

## 論文

## 자이로의 불규칙 혼합잡음을 고려한 보조항법시스템 칼만 필터 설계

성상만\*, 강기호\*\*

## Kalman Filter Design For Aided INS Considering Gyroscope Mixed Random Errors

Sang Man Seong\* and Ki-Ho Kang\*\*

## ABSTRACT

Using the equivalent ARMA model representation of the mixed random errors, we propose Kalman filter design methods for aided INS(Inertial Navigation System) which contains the gyroscope mixed random errors. At first step, considering the characteristic of indirect feedback Kalman filter used in the aided INS, we perform the time difference of equivalent ARMA model. Next, according to the order of the time differenced ARMA model, we achieve the state space conversion of that by two methods. If the order of AR part is greater than MA part, we use controllable or observable canonical form. Otherwise, we establish the state space equation via the method that several step ahead predicts are included in the state variable, where we can derive high and low order models depending on the variable which is compensated from gyroscope output. At final step, we include the state space equation of gyroscope mixed random errors into aided INS Kalman filter model. Through the simulation, we show that both the high and low order filter models proposed give less navigation errors compared to the conventional filter which assume the mixed random errors as white noise.

## 초 록

불규칙 혼합잡음의 등가 ARMA 모델 표현을 사용하여 자이로의 불규칙 혼합잡음을 고려하는 보조항법시스템 칼만필터 설계 방법을 제안한다. 필터 설계 절차는 먼저 보조항법시스템에 사용되는 필터는 간접 되먹임 칼만필터임을 고려하여 등가 ARMA 모델로 표현된 자이로 불규칙 잡음의 시간 차분을 구한다. 다음으로 시간 차분된 ARMA 모델을 상태 방정식으로 표현하는데 AR과 MA 차수에 따라 두 가지로 나눈다. 먼저 AR 차수가 큰 경우 가제어 혹은 가관측 특이형태를 사용한다. MA 차수가 큰 경우에는 몇 단계 이후의 예측치를 상태변수로 하는 상태방정식을 사용하는데, 이때 자이로 출력을 보상하는 값에 따라 다시 고차수 필터와 저차수 필터로 구분된다. 마지막으로 자이로 불규칙 잡음을 보조항법시스템 칼만필터에 포함시켜 최종적인 필터 모델을 얻는다. 시뮬레이션 결과를 통하여 제안된 고차수 및 저차수 필터 모두 혼합잡음을 백색잡음으로 간주한 기존의 필터보다 항법오차를 감소시킬 수 있음을 보임으로써 그 효용성을 제시한다.

**Key Words** : gyroscope(자이로), Mixed random errors(불규칙 혼합잡음), ARMA model (등가 ARMA 모델), aided navigation system(보조항법 시스템), Kalman filter(간접되먹임 칼만필터)

† 2005년 8월 8일 접수 ~ 2006년 3월 16일 심사완료

\* 정희원, 한국기술교육대학교 메카트로닉스공학부

연락처자, E-mail : ssman@kut.ac.kr

충남 천안시 병천면 가전리 307번지

\*\* 정희원, 한국기술교육대학교 메카트로닉스공학부

## 1. 서 론

센서 측정 데이터에 포함된 불규칙 오차 중에는 백색 잡음, 랜덤 워크, 양자화 잡음, 그리고

마코프 프로세스 등이 혼합되어 나타나는 형태가 있는데 관성항법시스템(inertial navigation system)에 사용되는 자이로의 데이터에 포함된 잡음이 그 대표적인 예이다. 자이로의 잡음을 모델링하기 위한 시도는 여러 가지 방법으로 진행되었다 [1]~[4]. 최근에는 이와 같은 불규칙 혼합 잡음이 하나의 ARMA(Auto Regressive Moving Average) 모델로 표현가능 함을 보인바 있다[5]. 이와 같이 구해진 오차 모델로서 센서 레벨에서 필터를 구성하여 제거하는 방법과 시스템 레벨에서 필터의 상태 변수로 추가하여 제거하여야 한다. 현재까지 사용된 주된 방법은 전자의 경우가 대부분으로 시스템 레벨에서는 백색잡음으로 간주한다. 이는 지금까지 자이로가 군용이나 항공에 주로 사용되어 크기 및 가격면에서 제약을 덜 받으므로 센서 레벨에서 잡음을 제거할 수 있었기 때문이다. 그런데 만약 현재 상용으로 개발되어 사용되기 시작한 초소형 자이로(MEMS 자이로, 반도체형 자이로 등)에서와 같이 크기 및 단가의 제약으로 잡음을 충분히 제거하지 못한다면 이를 시스템 레벨에서 제거해 주어야 한다. 시스템 레벨에서 필터링으로 혼합잡은 오차를 제거하는 방법은 참고문헌 [9]에서 제안한바 있는데 본 논문에서는 ARMA 모델의 차분식 도입, MA 차수가 AR 차수보다 큰 경우 모델 구성 방법, 고차수 및 저차수 모델 구성 방법 등이 새로이 추가 되었다.

