

## 論文

## 반응모델 최적화와 설계공간 변환을 이용한 반복적 반응면 개선 기법 연구

전권수\*, 이재우\*\*, 변영환\*\*

## Repetitive Response Surface Enhancement Technique Using Response Surface Sub-Optimization and Design Space Transformation

Kwon-Su Jeon\*, Jae-Woo Lee\*\* and Yung-Hwan Byun\*\*

## ABSTRACT

In this study, a repetitive response surface enhancement technique (RRSET) is proposed as a new system approximation method for the efficient multidisciplinary design and optimization (MDO). In order to represent the highly nonlinear behavior of the response with second order polynomials, RRSET introduces a design space transformation using stretching functions and repetitive response surface improvement. The tentative optimal point is repetitively included to the set of experimental points to better approximate the response surface of the system especially near the optimal point, hence a response surface with significantly improved accuracy can be generated with very small experimental points and system iterations. As a system optimizer, the simulated annealing, which generates a global design solution is utilized. The proposed technique is applied to several numerical examples, and demonstrates the validity and efficiency of the method. With its improved approximation accuracy, the RRSET can contribute to resolve large and complex system design problems under MDO environment.

## 초 록

본 연구에서는 다분야 통합 최적설계를 위한 시스템 근사화 기법으로 RRSET (Repetitive Response Surface Enhancement Technique)를 제안하였다. 2차 다항식만으로는 어려운 반응면의 표현을 위해 RRSET는 설계공간을 변형할 수 있는 스트레칭 함수를 도입하고 전역 최적화 알고리즘인 담금질 모사기법을 이용하여 반응면을 최적화 하였다. 도출된 최적점은 반복적으로 다음 순기의 반응면의 구성에 이용하여 반응면의 신뢰도를 더욱 높일 수 있었다. 제안된 기법을 수치예제 등에 적용한 결과, 비교적 적은 수의 실험 회수로 비선형적인 반응면을 잘 표현하고 최적 설계점을 도출해낼 수 있음이 확인되었다.

정밀한 근사화 기법의 중요성이 강화되고 있는 현재, 본 연구에서 제시된 근사화 기법은 차후의 연구에서 다분야 통합 최적화 기법에의 적용이 가능하리라 사료된다.

**Key Words** : RRSET(Repetitive Response Surface Enhancement Technique), Approximation Technique(근사화 기법), Multidisciplinary Design Optimization(다분야 통합 최적설계), Simulated Annealing(담금질 모사기법)

† 2005년 6월 29일 접수 ~ 2005년 11월 14일 심사완료

\* 정희원, 건국대학교 항공우주공학과

\*\* 정희원, 건국대학교 차세대 혁신 기술 연구원

연락처, E-mail : jwlee@konkuk.ac.kr

서울특별시 광진구 화양동 1번지

## 1. 서 론

최근의 공학적 설계를 위해 필요한 컴퓨터 코드나 해석 자체의 복잡성은 더욱 증가되고 있다.

다분야 통합 최적설계(Multidisciplinary Design Optimization, MDO)의 도입은 필연적으로 각 분야 간의 대규모의 정보 교환과 각 단위 분야 내지는 전체 시스템에 대한 많은 해석이 수반된다.

하지만 시스템의 최적화를 위해 다분야 간의 해석 코드를 직접 연결하는 것은 매우 어려운 일이다. 특히 다수의 설계변수를 갖는 최적화를 수행해야 할 때 목적함수와 제약조건, 그리고 그들의 구배정보를 얻기 위해 직접 다분야 간 통합 해석(Multidisciplinary Analysis, MDA)을 하는 것은 시간과 비용이라는 측면에서 비효율적이다 [1]. 그리고 각 단위 분야(Discipline) 혹은 시스템에서 얻어지는 반응값들은 대개 수치적 노이즈를 수반하여 요철이 심하며 불연속적인 경향을 보이게 되는데 이것은 최적화에 필요한 구배계산을 어렵게 하고 최적화에 요구되는 계산량을 더욱 증가시키는 문제를 발생시킨다[2].

그러므로 이러한 문제의 해결을 위해 근사화 기법의 도입을 도입하는 것은 MDO에서 중요한 요소의 하나로 간주되고 있다[1]. 그 중에서도 반응면 기법(Response Surface Method, RSM)[3]으로 대표되는, 설계공간에 대한 전역적 근사화 기법은 최근 공학적 시스템의 최적화에 대한 여러 연구에서도 성공적으로 적용되고 있다[2,4,5,6].

