

배터리로 구동되는 이동 로봇의 에너지 소모 최소화를 위한 3-구간 속도 제어

A 3-Step Speed Control for Minimizing Energy Consumption for Battery-Powered Wheeled Mobile Robots

김 종 희*, 김 병 국
(Chong Hui Kim and Byung Kook Kim)

Abstract : Energy of wheeled mobile robot is usually supplied by batteries. In order to extend operation time of mobile robots, it is necessary to minimize the energy consumption. The energy is dissipated mostly in the motors, which strongly depends on the velocity profile. This paper investigates various 3-step (acceleration – cruise – deceleration) speed control methods to minimize a new energy object function which considers the practical energy consumption dissipated in motors related to motor control input, velocity profile, and motor dynamics. We performed an analysis on the energy consumption various velocity profile patterns generated by standard control input such as step input, ramp input, parabolic input, and exponential input. Based on these standard control inputs, we analyzed the six 3-step velocity profile patterns: E-C-E, P-C-P, R-C-R, S-C-S, R-C-S, and S-C-R (S means a step control input, R means a ramp control input, P means a parabolic control input, and E means an exponential control input, C means a constant cruise velocity), and suggested an efficient iterative search algorithm with binary search which can find the numerical solution quickly. We performed various computer simulations to show the performance of the energy-optimal 3-step speed control in comparison with a conventional 3-step speed control with a reasonable constant acceleration as a benchmark. Simulation results show that the E-C-E is the most energy efficient 3-step velocity profile pattern, which enables wheeled mobile robot to extend working time up to 50%.

Keywords : minimum energy control, wheeled mobile robot, energy saving control, voltage constraints

I. 서론

이동 로봇이 주어진 임무를 수행하기 위해서는 센싱, 경로 계획, 위치 추정, 구동, 장애물 감지 및 회피 등의 다양한 기술을 필요로 한다. 그러나 이동 로봇은 배터리로부터 공급되는 유한한 양의 에너지에 의해 구동되므로 주어진 임무의 수행은 배터리의 에너지 양에 의해 제약을 받게 된다. 따라서 한정된 에너지의 효율적 이용은 배터리로 구동되는 이동 로봇의 구동 시간을 연장시킬 수 있을 뿐만 아니라 주어진 임무의 지속적 수행을 가능케 한다.

이동 로봇은 일반적으로 배터리, 모터, 모터 드라이버, 그리고 제어기로 이루어지며, 이중 에너지 사용의 대부분은 모터 및 모터 드라이버에서 발생한다. 따라서 에너지 효율이 높은 모터의 선택과 설계, 모터 드라이버의 성능 개선, 그리고 에너지의 소모를 줄이는 제어 방법 등을 통해 이동 로봇의 에너지 소모를 줄일 수 있다[1].

이동 로봇의 대부분은 두 개의 바퀴와 상대적으로 제어가 쉬운 DC모터를 사용한다. DC 모터는 정격 속도 영역에서 매우 높은 효율을 갖도록 설계되고 있어서 일반적으로 하드웨어 성능 측면에서는 개선의 여지가 거의 없다. 또한 전력·전자 기술의 발달로 모터 드라이버도 매우 높은 효율의 성능을 나타내도록 설계되고 있다[2]. 그러나 이러한 모터 및 모

터 드라이버에서의 효율이 높아진다고 할지라도 이동 로봇의 구동 시간은 여전히 유한한 양의 배터리 에너지에 의해 제한이 되므로 이동 로봇의 에너지 소모를 줄이는 제어 방법에 대한 연구가 필요하다.

Parviz[3]는 DC 모터가 주어진 시간에 원하는 각속도(angular velocity)에 도달하기 위한 가속 구간에서의 에너지 소모에 대한 연구를 통해 모터에서의 에너지 소모가 속도 프로파일과 밀접한 연관이 있음을 보였다. 그러나 동일한 각속도를 얻기까지의 각변위(angular position)에 대한 구속 조건이 없기 때문에 에너지 비교에 있어 동등하다고 할 수 없다. Barili[4]는 이동 로봇의 가속도가 일정하다는 조건 하에 직선 경로를 따라 주행하는 이동 로봇이 장애물에 의해 속도의 변화가 요구될 때, 에너지 소모를 최소화하면서 주어진 시간 안에 목적지에 도달할 수 있는 속도 프로파일의 생성에 대해 연구를 하였다. 이를 위해 에너지 소모의 목적 함수로 운동 에너지의 변화를 이용하였다. 그러나 운동에너지는 모터에서의 에너지 소모와는 차이가 있으며, 에너지 소모는 속도 프로파일과 밀접하게 연관이 되어 있으므로 일정한 가속도의 가정 하에서는 극히 제한적인 속도 프로파일을 생성하게 된다. Duleba[5]는 뉴턴 알고리즘을 이용하여 이동 로봇과 같은 nonholonomic 시스템에서의 에너지 효율을 고려한 움직임 계획(motion planning)에 대해 연구를 하였다. Duleba는 제어 입력의 제곱을 최적화를 위한 목적함수로 이용하였는데 이는 이동 로봇의 실제적인 에너지 소모와 차이가 있으며, 배터리에서 소모된 에너지의 양을 추정하는데 어려움이 있다. Mei[6]는 장애물이 없는 열린 공간에서 바닥을 청소하는 전방향(omni-directional) 이동 로봇의 에너지 효율을 높이는 경

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2004. 7. 27., 채택확정 : 2005. 12. 19.

김종희, 김병국 : 한국과학기술원 전자전산학과

(chkim@tcl.kaist.ac.kr/bkkim@ee.kaist.ac.kr)

※ 본 연구는 과학기술부/한국과학재단 우수연구센터육성사업의 지원으로 수행되었음(R11-1999-008).

로 계획과 속도 프로파일에 대해 연구하였다. 청소 로봇의 임무와 공간적 특성을 고려하여 3가지 움직임 경로(scan lines, spiral, square spiral)에 대해 같은 면적의 공간을 움직이는데 필요한 에너지의 비교를 통하여 상황에 따라 적합한 방법을 제안하였다. 그러나 제안한 경로 및 목적함수는 로봇의 보편적인 임무(한 점에서 다른 점으로의 이동)와 작업 환경(복도 또는 건물 등)에는 적용하기 어렵다.

일반적으로 이동 로봇의 속도 프로파일은 가속(acceleration), 항속(cruise), 감속(deceleration)의 3-구간으로 이루어지며, 가속 및 감속 구간에서의 프로파일은 모터에 인가되는 제어 입력에 따라 다양하게 결정이 된다. 본 연구에서는 이동 로봇의 실제적 에너지 소모를 줄이는 3-구간 속도 제어 방법과 에너지 소모를 최소화하는 속도 프로파일 생성을 위한 검색(search) 알고리즘을 제안하여 이동 로봇의 운행 시간을 최대화하는 방법을 제안한다.

II 장에서는 이동 로봇의 에너지 소모 모델로부터 기구학 및 동역학을 고려하여 이동 로봇의 실제적인 에너지 소모를 고려한 최소 에너지 제어 문제를 정의한다. III 장에서는 가속-항속-감속의 3-구간으로 이루어진 속도 프로파일에서 각 구간의 속도 프로파일과 에너지와의 관계를 살펴보고 빠른 시간에 에너지 소모를 최소화하는 최적해를 구하는 검색 알고리즘을 제안한다. IV 장에서는 컴퓨터 모의 실험을 통하여 기존의 속도 프로파일 생성 방법과의 성능을 비교하고 V 장에서 결론을 맺는다.

II. 이동 로봇의 최소 에너지 제어를 위한 문제 설정

이동 로봇의 경로는 직선 경로가 대부분을 차지하며, 회전 경로는 빈도가 상대적으로 매우 적다[4]. 따라서 회전 경로에서 소모하는 에너지는 직선 경로에서 소모하는 에너지에 비해 무시할 수 있을 만큼 작으므로 이하에서는 직선 경로를 이동하는 로봇의 에너지 소모만을 고려한다.

1. 이동 로봇의 에너지 소모 모델

이동 로봇은 그림 1에서 보는 바와 같이 두 개의 동일한 모터에 의해 구동되며, 두 모터는 동일한 armature 저항 R_a , 역기전력 상수 K_b , 토크 상수 K_t , 기어비 ρ 를 갖는다고 가정한다.

이동 로봇의 에너지 소모는 배터리의 내부 저항, 모터의 제어 신호에 따라 모터에 적절한 입력을 전달하는 모터 드라이버, 그리고 모터에서 발생한다. 배터리의 내부 저항이나 모터 드라이버에서의 에너지 소모는 모터의 에너지 소모에 비해 무시할 수 있을 만큼 작으므로 [7] 배터리로부터 이동 로봇에 공급되는 에너지는 다음과 같이 양쪽 모터에 공급되는 에너지로 나타낼 수 있다.

$$E = \int i^T V dt = V_s \cdot \int i^T u dt \tag{1}$$

여기서 $i = [i^R \ i^L]^T$ 는 armature 전류 벡터, 윗첨자 R과 L 은 각각 우측과 좌측 모터를 나타내며, $V = [V^R \ V^L]^T$ 는 모터 드라이버를 통해 배터리로부터 모터에 공급되는 평균 전압, $u = V/V_s = [u^R \ u^L]^T$ 는 제어기로부터의 PWM duty

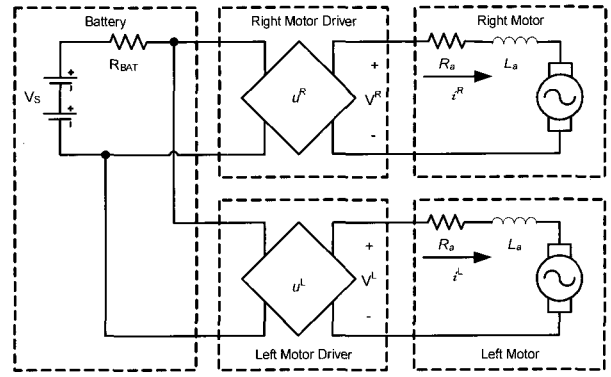


그림 1. 배터리, 모터 드라이버 및 모터 모델.
Fig. 1. Model of battery, motor-driver, and motor.