본 논문에서 새로이 제안하는 필터 구성 방법은 다음과 같다. 먼저 보조항법 시스템에 사용되는 필터는 간접 되먹임 칼만필터임을 고려하여 ARMA 모델로 표현된 자이로 불규칙 잡음을 시간 차분 형태로 변환한다. 다음으로 차분 후의 ARMA 모델을 AR 차수가 MA 차수보다 큰 경우와 그 반대인 경우로 나누어 상태방정식을 구한다. 이때 혼합잡음 자체를 추정하여 보정하는 것과 한 단계 이후 예측값(one step ahead predictor)을 추정하여 보정하는 것에 따라 고차수 및 저차수 필터를 구성할 수 있음을 보인다. 끝으로 보조항법시스템 칼만필터에 포함시켜 최종적인 필터 모델을 구성한다. 시뮬레이션 결과를 통하여 제안된 모델과 혼합잡음을 백색잡음으로 간주한 경우와 비교한다.

## II. 본 론

### 2.1 도입

잡음의 종류와 이들이 혼합된 잡음을 하나의 등가 ARMA 모델로 표현하는 방법에 대해 간단히 설명한다.

불규칙 혼합 잡음은 백색 잡음, 랜덤 워크, 양자화 잡음, 마코프 프로세스 등의 잡음들이 혼합된 형태로 볼 수 있다. 이상 네 종류의 잡음을  $y_{wh,t}$ ,  $y_{rw,t}$ ,  $y_{qt,t}$ ,  $y_{Mk1,t}$ 로 정의하면 다음과 같은 특성을 갖는다.

$$\begin{aligned} y_{wh,t} &= w_{wh,t} \\ y_{rw,t} &= y_{rw,t-1} + w_{rw,t} \\ y_{qt,t} &= w_{qt,t} - w_{qt,t-1} \\ y_{Mk1,t} &= \phi y_{Mk1,t-1} + w_{Mk1,t} \end{aligned} \quad (1)$$

여기에서  $w_{wh,t}$ ,  $w_{rw,t}$ ,  $w_{qt,t}$ ,  $w_{Mk1,t}$  은 백색 가우시안 잡음이다. 이러한 잡음들은 각각 ARMA 모델로 볼 수 있으며 이들이 혼합된 형태는 하나의 등가 ARMA 모델로 표현가능하다. 임의의 두개의 ARMA 모델의 혼합을 하나의 등가의 ARMA 모델로 표현하는 방법은 다음과 같다. 차수가 각각  $(m,n)$ 과  $(p,q)$ 인 2개의 ARMA 프로세서  $x_t$ 와  $y_t$ 를 다음과 정의한다.

$$\begin{aligned} x_t + a_1x_{t-1} + a_2x_{t-2} + \dots + a_mx_{t-m} &= u_t + b_1u_{t-1} + b_2u_{t-2} + \dots + b_nu_{t-n} \\ y_t + c_1y_{t-1} + c_2y_{t-2} + \dots + c_py_{t-p} &= v_t + d_1v_{t-1} + d_2v_{t-2} + \dots + d_qv_{t-q} \end{aligned} \quad (2)$$