반응면을 통한 근사화가 효율적인 최적화를 가능하게 하는 많은 장점을 가지고 있는 것은 사실이다. 그러나 흔히 실제의 설계공간이 비선형적이기 때문에 설계공간의 반응이 제대로 표현하지 못하는 경우가 발생한다[6]. 또한 설계공간 상에서 나타나는 국부적인 특징을 반응면이 잘 반영하지 못하는 것도 문제점이라고 할 수 있다.

베이즈(Bayesian) 통계에 기반을 둔 크리깅(Kriging) 기법[6,7]도 전역근사화의 대안이라고 할 수 있다. 그러나 단일 함수로써 표현되는 반응모델에 비해 실험점 간의 내삽(Interpolation)으로 미지의 실험점에 대한 반응을 예측하는 크리깅 모델은 매번 복잡한 행렬 계산이 수반되며 설계변수의 수가 증가함에 따라 그 규모가 매우 커지는 단점이 존재한다. 그러므로 설계변수의 수가 적은 경우에는 적용이 용이하지만 그렇지 않은 경우에는 현실적으로 적용이 쉽지 않다.

본 연구에서는 효율적인 해석과 최적화가 가능한 반응면 기법을 기반으로 설계공간 상에서 나타나는 비선형적 반응을 반영할 수 있는 RRSET(Repetitive Response Surface Enhancement Technique) 기법을 제안하였다. 제안된 RRSET 기법을 엄밀해를 알고 있는 수치 예제와 2부재 프레임 구조 최적화 문제에 적용하여 일반적인 반응면 기법을 적용한 결과와 비교하였다.

## II. RRSET 기법

### 2.1 반응면 기법의 개념

반응면 기법은 실험 설계 이론(Design of Experimental Theory, DOE)로부터 유래된 통계학적인 기법이다[3]. 기존의 획득된 데이터의 정보를 이용해 경험적인 모형을 구성하여 설계영역 내에서의 미지의 반응을 예측할 수 있게 한다.

반응면에 사용되는 경험적인 모형으로는 설계영역의 경향성이 선형으로 예측 될 때에는 1차의 다항식을 이용하며 많은 경우에는 다음과 같은 2차의 다항식을 이용하는 것이 일반적이다.

$$Y_{reg} = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i X_i + \sum_{i=1}^k b_{ii} X_i^2 + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=2}^k b_{ij} X_i X_j \quad (1)$$

여기서,  $X_1, X_2, \dots, X_k$ 는 반응에 영향을 미치는 설계변수이고  $b_i (i=1, 2, \dots, k)$ 는 회귀방정식의 계수(Regression Coefficient), 그리고  $Y_{reg}$ 는 회귀방정식으로부터 예측된 반응값이다.

반응면을 근사화 기법으로 사용함으로써 얻을 수 있는 장점은 다음과 같다[1,6].

- 1) 설계변수( $x$ )와 반응( $y$ )과의 관계의 이해
- 2) 독립되어 있거나 분산 환경인 컴퓨터 코드들의 용이한 통합
- 3) 설계공간 상에서의 탐색과 최적화를 위한 빠른 해석을 제공
- 4) 수치적 노이즈가 심한 설계영역에서의 수치적 노이즈의 효과의 둔화

### 2.2 공간변환기법 및 RSM Optimizer

2차 반응면 구성 시에 일반적으로 적용되는 가정은 “설계공간이 2차의 회귀모형으로 적합될 수 있다”[8]라는 것이다. 그러나 실제의 설계공간에서는 상기의 가정이 항상 잘 맞는 것은 아니어서 단순한 2차의 반응면으로 설계영역을 표현하기에는 어려운 경우가 많이 있다. 비선형적인 경향의 설계영역을 근사화하기 위해서 많은 연구자들은 2차보다 더 고차의 회귀방정식을 적용하는 방법이나 설계영역을 이동하는 방식[9], 또는 구배정보와 함수값을 동시에 이용하는 방식[10] 등 다양한 방법을 고려해왔다. 그러나 고차의 방정식을 사용하는 경우에는 반응면 구성에 필요한 실험점의 수가 급격하게 늘어나며, 설계영역을 이동하는 방식은 실제의 최적점이 설계영역에서 배제되는 경우가 발생할 수 있다. 또한 구배정보와 함수값을 동시에 이용하는 방식은 함수값과 더불어 설계점에서의 구배정보에 대한 계산이 필