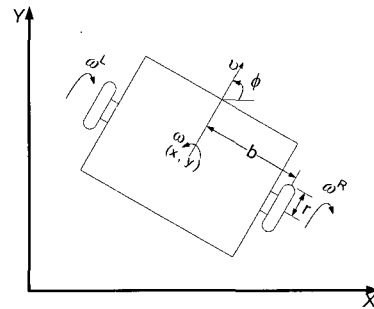


그림 2. 이동 로봇의 구조.
Fig. 2. Structure of wheeled mobile robot.

비와 같은 정규화된 제어 입력 벡터로 $-1 \leq u^R \leq 1, -1 \leq u^L \leq 1$ 의 관계가 있으며, V_s 는 배터리 전압을 나타낸다.

2. 이동 로봇의 기구학 및 동역학 모델

이동 로봇은 그림 2와 같이 좌우의 대칭적인 구조를 갖는다고 가정한다. 그리고 일반적으로 전기적인 응답이 기계적인 응답에 비해 훨씬 빠르기 때문에 모터의 armature inductance를 무시할 수 있으므로 양쪽 바퀴의 각속도 벡터를 $w = [\omega^R \ \omega^L]^T$ 라고 하면, 그림 1의 양쪽 모터의 armature 회로에 대한 식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$R_a i = V_s u - K_b \rho w \tag{2}$$

그리고 관성과 점성 마찰(viscous friction)을 고려한 양쪽 바퀴의 각속도와 모터 전류 사이의 동역학 관계는 다음과 같다[8].

$$J \frac{dw}{dt} + F_v w = K_t \rho i \tag{3}$$

여기서 F_v 는 점성 마찰 계수(viscous friction coefficient)이며 J 는 모터의 등가 관성 행렬(equivalent inertia matrix)로 2차 정방행렬이다.

(2)와 (3)으로부터 다음과 같이 이동 로봇의 두 모터의 제어 입력과 양쪽 바퀴의 각속도와와의 관계를 구하면 다음과 같다.

$$\dot{w} + A_w w = B_w u \tag{4}$$

여기서

$$\mathbf{A}_w = \begin{bmatrix} a_1 & \dot{a}_2 \\ a_2 & a_1 \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \left(F_v + \frac{K_t K_b \rho^2}{R_a} \right)$$

$$\mathbf{B}_w = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ b_2 & b_1 \end{bmatrix} = \mathbf{J}^{-1} \frac{K_t \rho}{R_a} V_s$$

이동 로봇의 선속도 v 및 각속도 ω 는 양쪽 바퀴의 각속도 ω^R 및 ω^L 로부터 변환 행렬(transformation matrix) \mathbf{T}_q 를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix} = \mathbf{T}_q \begin{pmatrix} \omega^R \\ \omega^L \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} r & r \\ r/b & -r/b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega^R \\ \omega^L \end{pmatrix} \quad (5)$$

선속도 v 및 각속도 ω 를 상태변수로 하는 $\mathbf{z} = \mathbf{T}_q \mathbf{w} = [v \ \omega]^T$ 를 정의하면, \mathbf{T}_q 를 변환행렬로 하는 유사변환(similarity transformation)을 이용하여 (4)를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{\mathbf{z}} + \mathbf{A}_z \mathbf{z} = \mathbf{B}_z \mathbf{u} \quad (6)$$

여기서

$$\mathbf{A}_z = \mathbf{T}_q \mathbf{A}_w \mathbf{T}_q^{-1} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_z = \mathbf{T}_q \mathbf{B}_w = \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_1 \\ \beta_2 & -\beta_2 \end{bmatrix}$$

이며, λ_1 과 λ_2 는 행렬 $-\mathbf{A}$ 의 고유치(eigenvalue)로 $\lambda_1 = a_1 + a_2$, $\lambda_2 = a_1 - a_2$, β_1 과 β_2 는 각각 $\beta_1 = r(b_1 + b_2)/2$ 과 $\beta_2 = r(b_1 - b_2)/2b$ 이다.

그림 3은 이동 로봇의 전체적인 블록 다이어그램을 나타낸 것이다.

이동 로봇의 선속도 v 및 각속도 ω 로부터 이동 로봇의 위치 및 각도는 다음과 같이 얻을 수 있다.

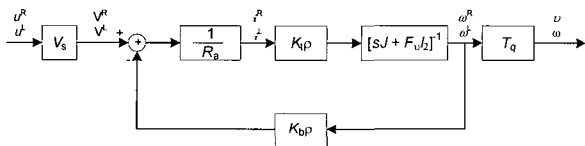


그림 3. 이동 로봇의 블록 다이어그램.
Fig. 3. Block diagram of wheeled mobile robot.

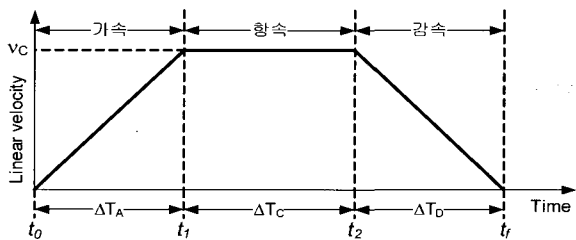


그림 4. 이동 로봇의 속도 프로파일의 예.
Fig. 4. Velocity profile example for wheeled mobile robot.

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \phi & 0 \\ \sin \phi & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix} \quad (7)$$

직선 경로를 이동할 때 양쪽 모터에는 $u^R = u^L$ 의 동일한 제어 입력이 인가되므로, (6)으로부터 이동 로봇의 회전 각속도는 $\omega = 0$ 이 된다. 이동 로봇의 heading angle의 초기값을 $\phi = 0$ 으로 놓으면, (7)로부터

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \cos \phi \\ v \sin \phi \\ \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

3. 이동 로봇의 최소 에너지 제어 문제 설정

직선 경로를 따라 이동하는 로봇은 일반적으로 그림 4와 같이 가속, 항속, 감속의 3-구간으로 이루어진 속도프로파일에 의해 제어가 된다.

속도 프로파일의 k-번째 구간의 시간을 $t_{k-1} \leq t \leq t_k$, 모터 제어 입력을 $\mathbf{u}_k(t)$, 구간의 초기 속도를 $\mathbf{z}(t_{k-1}) = [v(t_{k-1}) \ 0]^T$ 이라고 하면, 이동 로봇의 선속도는 (6)으로부터

$$v(t) = e^{-\lambda_1(t-t_{k-1})} v(t_{k-1}) + \int_{t_{k-1}}^t \left\{ e^{-\lambda_1(t-\tau)} \cdot \beta_1 \cdot (u_k^R(\tau) + u_k^L(\tau)) \right\} d\tau \quad (9)$$

와 같이 나타낼 수 있으며, 이 구간에서 직선 경로를 따라 움직인 거리를 $\Delta x_k(t)$ 라고 하면 (8)에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta x_k = x(t_k) - x(t_{k-1}) = \int_{t_{k-1}}^{t_k} v(\xi) d\xi \quad (10)$$

또한, 이 구간에서의 에너지 소모는 양쪽 모터의 제어 입력을 $u_k^R = u_k^L = u_k$ 라고 놓으면 (2), (6), (9), 및 (1)에 의해 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E_k(t) = \int_{t_{k-1}}^t \left[k_1 \{u_k(\xi)\}^2 - k_2 v_k(\xi) \cdot u_k(\xi) \right] d\xi \quad (11)$$

여기서 $k_1 = 2V_s^2 / R_a$, $k_2 = 2K_b \rho V_s / R_a / r$ 이다.

이로부터 그림 4와 같이 가속-항속-감속의 3-구간으로 이루어진 속도 프로파일에 의해 제어가 되는 이동 로봇의 에너지 소모는 가속-항속-감속 구간의 길이와 각 구간에서의 모터 제어 입력에 연관되어 있다. 따라서 주어진 시간 t_f 동안 직선 경로를 따라 x_f 의 거리를 움직이는 이동 로봇의 최소 에너지 제어 문제는 다음과 같이 각 구간의 시간 길이 및 제어 입력을 찾는 문제로 표현할 수 있다. 그림 4로부터 가속-항속-감속 구간에서 소모되는 에너지를 각각 E_A, E_C, E_D , 각 구간의 길이를 $\Delta T_A = t_1 - t_0$, $\Delta T_C = t_2 - t_1$, $\Delta T_D = t_f - t_2$, 각

구간에서의 모터 제어 입력을 $u_A^R = u_A^L = u_A$, $u_C^R = u_C^L = u_C$,

$u_D^R = u_D^L = u_D$ 라고 하면

최소화 $E = E_A(\Delta T_A, u_A)$
 (Minimize) $+ E_C(\Delta T_C, u_C) + E_D(\Delta T_D, u_D)$

- 구속조건 1) $\Delta T_A + \Delta T_C + \Delta T_D = t_f$
 (Subject to) 2) $\Delta x_A + \Delta x_C + \Delta x_D = x_f$
 3) $v(t_0) = v(t_f) = 0$
 4) $|u_A|, |u_C|, |u_D| \leq u^{\max}$

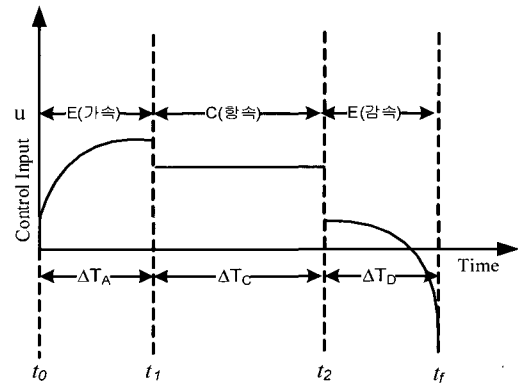
III. 최소 에너지 제어를 위한 3-구간 속도 제어 및 알고리즘

가속-항속-감속의 3-구간으로 이루어진 속도 프로파일은 가속 및 감속 구간에서의 모터 제어 입력에 따라 다양한 프로파일이 얻어진다. 제어 입력이 인가되는 가속 및 감속의 경우 에너지를 소모하게 되므로 잦은 가속 및 감속은 전체적으로 더 많은 에너지를 소모하게 한다. 따라서 일정한 제어 입력이 인가되어 등속도로 이동하는 항속 구간에서는 동일한 거리 및 시간 조건에 대하여 가속 및 감속이 일어나는 경우보다 에너지 소모가 적다.

