

## 論文

비평면 양력면 이론과 반복적 캠버변형 기법을 이용한  
날개의 실속 특성 예측

조정현\*, 조연우\*, 조진수\*\*

Stall Prediction of Wing Using the Nonplanar Lifting Surface  
Theory and an Iterative Decambering Approach

Jeong-hyun Cho\*, Yeon-woo Cho\* and Jin-soo Cho\*\*

## ABSTRACT

This paper predicts the stall characteristics of three-dimensional wings. An iterative decambering approach is introduced into the nonplanar lifting surface method to take into consideration the stall characteristics of wings. An iterative decambering approach uses known airfoil lift curve and moment curve to predict the stall characteristics of wings. The multi-dimensional Newton iteration is used to take into consideration the coupling between the different sections of wings. Present results are compared with experiments and other numerical results. Computed results are in good agreement with other data. This scheme can be used for any wing with the twist or control surface and for wing-wing configurations such as wing-tail configuration or canard-wing configuration.

## 초 록

본 연구에서는 3차원 날개의 실속 특성을 예측하였다. 날개의 실속 특성을 해석하기 위해 반복적 캠버변형 기법을 비평면 양력면 이론에 도입하였다. 반복적 캠버변형 기법은 기지의 2차원 에어포일 데이터를 이용하여 3차원 날개의 실속 특성을 해석한다. 날개의 한 단면에서의 캠버변형이 날개의 다른 단면에 미치는 영향은 다차원 뉴턴 반복법을 사용하여 고려하였다. 해석 결과는 실험값과 타 전산해석 결과와 비교하여 일치되는 결과를 보였다. 본 기법은 비틀림 또는 조종면을 갖는 어떠한 날개에도 적용이 가능하며 또한 날개와 날개의 상호 작용이 있을 때의 실속 특성도 예측 가능하다.

**Key Words** : Nonplanar Lifting Surface Theory(비평면 양력면 이론), Iterative Decambering Approach(반복적 캠버변형 기법), Stall Prediction(실속 예측), Newton Iteration(뉴턴 반복법)

## 1. 서 론

† 2006년 8월 2일 접수 ~ 2006년 9월 14일 심사완료

\* 정회원, 한양대학교 기계공학과 대학원

\*\* 정회원, 한양대학교 기계공학부

연락처, E-mail : jscho@hanyang.ac.kr

서울시 성동구 행당동 산17번지

수세기 동안, 많은 연구자들은 양력선 이론(Lifting Line Theory, LLT), Weissinger의 방법, 그리고 와류 격자법(vortex-lattice method, VLM)과 같은 선형 예측 방법을 비선형 공력특성을 갖는 날개에 적용하기 위해 많은 노력을 기울였다.

