

論文

GCI 를 이용한 수직분사제트 수치모사의 검증 및 확인

원수희*, 정인석**, 최정열***

Verification and Validation of the Numerical Simulation of Transverse Injection Jets using Grid Convergence Index

Su-Hee Won*, In-Seuck Jeung** and Jeong-Yeol Choi***

ABSTRACT

Two-dimensional steady flowfields generated by transverse injection jets into a supersonic mainstream are numerically simulated. Fine-scale turbulence effects are represented by a $k-\omega$ SST two-equation closure model which includes y^+ effects on the turbulence model. Solution convergence is evaluated by using Grid Convergence Index(GCI), a measure of uncertainty of the grid convergence. Comparison is made with experimental data and other turbulence models in term of surface static pressure distributions, the length of the upstream separation region, and the penetration height. Results indicate that the $k-\omega$ SST model correctly predicts the mean surface pressure distribution and the upstream separation length for low static pressure ratios. However, the numerical predictions become less consistent with experimental results as the static pressure ratio increases. All these results are taken within 1% error band of grid convergence.

초 록

초음속 주 유동으로의 수직분사에 의해 생성되는 2차원 정상상태 유동장에 대한 수치 모사를 수행하였다. 난류효과를 위해서 무차원 벽면거리(y^+)를 고려한 2방정식 $k-\omega$ SST 모델을 사용하였다. 또한 격자계에 따른 오차범위를 나타내는 방법으로 GCI(Grid Convergence Index)를 사용하여 해의 수렴성을 측정하였다. 표면 압력분포, 박리거리, 침투높이 등에 대해 실험결과 및 다른 난류모델을 이용한 결과들과 비교하였다. $k-\omega$ SST 난류모델은 낮은 압력비에 대해서 표면 압력분포 및 박리거리 등을 정확하게 예측하였다. 그러나 압력비가 증가함에 따라 수치적 예측이 실험결과와 차이를 보이고 있다. 상기한 모든 결과는 격자계에 따른 해의 수렴성의 오차범위 1% 이내에서 측정되었다.

Key Words : GCI(Grid Convergence Index), Transverse Injection(수직분사), Separation Distance(박리거리), Penetration Height(침투높이)

1. 서 론

† 2005년 10월 26일 접수 ~ 2006년 3월 14일 심사완료

* 정회원, 서울대학교 대학원 항공우주공학과

** 정회원, 서울대학교 항공우주공학과

*** 정회원, 부산대학교 항공우주공학과

연락처, E-mail : aerochoi@pusan.ac.kr

부산시 금정구 장전동 산 30번지

초음속 주 유동에 분사되는 수직분사 제트 유동은 기초적이면서도 실질적인 적용가능성 때문에 오랫동안 연구되어 왔다. 수직분사 제트는 로켓의 추력방향제어 시스템이나 초음속 연소기에서의 연료분사-혼합증진 방법 등으로 이용되고

있으며, 단순한 작동 기구에도 불구하고 유동박리, 아음속 계순환영역, 충격파 상호작용과 같은 복잡한 물리적 현상을 포함하고 있다. 이러한 복잡한 유동장의 특성을 규명하기 위해 많은 실험적/수치적 연구가 수행되었으며[1-9], 이를 통해서 초음속 유동장에서 수직분사 유동의 특성이 비교적 잘 알려져 있어 초음속 유동장의 난류 검증 모델로도 자주 이용되고 있다.

전산유체역학을 이용해 수직분사 유동과 같은 복잡한 유동을 정확하게 해석하기 위해서는 물리적 현상의 모델링 및 적절한 수치기법의 선택이 매우 중요하지만, 전산해석에 존재하는 불확실성(uncertainty)과 오차(error) 요인을 줄여나가는 것 또한 해석의 신뢰성을 높일 수 있는 좋은 방법이다. 여기서 불확실성이란 '물리적 현상에 대한 지식의 부족으로 인해 모델링 과정에 존재할 수 있는 결함'을 의미하며, 오차는 '물리적 현상에 대한 지식의 부족에 기인하지 않는 인지할 수 있는 결함'을 의미한다[10]. 따라서 인지할 수 있는 오차요인을 줄여나가는 것이 전산해석의 신뢰성을 높이는데 기본적이며 쉬운 방법이다. 오차요인은 다시, 물리적 근사에 기인하는 오차, 끝처리(round-off) 오차, 반복계산에 의한 수렴 오차, 차분 오차 등이 있다. 물리적 근사에 따른 오차는 모델의 공식화 또는 간략화 과정에서 발생하는 것으로 전산해석 코드의 개발과정에서 신중한 적용이 요구된다. 끝처리 오차의 경우 최근 컴퓨터 성능의 향상에 따른 유효숫자의 확대에 의해 크게 문제가 되지 않으며, 반복계산에 의한 수렴 오차는 수렴된 해의 변화량에 비례하는 것으로 해석대상에 따라 다소 상대적이다. 한편, 시간과 공간에 대한 차분에 의한 오차는 전산해석에서 가장 중요한 오차요인 가운데 하나로서 근래 들어 GCI(Grid Convergence Index) 개념의 도입으로 Grid Refinement 연구에 따른 정량적인 오차 범위의 측정이 가능하게 되었다[11-14].

수직분사 유동의 전산해석에 있어서 또 다른 중요한 문제 가운데 하나는 난류모델의 신중한 적용이다. 난류 모델은 해석하고자 하는 난류 스케일에 따라 크게 RANS, LES, DNS 등으로 분류된다. 이 가운데 난류 적용의 복잡성 및 계산 비용 등으로 인해 공학문제에는 RANS 모델이 가장 활발하게 사용되고 있으며, RANS 모델은 다시 대수적 모델인 0방정식 모델, 난류 운동에너지는 미분방정식으로부터 구하고 길이 척도는 대수적으로 계산하는 1방정식 모델, 난류 운동에너지와 길이척도를 모두 미분방정식으로부터 구하는 2방정식 모델로 나눌 수 있다. 또한 벽면처

리 방법에 따라서 난류 모델은 고 레이놀즈 수 모델과 저 레이놀즈 수 모델로 분류가 가능하다. 일반적으로 k- ϵ 모델 기반의 고 레이놀즈 수 모델은 벽면근처와 같이 레이놀즈 수가 낮은 영역은 벽 함수(wall-function)를 이용하기 때문에 벽면근처에서 격자의 집적도가 낮아 강건하고 효율적인 반면에 형상이나 유동이 복잡해지면 해의 정확도가 급격히 떨어지는 단점을 가지고 있다. 한편, k- ω 모델을 기반으로 하는 저 레이놀즈 수 모델은 벽면근처와 같이 낮은 레이놀즈 영역에 격자를 집중시켜 해석하기 때문에 계산의 효율성은 떨어지나 해의 정확도가 우수하다는 장점을 가지고 있다. 그러나 벽면격자거리에 따라 해가 민감하기 때문에 무차원 벽면거리, y^+ 가 고려되어야 한다.