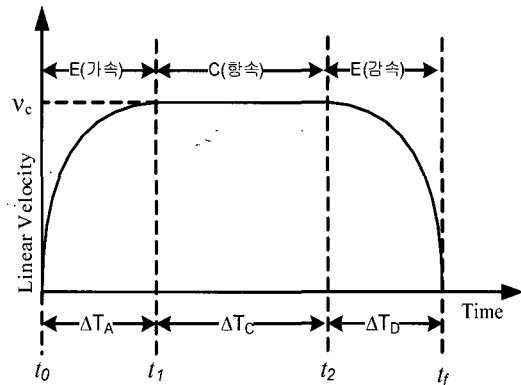
주어진 시간 내에 주어진 거리를 초기 및 최종 속도 조건을 만족하며 이동하기 위해 로봇의 속도 프로파일은 항속 구간 외에도 가속 및 감속 구간이 있어야 하며, 가속 및 감속 구간의 속도 프로파일은 모터의 제어 입력에 따라 다양한 속도 프로파일을 얻을 수 있다. 본 논문에서는 에너지 소모가 적은 속도 프로파일의 패턴을 알아보고 분석하기 위하여 시스템의 테스트를 위해 많이 사용되는 제어 입력인[9] 계단 입력(Step input), 경사 입력(Ramp input), 포물선 입력(Parabolic input)과 지수함수 입력(Exponential input)을 모터의 제어 입력으로 인가하여 속도 프로파일의 패턴에 따른 에너지 소모를 고찰한다.

모터 제어 입력에 따라 계단 입력에 의한 가감속 구간을 S(Step input), 경사 입력에 의한 가감속 구간을 R(Ramp input), 포물선 입력에 의한 가감속 구간을 P(Parabolic input), 지수함수 입력에 의한 가감속 구간을 E(Exponential input)로 나타내고 등속도로 이동하기 위하여 계단 입력이 인가되어야 하는 항속 구간은 C(Cruise section)로 나타내었다. 이러한 4가지 제어 입력에 따라 이하에서는 가감속 구간에서 지수함수 제어 입력에 의한 E-C-E 속도 프로파일, 포물선 제어 입력에 의한 P-C-P 속도 프로파일, 경사 제어 입력에 의한 R-C-R 속도 프로파일, 계단 제어 입력에 의한 S-C-S 속도 프로파일, 그리고 경사 입력과 계단 입력의 조합에 의한 R-C-S 속도 프로파일과 S-C-R 속도 프로파일의 6가지 패턴에 대해 살펴보기로 한다.

그림 5(a)의 지수함수 제어 입력에 의한 속도 프로파일의 모양은 그림 5(b)와 같이 나타난다. 지수함수 제어 입력에 의한 속도 프로파일은 제어 입력의 시정수 τ 와 각 구간에서의 시간의 길이에 의해 결정되며, (6)에 의해 로봇의 속도 프로파일은 제어 입력과 동일한 시정수 τ 를 갖는다. 논의의 복잡도를 줄이기 위하여 주어진 시간 및 거리 조건에 대하여 가속 구간 및 감속 구간에서의 각각의 제어 입력의 시정수는 동일하다고 가정하였다.



(a) Exponential control input



(b) Velocity profile by exponential control input

그림 5. 지수함수 제어 입력에 의한 속도 프로파일(v_C 는 항속 구간의 속도).

Fig. 5. Velocity profile by exponential control input(v_C is cruise velocity).

표 1. 지수함수 제어 입력에 의한 로봇의 선속도, 제어 입력 및 이동 거리.

Table 1. Linear velocity, motor control input, and traveling distance by exponential control input.

가속 구간	선속도	$v_A^E(t) = C_1(e^{-t/\tau} - 1)$
	제어 입력 $u^R = u^L$	$u_A^E = \frac{C_1}{2\beta_1} \left(\lambda_1 e^{-t/\tau} - \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} - \lambda_1 \right)$
	이동 거리	$\Delta x_A^E = C_1 \left(\tau - \tau e^{-\Delta T_A/\tau} - \Delta T_A \right)$
항속 구간	선속도	$v_C^C(t) = v_C$
	제어 입력 $u^R = u^L$	$u_C^C = \frac{\lambda_1}{2\beta_1} v_C$
	이동 거리	$\Delta x_C^C = v_C \Delta T_C$
감속 구간	선속도	$v_D^E(t) = C_2(e^{t/\tau} - e^{t_f/\tau})$
	제어 입력 $u^R = u^L$	$u_D^E = \frac{C_2}{2\beta_1\tau} \left(\tau \lambda_1 e^{t/\tau} - \tau \lambda_1 e^{t_f/\tau} + e^{t/\tau} \right)$
	이동 거리	$\Delta x_D^E = C_2 \left(\tau e^{\Delta T_D/\tau} - \tau - \Delta T_D e^{\Delta T_D/\tau} \right) e^{t_f/\tau}$

1. 속도 프로파일의 패턴에 따른 에너지 소모

1.1 지수함수 제어 입력에 의한 E-C-E 속도 프로파일

지수함수 제어 입력에 의한 로봇의 선속도, 모터 제어 입력, 그리고 이동거리는 표 1과 같이 구해진다.

여기서 상수 C_1 및 C_2 는 $v(t_1) = v(t_2) = v_C$ 로부터

$$C_2 = C_1 \left(e^{-\Delta T_A / \tau} - 1 \right) / \left(e^{(T_f - \Delta T_D) / \tau} - e^{\Delta T_D / \tau} \right)$$

의 관계가 있으며, 거리 구속 조건 ($\Delta x_A + \Delta x_C + \Delta x_D = x_f$)로부터 다음과 같이 C_1 을 구할 수 있다.

$$\frac{x_f}{C_1} = \left(\tau - \tau e^{-\Delta T_A / \tau} - \Delta T_A \right) + \left(e^{-\Delta T_A / \tau} - 1 \right) \Delta T_C + \frac{\left(e^{-\Delta T_A / \tau} - 1 \right) \left(\tau e^{\Delta T_D / \tau} - \tau - \Delta T_D e^{\Delta T_D / \tau} \right)}{\left(1 - e^{\Delta T_D / \tau} \right)}$$

지수함수 제어 입력에 의한 가속, 항속, 감속 구간에서의 에너지 소모를 각각 E_A^E , E_C^E , E_D^E 라고 하면 각 구간에서의 에너지 소모는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E_A^E &= \frac{k_1 k_A^E}{2 \beta_1} \left\{ \left(2 - \lambda_1 \tau - \frac{1}{\lambda_1 \tau} \right) e^{-\frac{\Delta T_A}{\tau}} - 4(1 - \lambda_1 \tau) \right\} e^{-\frac{\Delta T_A}{\tau}} \\ &+ \frac{k_1 k_A^E}{\beta_1} \left\{ \lambda_1 \Delta T_A + \frac{1}{2 \lambda_1 \tau} + 1 - \frac{3 \lambda_1 \tau}{2} \right\} \\ &+ k_2 k_A^E \left\{ \left(\tau - \frac{1}{\lambda_1} \right) e^{-\frac{\Delta T_A}{\tau}} + 2 \left(\frac{1}{\lambda_1} - 2 \tau \right) \right\} e^{-\frac{\Delta T_A}{\tau}} \\ &+ k_2 k_A^E \left\{ 3 \tau - 2 \Delta T_A - \frac{1}{\lambda_1} \right\} = E_A^E(\Delta T_A, \tau) \\ E_C^E &= \frac{\lambda_1}{4 \beta_1} \left(\frac{k_1 \lambda_1}{\beta_1} - 2 k_2 \right) v_C^2 \Delta T_C = E_C^E(\Delta T_C, v_C) \\ E_D^E &= \frac{k_1 k_D^E}{4 \beta_1} \left(2 \lambda_1 \Delta T_D + \frac{1}{\lambda_1 \tau} - 4 \tau \lambda_1 - 2 \right) e^{\frac{2 T_f}{\tau}} \\ &+ \frac{k_1 k_D^E}{\beta_1} \left\{ \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\lambda_1 \tau} + 2 \right) e^{\frac{t_2}{\tau}} - (1 + \tau \lambda_1) e^{\frac{t_f}{\tau}} \right\} e^{\frac{t_2}{\tau}} \\ &+ k_2 k_D^E \left(2 \tau + \frac{1}{\lambda_1} - \Delta T_D \right) e^{\frac{2 T_f}{\tau}} \\ &- k_2 k_D^E \left(\frac{1}{\lambda_1} + 2 \tau \right) e^{\frac{t_f + t_2}{\tau}} = E_D^E(\Delta T_D, \tau) \end{aligned}$$

여기서 $k_A^E = \lambda_1 C_1^2 / 4 \beta_1$, $k_D^E = \lambda_1 C_2^2 / 2 \beta_1$ 이다.

따라서 지수함수 제어 입력에 의한 로봇의 총 에너지 소모량은 시간 구속 조건 ($\Delta T_A + \Delta T_C + \Delta T_D = t_f$)과 가속 구간의 $t = \eta = \Delta T_A$ 에서의 속도 $v(\eta) = C_1 \left(e^{-\eta / \tau} - 1 \right) = v_C$ 으로부터 가속 시간 (ΔT_A)과 감속 시간 (ΔT_D) 그리고 지수함수 제어 입력의 시정수 τ 를 이용하여 다음과 같이 3개의 변수로 나

타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} E^{E-C-E} &= E_A^E + E_C^E + E_D^E \\ &= E_A^E(\Delta T_A, \tau) + E_C^E(\Delta T_C, v_C) + E_D^E(\Delta T_D, \tau) \\ &= E(\Delta T_A, \Delta T_D, \tau) \end{aligned}$$

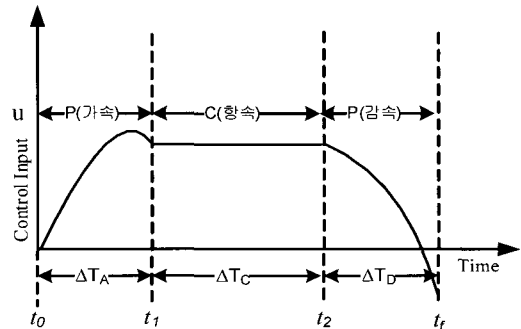
1.2 포물선 제어 입력에 의한 P-C-P 속도 프로파일

그림 6(a)의 포물선 제어 입력에 의한 속도 프로파일의 모양은 그림 6(b)와 같이 나타난다. 포물선 제어 입력에 의한 속도 프로파일은 지수함수 제어 입력에 의한 속도 프로파일과 유사하지만 지수함수 제어 입력은 구간과 구간 사이에서 제어 입력이 불연속일 수 있는 것에 반해 포물선 제어 입력은 구간과 구간 사이에서 연속이다. 이는 (6)으로부터 간단히 유도할 수 있으므로 자세한 설명은 생략한다.