여기에서  $u_t$ 와  $v_t$ 는 각각 백색 가우시안 프로세서이며 그들 사이에는 비연관(uncorrelated) 그리고 독립(independent)이라고 가정한다. 식 (2)를  $Bx_t = x_{t-1}$ 로 정의되는 후방향 이동 연산자를 사용하면 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} x_t &= \frac{(1 + b_1B + b_2B^2 + \dots + b_nB^n)}{(1 + a_1B + a_2B^2 + \dots + a_mB^m)} u_t \\ y_t &= \frac{(1 + d_1B + d_2B^2 + \dots + d_qB^q)}{(1 + c_1B + c_2B^2 + \dots + c_pB^p)} v_t \end{aligned} \quad (3)$$

이제  $x_t$ 와  $y_t$ 의 혼합을  $z_t$ 로 표현하면 다음의 식 (4)를 얻는다.

$$\begin{aligned} (1 + a_1B + a_2B^2 + \dots + a_mB^m)(1 + c_1B + c_2B^2 + \dots + c_pB^p)z_t &= \\ (1 + b_1B + b_2B^2 + \dots + b_nB^n)(1 + c_1B + c_2B^2 + \dots + c_pB^p)u_t &+ \\ + (1 + d_1B + d_2B^2 + \dots + d_qB^q)(1 + a_1B + a_2B^2 + \dots + a_mB^m)v_t & \end{aligned} \quad (4)$$

식 (4)는 결과적으로 다음과 같은 등가 ARMA 모델로 표현가능하다[5].

$$(e_0 + e_1 B + e_2 B^2 + \dots + e_k B^k) z_t = (1 + f_1 B + f_2 B^2 + \dots + f_l B^l) w_t \quad (5)$$

여기에서  $e_i$ 들은 식 (4)의 좌변을 정리하여 구해지며  $k \triangleq pm$ 이다.  $f_i$ 들은 참고 문헌[5]의 "Equivalent Theorem"에 설명된 방법으로 구할 수 있으며  $l \triangleq \max(pn, qm)$ 이다.  $w_t$ 는 새로이 정의된 백색 가우시안 프로세스이다.

임의의 두개의 ARMA 모델을 하나의 등가 ARMA 모델로 표현할 수 있으므로 백색 잡음, 랜덤 워크, 양자화 잡음, 마코프 프로세스 등의 잡음들이 혼합된 형태도 같은 방법을 적용하면 하나의 등가 ARMA 모델로 표현할 수 있다.

### 2.2 기존의 보조 항법시스템

자이로의 잡음을 백색잡음으로만 간주하는 기존의 보조항법 시스템에 대하여 설명한다. 보조항법시스템은 오차보정을 위하여 간접 되먹임 칼만필터(indirect feedback Kalman filter)를 사용한다. 간접 되먹임 방식은 관성항법시스템과 같은 비선형 성분을 갖는 시스템에서 오차 증가율이 선형적이라 가정하여 섭동 방법에 의하여 선형화된 칼만 필터 모델을 사용하는 경우 칼만 필터에 의한 추정 값을 되먹임함으로써 시스템의 오차 전파(propagation) 특성을 선형적으로 유지 시켜준다.

섭동에 의해 선형 방정식을 구하고 항법 센서인 자이로와 가속도계의 오차를 초기 상수 오차(전원을 켤때 매번 달라지므로 랜덤 상수라 부르기도 함)와 불규칙 잡음을 고려한 필터 모델은 다음과 같은 12차의 상태 방정식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_f \\ \dot{x}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 & F_2 \\ 0_{6 \times 6} & 0_{6 \times 6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_f \\ x_a \end{bmatrix} + G w_f \quad (6)$$

여기서 오차 상태 변수  $x_f$ 와  $x_a$ 는 다음과 같다.

$$x_f \equiv [\delta v_N \quad \delta v_E \quad \delta v_D \quad \varepsilon_N \quad \varepsilon_E \quad \varepsilon_D]^T$$

$$x_a \equiv [\nabla_x \quad \nabla_y \quad \nabla_z \quad \delta \varepsilon_x \quad \delta \varepsilon_y \quad \delta \varepsilon_z]^T$$

$\delta v$ ,  $\varepsilon$ ,  $\nabla$ ,  $\delta \varepsilon$ 은 각각 속도, 자세, 가속도 및 자이로의 오차를 나타낸다. 공정 잡음인  $w_f$ 의 성분은 다음과 같다.