요하기 때문에 계산량이 증가하는 경향을 보인다. 본 연구에서는 상기의 문제점을 해결하기 위해 2차의 회귀방정식을 사용하면서 그 설계공간을 전산유체역학(Computational Fluid Dynamics, CFD)에서 사용하는 스트레칭 함수[11]를 이용해 변환하는 RRSET 기법을 제안하였다.

$$X_{c_i} = D \left[ 1 + \frac{\sinh\{\beta(X_{n_i} - A)\}}{\sinh(\beta A)} \right] \quad (2)$$

여기서,

$X_{c_i}$  : 변환변수(Coded Variable)

$X_{n_i}$  : 자연변수(Natural Variable)

$\beta$  : 스트레칭 강도

(Stretching Strength,  $0.01 < \beta < 20$ )

$D$  : 스트레칭 위치

(Stretching Position,  $0.01 < D < 0.99$ )

$$A = \frac{1}{2\beta} \ln \left\{ \frac{1 + (e^\beta - 1)(D/H)}{1 + (e^{-\beta} - 1)(D/H)} \right\}$$

변환변수에서 자연변수로의 역변환은 다음의 함수를 사용한다.

$$X_{n_i} = A + \frac{1}{\beta} \sinh^{-1} \left\{ \left( \frac{X_{c_i}}{D} - 1 \right) \sinh(\beta A) \right\} \quad (3)$$

그림 1은 변환변수 공간(Coded Variable Space, 왼쪽)와 자연변수 공간(Natural Variable Space, 오른쪽)를 도시한 것이다. 그림 1에서 볼 수 있는 것처럼 자연변수 공간에서는 일반적인 2차 다항식 형태의 반응면으로는 표현하기가 쉽지 않은 형태의 반응면도 표현해내고 있는 것을 볼 수 있다. 이러한 자연변수 공간은 최적화 모듈에서는 변환변수 공간으로 변환되어 기존의 반응면 기법에서처럼 계산상의 효율성을 살릴 수 있는 형태로 표현된다.

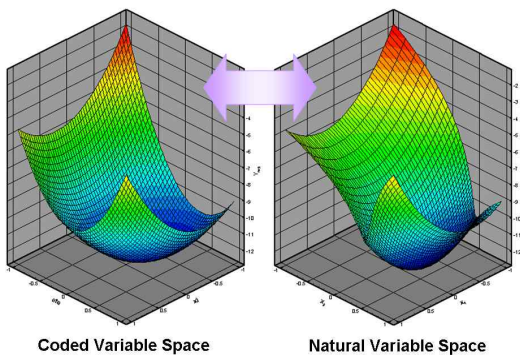


그림 1. 변환변수 공간과 자연변수 공간

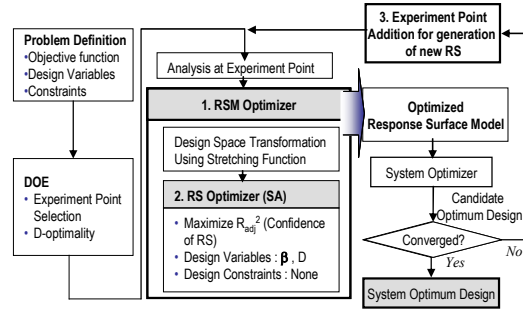


그림 2. 시스템 최적화 구성도

상기에 언급한 최적의 반응면 구성을 위해서는 설계 공간의 적절한 변환이 요구되며 따라서 스트레칭 강도( $\beta$ )와 스트레칭 위치( $D$ )의 적절한 선정이 중요하다. 이를 위해, 본 연구에서는 스트레칭 파라미터를 최적화하는 반응면 최적화 모듈(RSM Optimizer)을 시스템 최적화 모듈 내에 추가하였다. 반응면 최적화 모듈에서는 각 설계변수에 대한  $\beta$ 와  $D$ 를 새로운 최적화 설계변수로 선정하였고 반응면의 신뢰도,  $R_{adj}^2$ [3]를 최대화하는 문제로 다음과 같이 구성하였다.