수직분사 유동에 대한 기존의 연구는 난류 모델의 신뢰성을 살펴보는 데 주안점을 두어 실험결과와 많이 비교하였다. 그러나 해의 정확도에 대한 체계적인 접근이 이루어지지 않아, 오차의 원인이 난류 모델에 의한 것인지, 수치적 오차에 의한 것인지 분명치 않은 경우가 대부분이다. 따라서 본 연구에서는 2차원 수직분사 유동의 해석에 있어, y^+ 와 GCI 계산을 바탕으로 난류 벽면거리와 차분 오차의 감소를 고려한 체계적인 Grid Refinement 연구를 통해서 수치계산을 수행하였으며, 이를 통해 구해진 표면 압력분포, 박리거리, 침투높이 등을 실험결과와 비교해 전산해석의 신뢰성을 살펴보고자 한다.

II. 수직분사 모델

구체적인 실험 모델의 설명에 앞서 초음속 자유류와 수직분사 제트의 충돌로 인해 발생하는 전형적인 2차원 유동장에 대한 설명을 Fig. 1에 나타내었다. 초음속 주 유동에 수직으로 분사되는 제트 유동은 과소팽창 상태로, 분사기 출구를

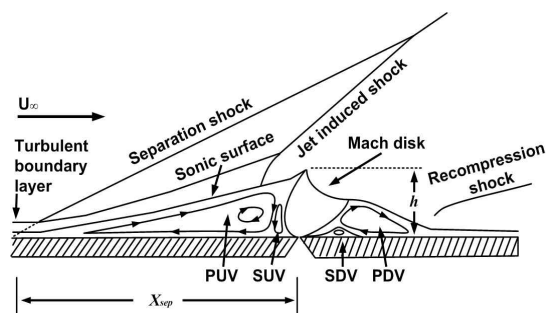


Fig. 1. Schematic of slot injection flowfield

떠나 급격히 팽창하면서 평판의 난류 경계층을 통과하여 자유류와 충돌하게 된다. 분사기 상류의 비점성 영역에서는 수직 분사 제트에 의해 궁형 충격파가 발생하며, 이는 다시 분사기 앞전에서 경계층의 박리를 야기한다. 박리된 경계층 내부에는 두 개의 서로 반대 방향의 재순환 영역(PUV : Primary Upstream Vortex, SUV : Secondary Upstream Vortex)이 존재하며, 재순환 영역에 의한 경계층의 이동은 인접 상류에 박리충격파를 발생시킨다. 재순환 영역과 박리 충격파 사이에는 음속면이 존재하며, 이는 초음속 유동에서 압축 썸기와 유사하게 유동을 변위시키는 역할을 한다. 분사기 위에서는 제트가 팽창하며 자유류와 압력평형을 이루기 위해 마하디스크가 분사제트 기둥 주위에 형성된다. 분사기 하류에서는 유동의 흐름이 다시 평판과 평행하기 위해 재부착 충격파가 발생하게 되며, 이로 인해 발생한 박리영역 내부에는 두 개의 서로 반대 방향 재순환 영역(PDV : Primary Downstream Vortex, SDV : Secondary Downstream Vortex)이 존재하게 된다.

한편, 분사기 상·하류에서 재순환 영역에 의한 표면 압력분포의 개략도를 Fig. 2에 나타내었다. 영역 1에서의 급격한 압력 상승은 박리충격파에 의한 것이며, 이어지는 영역 2의 점진적인 압력 상승은 박리영역 내의 상대적으로 일정한 재순환 영역에 의한 것이다. 영역 3에서의 최대 압력구간은 분사기 상류의 SUV에 의해 야기된 것이다. 분사기 하류에서 표면 압력이 하강하는 영역 4는 재부착 충격파에 의해 발생한 두 개의 서로 반대 방향 재순환 영역에 의한 것이며, 이어지는 압력 회복 구간인 영역 5는 PDV의 끝단과 경계층 재부착 및 재부착 충격파와 관련되어 발생하게 된다.

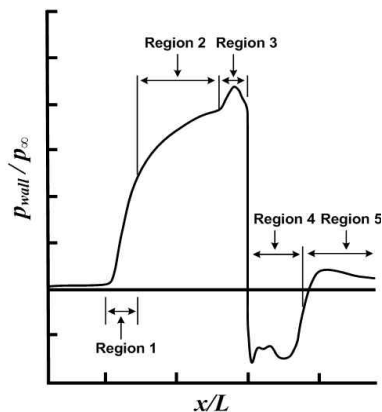


Fig. 2. Schematic of surface static pressure of slot injection flowfield

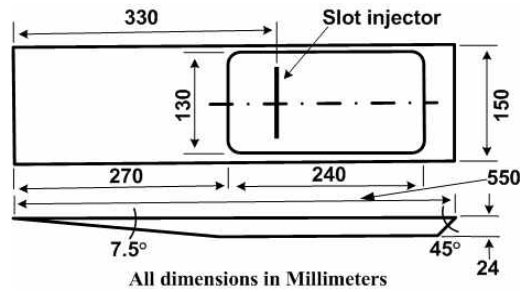


Fig. 3. Flat plate model with transverse injection (Aso et al., 1991)