$$w_f = [w_{fx} \quad w_{fy} \quad w_{fz} \quad w_{gx} \quad w_{gy} \quad w_{gz}]^T$$

$w_f$ 는 가속도계와 자이로 잡음으로서 기존의 필터모델에서는 모두 백색 잡음으로 가정한다. 그리고  $F_1$ ,  $F_2$  및  $G$ 는 다음과 같다[8].

$$F_1 \equiv \begin{bmatrix} 0 & 2\Omega_D + \rho_D & -\rho_E & 0 & -f_D & f_E \\ -2\Omega_D - \rho_D & 0 & 2\Omega_N + \rho_N & f_D & 0 & -f_N \\ \rho_E & -2\Omega_N - \rho_N & 0 & -f_E & f_N & 0 \\ 0_{3 \times 3} & 0 & 0 & 0 & \Omega_D + \rho_D & -\rho_E \\ 0 & 0 & 0 & -\Omega_D - \rho_D & 0 & \Omega_N + \rho_N \\ 0 & 0 & 0 & \rho_E & -\Omega_N - \rho_N & 0 \end{bmatrix}$$

$$F_2 \equiv \begin{bmatrix} C_b^n & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & -C_b^n \end{bmatrix}, \quad G \equiv \begin{bmatrix} C_b^n & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & -C_b^n \\ 0_{6 \times 3} & 0_{6 \times 3} \end{bmatrix}$$

여기에서  $f_i$ 는 항체의 가속도,  $\Omega_i$ 는 지구자전 각속도,  $\rho_i$ 는 항법좌표계 각속도, 그리고  $C_b^n$ 은 동체 좌표계에서 항법 좌표계로의 변환행렬을 의미한다. 식 (6)과 같이 표현된 시스템 방정식은 연속 시간 모델로서 항법 컴퓨터에서 실제로 필터링을 수행하기 위해서는 이를 다음과 같은 이산 모델로 근사식을 사용한다.

$$\begin{bmatrix} x_{f,t+1} \\ x_{a,t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{6 \times 6} + F_1 \Delta t & F_2 \Delta t \\ 0_{6 \times 6} & I_{6 \times 6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{f,t} \\ x_{a,t} \end{bmatrix} + G w_{f,t} \quad (7)$$

여기에서  $\Delta t$ 는 필터링을 수행하는 주기이며 아래첨자에  $t+1$ 은 연속에서의  $t + \Delta t$ 를 의미한다. 또한  $w_f$ 의 공분산은 연속에 비해  $\Delta t$ 가 곱해진다. 3축에 대한 속도 측정값을 사용하여 속도 보조 항법을 수행하는 경우 측정식은 다음과 같다.

$$z_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_f \\ x_a \end{bmatrix} + v_t \quad (8)$$

여기에서  $v_t$ 은 속도에 포함되어 있는 측정 잡음으로서 백색 잡음으로 가정한다.

### 2.3 자이로 혼합잡음을 고려한 보조 항법 시스템 설계

자이로의 혼합 잡음 모델을 고려하여 보조항법 시스템 필터를 다시 구성한다. 식 (7)의  $w_{f,t}$ 에서 자이로 잡음부분은 더 이상 백색잡음이 아니라 혼합잡음의 영향이 포함된 것으로 보아야한다. 이제 혼합 잡음을 고려한 새로운 필터를 구성하는 방법을 제시하는데 다른 두 축도 마찬가지로  $x$ 축을 기준으로 설명한다. 보조항법 필터는 자이로의 오차를 추정하여 자이로 출력에

서 이를 보상한 다음 사용하므로 자이로  $\mathcal{X}$ 축에 포함된 혼합잡음을  $z_t$ 라고 하면 식 (7)의  $w_{f,t}$ 에서 자이로  $\mathcal{X}$ 축 부분은  $w_{f,t} = z_t - \hat{z}_{t-1}$ 로 볼 수 있다. 여기에서  $\hat{z}_{t-1}$ 은  $z_{t-1}$ 의 추정값이다.  $\hat{z}_{t-1}$ 은  $z_{t-1}$ 에 백색 가우시안 잡음이 포함된 것으로 가정한다. 그러면  $w_{f,t}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$w_{f,t} = z_t - z_{t-1} + u_t \quad (9)$$

여기서  $u_t$ 는 백색가우시안 잡음이다. 즉 보조항법 필터 모델에는 자이로 잡음 부분을 혼합잡음의 시간 차분에 백색잡음이 더해진 형태로 포함시켜야 한다는 것이다.