$$\text{Maximize } R_{adj}^2 = f(\beta, D) \quad (4)$$

$$\beta = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} D_1 \\ \vdots \\ D_k \end{pmatrix} \quad (5)$$

근사화 모델을 포함한 전체적인 시스템의 최적화 구성도는 그림 2와 같다. 시스템 최적화 모듈에서 현재 설계 순기의 최적점이 얻어지면 이 점은 다음 설계 순기에서 사용되는 반응면 구성시에 새로운 실험점으로 추가된다. 이로써 반응면은 매 순기마다 최근의 최적점의 정보를 포함하여 개선되게 된다. 반응면 최적화 모듈에서는 최적화된 반응면을 얻기 위해 전역최적화 알고리즘인 담금질 모사 기법(Simulated Annealing, SA)을 사용하였다.

### 2.3 담금질 모사 기법과 그 적용

담금질 모사 기법의 개념은 일련의 제어된 단계를 거쳐서 처음에는 어느 정도 최적해가 아닌 해로의 이동을 큰 확률로 주고, 점점 그 확률을 줄인다. 여기서 바로 온도라는 개념을 사용하게 되는데 온도의 의미는 부여된 온도가 높을 때에는 국부 최적점 부근의 해의 선택 확률을 크게 하고, 온도가 낮을 때에는 최적해 이외의 해를 선택될 확률을 낮춘다. 초기 온도를 적절히 부여하

고 온도를 조금씩 줄여 나가서, 마지막으로는 0 이 되도록 한다. 이렇게 온도가 0이 되면 최적화 과정은 종료되는 것인데 담금질 모사 기법이란 이러한 것들을 수치적으로 모사한 것으로 조합 최적화 문제의 최적해를 얻고자 하는 방법이라고 할 수 있다[12].

본 연구에서는 Goffe 등이 담금질 모사 기법을 FORTRAN으로 구현한 소프트웨어[13]를 사용하였다. 참고문헌 13에서는 이 프로그램이 구배 기반 최적화 기법으로는 최적해를 찾기 어려운 함수에서의 전역 최적해를 잘 찾아내고 있음을 보여주고 있으며 이를 이용하여 크리깅을 위한 최적화 된 파라미터의 선택을 위한 문제에서도 쓰인바가 있다[6]. 담금질 모사 최적화 코드에서 중요한 파라미터로는 온도 감소 계수 (Temperature Reduction Factor)인 RT, 온도 감소 이전의 반복 회수를 지정하는 상수인 NT, 최대 계산 회수인 MAXEVL 등이 있다. 상기의 파라미터들은 최적해의 수렴속도와 강건성 등에 중요한 역할을 하는 지수들으로써 수치들 간의 적절한 균형을 이루는 것이 필요하다. 본 연구에서는 트레이드 스테디를 거쳐 RT=0.1, NT=20, MAXEVL= 100000의 수치를 적용하여 가급적 빠른 수렴속도와 함께 해의 수렴성을 가질 수 있도록 하였다.

### III. 수치 예제 최적화

본 연구에서 제안한 RREST의 효용성을 보이기 위해 해를 알고 있는 수치 예제[14]에 대한 최적화를 실시하였다. 각 수치 예제에 대해 일반적인 반응면을 구성하는 경우와 RRSET를 사용해서 얻어진 결과를 비교하였다.

#### 3.1 1변수 수치 예제

먼저 1개의 설계변수를 갖는 수학적 함수에 대한 최적화를 실시하였다. 본 예제에서 사용한 수치함수는 Su와 Renund의 연구[14]에서 일반적인 2차 반응 모델의 구성 시의 한계를 보이기 위한 예제로 선택되었던 것이다. 사용된 방정식은 8차 함수로 구성되었으며 그 형태는 다음과 같다.

$$f(x) = \sum_{i=1}^9 a_i (x_i - 900)^{(i-1)} \quad (6)$$

여기서,

$$a_1=-659.23, a_2=190.22, a_3=-17.802, a_4=0.82691,$$

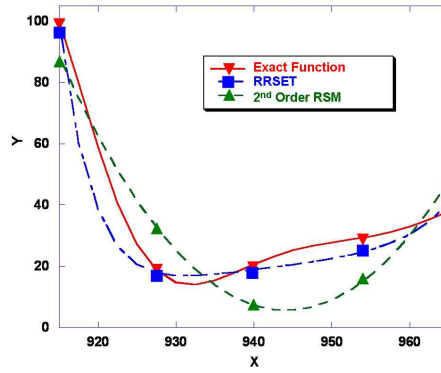


그림 3. 구성된 반응면의 비교

$a_5=-0.021885, a_6=0.0003463, a_7=-3.2446 \times 10^{-6}, a_8=1.6606 \times 10^{-8}, a_9=-3.5757 \times 10^{-11}$ 이고 설계변수의 범위는  $915 \leq x \leq 965$  으로 부여하였다.