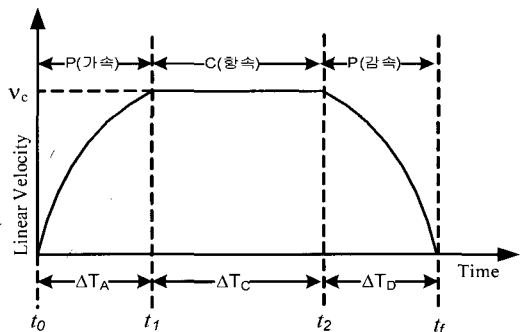
포물선 제어 입력에 의한 로봇의 선속도, 모터 제어 입력, 그리고 이동거리는 표 2와 같이 구해진다.

포물선 제어 입력에 의한 가속, 항속, 감속 구간에서의 에너지 소모를 각각 E_A^P , E_C^P , E_D^P 라고 하면 각 구간에서의 에너지 소모는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E_A^P &= k_1 k^P / \beta_1 \Delta T_A \cdot \left(8 \lambda_1 \Delta T_A^2 + 15 \Delta T_A + 20 / \lambda_1 \right) \\ &- k_2 k^P (16 \Delta T_A + 15 / \lambda_1) = E_A^P(\Delta T_A, v_C) \end{aligned}$$



(a) Parabolic control input



(b) Velocity profile by parabolic control input

그림 6. 포물선 제어 입력에 의한 속도 프로파일(v_C 는 항속 구간의 속도).

Fig. 6. Velocity profile by parabolic control input (v_C is cruise velocity).

표 2. 포물선 제어 입력에 의한 로봇의 선속도, 제어 입력 및 이동 거리.

Table 2. Linear velocity, motor control input, and traveling distance by parabolic control input.

가속 구간	선속도	$v_A^P(t) = -v_C / \Delta T_A^2 \cdot t^2 + 2v_C / \Delta T_A \cdot t$
	제어 입력 $u^R = u^L$	$u_A^P = -\frac{\lambda_1 v_C}{\beta_1 \Delta T_A^2} \left\{ \frac{1}{2} t^2 - \frac{\Delta T_A - 1}{\lambda_1} t - \frac{\Delta T_A}{\lambda_1} \right\}$
	이동 거리	$\Delta x_A^P = 2/3 \cdot v_C \Delta T_A$
항속 구간	선속도	$v_C^C(t) = v_C$
	제어 입력 $u^R = u^L$	$u_C^C = \frac{\lambda_1}{2\beta_1} v_C$
	이동 거리	$\Delta x_C^C = v_C \Delta T_C$
감속 구간	선속도	$v_D^P(t) = v_C / \Delta T_D^2 \left\{ -t^2 + 2(t_f - \Delta T_D)t \right\} + v_C / \Delta T_D^2 \cdot t_f (2\Delta T_D - t_f)$
	제어 입력 $u^R = u^L$	$u_D^P = \frac{\lambda_1 v_C}{\beta_1 \Delta T_D^2} \left\{ -\frac{t^2}{2} + \left(t_f - \Delta T_D - \frac{1}{\lambda_1} \right) t \right\} + \frac{\lambda_1 v_C}{\beta_1 \Delta T_D^2} \left(t_f \Delta T_D - \frac{t_f^2}{2} + \frac{t_f - \Delta T_D}{\lambda_1} \right)$
	이동 거리	$\Delta x_D^P = 2/3 \cdot v_C \Delta T_D$

$$E_C^C = \lambda_1 / 4\beta_1 \cdot (k_1 \lambda_1 / \beta_1 - 2k_2) v_C^2 \Delta T_C = E_C^C(\Delta T_C, v_C)$$

$$E_D^P = k_1 k^P / \beta_1 \Delta T_D \cdot (8\lambda_1 \Delta T_D^2 - 15\Delta T_D + 20 / \lambda_1) - k_2 k^P (16\Delta T_D - 15 / \lambda_1) = E_D^P(\Delta T_D, v_C)$$

여기서 $k^P = \lambda_1 v_C^2 / 120\beta_1$ 이다.

따라서 포물선 제어 입력에 의한 로봇의 총 에너지 소모량은 거리 구속 조건 ($\Delta x_A + \Delta x_C + \Delta x_D = x_f$) 으로부터 얻어지는 $v_C = 3x_f / (2\Delta T_A + 3\Delta T_C + 2\Delta T_D)$ 와 시간 구속 조건 ($\Delta T_A + \Delta T_C + \Delta T_D = t_f$) 으로부터 가속 시간(ΔT_A)과 감속 시간(ΔT_D)을 이용하여 다음과 같이 2개의 변수로 나타낼 수 있다.

$$E^{P-C-P} = E_A^P + E_C^C + E_D^P$$

$$= E_A^P(\Delta T_A, v_C) + E_C^C(\Delta T_C, v_C) + E_D^P(\Delta T_D, v_C)$$

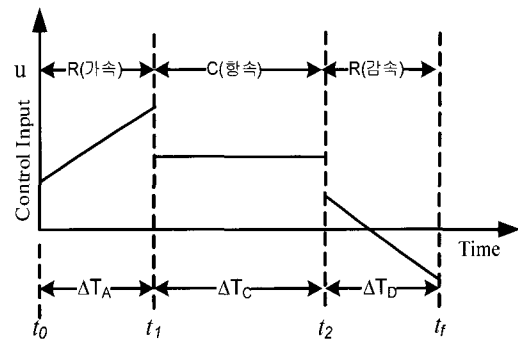
$$= E(\Delta T_A, \Delta T_D)$$

1.3 경사 제어 입력에 의한 R-C-R 속도 프로파일

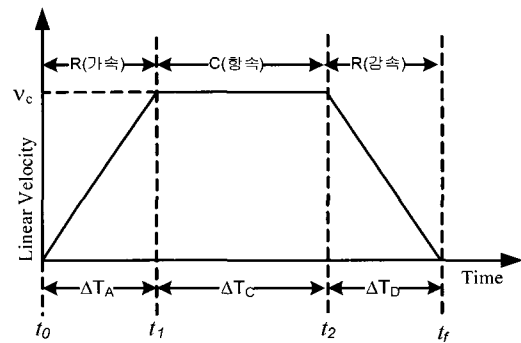
그림 7(a)의 경사 제어 입력에 의한 속도 프로파일의 모양은 그림 7(b)와 같이 나타난다. 경사 제어 입력에 의한 속도 프로파일은 사다리꼴(trapezoidal) 속도 프로파일의 형태로 나타난다.

경사 제어 입력에 의한 로봇의 선속도, 모터 제어 입력, 그리고 이동거리는 표 3과 같이 구해진다.

경사 제어 입력에 의한 가속, 항속, 감속 구간에서의 에너



(a) Ramp control input



(b) Velocity profile by ramp control input

그림 7. 경사 제어 입력에 의한 속도 프로파일(v_C 는 항속 구간의 속도).

Fig. 7. Velocity profile by ramp control input(v_C is cruise velocity).

표 3. 경사 제어 입력에 의한 로봇의 선속도, 제어 입력 및 이동 거리.

Table 3. Linear velocity, motor control input, and traveling distance by ramp control input.

가속 구간	선속도	$v_A^R(t) = v_C / \Delta T_A \cdot t$
	제어 입력 $u^R = u^L$	$u_A^R(t) = \frac{v_C}{2\beta_1 \Delta T_A} (1 + \lambda_1 t)$
	이동 거리	$\Delta x_A^R = \Delta T_A v_C / 2$
항속 구간	선속도	$v_C^C(t) = v_C$
	제어 입력 $u^R = u^L$	$u_C^C = \frac{\lambda_1}{2\beta_1} v_C$
	이동 거리	$\Delta x_C^C = v_C \Delta T_C$
감속 구간	선속도	$v_D^R(t) = v_C / \Delta T_D \cdot (t_f - t)$
	제어 입력 $u^R = u^L$	$u_D^R(t) = \frac{v_C}{2\beta_1} \frac{\lambda_1 (t_f - t) - 1}{\Delta T_D}$
	이동 거리	$\Delta x_D^R = \Delta T_D v_C / 2$

지 소모를 각각 E_A^R , E_C^C , E_D^R 라고 하면 각 구간에서의 에너지 소모는 다음과 같다.

$$E_A^R = (k_1 v_C^2) / (12 \lambda_1 \beta_1^2 \Delta T_A^2) \cdot \left\{ (1 + \lambda_1 \Delta T_A)^3 - 1 \right\} - (k_2 v_C^2) / (2 \beta_1) (\lambda_1 \Delta T_A / 3 + 1/2) = E_A^R (\Delta T_A, v_C)$$

$$E_C^C = \lambda_1 / 4 \beta_1 \cdot (k_1 \lambda_1 / \beta_1 - 2k_2) v_C^2 \Delta T_C = E_C^C (\Delta T_C, v_C)$$

$$E_D^R = (k_1 v_C^2) / (12 \lambda_1 \beta_1^2 \Delta T_D^2) \cdot \left\{ (\lambda_1 \Delta T_D + 1)^3 + 1 \right\} - (k_2 v_C^2) / (2 \beta_1) \cdot (\lambda_1 \Delta T_D / 3 - 1/2) = E_D^R (\Delta T_D, v_C)$$

따라서 경사 제어 입력에 의한 로봇의 총 에너지 소모량은 거리 구속 조건 ($\Delta x_A + \Delta x_C + \Delta x_D = x_f$) 으로부터 얻어지는 $v_C = 2x_f / (\Delta T_A + 2\Delta T_C + \Delta T_D)$ 와 시간 구속 조건 ($\Delta T_A + \Delta T_C + \Delta T_D = t_f$) 으로부터 가속 시간(ΔT_A)과 감속 시간(ΔT_D)을 이용하여 다음 과 같이 2개의 변수로 나타낼 수 있다.

$$E^{R-C-R} = E_A^R + E_C^C + E_D^R$$

$$= E_A^R (\Delta T_A, v_C) + E_C^C (\Delta T_C, v_C) + E_D^R (\Delta T_D, v_C)$$

$$= E (\Delta T_A, \Delta T_D)$$

1.4 계단 제어 입력에 의한 S-C-S 속도 프로파일

그림 8(a)의 계단 제어 입력에 의한 속도 프로파일의 모양은 그림 8(b)와 같이 나타나고, 경사 제어 입력에 의한 로봇의 선속도, 모터 제어 입력, 그리고 이동거리는 표 4와 같이 구해진다.