이런 노력들은 날개의 실속을 예측하기 위해 실험 또는 전산 해석 방법을 이용하여 획득한 고 받음각에서의 데이터를 이용한다. 그러나 실속 이후에서의 날개의 공력 특성은 3차원 효과가 매우 커서 스트립 이론(strip-theory)을 이용하면 상당한 오차를 포함하게 된다. 또한, 높은 정확성을 갖는 전산유체역학(CFD) 기술은 단일 받음각 해석에 대해서도 많은 계산 자원과 상당한 계산시간을 필요로 한다. 따라서 이미 알고 있는 에어포일 데이터를 이용하여 날개의 실속과 실속 이후의 공력특성을 위한 근사 접근 연구가 지속적으로 관심을 받고 있다. Tani[1]는 양력선 이론 공식에서 비선형 양력특성을 다루는 기술을 1934년에 처음으로 연구하였다. 그의 방법은 실속이 시작되기 전까지 유효했고 1947년 Sivells and Neely[2]의 NACA 보고서에 의해 일반화되었다. 그러나 날개의 어떤 단면에서 에어포일이 음의 양력 곡선 기울기를 갖는 고 받음각에서는 이 일련의 근사 방법은 유효하지 않았다. 실속 이후의 받음각으로의 확장은 뒤이은 여러 연구 노력에 의해 조사되었다. Sears[3]는 von Kármán에 의한 제안을 기초로 하여 실속 이후의 받음각에 대한 유일하지 않은 해의 가능성을 조사하였다. Piszkin과 Levinsky[4]는 Tani가 처음 생각한 반복법에 기초한 비선형 양력선법을 개발하였다. Levinsky[5]의 발표 이후, Anderson, Corda, 그리고 Van Wie[6]는 실속 이전과 이후의 드롭 앞전(drooped leading edge)을 갖는 날개에 적용할 수 있는 비선형 양력선 이론을 발표하였다. Tseng과 Lan[7]는 날개의 각 단면에서 받음각을 반복적으로 감소시킴으로써 경계층 박리의 영향을 해석하였다. McCormick[8]은 유사하지만 독립적으로 개발된 방법을 제시하였고 그의 연구에서는 실속 근처에서 날개의 롤 감쇄(roll damping)에서의 손실을 조사하기 위해 비선형 양력선 이론이 사용되었다. 보다 최근에는, 날개의 실속 특성을 예측하기 위해 Mukherjee와 Gopalarathnam[9-10]이 와류격자법에 반복적 캠버 변형 기법을 도입하였다. 본 연구에서는, Mukherjee와 Gopalarathnam이 제시한 반복적 캠버 변형 기법을 주파수 영역 패널법(frequency-domain panel method)[11-12]에 도입하여 3차원 날개의 실속을 예측하였다. 주파수 영역 패널법은 이론 공기역학에서 유도된 선형화된 경계치 문제에 대한 수식인 kernel 함수 이론을 이용하며 kernel 함수의 계산은 대칭성을 이용하여 계산시간을 단축시킬 수 있다. 또한 양력면의 비평면 요소(캠버, 비틀림 등)를 올려흐름(upwash)을 통해 간단히 계산할 수 있는 장점이 있다.

## II. 본 론

### 2.1 주파수 영역 패널법 (Frequency-domain Panel Method)

#### 지배 방정식

유동의 속도  $U_\infty$ , 마하 수  $M$ , 밀도가  $\rho$ 인 유동장 내에 위치한 양력면 위의 점  $\vec{x}_0$ 는  $+\vec{n}$ 의 방향으로 작용하는 변환된 압력차(transformed pressure difference),  $\Delta P$  를 갖게 되며 이로 인하여 양력면은 임의의 점  $\vec{x}$ 에 유도속도 ( $w$ )를 다음과 같이 유도한다. 유동의 단위 수직 벡터  $\vec{n}$  방향 속도 성분은 없는 것으로 가정한다.

$$w(\vec{x}) = \int \int K(\vec{x}, \vec{x}_0) P(\vec{x}_0) dA_0 \quad (1)$$

여기서, 커널(kernel) 함수  $K$ 는 양력면 위의 점  $\vec{x}_0$ 에 위치한 하중으로 인하여 임의의 점  $\vec{x}$ 에 유도된 속도  $w$ 와 일치하는 reduced wave eqn. 의 해이다. 따라서 경계조건에 의해서 유도속도  $w$ 가 전 표면에 걸쳐 주어질 때 위의 식에서 하중  $P$ 를 계산하면 된다.

#### 경계 조건 (boundary condition)

양력면의 운동에 의해서 발생하는 유도속도는 다음과 같은 경계조건에 의해 계산할 수 있다.

$$\nabla \phi^* \cdot \vec{n} = 0 \quad (2)$$

여기서,  $\nabla \phi^*$ 은 양력면의 운동에 의해 교란된 속도 포텐셜이다. 미소 교란 근사화 기법(small disturbance approximation)에 의해서 앞의 식은 다음과 같이 간략하게 표시할 수 있다.

$$\frac{\partial \phi}{\partial z}(x, y, 0) = U_\infty \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} - \alpha \right) \quad (3)$$

여기서,  $\phi$ 은 유동의 속도 포텐셜,  $\eta$ 은 양력면의 형상함수, 그리고  $\alpha$ 는 유동의 받음각이다.