본 연구에서 고려하고 있는 해석모델 가운데 하나로 1991년 수행된 Aso et al.(이후, Aso로 표기) 실험 모델을[4] Fig. 3에 나타내었다. 마하수 3.75의 초음속 유동장 내에서, 앞전으로부터 길이 $L=330$ mm에 위치한 폭 $w=1.0$ mm인 2차원 축소 노즐로부터 유동방향에 수직으로 질소가 분사된다. 분사기 출구의 마하수는 1이며, 자유류와 분사기 출구 유동 사이의 압력비는 각각 4.86, 10.29, 17.72, 25.15 이다. 또 다른 모델은 1968년 수행된 Spaid and Zukoski(이후, Spaid로 표기) 실험 모델[2]로서 마하수 3.5의 초음속 유동장 내에서, 앞전으로부터 길이 $L=228.6$ mm에 위치한 폭 $w=0.2667$ mm인 2차원 축소 노즐로부터 유동방향에 수직으로 질소가 분사된다. 분사기 출구의 마하수는 역시 1이며, 자유류와 분사기 유동 사이의 압력비는 각각 8.74, 17.12, 42.79, 63.50 이다. Spaid의 실험은 Aso의 실험에 비해 평판 양쪽에 측벽을 설치하여 유동의 3차원 효과를 억제하였으며, 표면 압력분포를 측정하기 위한 압력공의 수가 많다는 점에서 차이가 난다. 구체적인 실험 조건을 아래의 Table 1에 나타내었다.

Table 1. Simulation conditions

Parameter	Aso et al.	Spaid and Zukoski
Slot width [mm]	1.0	0.2667
M_∞	3.75	3.5
p_∞ [kPa]	11.090	3.145
T_∞ [K]	78.43	86.5
Re	2.07×10^7	3.06×10^6
M_{jet}	1.0	1.0
p_{jet}/p_∞	4.86, 10.29, 17.72, 25.15	8.74, 17.12, 42.79, 63.50
T_{jet} [K]	249	298

III. 수치적 접근방법

3.1 지배방정식

초음속 유동장 해석을 위한 압축성 Navier-Stokes 방정식을 보존형 벡터식으로 표현하면 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} = \frac{\partial \mathbf{F}_v}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}_v}{\partial y} + \mathbf{W} \quad (1)$$

구체적인 유동과 플럭스 벡터는 다음과 같다.

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \\ \rho k \\ \rho \omega \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (\epsilon + p)u \\ \rho ku \\ \rho \omega u \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (e + p)v \\ \rho kv \\ \rho \omega v \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{F}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \beta_x \\ \mu_k \partial k / \partial x \\ \mu_\omega \partial \omega / \partial x \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \beta_y \\ \mu_k \partial k / \partial y \\ \mu_\omega \partial \omega / \partial y \end{bmatrix}, \quad \mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ S_1 \\ S_2 \end{bmatrix}$$

위의 (1) 식에서 \mathbf{Q} 는 보존 변수 벡터를 의미하며, \mathbf{F} 와 \mathbf{G} 및 \mathbf{F}_v 와 \mathbf{G}_v 는 각각 비점성 유동 벡터와 점성 유동 벡터이며, \mathbf{W} 는 난류에 의한 생성항을 의미한다. 난류 모델은 일반적으로 자유 전단 경계층 문제에 많이 쓰이는 k- ϵ 모델과 벽면 경계층 문제에 유리한 Wilcox의 k- ω 모델을 혼합한 Menter의 SST(Shear Stress Transport) 모델을 사용하였다[15]. 경계조건은 자유류가 초음속이므로 입구조건의 경우 주어진 마하수에 대하여 고정된 형태로 주어졌으며, 윗면은 계산 영역 내부에서 발생한 충격파가 영향을 미치지 않을 만큼 충분히 멀리 때문에 입구조건과 동일하게 처리하였다. 벽면에서는 점착-단열조건이 사용되었다. 분사기의 경우, 출구면의 속도가 음속이므로 난류 운동 에너지(k)와 비소산율(ω)에 대한 조건이 지정되어야 하나, 전산해석에 사용할 수 있는 알려진 조건이 없으므로 분사 유동에 대한 난류조건을 추가로 고려하지 않았다. 출구 조건은 외삽처리 하였다.

3.2 수치기법

수치적인 해석을 위해서 지배방정식을 유한체 적법을 이용하여 이산화 하였다. 대류 플럭스항은 일반 좌표계에서 Roe의 FDS 기법을 사용하여 차분하였으며, MUSCL 기법을 이용하여 고차의 공간차분 정확도를 유지하였고, TVD 성질을

유지하기 위하여 미분형 제한자를 사용하였다. 점성항의 차분에는 중심 차분법을 이용하였다. 또한 LU-SGS 기법을 이용하여 완전 내재적인 시간적분을 수행하였다.

3.3 GCI(Grid Convergence Index)

전산해석을 하는데 있어 중요한 문제 가운데 하나는 어느 정도 수준의 격자계를 선택하는 것이 적절하며, 선택한 격자계가 어느 정도의 차분 오차를 포함하고 있는지 판단하는 것이다. 격자계 선택은 유동 조건, 해석 종류, 형상 등과 같은 많은 변수를 포함하고 있으며, 일반적으로 일련의 격자계에 대해서 해의 수렴성을 테스트 해보는 Grid Refinement 연구를 수행한다. Roache에 의해 제안된 GCI는 격자 수준에 따른 해의 수렴 오차를 나타내는 방법으로, Richardson 외삽 방법을 이용하여 저해상도 격자 결과와 고해상도 격자 결과 사이에 2차 정확도의 근사를 통해 격자에 따른 해의 오차를 정량적으로 추정할 수 있다. 따라서 GCI를 통해 계산된 결과와 고해상도 결과 간의 오차범위를 확인하여 적절한 수준의 격자계를 선택할 수 있는 기준을 제시하여 줄 수 있다. 그러나 격자 해상도를 증가시키에 따라 점근적으로 수렴하는 해는 실제 물리적 해와 정확하게 일치하지 않을 수 있다.

차분 오차를 추정하기 위해 GCI를 계산하는 과정은 일반적으로 다음과 같은 단계를 거쳐 계산된다.