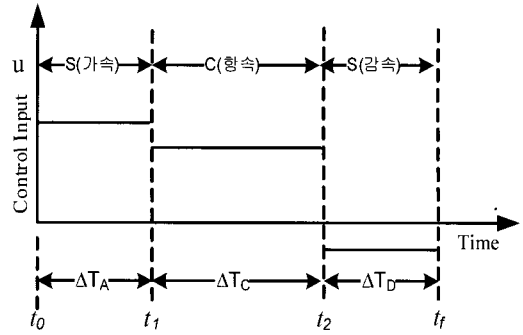
계단 제어 입력에 의한 가속, 항속, 감속 구간에서의 에너지 소모를 각각 E_A^S , E_C^C , E_D^S 라고 하면 각 구간에서의 에너지 소모는 다음과 같다.

$$E_A^S = \frac{\lambda_1^2 \Delta T_A e^{2\lambda_1 \Delta T_A}}{4 \beta_1 (e^{\lambda_1 \Delta T_A} - 1)^2} \left\{ \frac{k_1}{\beta_1} - 2 \frac{k_2}{\lambda_1} \right\} v_C^2 + \frac{k_2 e^{\lambda_1 \Delta T_A}}{2 \beta_1 (e^{\lambda_1 \Delta T_A} - 1)} v_C^2 = E_A^S (\Delta T_A, v_C)$$

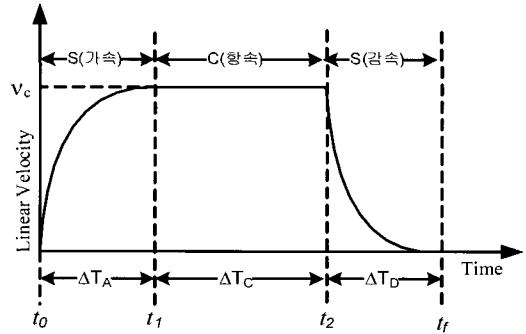
$$E_C^C = \frac{\lambda_1^2}{4 \beta_1} \left(\frac{k_1}{\beta_1} - 2 \frac{k_2}{\lambda_1} \right) v_C^2 \Delta T_C = E_C^C (\Delta T_C, v_C)$$

$$E_D^S = \frac{\lambda_1^2 \Delta T_D e^{-2\lambda_1 \Delta T_D}}{4 \beta_1 (e^{\lambda_1 t_f} - e^{-\lambda_1 \Delta T_D})^2} \left\{ \frac{k_1}{\beta_1} - \frac{2k_2}{\lambda_1} \right\} v_C^2 - \frac{k_2 e^{-2\lambda_1 \Delta T_D} - e^{2\lambda_1 (t_f - \Delta T_D)}}{2 \beta_1 (e^{\lambda_1 t_f} - e^{-\lambda_1 \Delta T_D})^2} v_C^2 = E_D^S (\Delta T_D, v_C)$$

따라서 계단 제어 입력에 의한 로봇의 총 에너지 소모량은 거리 구속 조건 ($\Delta x_A + \Delta x_C + \Delta x_D = x_f$) 으로부터의 $v_C = x_f / \left(\frac{\Delta T_A}{1 - e^{-\lambda_1 \Delta T_A}} + \Delta T_C + \frac{\Delta T_D e^{-\lambda_1 \Delta T_D}}{e^{-\lambda_1 \Delta T_D} - 1} \right)$ 와 시간 구속 조건 ($\Delta T_A + \Delta T_C + \Delta T_D = t_f$) 으로부터 가속 시간(ΔT_A)과 감속 시간(ΔT_D)을 이용하여 다음 과 같이 2개의 변수로 나타낼 수 있다.



(a) Step control input



(b) Velocity profile by step control input

그림 8. 계단 제어 입력에 의한 속도 프로파일(v_C 는 항속 구간의 속도).

Fig. 8. Velocity profile by step control input (v_C is cruise velocity).

표 4. 계단 제어 입력에 의한 로봇의 선속도, 제어 입력 및 이동 거리.

Table 4. Linear velocity, motor control input, and traveling distance by step control input.

가속 구간	선속도	$v_A^S(t) = 2\beta_1 / \lambda_1 \cdot (1 - e^{-\lambda_1 t}) u_A^S$
	제어 입력 $u^R = u^L$	$u_A^S = \frac{\lambda_1}{2\beta_1} \frac{1}{1 - e^{-\lambda_1 \Delta T_A}} v_C$
	이동 거리	$\Delta x_A^S = \left\{ \Delta T_A / (1 - e^{-\lambda_1 \Delta T_A}) - 1 / \lambda_1 \right\} v_C$
항속 구간	선속도	$v_C^C(t) = v_C$
	제어 입력 $u^R = u^L$	$u_C^C = \frac{\lambda_1}{2\beta_1} v_C$
	이동 거리	$\Delta x_C^C = v_C \Delta T_C$
감속 구간	선속도	$v_D^S(t) = e^{-\lambda_1 (t-t_2)} v_C + 2\beta_1 / \lambda_1 \cdot (1 - e^{-\lambda_1 (t-t_2)}) u_D^S$
	제어 입력 $u^R = u^L$	$u_D^S = \frac{\lambda_1}{2\beta_1} \frac{e^{-\lambda_1 \Delta T_D}}{e^{-\lambda_1 \Delta T_D} - 1} v_C$
	이동 거리	$\Delta x_D^S = \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{\Delta T_D e^{-\lambda_1 \Delta T_D}}{e^{-\lambda_1 \Delta T_D} - 1} \right) v_C$

$$\begin{aligned}
 E^{S-C-S} &= E_A^S + E_C^C + E_D^S \\
 &= E_A^S(\Delta T_A, v_C) + E_C^C(\Delta T_C, v_C) + E_D^S(\Delta T_D, v_C) \\
 &= E(\Delta T_A, \Delta T_D)
 \end{aligned}$$

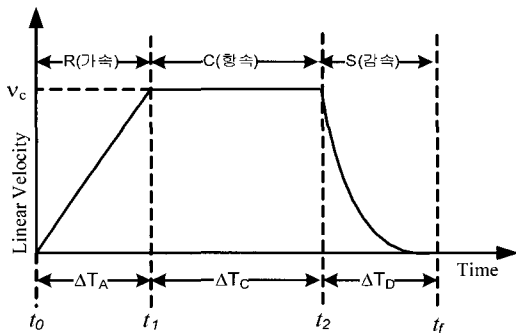
1.5 경사 제어 입력 및 계단 제어 입력의 조합에 의한 R-C-S 및 S-C-R 속도 프로파일

가속 구간에서 경사 제어 입력과 계단 제어 입력의 조합에 의한 속도 프로파일은 경사 제어 입력에 의해 가속하고 계단 제어 입력에 의해 감속하는 R-C-S 속도 프로파일과 계단 제어 입력에 의해 가속하고 경사 제어 입력에 의해 감속하는 S-C-R 속도 프로파일이 있으며 각각의 프로파일은 그림 9와 같다.

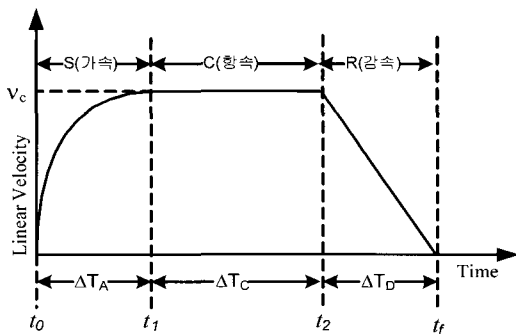
각 구간에서의 로봇의 선속도, 제어 입력 및 이동 거리는 R-C-R 속도 프로파일과 S-C-S 속도 프로파일의 결과로부터 표 5와 같이 나타난다.

이상의 가속, 항속, 감속 구간의 속도 프로파일의 패턴에 따른 에너지 소모의 관계로부터, 6가지 패턴의 3-구간 속도 프로파일에 의한 이동 로봇의 에너지 소모를 최소화하기 위한 목적함수를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$E = \begin{cases} E(\Delta T_A, \Delta T_D, \tau) & \text{for E-C-E pattern} \\ E^{P_A-C-P_D}(\Delta T_A, \Delta T_D) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (13)$$



(a) R-C-S velocity profile



(b) S-C-R velocity profile

그림 9. 경사 제어 입력과 계단 제어 입력의 조합에 의한 속도 프로파일(v_C 는 항속 구간의 속도).

Fig. 9. Velocity profile by combination of ramp and step control input(v_C is cruise velocity).

여기서 P_A 및 P_D 는 각각 가속 및 감속 구간에서의 속도 프로파일의 패턴으로 각각 $P_A = \{P \text{ or } R \text{ or } S\}$ 그리고 $P_D = \{P \text{ or } R \text{ or } S\}$ 이다.