### 2.2 반복적 캠버 변형 기법 (Iterative Decambering Approach)

에어포일에 대한 유효 캠버 변형은 두 변수  $\delta_1$ 과  $\delta_2$ 의 함수를 사용하여 근사화 된다. Fig. 1은 에어포일의 유효한 캠버 변형을 만들기 위해 사용되는 함수  $\delta_1$ 과  $\delta_2$ 의 개요도를 나타낸다. Fig. 1의 선형 함수는 최종 캠버 변형 함수를 구하기 위해 중첩된다. 에어포일에서의 2차원 유동에 대한 캠버 변형의 계산방법은 다음과 같다.

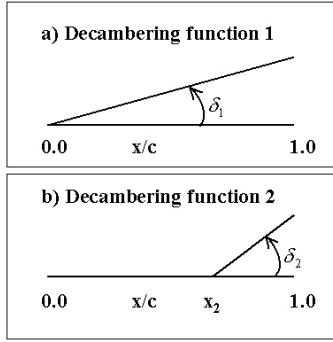


Fig. 1. Outline of the decambering function

1) 에어포일에 대한 실험이나 전산 유체역학 데이터로부터 점성이 고려된 양력 계수와 모멘트 계수를 계산한다.

2) 주파수 영역 패널법을 이용하여 상응하는 포텐셜 유동 양력 계수와 모멘트 계수를 계산한다.

3) 점성유동과 포텐셜 유동 사이의 차이를 계산한다.

$$\begin{aligned} \Delta C_l &= (C_l)_{viscous} - (C_l)_{potential} \\ \Delta C_m &= (C_m)_{viscous} - (C_m)_{potential} \end{aligned} \quad (4)$$

4) 점성 유동과 포텐셜 유동의 양력 계수와 모멘트 계수의 차이를 각각 사용하여  $\delta_1$ 과  $\delta_2$ 의 값을 계산한다.

$$\delta_2 = \frac{\Delta C_m}{\frac{1}{4} \sin 2\theta_2 - \frac{1}{2} \sin \theta_2} \quad (5)$$

$$\delta_1 = \frac{\Delta C_l - [2(\pi - \theta_2) + 2\sin \theta_2]\delta_2}{2\pi} \quad (6)$$

$$\theta_2 = \cos^{-1}(1 - 2x_2) \quad (7)$$

$x_2$ 는 0.5에서 0.9 사이의 모든 값을 사용할 수 있으나 본 방법에서 임의로 0.8로 가정하였다.

2차원 에어포일의 경우와는 다르게, 3차원 날개의 경우 한 단면에서의 변화는 이웃한 단면에 위치한 단면에 영향을 미치게 된다. 이러한 영향을 고려하기 위해 2N차원 뉴턴 반복법(Newton Iteration)이 사용된다.

$$J \cdot \delta x = -F \quad (8)$$

여기서,  $F$ 는 날개의 각 단면에서 잔차(residual)  $\Delta C_l$ 과  $\Delta C_m$ , 변수  $x$ 는 각 단면에서의  $\delta_1$ 과  $\delta_2$ ,  $J$ 는 시스템의 Jacobian이다.  $F$ 와  $J$ 는 매 반복시 결정되고 식 (8)에 의해  $\delta x$ 가 계산된다. 그 후 잔차가 0이 되도록 위의 과정을 반복한다. Jacobian은 식 (9)에 보는 바와 같이, 4개의 소

행렬로 분할된다. 식 (10)에서 식 (11)은 4개의 소 행렬을 나타낸다.