Step 1 : 서로 다른 3개의 격자계 선택 및 주요 변수(ϕ) 선택

$$r = h_{\text{coarse}} / h_{\text{fine}} \geq 1.3 \quad (2)$$

여기서, 격자비(r)가 1.3이상인 것은 경험적으로 제안되었으며, 차분 오차를 반복계산에 의한 오차 또는 끝처리 오차와 같은 다른 오차 요인으로부터 구분하기 위해 결정되었다.

Step 2 : 격자 수렴 정확도(p) 계산

$$p = \frac{1}{\ln(r_{21})} |\ln|\epsilon_{32}/\epsilon_{21}| + q(p)| \quad (3)$$

$$q(p) = \ln\left(\frac{r_{21}^p - s}{r_{32}^p - s}\right) \quad (4)$$

$$s = 1 \cdot \text{sign}(\epsilon_{32}/\epsilon_{21}) \quad (5)$$

여기서, $h_1 < h_2 < h_3$,

$$r_{21} = h_2/h_1, \quad r_{32} = h_3/h_2,$$

$$\epsilon_{21} = \phi_2 - \phi_1, \quad \epsilon_{32} = \phi_3 - \phi_2,$$

$$q(p) = 0 \text{ for } r = \text{const. 이다.}$$

Step 3 : 외삽법에 의한 추론값 계산 (Richardson Extrapolation)

$$\phi_{ext}^{21} = \frac{(r_{21}^p \phi_1 - \phi_2)}{(r_{21}^p - 1)} \quad (6)$$

$$\phi_{ext}^{32} = \frac{(r_{32}^p \phi_2 - \phi_3)}{(r_{32}^p - 1)} \quad (7)$$

Step 4 : GCI 계산

$$GCI_{\text{fine}} = 1.25 \frac{e_a^{21}}{r_{21}^p - 1} \quad (8)$$

여기서, $e_a = \left| \frac{\phi_1 - \phi_2}{\phi_1} \right|$ 이다.

위에서 언급된 GCI를 이용한 Grid Refinement 연구 결과는 다음 절에 나타내었다.

3.4 Grid Refinement 연구

Grid Refinement 연구를 위해 총 12가지 경우에 대해서 무차원 벽면거리 y^+ 의 계산을 수행하였다. 먼저, 격자의 수에 따라 Level 1, Level 2, Level 3로 분류하였으며, 각 Level이 증가함에 따라 사이 격자가 생략되었다. 또한, 각 Level에서 y^+ 의 증가에 따라 편의상 Column 1부터 Column 4까지 분류하였다. Level 1의 경우, Column이 증가하면서 y^+ 가 1.0부터 8.0이 되도록 2배씩 증가시켰으며, Level 2와 Level 3에서는 사이 격자 생략에 의해 구해진 격자에 대해 y^+ 를 계산하였다. 각 격자계에 대한 y^+ 를 Table 2에 정리하였다.

Table 2. y^+ calculation of each grid system

Grid	Column 1	Column 2	Column 3	Column 4
Level 1 401×401	$y^+ \approx 1.0$	$y^+ \approx 2.0$	$y^+ \approx 4.0$	$y^+ \approx 8.0$
Level 2 201×201	$y^+ \approx 1.8$	$y^+ \approx 3.0$	$y^+ \approx 7.4$	$y^+ \approx 13.2$
Level 3 101×101	$y^+ \approx 3.3$	$y^+ \approx 7.0$	$y^+ \approx 12.5$	$y^+ \approx 21.4$

이를 바탕으로 각 Level에서의 표면 압력분포를 구해 비교해 보았다. Level 3의 경우, Column이 증가함에 따라 표면 압력분포의 차이가 매우 크게 나타났으며, Level 2의 경우 그 정도는 완화

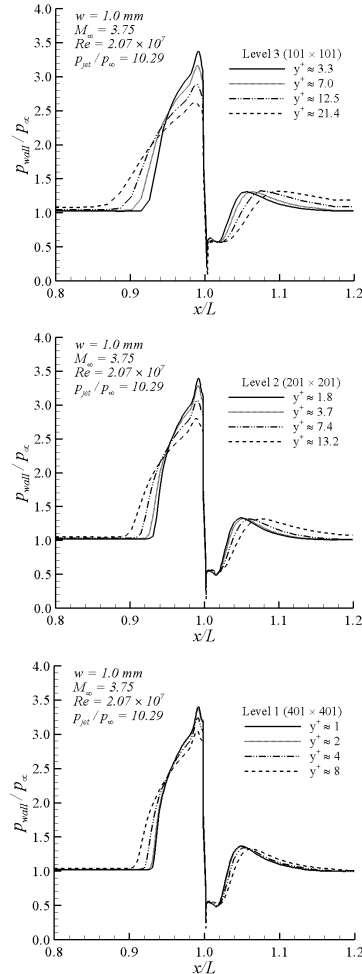


Fig. 4. Effect of grid level and wall distance on surface static pressure

되었으나 유사한 결과를 보여주었다. 이는 벽면거리의 증가에 따라 난류모델에 의해 해가 민감하게 변화하기 때문이다. Level 1의 경우, Fig. 4에 나타난 바와 같이 Level 2에 비해서 전반적으로 표면 압력분포의 변화가 상대적으로 작았으며, $y^+ \leq 2$ 에서는 수렴된 해를 보여주었다. 한편, 격자 Level에 관계없이 $y^+ \leq 5$ 에서는 L2 norm이 10^{-4} - 10^{-3} 정도까지 수렴하였지만, $y^+ \geq 5$ 에서는 일관된 수렴 특성이 보이지 않았다. 이상의 결과로부터, $y^+ \leq 2$ 인 Column 1과 Column 2에 대해서 최적의 격자계를 결정하기 위해 정량적 차분오차 측정이 가능한 GCI의 계산이 수행되었다.