목적함수 E 는 배터리로부터 양쪽 모터에 인가되는 실제적인 에너지 소모를 나타내는 성능 지수로 이동 로봇의 속도와 모터 전류의 동역학 관계인 (3)으로부터 에너지 소모와 밀접한 연관을 갖는 속도 프로파일의 각 구간의 시간, 프로파일의 패턴, 그리고 배터리로부터 양쪽 모터에 인가되는 모터 제어 입력과 프로파일의 관계로 표현할 수 있다. 따라서 목적함수 E 를 최소화하는 각 구간의 시간 ($\Delta T_A, \Delta T_C, \Delta T_D$)과 항속 구간의 속도(v_C) 또는 제어 입력의 시정수 (τ)를 구함으로써 6가지 속도 프로파일의 패턴에 대해 이동 로봇의 에너지 소모를 최소화하는 3-구간 속도 프로파일을 구할 수 있다.

표 5. 경사 제어 입력과 계단 제어 입력의 조합에 의한 로봇의 선속도, 제어 입력 및 이동 거리.

Table 5. Linear velocity, motor control input, and traveling distance by combination of ramp and step control input.

속도 구간	가속 구간	항속 구간	감속 구간	
R-C-S	선속도	$v_A^R(t)$	$v_C^C(t) = v_C$	$v_D^S(t)$
	제어 입력 $u^R = u^L$	$u_A^R(t)$	$u_C^C = \frac{\lambda_1}{2\beta_1} v_C$	u_D^S
	이동 거리	Δx_A^R	$\Delta x_C^C = v_C \Delta T_C$	Δx_D^S
	에너지 소모	$E^{R-C-S} = E_A^R(\Delta T_A, v_C) + E_C^C(\Delta T_C, v_C) + E_D^S(\Delta T_D, v_C) = E(\Delta T_A, \Delta T_D)$		
S-C-R	선속도	$v_A^S(t)$	$v_C^C(t) = v_C$	$v_D^R(t)$
	제어 입력 $u^R = u^L$	u_A^S	$u_C^C = \frac{\lambda_1}{2\beta_1} v_C$	$u_D^R(t)$
	이동 거리	Δx_A^S	$\Delta x_C^C = v_C \Delta T_C$	Δx_D^R

표 6. E-C-E 속도 프로파일의 선속도, 제어 입력, 이동 거리 및 에너지.

Table 6. Summary of E-C-E velocity profile.

속도 구간	가속	항속	감속	
E-C-E	선속도	$v_A^E(t)$	v_C	$v_D^E(t)$
	제어 입력 $u^R = u^L$	$u_A^E(t)$	u_C^C	u_D^E
	이동 거리	$d = C_1 \left(\tau - \tau e^{-\frac{\Delta T_A}{\tau} - \Delta T_A} \right) + v_C \Delta T_C + C_2 \left(\frac{\Delta T_D}{\tau e^{-\frac{\Delta T_D}{\tau} - \tau - \Delta T_D}} e^{\frac{t_2}{\tau}} \right)$		
	에너지소모	$E^{E-C-E} = E(\Delta T_A, \Delta T_D, \tau)$		

표 7. P-C-P, R-C-R, S-C-S, R-C-S, S-C-R 속도 프로파일의 선속도, 제어 입력, 이동 거리 및 에너지.

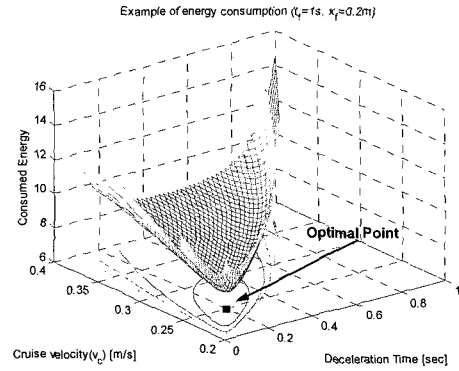
Table 7. Summary of P-C-P, R-C-R, S-C-S, R-C-S, and S-C-R velocity profile.

속도 구간	가속	항속	감속	
P-C-P	선속도	$v_A^P(t)$	v_C	$v_D^P(t)$
	제어 입력 $u^R = u^L$	$u_A^P(t)$	u_C^C	u_D^P
	이동 거리	$d = (2\Delta T_A + 3\Delta T_C + 2\Delta T_D)v_C / 3$		
	에너지소모	$E^{P-C-P} = E(\Delta T_A, \Delta T_D)$		
R-C-R	선속도	$v_A^R(t)$	v_C	$v_D^R(t)$
	제어 입력 $u^R = u^L$	u_A^S	u_C^C	$u_D^R(t)$
	이동 거리	$d = (\Delta T_A + 2\Delta T_C + \Delta T_D)v_C / 2$		
	에너지소모	$E^{R-C-R} = E(\Delta T_A, \Delta T_D)$		
S-C-S	선속도	$v_A^S(t)$	v_C	$v_D^S(t)$
	제어 입력 $u^R = u^L$	$u_A^S(t)$	u_C^C	$u_D^S(t)$
	이동 거리	$d = \Delta T_A / (1 - e^{-\lambda_1 \Delta T_A}) v_C + \Delta T_C v_C + \Delta T_D / (1 - e^{-\lambda_1 \Delta T_D}) v_C$		
	에너지소모	$E^{S-C-S} = E(\Delta T_A, \Delta T_D)$		
R-C-S	선속도	$v_A^R(t)$	v_C	$v_D^S(t)$
	제어 입력 $u^R = u^L$	u_A^S	u_C^C	$u_D^S(t)$
	이동 거리	$d = \Delta T_A / 2 \cdot v_C + \Delta T_C v_C - 1/\lambda_1 \cdot v_C + \Delta T_D e^{\lambda_1 \Delta T_D} / (e^{\lambda_1 \Delta T_D} - 1) \cdot v_C$		
	에너지소모	$E^{R-C-S} = E(\Delta T_A, \Delta T_D)$		
S-C-R	선속도	$v_A^S(t)$	v_C	$v_D^R(t)$
	제어 입력 $u^R = u^L$	$u_A^S(t)$	u_C^C	$u_D^R(t)$
	이동 거리	$d = 1/\lambda_1 \cdot v_C + \Delta T_C v_C + \Delta T_D / 2 \cdot v_C + \Delta T_A / (1 - e^{-\lambda_1 \Delta T_A}) \cdot v_C$		
	에너지소모	$E^{S-C-R} = E(\Delta T_A, \Delta T_D)$		

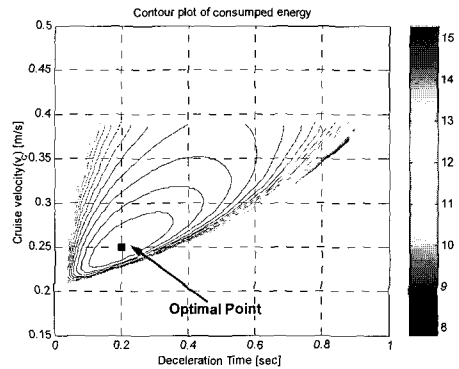
또한 목적함수는 배터리로부터 양쪽 모터에 인가되는 실제적인 에너지 소모를 나타내므로, 배터리의 잔량을 추정하여 다음 임무를 수행하기 위한 제한 조건으로 이용할 수 있다.

2. 에너지 소모를 최소화하는 속도 프로파일 검색 알고리즘

가속, 항속, 감속 구간의 프로파일과 에너지 소모와의 관계로부터 제어 변수가 3개인 E-C-E 속도 프로파일은 표 6과 같이, 제어 변수가 2개인 P-C-P, R-C-R, S-C-S, R-C-S, S-C-R의 5개의 속도 프로파일의 각 구간의 선속도, 제어 입력, 이동 거리 및 에너지는 표 7과 같다.



(a) 3-D plot of energy consumption



(b) Contour plot of energy consumption

그림 10. 항속 구간 속도 (v_C) 및 감속(ΔT_D)에 대한 에너지 소모 분포.

Fig. 10. Energy consumption with respect to cruise velocity (v_C) and deceleration time (ΔT_D).

6가지 속도 프로파일 패터에서 이동 거리 및 에너지 소모는 거리 구속 조건 및 시간 구속 조건으로부터 E-C-E 속도 프로파일의 경우 가속 시간(ΔT_A) 및 감속 시간(ΔT_D)과 제어 입력의 시정수 τ 의 3가지 변수로 표현할 수 있으며 그 외의 5가지 속도 프로파일은 가속 시간(ΔT_A) 및 감속 시간(ΔT_D)으로 표현할 수 있다. 따라서 II. 3의 에너지 소모를 최소화하는 문제는 다음과 같이 재정의 할 수 있다.

$$\text{(Minimize)} \quad E = \begin{cases} E(\Delta T_A, \Delta T_D, \tau) & \text{for E-C-E} \\ E(\Delta T_A, \Delta T_D) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$1) \Delta T_A + \Delta T_C + \Delta T_D = t_f$$

$$\text{구속조건} \quad 2) \Delta x_A + \Delta x_C + \Delta x_D = x_f$$

$$\text{(Subject to)} \quad 3) v(t_0) = v(t_f) = 0$$

$$4) |u_A|, |u_C|, |u_D| \leq u^{\max}$$

로봇의 에너지 소모 E 는 그림 10과 같은 분포를 가지며, convex 특성을 갖는다. 그러나 (12)에서 알 수 있듯이 에너지 소모는 지수함수의 복잡한 형태로 표현되므로 분석해(analytic solution)를 구하기 어렵다.

따라서 다양한 simulation을 통해 목적함수 E 가 convex하다는 특성으로부터 이진 검색(binary search)을 이용하여 에너지

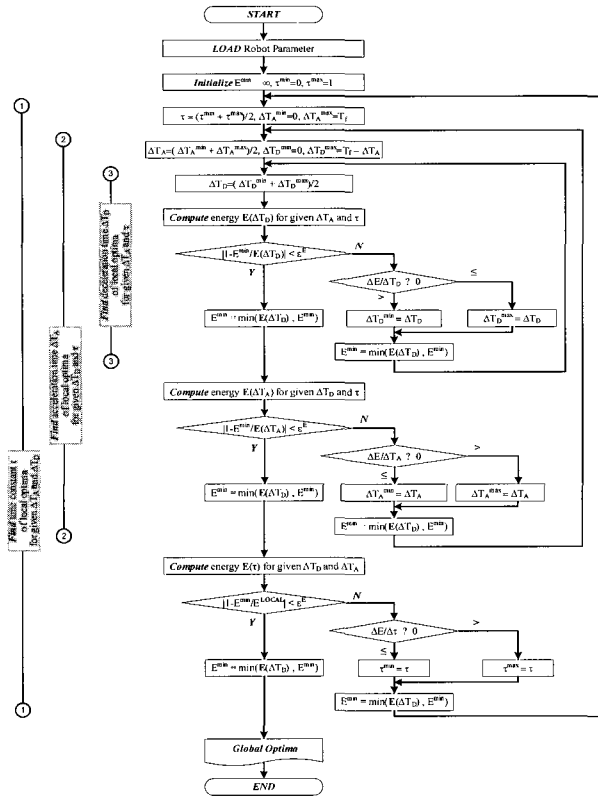


그림 11. 에너지 소모를 최소화하는 E-C-E 속도 프로파일을 구하는 알고리즘의 순서도.