$$J = \begin{pmatrix} J_{l1} & J_{l2} \\ J_{m1} & J_{m2} \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$(J_{l1})_{i,j} = \frac{\partial \Delta C_{li}}{\partial \delta_{1,j}}, \quad (J_{l2})_{i,j} = \frac{\partial \Delta C_{li}}{\partial \delta_{2,j}} \quad (10)$$

$$(J_{m1})_{i,j} = \frac{\partial \Delta C_{mi}}{\partial \delta_{1,j}}, \quad (J_{m2})_{i,j} = \frac{\partial \Delta C_{mi}}{\partial \delta_{2,j}} \quad (11)$$

반복 절차를 정리하면 다음과 같다.

- 1) 날개의 각 단면에서  $\delta_1$ 과  $\delta_2$ 의 초기치를 가정한다.
  - 2) 주파수 영역 패널법을 이용하여 날개의 공력 특성을 계산한다.
  - 3) 국소 단면의  $(C_l)_{sec}$ 과 식 (12)를 이용하여 국소 단면 유효 받음각을 계산한다.
- $$\alpha_{sec} = \frac{(C_l)_{sec}}{2\pi} - \delta_1 - \delta_2 \left[ 1 - \frac{\theta_2}{\pi} + \frac{\sin \theta_2}{\pi} \right] \quad (12)$$
- 4) 잔차  $\Delta C_l$ 과  $\Delta C_m$ 를 계산한다.  $(C_l)_{viscous}$   $(C_m)_{viscous}$ 는  $\alpha_{sec}$ 에 상응하는 받음각에 대한 단면 데이터로부터 획득된다.
  - 5) 뉴턴 반복법을 위해 Jacobian을 계산한다.
  - 6) 교란된  $\delta_1$ 과  $\delta_2$ 를 계산하기 위해 행렬식 (8)을 계산하고 새로운  $\delta_1$ 과  $\delta_2$ 로 갱신한다.
  - 7) 잔차가 허용 오차 내에서 0으로 수렴할 때까지 반복한다.

이 때, 양력면의 운동에 의해서 발생하는 유도 속도는 캠버변형 변수  $\delta_1$ 과  $\delta_2$ 를 고려하여 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z}(x, y, 0) = Q_\infty \left( \frac{\partial n}{\partial x} - \alpha - \delta_1 - \delta_2 \right) \quad (13)$$

### III. 결과 및 토의

#### 3.1 2차원 에어포일

Fig. 2와 Fig. 3은 실속을 예측하기 위하여 받음각에 따른 날개의 양력 계수와 피칭 모멘트 계수를 참고문헌과 비교한 그림이다. 2차원 실험 값과의 비교를 위해 가로세로비가 100인 날개가 사용되었다. 계산에 사용된 해석 격자수는  $10 \times 12$ 이고 유동의 속도는 마하 수 0.1이다. 반복적 캠버 변형 기법을 적용하여 NACA0012 에어포일과 NACA2408, NACA23012 에어포일을 갖는 날

