순한 형태로 두고 해석하였다. 그러나 이 경우 위성의 배치와 수에 의한 영향이 자세오차에 미치는 영향을 해석할 수 없으므로, 이 장에서는 (49)과 같이 대각항만을 고려한 공분산을 이용하여 해석을 수행한다. 여기서  $q_E, q_N, q_D$  는 각각 GNSS를 이용하여 기저선벡터를 구하는 경우 북쪽, 동쪽, 상하 방향의 오차 분산을 나타내며,  $q_E^2 = q_N^2 = q_D^2 = 2\sigma^2$  로 두면 (26)과 일치한다. GNSS 위성 배치의 영향으로 우리나라 부근에서는  $q_N \approx q_E$ ,  $q_D \approx 2q_N$  의 값을 가지므로 이를 해석에서 고려할 수 있다.

$$Q_n = \text{diag} [q_N^2 \quad q_E^2 \quad q_D^2] \quad (49)$$

(49)를 이용하여 (50)을 얻으며, 이로부터 자세오차의 공분산은 (51)이 된다.

$$(r_j^n)^x Q_n^{-1} (r_j^n)^x = -q_n^{-2} q_E^2 q_D^2 \{ (Q_n r_j^n)^T r_j^n Q_n - Q_n r_j^n (Q_n r_j^n)^T \} \quad (50)$$

$$\text{cov}(\delta \hat{\xi}) = q_E^2 q_N^2 q_D^2 \{ T^{-1} \left[ \sum_{j=1}^m ((Q_n r_j^n)^T r_j^n Q_n - Q_n r_j^n (Q_n r_j^n)^T) \right] T^{-T} \} \quad (51)$$

길이가 같은 3개의 직교 기저선, 즉  $r_1^b = [1 \ 0 \ 0]^T$ ,  $r_2^b = [0 \ 1 \ 0]^T$ ,  $r_3^b = [0 \ 0 \ 1]^T$  을 고려하자. 다음의 (52), (53), (54), (55)의 관계를 이용하면 (51)의 자세오차 공분산행렬은 (56)으로 나타낼 수 있다. (53)에서  $\{CQC\}_{i,j}$  는 행렬  $\bar{C}_n^b Q_n \bar{C}_n^b$  의  $i$  행,  $j$  열의 항을 나타낸다.

$$\begin{aligned} & (Q_n r_j^n)^T r_j^n Q_n - Q_n r_j^n (Q_n r_j^n)^T \\ & = \{ (r_j^b)^T \bar{C}_n^b Q_n \bar{C}_n^b r_j^b I_3 - Q_n \bar{C}_n^b r_j^b (r_j^b)^T \bar{C}_n^b \} Q_n \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^3 (r_j^b)^T \bar{C}_n^b Q_n \bar{C}_n^b r_j^b I_3 & = l^2 \{ \{CQC\}_{1,1} + \{CQC\}_{2,2} + \{CQC\}_{3,3} \} I_3 \\ & = l^2 (q_N^2 + q_E^2 + q_D^2) I_3 \end{aligned} \quad (53)$$

$$\sum_{j=1}^3 Q_n \bar{C}_n^b r_j^b (r_j^b)^T \bar{C}_n^b = l^2 Q_n \bar{C}_n^b I_3 \bar{C}_n^b = l^2 Q_n \quad (54)$$

$$\begin{aligned} & \left[ \sum_{j=1}^3 ((Q_n r_j^n)^T r_j^n Q_n - Q_n r_j^n (Q_n r_j^n)^T) \right]^{-1} \\ & = \frac{1}{l^2} \begin{bmatrix} q_N^2 (q_E^2 + q_D^2) & 0 & 0 \\ 0 & q_E^2 (q_N^2 + q_D^2) & 0 \\ 0 & 0 & q_D^2 (q_N^2 + q_E^2) \end{bmatrix}^{-1} \end{aligned} \quad (55)$$

$$\begin{aligned} \text{cov}(\delta \hat{\xi}) & = \frac{1}{l^2} \{ T^{-1} \left[ \begin{matrix} q_E^2 q_D^2 (q_E^2 + q_D^2)^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & q_N^2 q_D^2 (q_N^2 + q_D^2)^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & q_N^2 q_E^2 (q_N^2 + q_E^2)^{-1} \end{matrix} \right] T^{-T} \} \\ & = \{ Y_{ij} \} \end{aligned} \quad (56)$$