Fig. 11. Flowchart of searching algorithm to find E-C-E velocity profile minimizing energy consumption.

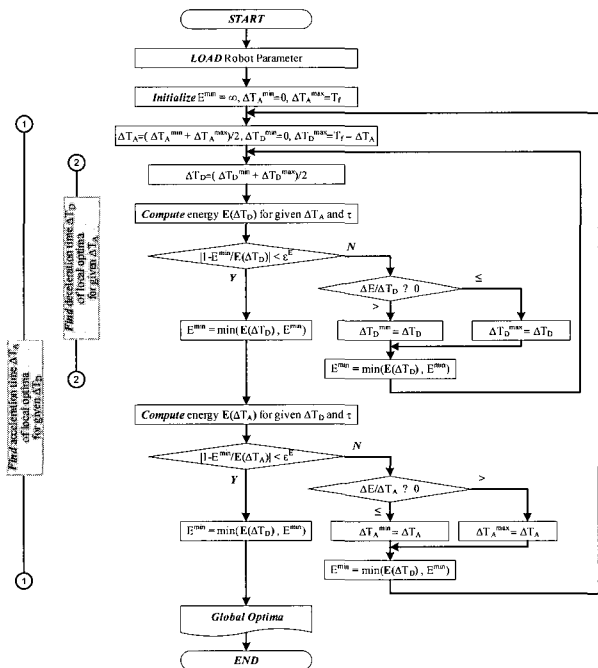


그림 12. 에너지 소모를 최소화하는 P-C-P, R-C-R, S-C-S, R-C-S, S-C-R 속도 프로파일을 구하는 알고리즘의 순서도.

Fig. 12. Flowchart of searching algorithm to find P-C-P, R-C-R, S-C-S, R-C-S, and S-C-R velocity profile minimizing energy consumption.

소모를 최소화하는 수치해를 구하는 알고리즘을 구성하였다. 6가지 속도 프로파일 중 E-C-E 프로파일은 가속 시간, 감속 시간, 그리고 제어 입력의 시정수의 3가지 변수에 의해 최적화가 이루어지며, 그 외 5가지 속도 프로파일은 가속 시간, 감속 시간의 2가지 변수에 의해 최적화가 이루어 지므로 E-C-E 프로파일을 제외한 5가지 프로파일에 대해서는 가속 시간 및 감속 시간을 구하는 2중 loop의 알고리즘으로 구성하고, E-C-E 프로파일에 대해서는 제어 입력의 시정수를 구하는 loop을 추가하여 3중 loop의 알고리즘으로 구성하였다. 그림 11은 E-C-E 프로파일의 최적해를 구하는 3중 loop의 알고리즘을 나타내는 순서도이며, 그림 12는 그 외 5가지 프로파일의 최적해를 구하는 2중 loop의 알고리즘을 나타내는 순서도이다. 그림 11은 그림 12의 알고리즘에 제어 입력의 시정수를 구하는 외부 loop이 추가가 된 것으로 가속 시간 및 감속 시간을 구하는 loop은 동일한 알고리즘으로 되어 있다. 그림 11의 알고리즘은 그림 12의 알고리즘에 loop이 하나가 더 추가된 3중 loop으로 되어 있어 알고리즘의 기본 구성은 동일하나 검색 시간이 더 소요가 된다.

그림 11 및 그림 12의 알고리즘을 이용하여 표 9의 모의 실험 조건에 대해 MATLAB의 최적화 함수인 *fmincon*과 *full search* 그리고 유전자 알고리즘(*genetic algorithm*)을 이용하여 최적화를 수행할 때의 시간을 비교하여 보면, 상기 알고리즘들의 경우 알고리즘에 따라 수초에서 수백초가 소요되는 반면, 제안한 알고리즘은 E-C-E 속도 프로파일을 구하는 경우 0.5초 내외(그 외 속도 프로파일에 대해서는 0.3초 내외)에 최적해를 얻을 수 있었다. 또한 최종 시간 t_f 가 길어짐에 따라 상기 알고리즘들은 소요 시간이 크게 늘어나는 반면 제안한 알고리즘은 소요 시간이 상기 알고리즘들에 비하여 증가율이 작아 비교적 빠르게 최적해를 얻을 수 있다.

IV. 컴퓨터 모의 실험

에너지 소모를 최소화하는 속도 프로파일에 의한 에너지 소모 성능을 비교하기 위하여 III장의 검색 알고리즘을 이용하여 로봇의 실제적 에너지 소모를 고려하여 정의한 목적 함수를 최소화하는 E-C-E, P-C-P, R-C-R, S-C-S, R-C-S, S-C-R의 6가지 속도 프로파일과 기존의 속도 프로파일 생성 방법 중 간단하면서도 널리 이용되는 일정한 가속도를 갖는 사다리꼴 속도 프로파일(R-C-R with constant acceleration)에 대해 컴퓨터 모의 실험을 수행하였다. 모의 실험에 사용된 이동 로봇의 파라미터는 다음 표와 같다.

표 8. 모의 실험에 사용된 이동 로봇의 파라미터.

Table 8. Parameters of wheeled mobile robot.

표시	값	표시	값
u^{\max}	1	K_t	0.0801 Nm/A
F_U	0.8 Nm/(rad/sec)	K_b	0.0801 V/(rad/sec)
b	0.188m	R_a	5.625 Ω
r	0.08m	ρ	12.5
t_ω	0.03m	m_C	10Kg
V_S	24V	m_ω	0.5Kg

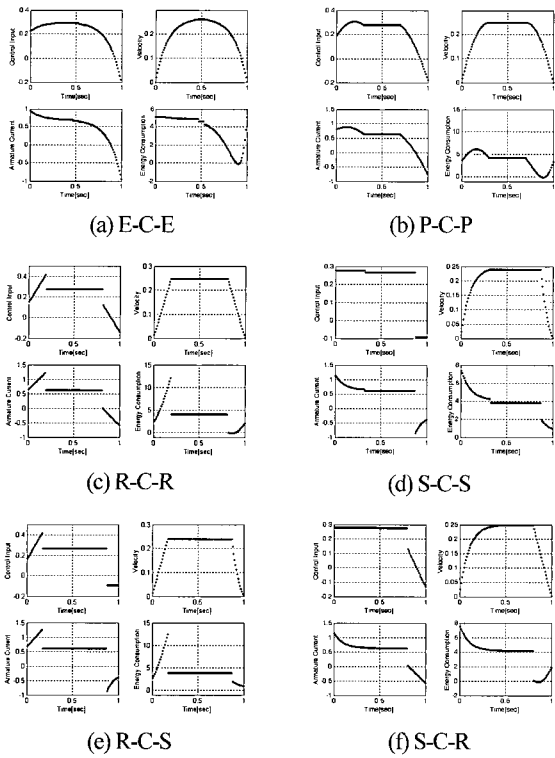


그림 13. $t_f = 1.0\text{sec}$, $x_f = 0.2\text{m}$ 에 대한 6가지 속도 프로파일의 선속도, 모터 제어 입력, armature 전류 및 에너지 소모의 변화.

Fig. 13. Simulation example of six velocity profile patterns for $t_f = 1.0\text{sec}$ and $x_f = 0.2\text{m}$.

그림 13은 시간 구속 조건과 거리 구속 조건이 각각 $t_f = 1.0\text{sec}$, $x_f = 0.2\text{m}$ 로 주어졌을 때 6가지 속도 프로파일 각각에 대해 에너지 소모를 최소화하는 속도 프로파일의 선속도, 모터 제어 입력, armature 전류 및 배터리에서 소모하는 에너지의 변화를 나타낸 것이다.

표 9는 다양한 시간 및 거리 구속 조건에 대해 에너지 소모를 최소화하는 6가지 속도 프로파일에서의 에너지 소모와 일반적으로 많이 이용하는 일정한 가속도를 갖는 사다리꼴 속도 프로파일에서의[4] 에너지 소모에 대한 모의 실험 결과를 비교하여 나타낸 것이다. 표 9에서 괄호 안의 값은 가장 좋은 성능을 보이는 E-C-E 속도 프로파일에 의한 에너지 소모에 대해 각 프로파일에서의 에너지 소모의 비를 퍼센트로 나타낸 것이다. 기존의 사다리꼴 속도 프로파일에서의 가속도는 5m/sec 로 설정하였다.

에너지 소모를 고려한 속도 프로파일 생성 방법은 기존의 일정한 가속도를 갖는 사다리꼴 속도 프로파일 생성 방법과 비교해 볼 때 시간 및 거리 구속 조건에 따라 에너지 소모의 비가 큰 차이가 있지만 속도 프로파일에 따라 동일한 시간 및 거리 조건에 대해 최대 50% 가량 에너지 소모를 줄일 수 있는 것을 모의 실험 결과를 통해 알 수 있다. 따라서 에너지 소모를 고려한 속도 프로파일 생성을 통해 한정된 에너지 원인 배터리를 효율적으로 사용함으로써 이동 로봇의 운용 시간을 늘릴 수 있다.

표 9. 속도 프로파일에 따른 에너지 소모의 비교.

Table 9. Comparison of energy consumption for the six velocity profile patterns.