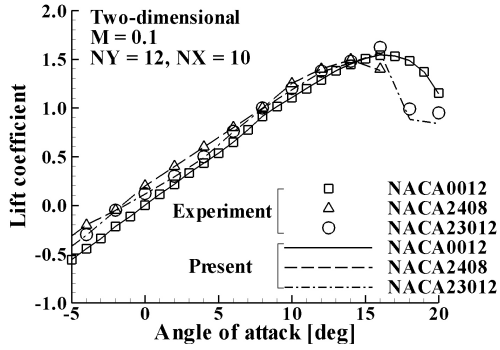


Fig. 2. Lift coefficients of airfoils

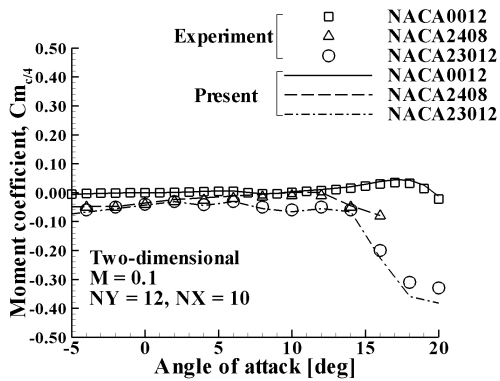


Fig. 3. Moment coefficients of airfoils

개를 해석하였다. NACA0012 에어포일 데이터는 참고문헌[9]로부터 얻었고 NACA2408과 NACA 23012 에어포일 데이터는 참고문헌[13]으로부터 획득하였다. 받음각이 증가함에 따라 실험값과 비교해 실속(stall)을 정확히 예측하는 것을 Fig. 2와 Fig. 3에서 볼 수 있다. NACA2408 에어포일을 사용한 날개의 경우, 받음각 16도 이상에서의 실험값을 얻을 수 없어 받음각 16도까지 획득한 양력 계수와 피칭 모멘트 계수 데이터를 이용하였다.

3.2 3차원 날개

Fig. 4는 반복적 캠버변형 기법을 사용하여 3차원 유한익(finite wing)에서의 실속을 예측한 것이다. 참고문헌[9]와 비교를 위해 참고문헌에 있는 동일한 2차원 에어포일 양력 곡선으로 가정하였다. 해석에 사용된 날개는 가로세로비가 10인 날개로 유동 속도는 마하 수 0.1이다. 반복적 캠버변형 기법이 적용된 와류 격자법(vortex-lattice method, VLM)으로 해석한 결과와 비교해 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 참고문헌[9]에서는 양력

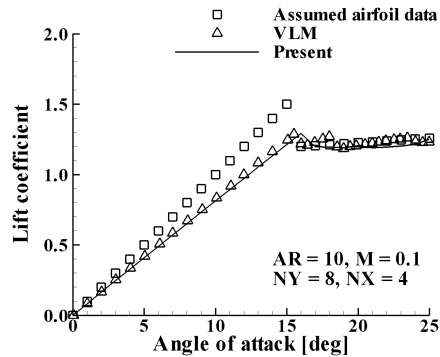


Fig. 4. Lift coefficients of finite wing

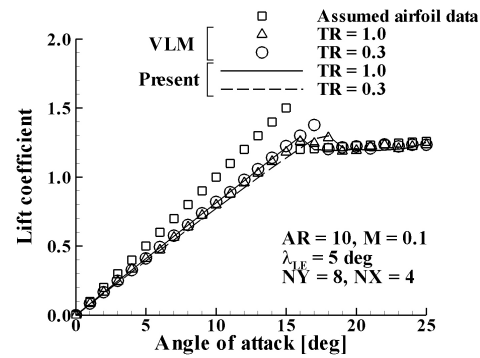


Fig. 5. Lift coefficients of wings with various taper ratio

곡선의 이력현상(hysteresis)이 발견되었으나 본 연구에서는 다중 교점(multiple intersection) 처리 기법[10]을 적용하여 이력현상을 제거하였다.

Fig. 5는 테이퍼 비(taper ratio)를 가진 날개의 실속 특성을 나타낸 것이다. 테이퍼 비를 갖는 후퇴익(swept wing)에 대해서 해석하였다. 참고문헌[10]과의 비교를 위해 가로세로비가 10이고 날개 앞전(leading edge)에서의 후퇴각이 5도인 날개가 사용되었다. 테이퍼 비를 갖는 날개에 대해서도, 실속을 예측하는 것을 볼 수 있다. 실속 이전에서의 공력 특성은 크게 차이가 나지 않는다. 이는 날개가 모두 동일한 가로세로비를 가지고 있기 때문이다. 그러나 실속 이후에서는 다른 실속 특성을 보여주고 있다. 이는 직사각형 날개의 경우에는 날개의 뿌리에서 실속이 시작되지만 테이퍼 비가 있는 날개의 경우에는 날개의 팁(tip)에서부터 실속이 시작되기 때문이다. Fig. 6은 테이퍼 비를 가진 날개가 받음각 10도를 받을 때, 날개 길이 방향으로의 단면 양력 계수를 참고문헌[10]과 비교한 그림이다. 계산 결과가 참고문헌과 비교해 잘 일치함을 볼 수 있다. Fig. 7은