혼합잡음  $z_t$ 가 식 (5)와 같은 등가 ARMA 모델로 표현되었을 때  $\tilde{z}_t = z_t - z_{t-1}$ 로 정의하면 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$(e_0 + e_1 B + e_2 B^2 + \dots + e_k B^k) \tilde{z}_t = (1 - B)(1 + f_1 B + f_2 B^2 + \dots + f_l B^l) w_t \quad (10)$$

따라서  $z_t$ 가  $(k, l)$ 의 차수를 가진다면  $\tilde{z}_t$ 는  $(k, l+1)$  차수로서 MA 부분이 차수가 1만큼 증가한다. 만약  $k > l+1$ 이라면  $\tilde{z}_t$ 를 가관측 특이 형태(observability canonical form) 혹은 가제어 특이 형태(controlability canonical form)으로 상태 변수 방정식으로 구현할 수 있다[6]. 이를 항법필터 모델에 포함시키는 방법은 다음에서 설명할  $k \leq l+1$ 인 경우와 유사하므로 생략한다.

$k \leq l+1$ 인 경우에는  $\tilde{z}_t$ 가 시간  $t-1$ 에서 한 단계 이후 예측값과 잡음  $w_t$ 의 합으로 나타낼 수 있다는 사실을 이용하여 다음과 같은 상태방정식을 얻을 수 있다[7].

$$Y_t = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & \dots & e_k & \dots & e_1 \end{bmatrix} Y_{t-1} + \begin{bmatrix} 1 \\ \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_{l+1} \end{bmatrix} w_t \quad (11)$$

여기에서  $Y_t = [\tilde{z}_t \quad \tilde{z}_{t/t} \quad \dots \quad \tilde{z}_{t+1/t}]^T$ 이며  $\tilde{z}_{i/t}$ 는 시간  $t$ 에서  $i$ 단계 후의  $\tilde{z}_t$ , 즉  $\tilde{z}_{t+i}$ 를 예측한 값을 의미한다.  $\psi_i$ 들은 다음과 같이 AR 부분으로 MA 부분을 나눌 때 나타나는 계수이다.

$$1 + \psi_1 B + \dots = \frac{(1 - B)(1 + f_1 B + f_2 B^2 + \dots + f_l B^l)}{1 + e_1 B + e_2 B^2 + \dots + e_k B^k} \quad (12)$$

이제 보조항법 필터 모델 최종식을 구할 수 있다. 자이로 출력으로부터 혼합잡음을 보상할 때 어떠한 값을 추정하여 보상하는지에 따라 다음 두 가지의 모델식을 얻을 수 있다.

(1) 고차수 필터

$\tilde{z}_t$ 를 추정하여 보상하는 경우 식 (11)에서 정의된 상태변수를 그대로 사용하면 다음과 같은 상태방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} x_{f,t+1} \\ x_{a,t+1} \\ \bar{Y}_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{6 \times 6} + F_1 \Delta t & F_2 \Delta t & 0_{6 \times 3(l+2)} \\ 0_{6 \times 6} & I_{6 \times 6} & \bar{C}_b^n \\ 0_{3(l+2) \times 6} & 0_{3(l+2) \times 6} & \bar{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{f,t} \\ x_{a,t} \\ \bar{Y}_t \end{bmatrix} + \bar{G} w_t \quad (13)$$

여기에서  $\bar{Y}_t$ 는  $Y_t$ 를 자이로 3축으로 확장한 벡터,  $\bar{C}_b^n$ 은 자이로 3축에 대한  $\tilde{z}_t$ 를 항법좌표계로 변환하는 행렬,  $\bar{E}$ 는 식 (11)의 시스템 행렬을 자이로 3축으로 확장한 행렬로서 다음과 같다.