주어진 영역에 걸쳐 5개의 실험점을 선정하여 반응면을 구성한 결과를 비교하였다. 그림 3은 각각 원래의 함수, 2차 다항식으로 구성된 반응면(2<sup>nd</sup> Order RSM), 그리고 RRSET를 적용한 반응면의 모습을 각각 보여주고 있다. 원 함수의 형태는 하한(lower boundary) 부근에서 기울기가 급하고 최소점을 지난 뒤 다소간의 굴곡이 있는 완만한 경향을 보이고 있다. 이런 형태는 2차 다항식을 사용한 일반적인 반응면으로는 그 경향성을 추적하는 데에 한계가 있다는 것을 위의 그림에서도 확인할 수 있다. 그에 비해 RRSET를 적용해 반응면을 구성했을 때에는 비교적 전반적인 경향을 잘 반영하고 있는 것을 알 수 있다. 무엇보다도 원래의 함수의 최적점의 위치와 RRSET로 표현된 반응면에서의 최적점의 위치가 거의 일치하고 있다. 시스템을 근사화하는 것이 결국은 최적점을 찾기 위한 것이라는 것을 상기한다면 매우 좋은 특성을 보이고 있음을 알 수 있다.

표 1. 각 반응면의 신뢰도, 최적점 등의 비교

Method	R <sup>2</sup> <sub>adj</sub>	X'	f <sub>pred.</sub>	f <sub>exact</sub>	%Error
2 <sup>nd</sup> Order RSM	0.725	944.176	5.619	24.592	-18.972
RRSET	0.986	931.216	16.889	14.069	2.819

표 1에서는 일반적인 반응면을 사용한 경우와 RRSET에서 각 반응면의 신뢰도와 예측된 최적점, 그리고 예측된 최적점에서의 값들을 비교해서 보여주고 있다. 먼저 반응면의 신뢰도를 나타내는 척도인 R<sup>2</sup><sub>adj</sub>은 일반의 2차식만을 이용한 반응

면에서는 0.725정도였으나 RRSET에서는 0.986으로 크게 향상된 결과(26%)를 보였다. 예측된 최적점의 위치는 각각 944.176(2<sup>nd</sup> Order RSM)과 931.216 (RRSET)으로 나타났는데 원래의 함수의 실제 최적점의 위치는 932.000[14]라는 것과 비교하면 RRSET에서 얻어진 최적점은 원래의 함수와 거의 같은 위치임을 확인할 수 있다.

### 3.2 2변수 수치 예제

다음으로는 2개의 설계변수를 갖는 수학적 함수에 대한 최적화를 수행하였다. 사용된 방정식은 다항식으로는 표현하기 어려운 비선형적인 거동을 보이는 수치함수를 선택하였다.

Minimize :

$$F = -3.26 + 3.0X_1^2 - 2.02\exp(-X_2 \cdot X_1) + 1.0/(-0.378 + 0.881X_2 - 0.825X_2^2) \quad (7)$$

Subject to  $-1 \leq X_1, X_2 \leq 1$

그림 4는 식 (7)로 표현되는 함수를 도시한 것이다. 앞서의 1개의 설계변수를 가지는 최적화 문제와 같이 단순한 2차의 반응면으로 표현하기 어려운 경향성을 보이고 있음을 알 수 있다.

이 예제에 대한 반응면을 구성하기 위해서 선택된 실험점은 17개이며 실험점의 선택방법은 반응면의 구성 시 실험점의 선택방법으로 일반적인 D-Optimality Design을 사용하였다[3].