(56)에서  $\text{cov}(\delta \hat{\xi})$  의 각 항은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Y_{11} & = \frac{1}{l^2 c^2 \bar{\theta}} \left( \frac{q_E^2 q_D^2}{q_E^2 + q_D^2} c^2 \bar{\psi} + \frac{q_N^2 q_D^2}{q_N^2 + q_D^2} s^2 \bar{\psi} \right) \\ Y_{22} & = \frac{1}{l^2 c^2 \bar{\theta}} \left( \frac{q_E^2 q_D^2}{q_E^2 + q_D^2} c^2 \bar{\theta} s^2 \bar{\psi} + \frac{q_N^2 q_D^2}{q_N^2 + q_D^2} c^2 \bar{\theta} c^2 \bar{\psi} \right) \\ Y_{33} & = \frac{1}{l^2 c^2 \bar{\theta}} \left( \frac{q_E^2 q_D^2}{q_E^2 + q_D^2} s^2 \bar{\theta} c^2 \bar{\psi} + \frac{q_N^2 q_D^2}{q_N^2 + q_D^2} s^2 \bar{\theta} s^2 \bar{\psi} + \frac{q_N^2 q_E^2}{q_N^2 + q_E^2} c^2 \bar{\theta} \right) \\ Y_{12} = Y_{21} & = \frac{1}{l^2 c^2 \bar{\theta}} \left( -\frac{q_E^2 q_D^2}{q_E^2 + q_D^2} c \bar{\theta} s \bar{\psi} c \bar{\psi} + \frac{q_N^2 q_D^2}{q_N^2 + q_D^2} s \bar{\psi} c \bar{\psi} c \bar{\theta} \right) \\ Y_{13} = Y_{31} & = \frac{1}{l^2 c^2 \bar{\theta}} \left( \frac{q_E^2 q_D^2}{q_E^2 + q_D^2} s \bar{\theta} c^2 \bar{\psi} + \frac{q_N^2 q_D^2}{q_N^2 + q_D^2} s \bar{\theta} s^2 \bar{\psi} \right) \\ Y_{23} = Y_{32} & = \frac{1}{l^2 c^2 \bar{\theta}} \left( -\frac{q_E^2 q_D^2}{q_E^2 + q_D^2} s \bar{\theta} c \bar{\theta} s \bar{\psi} c \bar{\psi} + \frac{q_N^2 q_D^2}{q_N^2 + q_D^2} s \bar{\theta} c \bar{\theta} s \bar{\psi} c \bar{\psi} \right) \end{aligned}$$

$q_E^2 = q_N^2 = q_D^2 = 2\sigma^2$  인 경우라면 (56)은 (39)가 됨을 확인할 수 있다. 즉 위성의 배치를 고려하지 않은 경우와 일치한다. 그러나 (56)을 이용하면 (39)를 이용하는 경우에 비하여 위성의 배치와 수에 따라 결정되는  $q_E, q_N, q_D$  까지 고려하여 자세오차를 해석할 수 있다.  $q_E, q_N, q_D$  는 GNSS를 이용하여 구해진 위치 오차로부터 구할 수 있으며, GPS의 경우, 우리나라에서 측정된 값은 대략  $q_E = 15m$ ,  $q_N = 18m$ ,  $q_D = 35m$  이다 [8]. 이 값은 SA (Selective Availability)가 존재할 때의 측정치이지만 하루 평균을 구한 값이므로 SA의 영향은 평균화되어 제거되었다고 볼 수 있다. GPS, Galileo등 사용하는 GNSS의 형태 및 사용자 수신기 측정잡음과 사용자의 위치와 시각에 따른  $q_E, q_N, q_D$  값은 시뮬레이션으로도 구할 수 있으며, 한번 구해진 값은 계속 사용할 수 있다. 만약 우리나라 주변에서 GPS를 사용하는 경우를 가정하여  $q_N^2 = q_E^2 = q_D^2/4 = 2\sigma^2$  를 적용하면 (57)을 얻는다. 이 때  $EADOP^2$  은 (58), ADOP은 (59)가 된다.

$$\text{cov}(\delta \hat{\xi}) = \frac{8 \sigma^2}{5 l^2 c^2 \bar{\theta}} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 & s\bar{\theta} \\ 0 & c^2 \bar{\theta} & 0 \\ s\bar{\theta} & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{8} c^2 \bar{\theta} \end{bmatrix} \right\} \quad (57)$$

$$EADOP^2 = \frac{8}{5} \frac{1}{l^2 c^2 \bar{\theta}} \left[ 1 \quad c^2 \bar{\theta} \quad 1 - \frac{3}{8} c^2 \bar{\theta} \right] \quad (58)$$

$$ADOP = \frac{1}{l \cos \bar{\theta}} \sqrt{\frac{16}{5} + \cos^2 \bar{\theta}} \quad (59)$$

(39)와 (57), (40)과 (58)을 비교하면 우리나라와 같은 중위도 지역에서는 고도 오차가 평면오차에 비하여 2배정도 크다는 사실을 감안하여 해석하면 영향을 고려하지 않고 해석했을 때에 비하여 불과 피치오차는 대략 1.6배 정도, 요 오차는 항체의 기울기에 따라 1.6배에서 1배까지 증가됨을 볼 수 있다. 또 (41)과 (59)의 ADOP으로부터 고도오차의 크기를 고려한 경우 전체 자세오차 합의 제곱이  $6/5(1 \cos \theta)^2$  만큼 증가함을 볼 수 있다.