$$\bar{E} = \begin{bmatrix} E & 0_{(l+2) \times (l+2)} & 0_{(l+2) \times (l+2)} \\ 0_{(l+2) \times (l+2)} & E & 0_{(l+2) \times (l+2)} \\ 0_{(l+2) \times (l+2)} & 0_{(l+2) \times (l+2)} & E \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ & & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & \dots & e_k & \dots & e_1 \end{bmatrix}$$

$\bar{G}$ 는 다음과 같다.

$$\bar{G} = \begin{bmatrix} C_b^n & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & -C_b^n \\ 0_{6 \times 3} & 0_{6 \times 3} & 0_{6 \times 3} \\ 0 & \Psi & 0 \end{bmatrix}$$

여기에서  $\Psi$ 는 식 (11)의 공정잡음 행렬 부분을 자이로 3축으로 확장한 행렬이다.

$w_t = [\bar{w}_{v,t} \quad \bar{w}_t \quad \bar{u}_t]^T$ 이며 여기에서  $\bar{w}_{v,t}$ 는 가속도계 백색잡음을 3축으로 확장한 벡터,  $\bar{w}_t$ 는 식 (11)의  $w_t$ 를 3축으로 확장한 벡터, 그리고

$\bar{\mathbf{u}}_t$ 는 식 (9)의  $\mathbf{u}_t$ 를 3축으로 확장한 벡터이다.

식 (13)은 혼합잡음  $\mathbf{z}_t$ 가 AR부분이 1차이고 MA 1차이면, 즉,  $\mathbf{k}=1$ 이고  $\mathbf{l}=1$ 이면 21차 모델이 된다.

(2) 저차수 필터

$\tilde{\mathbf{z}}_{1/t-1}$ 를 추정하여 보상하는 경우 식 (13)에 비해 다음과 같은 차수가 낮은 모델을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{f,t+1} \\ \mathbf{x}_{a,t+1} \\ \mathbf{Y}_{t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{6 \times 6} + \mathbf{F}_1 \Delta t & \mathbf{F}_2 \Delta t & \mathbf{0}_{3 \times 3(l+1)} \\ \mathbf{0}_{6 \times 6} & \mathbf{I}_{6 \times 6} & \mathbf{0}_{6 \times 3(l+1)} \\ \mathbf{0}_{3(l+1) \times 6} & \mathbf{0}_{3(l+1) \times 6} & \mathbf{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{f,t} \\ \mathbf{x}_{a,t} \\ \mathbf{Y}_t \end{bmatrix} + \tilde{\mathbf{G}}\mathbf{W}_t \tag{14}$$

여기에서  $\mathbf{Y}_t$ 는  $[\tilde{\mathbf{z}}_{1/t} \quad \tilde{\mathbf{z}}_{2/t} \quad \dots \quad \tilde{\mathbf{z}}_{l+1/t}]^T$ 를 자이로 3축으로 확장한 벡터,  $\tilde{\mathbf{C}}_b^n$ 는 자이로 3축에 대한  $\tilde{\mathbf{z}}_{1/t}$ 를 항법좌표계로 변환하는 행렬,  $\mathbf{E}$ 는 식 (11)의 시스템 행렬의 첫째 행과 열을 제외한 나머지 부분을 자이로 3축으로 확장한 행렬로서 다음과 같다.

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_r & \mathbf{0}_{(l+2) \times (l+2)} & \mathbf{0}_{(l+2) \times (l+2)} \\ \mathbf{0}_{(l+2) \times (l+2)} & \mathbf{E}_r & \mathbf{0}_{(l+2) \times (l+2)} \\ \mathbf{0}_{(l+2) \times (l+2)} & \mathbf{0}_{(l+2) \times (l+2)} & \mathbf{E}_r \end{bmatrix}$$

$\mathbf{E}_r$ 은  $\mathbf{E}$ 의 첫째 행과 열을 제외한 행렬이다.

공정잡음 행렬  $\tilde{\mathbf{G}}$ 은 다음과 같다.

$$\tilde{\mathbf{G}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_b^n & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{C}_b^n & -\mathbf{C}_b^n \\ \mathbf{0}_{6 \times 3} & \mathbf{0}_{6 \times 3} & \mathbf{0}_{6 \times 3} \\ \mathbf{0} & \mathbf{\Psi} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

만약  $\mathbf{k}=1, \mathbf{l}=1$  식 (14)는 18차 모델이 되어 고차수 필터에 비해 차수가 3만큼 감소한다.