그림 5는 각각 2차 반응면과 RRSET를 사용하여 구성된 반응면의 모습을 보여주고 있다. 2차 반응면의 경우, 예제와 같이 기울기가 급하거나 최적점이 치우친 곳에서 나타나는 경우, 전체적인 경향을 제대로 표현하지 못하고 최적점이 경계부근에서 나타나는 모습을 보여준다. 이 예제

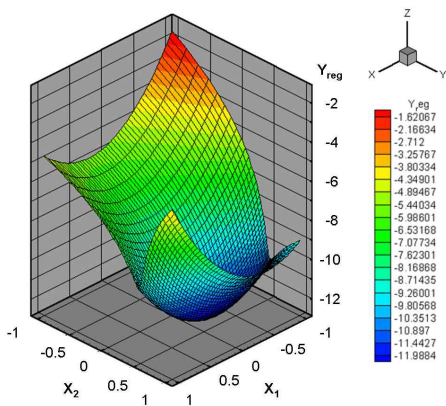


그림 4. 수치예제에서 사용된 함수

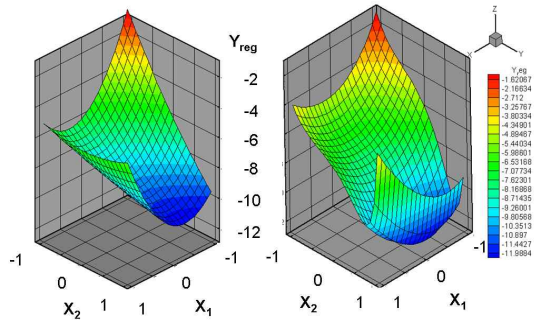


그림 5. 2차 반응면(왼쪽)과 RRSET (오른쪽)으로 구성된 반응면의 모습

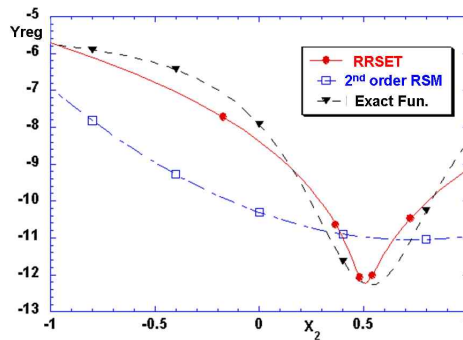


그림 6. 최적점 위치의 비교

에서 생성된 반응면도 그런 식으로 되어있는 것을 알 수 있다. 그에 비해 RRSET 기법을 이용해서 반응면을 구성한 오른쪽의 경우에는 전체적인 경향성을 잘 표현하고 있는 것을 알 수 있다.  $R_{adj}^2$ 는 기존의 2차 반응면에서는 0.615로 매우 낮은 값을 나타내던 것이 RRSET에서는 0.808로 상당히 개선된 결과(24%)를 보였다.

그림 6은 최적점의 위치를 알 수 있도록  $X_1$ 의 값을 고정시킨 반응면의 단면을 도시한 것이다. 최소점이 경계면 상에서 위치하고 있는 일반적인 반응면에 비해 RRSET의 경우는 원 함수의 경향을 대체로 잘 따라가고 있는 것을 확인할 수 있다.

### 3.3 2부재 프레임 최적설계 문제

다음으로는 2개의 부재를 갖는 프레임의 최적설계를 수행하였다[15]. 이 문제는 프레임의 너비( $a$ ), 높이( $h$ ), 두께( $t$ )의 3개의 파라미터를 설계변수로 갖는다.

최적 설계의 목적은 주어진 제약조건들을 만족시키면서 두 개의 프레임의 부피를 최소화하는 것으로 프레임의 부피와 각 설계변수의 범위는 다음과 같다.

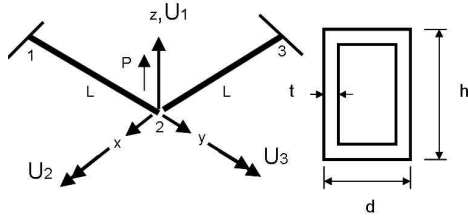


그림 7. 2부재 프레임 최적설계 문제[15]