**V. 결론**

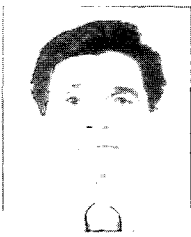
본 논문에서는 GNSS 자세결정시스템을 이용하여 구해진 3차원 자세의 오차공분산 행렬을 유도하고 이를 이용하여 자세오차해석을 수행하였다. 자세오차는 위성의 배치와 수, 기저선의 배치와 수, 수신기의 성능, 항체의 자세 등의 요인에 영향을 받으며 구해진 자세오차 공분산행렬로부터 이들의 관계를 알 수 있다. 롤, 피치, 요 오차의 크기를 따로따로 예측하기 위하여 공분산행렬로부터 GDOP과 유사한 척도인 EADOP을 정의하고 이를 이용하여 자세오차해석을 용이하게 할 수 있음을 보였다. 유도된 자세오차 공분산 행렬을 이용하면 자세오차의 특성을 정확하게 해석할 수 있지만 이를 위해서는 컴퓨터 시뮬레이션을 이용하여야 하는 단점이 있으므로 몇 가지 유용한 가정을 추가하여 단순한 형태의 공분산행렬을 유도하였다. 일반적으로 많이 사용되는 3개의 직교하는 기저선, 2개의 직교하는 기저선 및 1개의 기저선의 경우에 대한 오차해석을 수행하였으며, 이로부터 최적의 기저선 배치인 경우 오차의 크기를 유도하였다.

마지막으로 GNSS 위성의 배치에 따른 영향을 고려할 수 있는 공분산행렬을 유도하였으며, 이를 이용하면 실제와 거의 일치하는 오차해석의 결과를 컴퓨터 시뮬레이션을 이용하지 않고 쉽게 예측할 수 있음을 보였다. 이 결과는 항체에 안테나의 설치하는 기준으로 사용될 수 있으며, 역으

로 이미 설치된 안테나에 따른 오차를 해석하는데 사용될 수 있다.

**참고문헌**

- [1] S. Yoon, and J. B. Lundberg, "Euler angle dilution of precision in GPS attitude determination," *IEEE Trans. Aerospace and Electronics Systems*, vol. 37, no. 3, 1077-1082, 2001.
- [2] C. E. Cohen, "Attitude determination," *Global Positioning System: Theory and Applications*, vol. II, AIAA, 519-538, 1996.
- [3] C. J. Jr. Comp "Optimal antenna configuration for GPS based attitude determination," *Proceedings of ION GPS-93*, Salt Lake City, UT, Sept. 22-24, 1993.
- [4] C. Park, and I. Kim, "An error analysis of 2-dimensional attitude determination system using global positioning system," *IEICE Trans. Commun.*, vol. E83-B, no. 6, 1370-1373, 2000.
- [5] Ashtech, 'ADU5: GNSS sensors and Marine Survey Solutions', <http://products.thalesnavigation.com/en/products/index.asp>.
- [6] Navicom, "GPCompass: low-cost 2-antenna GPS attitude sensor," <http://www.navicom.co.kr/product>
- [7] 김정원, 황동환, 이상정, 박찬식, 오상현, 김세환, 안이기, 이장호, "자세 측정용 GPS/INS 통합항법시스템 설계 및 비행실험," 한국항행학회 논문지, 제8권 제2호, pp. 112-119, 2004.
- [8] 박찬식, 김일선, 이장규, 지규인, "한국지역에서 측정된 GPS의 위치측정오차 분석," 국방과학연구소 제4차 유도무기 학술대회 논문집, pp. 233-238, 대전, 9월, 1994.
- [9] 박찬식, "GPS를 이용한 위치결정에서의 오차해석," 제어 · 자동화 · 시스템공학회 논문지, 제7권 제6호, pp. 550-557, 2001.
- [10] P. J. G. Teunissen, and A. Kleusberg editors, *GPS for Geodesy*, 2nd edition, Springer-Verlag, Berlin, Germany, 1998.
- [11] B. W. Parkinson & J. J. Spilker Jr. 1996, *Global Positioning System: Theory and Applications*, AIAA, Washington.



**박 찬 식**

1961년 10월 1일생. 1984년 서울대학교 전자공학과 학사 졸업. 1986년, 1997년 동 대학원 석사, 박사. 1984년~1997년 삼성전자 정보통신 책임연구원. 1997년~현재 충북대학교 전기전자공학부 부교수. 관심분야는 GNSS, 자세결정, ITS,

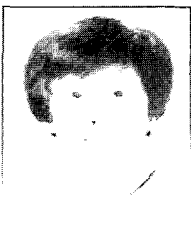
WSN.



**황 동 환**

1962년 10월 29일생. 1985년 서울대학교 전기공학과 졸업. 1987년 한국과학기술원 전기공학과 석사. 1991년 동 대학원 박사. 1996년~현재 충남대학교 전기정보통신공학부 부교수. 관심분야는 GNSS/INS 통합항법시스템, 항법시스템, 산업

용제어시스템.



**이 상 정**

1957년 8월 15일생. 1979년 서울대학교 전자공학과 학사. 1981년 서울대학교 전자공학과 석사. 1987년 서울대학교 제어계측공학과 박사. 1988년~현재 충남대학교 정보통신공학부 교수. 관심분야는 강인 제어, 항법 시스템.