고차수 필터에서의  $\tilde{\mathbf{z}}_t$  대신에  $\tilde{\mathbf{z}}_{1/t-1}$ 를 추정하고 보상하는 경우의 차이점은 다음의 관계식으로부터 알 수 있다.

$$\tilde{\mathbf{z}}_t = \tilde{\mathbf{z}}_{1/t-1} + \mathbf{w}_t \tag{15}$$

즉,  $\tilde{\mathbf{z}}_{1/t-1}$ 를 보상하는 경우  $\tilde{\mathbf{z}}_t$ 를 보상하는 경우에 비해  $\mathbf{W}_t$ 만큼 차이가 나게 된다. 고차수 필터와

저차수 필터가 사용되는 항법시스템의 성능은 혼합잡음의 종류에 따라 다를 것으로 예상된다.

2.4 시뮬레이션을 통한 성능 평가

자이로의 혼합 잡음 모델을 고려하여 구성된 모델과 단순히 백색 잡음으로 가정한 모델에 대하여 보조항법시스템의 성능을 시뮬레이션으로 비교한다. 시뮬레이션에서 사용된 궤적은 그림 1과 같이 수직 하강하며 'S' 자 곡선을 그리는 형태로서 총 시뮬레이션 수행 시간은 600 sec 이다. 초기 오차는 속도 1 ft/sec, 자세 수평 1 deg 및 수직 2 deg, 가속도계 바이어스 1000  $\mu\text{g}$ , 그리고 자이로 바이어스 10 deg/h를 사용하였다. 초기 공분산은 초기 오차에 해당하는 값을 사용하였다. 가속도계 백색 잡음 분산은  $(30 \mu\text{g})^2$ 를 사용하였다. 자이로의 혼합잡음은 다음과 같은 등가 ARMA(1,1)로 가정하였다.

$$z_t - 0.98z_{t-1} = w_t + 0.6w_{t-1} \tag{16}$$

$w_t$ 는 연속에서  $(0.6 \text{ deg/h})^2$ 의 분산을 갖도록 정하였다. 한편 측정치인 속도에 포함된 백색 잡음의 분산은  $(0.01 \text{ ft/sec})^2$ 를 사용하였다.

시뮬레이션 수행 결과 혼합잡음을 고려한 고차수 필터와 저차수 필터는 유사한 성능을 보였다. 이는  $\tilde{\mathbf{z}}_t$ 와  $\tilde{\mathbf{z}}_{1/t-1}$ 의 차이가 주어진 혼합잡음에서는 크지 않음을 보여준다. 혼합잡음을 고려하지 않고 백색잡음으로만 간주한 경우와 비교하면 혼합잡음을 고려한 고차수 및 저차수 필터 모두 더 나은 성능을 보여준다. 그 예로서 그림 2와 그림 3에 혼합잡음을 고려한 저차수 필터와 혼합잡음을 고려하지 않은 경우의 자세오차를 각각 도시하였다. 그림에서 실선으로 표시한 부분은 추정 오차를 점선으로 표시한 부분은 칼만 필터의 공