$$V(x) = 2L(2d \cdot t + 2h \cdot t - 4t^2) \quad (8)$$

$$2.5 \leq d \leq 10$$

$$0.1 \leq t \leq 1.0 \quad (\text{단위는 모두 in})$$

여기서, 각 부재의 길이  $L$ 은 100 in 이며, 프레임의 2부재는 굽힘과 비틀림 응력 모두를 받고 있다. 그리고 프레임은 대칭형이고 프레임의 두 개의 부재는 동일한 형태이기 때문에 결합된 응력은 절점(1)과 절점(2)에 걸린 것만을 고려하기로 한다. 응력들은 유한요소법을 이용해서 계산되었고 여기서 절점 변위는  $U_1$ 은 절점(2)에서의 수직 이동,  $U_2$ 는 (3) - (2)에서의 회전, 그리고  $U_3$ 은 (1) - (2)선상에서의 회전이므로 정의 되었다. Arora[15]에 의하면, 유한요소 모델을 위한 평형 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 24 & -6L & 6L \\ -6L(4L^2 + \frac{GJ}{EI}L^2) & 0 & 0 \\ 6L & 0 & (4L^2 + \frac{GJ}{EI}L^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서,  $I$ 는 면적 2차 모멘트,  $J$ 는 극관성모멘트이고 탄성계수  $E=3.0E^7$  psi, 전단탄성계수  $G=1.154E^7$  psi 그리고 절점(2)에 걸리는 하중  $P$ 는 -10,000 lbs이다.

본 최적화 문제는 두 가지 제약조건을 가지게 되는데 그것은 von Miss yield criterion에 따라 정의되는 절점 (1)과 (2)에 걸리는 유효 응력,  $\sigma_e$ 이며 각 허용응력은 40,000 psi 보다는 작아야만 한다.

$$g_1(x) = \sigma_{e,1} = (\sigma_1^2 + 3\tau^2)^{1/2} \leq 40,000$$

$$g_2(x) = \sigma_{e,2} = (\sigma_2^2 + 3\tau^2)^{1/2} \leq 40,000$$

본 문제의 최적화를 위해, 총 34개의 실험점에 대한 해석을 실시했으며 목적함수와 2개의 제약조건에 대해 3개의 반응면을 구성하였다.

표 2에서 볼 수 있듯이 설계 변수 상호간의 관계가 선형관계를 이루고 있는 부재의 부피에 대해 구성된 반응면의 경우,  $R_{adj}^2$ 가 1로써 두 가

표 2. 2차 반응면과 RRSET에 의해 구성된 반응면의 비교

Response	$R_{adj}^2$		%Improv.
	2 <sup>nd</sup> OrderRSM	RRSET	
Volume	1.0000	1.0000	-
E. Stress 1	0.9004	0.9620	6.84
E. Stress 2	0.8957	0.9564	6.34

지 방법이 모두 매우 높은 신뢰도를 달성할 수 있었다. 그러나 제약조건이 되는 유효 응력 1과 2에 대한 반응면의 구성 시에는 RRSET을 사용하는 경우가 더 높은  $R_{adj}^2$ 의 값을 얻을 수 있음을 확인하였다.

이들 반응면을 시스템 최적화 모듈에 연결하여 최적화를 실시한 결과는 다음과 같다.

표 3. 최적화 결과의 비교

Method	Opt. D.V.	Y*(pred)	Y*(exact)	%err.
Arora(ref.15)	$d^*$ 7.798	-	703.916	-
	$h^*$ 10.000			
	$t^*$ 0.100			
2 <sup>nd</sup> Order RSM	$d^*$ 7.047	580.028	580.030	-17.600
	$h^*$ 7.654			
	$t^*$ 0.100			
RRSET	$d^*$ 7.890	707.616	707.620	0.526
	$h^*$ 10.000			
	$t^*$ 0.100			

표 3에는 참고문헌 15에서 제시된 본 문제의 엄밀해와 각 기법에서 얻어진 최적해를 비교하고 있다. 일반적인 2차 반응면을 통해 만들어진 목적함수 반응면의  $R_{adj}^2$ 가 1로써 매우 높음에도 불구하고 제약조건을 만족시키지 못하는 불용해 (Infeasible Solution)를 도출하고 있음을 알 수 있다. 그에 비해 본 연구에서 제시한 RRSET기법을 적용한 경우에는 거의 엄밀해와 동일한 최적해에 도달하고 있음을 확인할 수 있었다.

#### IV. 결 론

본 연구에서는 시스템의 근사를 위해 일반적인 반응면 기법을 개선한 RRSET를 제시하였으며 제안된 RRSET기법을 정리하면 다음과 같다.