Fig. 5와 Fig. 6에서는 Column 2와 Column 1에 대해서 각각 격자수를 증가시켜 가면서 표면 압력분포가 점근적으로 수렴해가는 과정을 살펴보고, Richardson 외삽법을 사용해 구한 무한 격자

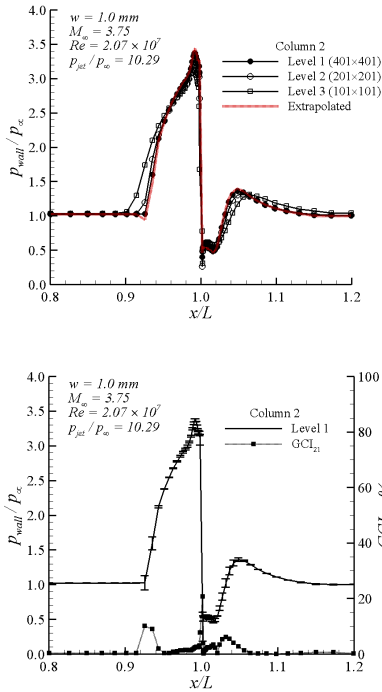


Fig. 5. Grid convergence and discretization error bar at Column 2

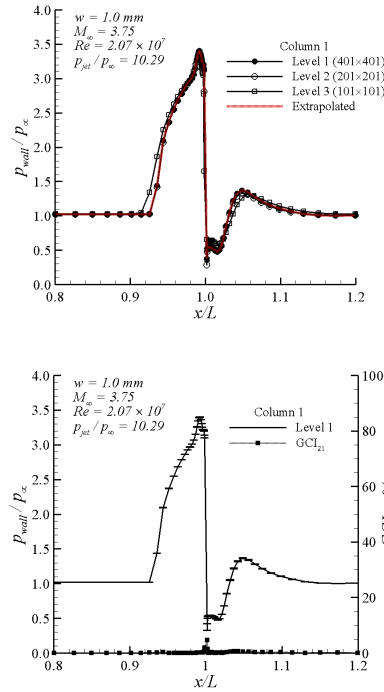


Fig. 6. Grid convergence and discretization error bar at Column 1

계를 사용한 해와 비교해 보았다. Column 2의 경우, Fig. 5에 나타난 바와 같이 Level 3에서 Level 1로 격자수가 증가함에 따라 해가 수렴하는 경향을 보여주었으나, 분사기 상류에 존재하는 박리영역과 후류에 존재하는 재순환 영역에서 비교적 큰 10% 내외의 차분오차가 발생하였다. 반면, Column 1에서는 Fig. 6에 나타난 바와 같이 Level 1의 401x401 격자를 사용하였을 경우, 무한 격자계를 사용한 해와 거의 일치함을 확인할 수 있다. 또한 차분 오차를 보다 정량적으로 표현하기 위해서 오차범위를 도입한 그림에서 볼 수 있듯이 분사기 직후 부분을 제외한 전체 유동장에서 1% 이하의 차분오차를 보여준다. 여기서 분사기 직후는 표면 압력분포를 측정하는 데 있어 분사기에 의한 불연속 구간에 해당하는 부분으로 유동장의 특성을 규정하는데 영향을 미치지 않는다. 수직분사 유동에서 분사기 상류의 박리영역과 후류의 재순환 영역의 예측은 유동장 전반을 특징짓는 중요한 요소이다. 일례로 초음속 연소기의 경우, 분사기 상류의 박리영역은 자발 점화 및 화염유지기구 역할을 하며, 분사기 후류의 재순환 영역은 연료-공기의 혼합 및 연소현상에 중요한 영향을 미치기 때문에 분사기 전후 유

동장의 정확한 예측은 매우 중요하다. 따라서 이후의 모든 계산은 분사기 상류의 박리영역과 후류의 재순환 영역을 보다 정확하게 예측하고 있는 Level 1의 Column 1 격자계를 이용하여 수행하였다.

IV. 계산결과 및 고찰

4.1 Aso 실험에 대한 수치모사

다양한 압력비에 대한 표면 압력분포를 Aso 실험결과 및 Rizzetta[5]와 Chenault and Beran [7]의 전산해석 결과와 비교하였다. Rizzetta는 저레이놀즈 항(low-Reynolds number term)과 압축성 보정(compressibility correction)이 포함된 k-ε 난류 모델을 사용하였으며, Chenault and Beran은 RSTM (Reynolds-Stress Turbulence Model)을 사용하였으며, 본 연구에서는 k-ω SST 난류모델을 사용하였다. Fig. 7에 압력비가 각각 4.86, 10.29, 17.72, 25.15인 수직 분사 유동에 대해 표면 압력분포를 비교해 나타내었다.

낮은 압력비에서는 실험결과와 모든 전산해석 결과가 비교적 잘 일치하고 있는 반면에, 압력비

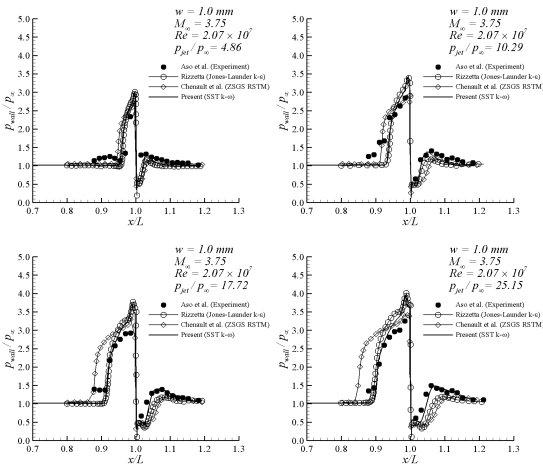


Fig. 7. Comparison of surface static pressure for Aso et al. configuration

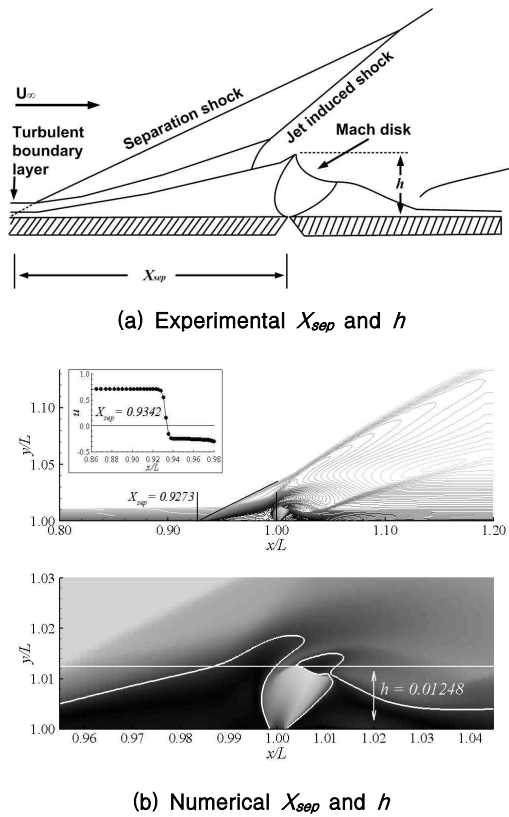


Fig. 8. Separation shock distance(X_{sep}) and penetration height(h)