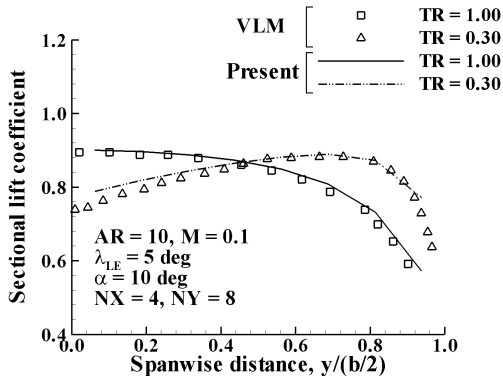


Fig. 6. Spanwise lift coefficient distributions for the tapered wing

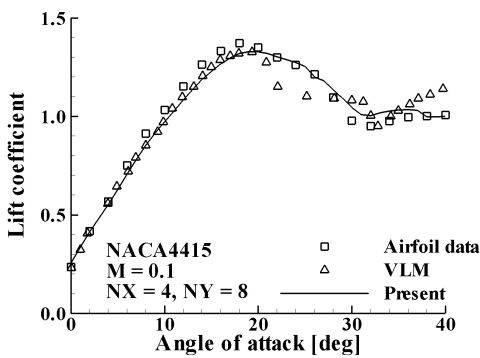


Fig. 7. Lift coefficients of NACA4415 airfoil

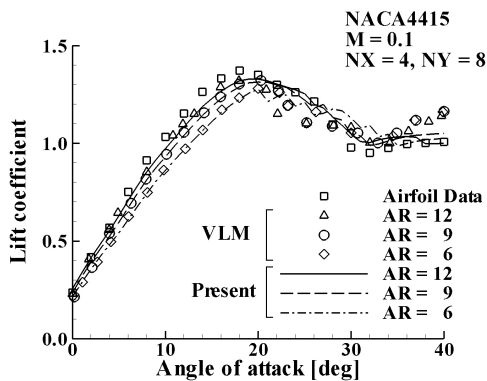


Fig. 8. Lift coefficients of wings with various aspect ratio

3차원 날개의 실속을 예측하기 위하여 사용될 NACA4415 에어포일의 비선형 양력특성을 나타낸 그림이다. 해석 격자수는 4×8이고 유동 속도는 마하 수 0.1이다. 계산 결과가 참고문헌[10]과 비교해 비교적 잘 일치하는 것을 볼 수 있다.

Fig. 8은 다양한 가로세로비를 갖는 날개의 비선형 양력특성을 참고문헌[10]과 비교해 나타낸 그림이다. 날개에 사용된 에어포일은 NACA4415이다. 해석 격자수는 4×8이고 유동 속도는 마하 수 0.1이다. 가로세로비가 작아짐에 따라 날개의 3차원 효과로 인하여 실속각(stall angle)이 커지는 것을 볼 수 있다. 이는 날개의 각 단면에서 받는 유효 받음각(effective angle of attack)이 작아지기 때문이다. 계산 결과가 참고문헌과 비교해 경향이 비교적 잘 일치함을 볼 수 있다.