- 2차 다항식으로 표현하기 어려운 반응면의 구성을 위한 설계 공간을 변형할 수 있는 스트레칭 함수의 도입
- 반응면의 정밀도를 높이기 위해 스트레칭 파

라미터를 최적화하는 부최적화 문제의 도입

- 수립된 최적해를 얻을 때까지 최적화 과정에서 얻어진 설계점을 다음 순기의 반응면 구성에 이용함으로써 전체적인 반응면의 정밀도를 높임

제안된 기법은 그 효율성의 검증을 위해 여러 가지 수치예제에 적용되어 기존의 반응면으로부터 얻어진 결과와 비교되었다. 결과적으로 구성된 반응면의 형상과 도출된 최적해 역시 엄밀해에 거의 근접하는 경향을 보이고 있음을 보였다.

본 연구에서 제시된 RRSET 기법은 그 계산 시간과 비용 상의 문제로 시스템의 적절한 근사화가 매우 중요한 다분야 통합 최적설계 시에 특히 유용하게 적용될 수 있을 것으로 사료된다.

## 후 기

본 연구는 2004년 건국대학교 학술진흥연구비에 의한 연구비 지원으로 수행되었으며 이에 감사드립니다.

## 참고문헌

- 1) Sobieszczanski-Sobieski, J., and Haftka, R. T., "Multidisciplinary Aerospace Design Optimization : Survey of Recent Developments", AIAA-96-0711, 34th Aero. Sci. Meeting, 1996.
- 2) Burgee, S., Giunta, A. A., Balabanov, V., Grossman, B., Mason, W. H., Narducci, R., Haftka, R. T., and Watson, L., "A Coarse-Grained ParallelVariable-Complexity Multidisciplinary Optimization Paradigm", The International Journal of Supercomputing Applications and High Performance Computing, Vol. 10, No. 4, 1996, pp. 269-299.
- 3) Myers, R. H., and Montgomery, D. C., Response Surface Methodology : Process and Product Optimization Using Designed Experiments, John Wiley & Sons, New York, 1995.
- 4) Giunta, A. A., Aircraft Multidisciplinary Design Optimization Using Design of Experiments Theory and Response Surface Modeling Methods, Ph. D. thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA, 1997.
- 5) Rowell, L. F., Braun, R. D., Olds, J. R., and Unal, R., "Multidisciplinary Conceptual Design Optimization of Space Transport Systems", Journal of Aircraft, Vol 36, No. 1, January-February, 1999, pp. 218 - 226.
- 6) Simpson, T. W., A Concept Exploration method for Product Family Design, Ph.D. thesis, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA, 1998.
- 7) Giunta, A., Watson, L., "A Comparison of Approximation Modeling Technique : Polynomial versus Interpolating Models", AIAA-98-4758, 1998.
- 8) 박성현, 현대실험계획법, 민영사, 2001.
- 9) Free, J. W., Parkinson, A. R., Bryce, G. R., and Balling, R. J., "Approximation of Computationally Expensive and Noisy Functions for Constrained Nonlinear Optimization", ASME, Journal of Mechanism, Transmissions, and Automation in Design, Vol. 109, December, 1987, pp. 528 - 532.
- 10) Wang, L. and Grandhi, R. V., "Optimal Design of Frame Structures Using Multivariable Spline Approximations", AIAA Journal, Vol. 32, No. 10, 1994, pp. 2090 - 2098.
- 11) Hoffmann, K. A., and Chiang, S. T., Computational Fluid Dynamics for Engineers Volume I, Engineering Education System, Wichita, KS, 1993.
- 12) Hajela, P., "Nongradient Methods in Multidisciplinary Design optimization - Status and Potential", Journal of Aircraft, Vol 36, No. 1, January-February, 1999.
- 13) Goffe, Ferrier and Rogers., "Global Optimization of Statistical Functions with Simulated Annealing", Journal of Econometrics, Vol. 60, no. 1/2, Jan./Feb. 1994, pp. 65 - 100.
- 14) Su, J., and Renaud, J. E., "Automatic Differentiation in Robust Optimization", 6th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization, Bellevue, WA, AIAA-96-4005-CP, 1996.
- 15) Arora, J. S., Introduction to Optimum Design : 2nd edition, McGraw-Hill, New York, 2004.