가 상승함에 따라 전산해석 결과와 실험결과 사이에 차이가 존재한다. 분사기 앞전의 압력상승 구간에서 k- ϵ 과 k- ω SST 난류모델은 실험과 유

사한 결과를 보여주고 있으나, RSTM 결과는 상당한 차이를 보여주고 있다. 반대로 최대압력 구간에서는 RSTM 결과가 다른 난류모델 결과에 비해 차이가 가장 적었다. 분사기 후류 압력 감소 구간에서는 k- ω SST 모델이 가장 유사한 결과를 보여주고 있다. 그러나 Aso의 결과는 다른 실험 및 전산해석결과에서 예측하고 있는 분사기 앞전의 급격한 압력 상승이 보이지 않고 있으며, 분사기 상류의 압력분포가 균일하지 않다. 이는 박리점 상류에 충격파-경계층 상호작용으로 인한 또 다른 박리점의 존재를 의심하게 한다. 또한 분사기 전후의 표면 압력분포를 분해하기에는 압력측정 장치의 수가 부족해 보인다. 따라서 보다 정확한 해석 결과의 검증을 위해 Spaid의 실험과 비교를 수행하였으며, 결과는 다음 절에 정리하였다.

Fig. 8은 Aso의 실험과 본 전산해석에서, 박리 거리(X_{sep})와 침투거리(h)에 대한 정의를 나타낸 그림이다. 실험에서 박리거리는 슐리렌 사진에 나타난 박리 충격파의 연장선과 평판이 교차하는 점으로 정의하였으며, 침투거리는 마하디스크와

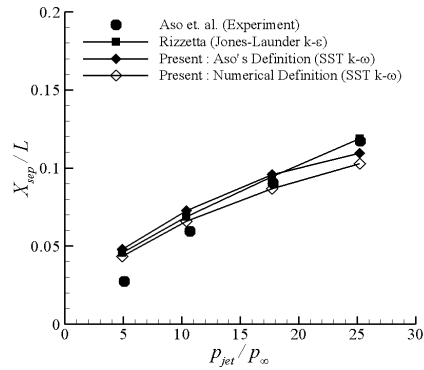


Fig. 9. Separation length as P_{jet}/P_{∞}

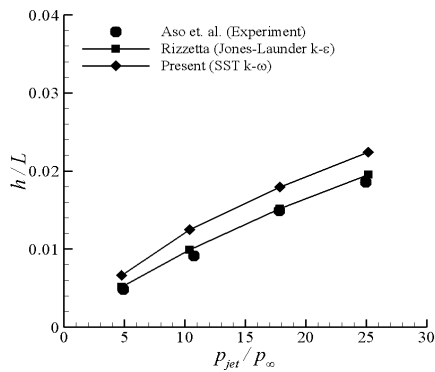


Fig. 10. Penetration height as P_{jet}/P_{∞}

수직분사 유동에 의한 궁형충격과 교차점으로부터 평판까지의 거리로 정의 하였다. 그러나 박리거리와 침투거리에 대한 Aso의 정의는 측정과정에서 오차가 포함될 수 있어 잘 정의되었다고 볼 수 없다. 따라서 본 연구에서는 보다 정확한 측정을 위해 박리거리의 경우 벽면에서 전단 응력이 0 이 되는 지점을 박리거리로 정의하였으며, 침투거리는 마하수 1의 등마하선도를 기준으로 하여 측정하였다.

Fig. 9와 Fig. 10에 박리거리와 침투거리에 대해 비교한 결과를 각각 나타내었다. 박리거리에서 k-ε 난류모델을 이용한 Rizzetta의 결과는 압력비가 낮을 경우 박리거리를 과대예측하며, 압력비가 증가함에 따라서 실험에 근접하는 결과를 보여주고 있다. 반면, k-ω SST 난류모델을 이용한 본 연구 결과는 압력비가 낮을 경우 k-ε 난류모델보다 우수한 결과를 보여주지만, 압력비가 17.72 이상에서는 오히려 실험에 비해 박리거리를 과소예측하고 있다. 또한 박리거리에서 Aso의 정의에 의한 결과와 벽면에서 속도의 방향이 바뀌는 지점을 박리거리로 정의한 전산해석에 의한 결과는 비슷한 경향을 보여주고 있으나, 그 크기에는 차이가 존재함을 보여주고 있다. 침투거리에서는 k-ε의 전산해석 결과와 실험결과가 전반적으로 잘 일치하는 반면에 k-ω SST 난류모델을 이용한 결과는 모든 압력비에서 과대예측하고 있다. 이러한 k-ω SST 난류모델을 이용한 결과는 압축성 보정이 고려될 경우, 보다 개선될 수 있을 것으로 기대된다.