#### IV. 결 론

고 받음각을 받는 항공기의 안정성과 제어를 위해서는 실속과 실속 이후에서의 날개의 공력 특성을 정확히 예측하는 것이 필요하다. 본 연구에서는 반복적 캠버변형 기법(iterative decambering approach)을 도입한 주파수 영역 패널법(frequency-domain panel method)을 이용하여 항공기 날개의 공력해석을 수행하였다. 기지의 2차원 에어포일 양력 곡선과 피칭 모멘트 곡선을 이용하여 고 받음각을 받는 3차원 날개의 실속 특성을 예측하였다. 반복적 캠버변형 기법은 날개의 각 단면에서 경계층 박리(boundary-layer separation)의 영향을 고려할 수 있다. 날개의 3차원 효과는 다차원 뉴턴 반복법(Newton iteration)을 이용하여 계산하였다. 뉴턴 반복법을 이용하면 다른 단면들에 미치는 한 단면에서의 캠버변형의 영향을 고려하여 날개의 3차원 효과를 계산할 수 있다. 향후, 기하학적 비틀림(geometric twist)이나 공기역학적 비틀림(aerodynamic twist)을 갖는 날개의 실속 특성과 앞전 플랩(leading edge flap)이나 뒷전 플랩(trailing edge flap) 같은 조종면(control surface)을 갖는 날개의 실속 특성을 예측할 수 있도록 확장할 수 있을 것이다. 또한, 단일 날개뿐만 아니라 주날개와 꼬리날개 형상 같은 날개와 날개의 상호작용이 있을 때의 실속 특성을 예측할 수 있도록 확장 가능할 것으로 생각된다.

#### 후 기

본 연구는 한국과학재단 특정기초연구(R01-2005-000-10310-0)지원으로 수행되었음.

#### 참고문헌

1) Tani, I., "A Simple Method of Calculating the Induced Velocity of a Monoplane Wing",

- Aero. Res. Inst., Tokyo Imperial Univ., Rep. No. 111, 1934.
- 2) Sivells, J. C. and Neely, R. H., "Method for Calculating Wing Characteristics by Lifting-Line Theory Using Nonlinear Section Lift Data", NACA TN-1269, 1947.
- 3) Sears, W. R., "Some Recent Developments in Airfoil Theory", *Journal of The Aeronautical Sciences*, Vol. 23, 1956, pp.490~499.
- 4) Piszkin, S. T. and Levinsky, E. S., "Nonlinear Lifting Line Theory for Predicting Stalling Instabilities on Wings of Moderate Aspect Ratio," CASD NSC-76-001, 1976.
- 5) Levinsky, E. S., "Theory of Wing Span Loading Instabilities Near Stall", AGARD Conference Proceedings No. 204, 1976.
- 6) Anderson, J. D., Corda, S., and Van Wie, D. M., "Numerical Lifting Line Theory Applied to Drooped Leading-Edge Wings Below and Above Stall", *Journal of Aircraft*, Vol. 17, No. 12, 1980, pp.898~904.
- 7) Tseng, J. B. and Lan, C. E., "Calculation of Aerodynamic Characteristics of Airplane Configurations at High Angles of Attack", NASA CR-4182, 1988.
- 8) McCormick, B. W., "An Iterative Non-Linear Lifting Line Model for Wings with Unsymmetrical Stall", SAE Transactions Paper No. 891020, 1989, pp. 91~98.
- 9) Mukherjee, R. and Gopalarathnam, A., "An Iterative Decambering Approach for Post-Stall Prediction of Wing Characteristics using Known Section Data", AIAA 2003-1097, 2003.
- 10) Mukherjee, R., "Poststall Prediction of Multiple-Lifting-Surface Configurations Using a Decambering Approach", *Journal of Aircraft*, Vol. 43, No. 3, 2006. pp.660~668.
- 11) 장훈, 류준오, 조진수, "3차원 패널방법을 이용한 양력면의 정상/비정상 공력해석", *한국항공우주학회지*, 제 20권 제 3호, 1992, pp. 1~12.
- 12) 조진수, "공력해석을 위한 양력면 패널기법", *한국항공우주학회지*, 제 24권 제 2호, 1996, pp. 175~181.
- 13) Abbott, I. H. and Von Doenhoff, A. E., *Theory of Wing Sections*, Dover Publication Inc., New York, 1959.