시간	거리	기존방법	S-C-S	S-C-R	R-C-S
0.5s	0.1 m	8.02 (147.70)	6.09 (112.15)	5.63 (103.68)	6.27 (115.47)
	0.15 m	14.89 (121.95)	13.70 (112.20)	12.66 (103.69)	14.12 (115.64)
1.0s	0.2 m	10.41 (143.78)	7.84 (108.29)	7.43 (102.62)	7.97 (110.08)
	0.5 m	32.93 (113.67)	31.36 (108.25)	29.71 (102.55)	31.89 (110.08)
2.0s	0.5 m	22.96 (119.96)	19.97 (104.34)	19.41 (101.41)	20.13 (105.17)
	1.0 m	81.25 (106.13)	79.88 (104.34)	77.62 (101.38)	80.53 (105.19)
30.0s	5.0 m	114.57 (102.73)	111.84 (100.28)	111.63 (100.09)	111.90 (100.33)
	13.0 m	450.71 (101.03)	447.38 (100.29)	446.51 (100.09)	447.59 (100.33)
시간	거리	R-C-R	P-C-P	E-C-E	
0.5s	0.1 m	5.82 (107.18)	5.44 (100.18)	5.43 (100.00)	
	0.15 m	13.10 (107.29)	12.23 (100.16)	12.21 (100.00)	
1.0s	0.2 m	7.56 (104.42)	7.29 (100.69)	7.24 (100.00)	
	0.5 m	30.25 (104.42)	29.15 (100.62)	28.97 (100.00)	
2.0s	0.5 m	19.56 (102.19)	19.22 (100.42)	19.14 (100.00)	
	1.0 m	78.26 (102.22)	76.89 (100.43)	76.56 (100.00)	
30.0s	5.0 m	111.68 (100.13)	111.57 (100.04)	111.53 (100.00)	
	13.0 m	446.72 (100.14)	446.28 (100.04)	44.10 (100.00)	

표 9에서 최종 시간 및 최종 거리가 길어질수록 속도 프로파일에 따른 에너지 효율이 줄어든다. 이는 최종 시간 및 최종 거리가 길어질수록 로봇의 에너지 소모량은 가속 및 감속 구간에서의 에너지 소모보다 항속 구간에 의한 에너지 소모에 의해 큰 영향을 받으므로 가속 및 감속 구간의 영향이 미미해 지기 때문이다.

그러나 일반적으로 로봇의 작업 환경은 정적 장애물 및 동적 장애물이 존재하고 이러한 장애물들을 피하기 위하여 짧은 시간의 가속 및 감속이 수반되므로 잦은 가속 및 감속이 수반되는 작업 환경에서 에너지 소모를 고려한 속도 프로파일을 이용함으로써 배터리 에너지를 효율적으로 사용할 수 있다.

또한 에너지 소모를 고려한 6개의 속도 프로파일 사이의 비교에서도 프로파일에 따라 크기는 10% 가량의 차이를 보이므로, 에너지 소모를 고려한 속도 프로파일의 생성은 에너지 활용 효율 및 로봇의 운용 시간 측면에서 매우 중요하다. 6가지 속도 프로파일에 대한 모의 실험 결과로부터 E-C-E

표 10. 제안한 알고리즘의 최적해를 구하는데 소요되는 시간 및 최적해의 근사정도 비교.

Table 10. Comparison of computation time and optimality with respect to proposed algorithm.

알고리즘	Optimality	소요 시간	비교
Fmincon (MATLAB)	1.036832445	~1.5s	조기수렴 발생
Genetic Algorithm	1.036832416	~300s	조기수렴 발생
Proposed (for E-C-E)	1.000000000	~0.5s	수렴

속도 프로파일이 가장 좋은 에너지 효율을 나타냄을 알 수 있다. 이는 가속 구간에서의 지수함수 입력이 armature 전류를 짧은 시간 안에 빠르게 증가시켜 모터의 역기전력을 감소 시킴으로써 가속 구간에서의 에너지 효율을 증가시키고, 감속 구간에서는 모터의 제어 입력을 서서히 줄여 나감으로써 제어 입력에 의한 감속과 모터의 점성 마찰에 의한 자연적인 감속을 함께 이용함으로써 감속 구간에서의 에너지 소모를 줄이기 때문이다.

표 10은 MATLAB의 최적화 함수인 **fmincon** 함수와 유전자 알고리즘을 이용하여 동일한 조건에 대해 최적해를 구하는데 소요되는 시간, 최적해와의 근사성 등을 펜티엄 4, 2.8GHz PC를 이용한 모의 실험 결과를 비교하여 나타낸 것이다. 제안한 알고리즘은 다른 알고리즘에 비해 비교적 빠른 시간에 최적해를 구하면서도 **fmincon** 및 유전자 알고리즘보다 더 좋은 결과를 얻을 수 있으며 조기 수렴 등의 현상이 나타나지 않는다. 이진 검색을 이용하여 제안한 최적해를 구하는 알고리즘은 1초 이내의 짧은 시간에 최적해를 구할 수 있다.

VI. 결론

본 연구에서는 이동 로봇의 유한한 에너지원인 배터리를 효율적으로 사용하기 위하여 배터리에서 모터에 공급하는 실제 에너지 소모를 고려한 이동 로봇의 에너지 소모를 최소화하는 3-구간 속도 프로파일 생성 문제를 정의하였으며 모터의 전류와 이동 로봇의 속도와의 동역학 관계로부터 제어 입력에 따라 얻어지는 6가지 속도 프로파일 패턴과 에너지 소모의 관계를 분석하였다.

정의한 목적함수를 최소화하는 3-구간 속도 프로파일의 최적화 문제는 분석해를 구하기 어려우므로, 이진 검색을 이용하여 0.5초 내외의 짧은 시간에 최적의 수치해를 구할 수 있는 알고리즘을 개발하였으며, 다른 3-구간 속도 프로파일의 에너지 소모를 최소화하는 최적화 문제에도 쉽게 적용할 수 있다.

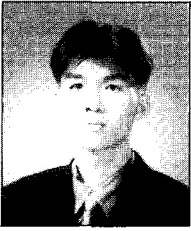
컴퓨터 모의 실험을 통해 에너지 소모를 고려하여 생성한 속도 프로파일이 에너지 소모를 고려하지 않은 일정한 가속도를 갖는 기존의 방법에 비해 수%에서 수십%까지(최대 50%) 에너지 소모를 줄일 수 있음을 보였으며 6가지 속도 프로파일 패턴 중 E-C-E가 에너지 측면에서 가장 우수한 성능을 나타내었고 다음으로 스플라인을 이용한 P-C-P가 좋은 성능을 나타내었다. 또한 일반적으로 로봇의 속도 프로파일

로 많이 이용하는 R-C-R의 경우도 에너지 소모를 고려할 경우 충분히 좋은 성능을 나타냄을 볼 수 있다. 따라서 에너지 소모를 고려하여 속도 프로파일을 생성함으로써 이동 로봇이 주어진 임무를 수행함과 동시에 에너지 소모를 상당히 줄임으로써 유한한 배터리로 움직이는 이동 로봇의 운용 시간을 연장할 수 있다.

추후 연구 과제로 본 연구에서는 속도 프로파일 생성에 있어 대표적인 제어 입력을 이용하여 6개의 속도 프로파일로 프로파일의 종류를 제한하였으나 이러한 프로파일 패턴의 경향에 기초하여 최적의 속도 프로파일을 구하고자 한다. 또한 로봇의 주행 경로의 상당 부분은 직선 경로로 되어 있으나 임무를 수행하기 위해서는 필수적으로 회전 경로가 포함이 된다. 그러나 회전 경로는 직선 경로와 달리 속도 프로파일뿐만 아니라 이동 로봇의 회전 경로에 따라 소모되는 에너지의 양이 달라지므로 속도 프로파일 생성과 경로 계획의 복합적인 문제이기 때문에 에너지 소모를 고려한 이동 로봇의 경로 계획에 대한 연구 또한 필요하다.

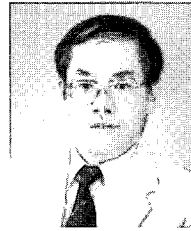
참고문헌

- [1] M. Andrzej and Trzynadlowski, "Energy optimization of a certain class of incremental motion DC drives," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 35, no. 1, pp.60-66, Feb., 1988.
- [2] J. Y. Kim, H. J. Yeon, F. C. Park, Y. I. Park, and M. S. Kim, "On the energy efficiency of CVT-based mobile robots," *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics & Automation*, San Francisco, pp. 1539-1544, April, 2000.
- [3] P. Famouri, "Design of DC traction motor drives for high efficiency under accelerating conditions," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 30, no. 4, pp. 1134-1138, August, 1994.
- [4] A. Barili, M. Ceresa, and C. Parisi, "Energy-saving motion control for an autonomous mobile robot," *Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, vol. 2, pp. 674-676, July, 1995.
- [5] I. Duleba and J. Z. Sasiadek, "Nonholonomic motion planning based on newton algorithm with energy optimization," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 11, no. 3, pp. 355-363, May, 2003.
- [6] Y. G. Mei, Y.-H. Lu, Y. Charlie Hu, and C. S. George Lee, "Energy-efficient motion planning for mobile robots," *International Conference on Robotics and Automation*, vol. 5, pp. 4344-4349, April, 2004.
- [7] D. McMordie, C. Prahacs, and M. Buehler, "Towards a dynamic actuator model for a hexapod robot," *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol. 1, pp. 1386-1390, September, 2003.
- [8] X. Yun and Y. Yamamoto, "Internal dynamics of a wheeled mobile robot," *Proceedings of 1993 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, vol. 2, pp. 1288-1294, July, 1993.
- [9] H. Gruschinski, *Control Systems Analysis Using MATLAB*, Laboratory of Intelligent Robotics and Automation, National Technical University of Athens, 2003.

**김 종 희**

1977년 7월 8일생. 1999년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 졸업. 2001년 한국과학기술원 전자전산학과 석사. 2001년~현재 동 대학원 전자전산학과 전기 및 전자공학전공 박사과정 재학중. 관심분야는 이동 로봇 제어 및 응용, 최적 제어 등.

적 제어 등.

**김 병 국**

1952년 10월 5일생. 1975년 서울대학교 전자공학과 졸업. 1977년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 석사. 1981년 동 대학원 박사. 1981년~1986년 우진계기(주) 연구실장. 1982년~1984년 University of Michigan 방문 연구. 1986년~현재 한국과학기술원 전자전산학과 교수. 관심분야는 실시간 시스템, 로보틱스, 임베디드 제어 등.