4.2 Spaid 실험에 대한 수치모사

Fig. 11에 압력비가 8.74, 17.12, 42.79, 63.50인 유동에 대해 표면 압력분포를 비교해 나타내었다. 앞서 Aso의 결과와 유사하게 낮은 압력비에서는 실험과 모든 전산해석 결과가 비교적 잘 일치하고 있는 반면에, 압력비가 상승함에 따라 전산해석 결과와 실험결과 사이에 차이가 증가하는데, 그 양상이 Aso의 경우와 다른 특징을 보여준다. 분사기 앞전 압력상승구간에서 RSTM은 k-ω SST 난류모델보다 실험에 근사한 결과를 보여주고 있다. 이는 Aso 실험과 상반되는 결과이다. 최대압력 구간에서는 이전의 Aso 결과와 일치된 경향을 보여주고 있으나, 분사기 후류 압력 감소 구간에서는 다시 Aso 실험과 상반되는 결과를 보여준다. 이러한 상반된 결과는 Aso 및 Spaid 실험 간에 존재하는 상당한 차이, 즉, 평판 양쪽에 측벽 유무에 의한 유동의 3차원 효과, 표면 압력분포를 측정하기 위한 압력공 수의 차이

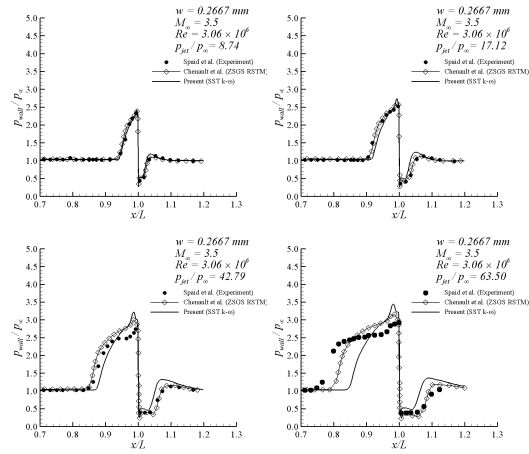


Fig. 11. Comparison of surface static pressure for Spaid and Zukoski configuration

의한 표면압력 분해능, 분사기 상류 유동의 균일성 등에 기인하는 것으로 생각된다. 그러나 공통적으로 낮은 압력비에 대해서는 실험과 전산해석 결과사이에 좋은 일치를 보여주고 있다.

4.3 Compressibility Correction 효과

일반적으로 Wilcox의 k-ω 모델은 벽면 근처에서의 거동이 우수하기 때문에 저 레이놀즈 보정이 필요하지 않다. 그러나 k-ω 모델은 자유류에서의 ω 값에 민감하며, 이러한 민감한 특성은 자유 전단 유동에 영향을 주는 것으로 알려져 있다. 한편, k-ε 모델은 자유류에 영향을 받지 않으나 벽면 근처에서의 거동이 우수하기 못하다. 따라서 Menter는 각 모델의 장점을 이용하기 위해 k-ε 모델과 k-ω 모델을 혼합한 SST 난류 모델을 제안하였다. 그러나 Menter의 SST 난류 모델은 압축성 보정을 포함하고 있지 않다. Suzen과 Hoffmann은 팽창 소산(dilatation dissipation) 항과 압력 팽창(pressure dilatation) 항을 Menter 모델의 k-ε 부분에 추가하였다[16-17]. k-ε 모델의 k 방정식에 팽창 소산 항 ϵ_c 를 추가하여 압축성 소산 효과를 고려하였으며, 압력 팽창 항 $\overline{p'' d''}$ 를 추가하여 고속 유동에서 압력 팽창에 의한 효과를 고려하였다. ϵ_c 와 $\overline{p'' d''}$ 는 아래와 같다.

$$\epsilon_c = \alpha_1 M_t^2 \epsilon \quad (9)$$

$$\overline{p'' d''} = -\alpha_2 P_k M_t^2 + \alpha_3 \rho \epsilon M_t^2 \quad (10)$$

여기에서 M_t 는 난류 마하수로서 $M_t = \sqrt{2k/a^2}$ 로 정의되며, 사용된 모델상수는 DNS(Direct

Numerical Simulation) 계산에 의해 제안된 값으로 각각 $\alpha_1 = 1.0$, $\alpha_2 = 0.4$, $\alpha_3 = 0.2$ 이다.

$$\frac{D\rho k}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \beta^* \rho \omega k \left[1 + \alpha_1 M_t^2 (1 - F_1) \right] + (1 - F_1) \overline{p' d} \quad (11)$$

$$\frac{D\rho \omega}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \frac{\gamma}{\nu_t} P_k - \beta \rho \omega^2 + 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega_2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + (1 - F_1) \beta^* \alpha_1 M_t^2 \rho \omega^2 - \frac{1}{\nu_t} (1 - F_1) \overline{p'' d''} \quad (12)$$

Menter의 난류 모델 혼합과정을 통해 구해진 결과는 위와 같으며, 기존의 모델에 비해 달라진 부분은 점선으로 표시되어 있다.

Fig. 12은 압축성 보정을 포함한 SST 난류 모델을 이용하여 Aso의 실험보다 정확하다고 생각되는 Spaid 실험에 대하여 계산을 수행하였으며, 그 결과를 기존의 SST 난류 모델과 비교하였다. 먼저 낮은 압력비의 경우, 압축성 보정을 포함한 SST 난류 모델은 최대 압력 구간 및 분사기 후류 압력 감소 구간에서 기존의 SST 모델에 비해 정확한 예측을 보여주고 있으나, 상대적으로 박리영역을 과대 예측하는 경향이 있는 것으로 보인다. 그러나 압력비가 상승함에 따라 박리영역 뿐만 아니라 분사기 후류 압력 감소 구간의 과대 예측이 심각해지며, 특히 분사기 후류 압력 감소 이후의 압력 회복 구간에서는 실험이나 기존의 다른 전산해석에서 나타나지 않았던 압력 감소

영역이 발생하였다. 이러한 결과를 바탕으로 살펴볼 때, 압축성 보정을 포함한 SST 난류 모델의 경우도 기존의 다른 모델의 한계를 크게 벗어나지 못하는 것으로 판단된다. 그러나 전반적인 압력분포 형상은 가장 우수한 것으로 보이며, DNS 계산에 의해 제안된 모델상수 등의 신중한 조율을 통해서 보다 좋은 결과를 얻을 수 있을 것으로 예측된다.

V. 결 론

초음속 유동장의 2차원 수직분사 유동에 대한 높은 신뢰성을 가지는 수치 해를 얻기 위하여, 저레이놀즈 RANS 난류모델 가운데 하나인 k- ω SST 모델과 함께, GCI를 도입하여 해의 격자 수렴성에 대한 체계적인 분석을 수행하였다. 본격적인 전산 해석에 앞서, y^+ 와 GCI의 체계적인 계산을 통해 적절한 벽면거리와 1% 이내의 차분 오차를 확보하였으며, 이를 바탕으로 전산해석을 수행하여 표면 압력분포, 박리거리, 침투높이 등을 실험결과 및 k- ϵ 과 RSTM 모델을 이용한 해석결과와 비교하였다.