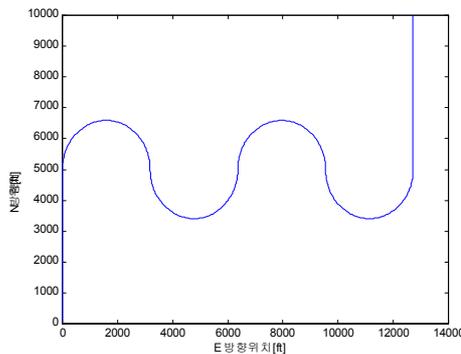


그림 1. 시뮬레이션에 사용된 궤적

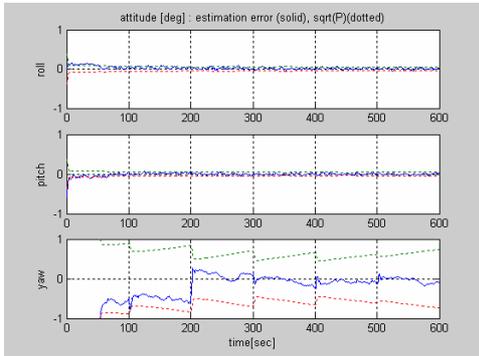


그림 2. 혼합잡음을 고려한 저차수 모델에 대한 시뮬레이션 결과

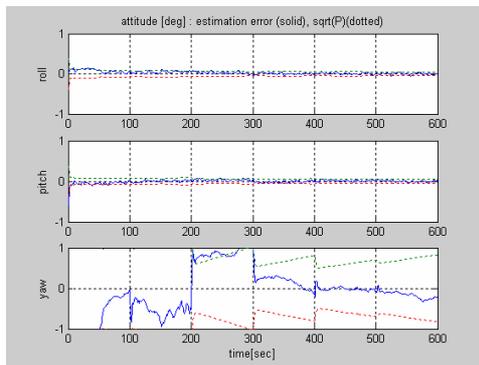


그림 3. 혼합잡음을 고려하지 않고 백색잡음으로 가정한 경우 시뮬레이션 결과

분산의 제공된 값으로 오차의 표준 편차를 의미한다. 결과를 살펴보면 혼합잡음을 고려한 경우 자세오차의 최대값도 작으며 빨리 수렴하는 경향을 보여준다.

### III. 결 론

본 논문에서는 자이로에 포함된 불규칙 혼합잡음의 등가 ARMA 모델 표현법에 기초하여 시스템 레벨에서 불규칙 잡음의 영향을 제거하기 위한 보조항법필터 구성 방법을 제시하였다. 보조항법 시스템에 사용되는 필터는 간접 되먹임 칼만필터 임을 고려하여 ARMA 모델로 표현된 자이로 불규칙 잡음을 시간 차분 형태로 변환하여 필터에 포함시키도록 하였다. 차분 후 구해진 ARMA 모델이 AR 차수가 MA 차수보다 큰 경우 제어표준형 혹은 가관측 표준형으로 쉽게 상태방정식으로 나타낼 수 있었다. 한편 MA 차수가 큰 경우에는 한 단계 이후 예측값을 상태 변

수로하여 상태방정식을 구하는 방법을 도입하였다. 이 과정에서 센서오차를 보상하는 값에 따라 고차수 및 저차수 필터 방정식을 유도하였다. 시뮬레이션으로 제안된 고차수 및 저차수 필터들이 기존의 혼합잡음을 고려하지 않은 필터에 비하여 항법성능이 우수함을 보였다. 제안된 방법은 센서레벨에서 혼합잡음을 제거하지 못하는 경우에 시스템 레벨에서 이를 효과적으로 제거하는데 사용할 수 있을 것이다.

### 참고문헌

- 1) A. S. Oravetz and H. J. Sandberg, "Stationary and Nonstationary Characteristics of Gyro Drift Rate", AIAA Journal, October 1970.
- 2) S. M. Pandit and W. Zhang, "Modeling Gyro Drift Rate by Data Dependent Systems", IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 22, No. 4, July 1986.
- 3) H. Jiang, W. Q. Yang and Y. T. Yang, "State Space Modeling of Random Drift Rate in High-Precision Gyro", IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 32, No. 3, July 1996.
- 4) Lawrence C. Ng and Darryll J. Pines, "Characterization of Ring Laser Gyro Performance Using the Allan Variance Method", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 20, No. 1, January 1997.
- 5) Sang Man Seong, Jang Gyu Lee, and Chan Gook Park, "Equivalent ARMA Model Representation for RLG Random Errors", IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 36, No. 1, January 2000.
- 6) F. L. Lewis, *Optimal Estimation with an introduction to stochastic control theory*, John Wiley & Sons, 1986.
- 7) G. E. P. Box, G. M. Jenkins, and G. C. Reinsel, *Time Series Analysis Forecasting and Control*, 3rd ed., Prentice-Hall, 1994.
- 8) Heung Won Park, Jang Gyu Lee, and Chan Gook Park, "Covariance Analysis of Strapdown INS Considering Gyrocompass Characteristics", IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 31, No. 1, January 1995.
- 9) 성상만, "등가 ARMA 모델에 의한 불규칙 혼합잡음 식별 기법 및 관성항법시스템 응용", 박사학위 논문, 2000.