표면 압력분포의 경우 낮은 압력비에서 실험결과와 잘 일치하였으나, 압력비가 증가할수록 상반된 결과를 보여주고 있다. 그러나 이는 난류모델에 의해서라기보다는, 측벽 유무에 따른 3차원 효과, 압력공 수의 차이에 따른 표면압력 분해능, 분사기 상류 유동의 균일성 등, Aso의 실험과 Spaid의 실험의 차이에 기인하는 것으로 보인다. 또한 압축성 소산과 압력 팽창 항을 SST 모델의 k- ϵ 부분에 추가하여 압축성 보정을 고려하였으나 기존의 난류 모델이 가지는 한계를 벗어나지 못하였다. 그러나 공통적으로 낮은 압력비에서 실험과 전산해석 사이에 좋은 일치를 보여주고 있으며, 따라서 압력비가 낮은 경우 신뢰할만한 전산해석 결과를 얻을 수 있었다.

본 연구를 통하여 수직 분사 유동의 해석이 필요한 연구에 요구되는 난류 모델 및 해석 기법을 검증할 수 있었으며, 이 과정에서 이용된 GCI 분석 절차는, 향후 유사한 전산 유체 해석 연구에서 오차 분석 및 수렴 해의 획득과정에 참고가 될 수 있을 것으로 여겨진다.

후 기

본 연구는 국방과학연구소 고에너지물질 특화 연구센터의 HM-22 과제 및 과학기술부 NRL(과제번호: M10500000072-05J000007210) 사업의 지원을 받아 진행되었으며, 이에 감사드립니다.

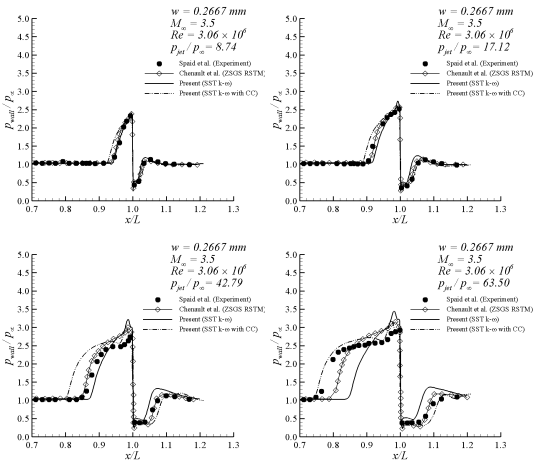


Fig. 12. Comparison of SST model with and without compressibility correction for Spaid and Zukoski configuration

참고문헌

- 1) Zukoski, E. E., and Spaid, F. W., "Secondary Injection of Gases into a Supersonic Flow", *AIAA Journal*, Vol. 2, No. 10, 1964, pp. 1689-1696.
- 2) Spaid, F. W., and Zukoski, E. E., "A Study of the Interaction of Gaseous Jets from Transverse Slots with Supersonic External Flows", *AIAA Journal*, Vol. 6, No. 2, 1968, pp. 205-212.
- 3) Werle, M. J., Driftmeyer, R. T., and Shaffer, D. G., "Jet- Interaction-Induced Separation: The Two-Dimensional Problem", *AIAA Journal*, Vol. 10, No. 2, 1972, pp. 183- 193, <http://supersonic.eng.uci.edu/scramjet.htm>
- 4) Aso, S., Okuyama, S., Kawai, M., and Ando, Y., "Experimental Study on Mixing Phenomena in Supersonic Flows with Slot Injection", *AIAA Paper 91-0016*, 1991.
- 5) Rizzetta, D., "Numerical Simulation of Slot Injection into a Turbulent Supersonic Stream", *AIAA Paper 92-0827*, 1992.
- 6) Dhinakaran, R., and Bose, T. K., "Two-Dimensional Jet Interaction Flowfield Predictions with an Algebraic Turbulence Model," *AIAA Paper 95-2242*, 1995.
- 7) Chenault, C. F., and Beran, P. S., " $K-\epsilon$ and Reynolds Stress Turbulence Model Comparison for Two-Dimensional Injection Flows", *AIAA Journal*, Vol. 36, No. 8, 1998, pp. 1401-1412.
- 8) Sriram, A. T., and Mathew, J., "Numerical Prediction of Two-Dimensional Transverse Injection Flows", *AIAA Paper 2004-1099*, 2004.
- 9) 이상현, "초음속 유동장 내 수직분사의 혼합특성 개선 연구", *한국항공우주학회지*, 제 29권, 제 5호, 2001, pp. 99-107.
- 10) Guide for the Verification and Validation of Computational Fluid Dynamics Simulation, G-077-1998, *AIAA*, Reston, VA, 1998.
- 11) Roache, P. J., *Verification and Validation in Computational Science and Engineering*, Hemosa Publishers, New Mexico, 1998.
- 12) Roache, P. J., "Error Bars for CFD", *AIAA Paper 2003-0408*, 2003.
- 13) Roache, P. J., "Verification of Code and Calculations", *AIAA Journal*, Vol. 36, No. 5, 1998, pp. 696-702.
- 14) Celik, I. and Karatekin, O., "Numerical Experiments on Application of Richardson Extrapolation with Nonuniform Grids", *ASME Journal of Fluid Engineering*, Vol. 119, No. 9, 1997, pp. 584-590.
- 15) Menter, F. R., "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications", *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 8, 1994, pp. 1598-1605.
- 16) Suzen, Y. B., and Hoffmann, K. A., "Investigation of Supersonic Jet Exhaust Flow by One- and Two-Equation Turbulence Models", *AIAA Paper 98-0322*, 1998.
- 17) Forsythe, J. R., Hoffmann, K. A., and Suzen, Y. B., "Investigation of Modified Menter's Two-Equation Trubulence Models for Supersonic Applications", *AIAA Paper 99-0873*, 1999.