

論文

링레이저 자이로 관성항법시스템의 비교환 오차 해석

김광진*, 박찬국*, 유명종**

Noncommutativity Error Analysis with RLG-based INS

Kwangjin Kim*, Chan Gook Park* and Myeong Jong Yu**

ABSTRACT

In this paper, we analyze a noncommutativity error that is not able to be compensated with integrating gyro outputs in RLG-based INS. The system can suffer from some motion known as RLG dithering motion, coning motion, ISA motion derived by an AV mount and vehicle real dynamic motion. So these motions are a cause of the noncommutativity error, the system error derived by each motion has to be analyzed. For the analysis, a relation between rotation vector and gyro outputs is introduced and applied to define the coordinate transformation matrix and the angular vector.

초 록

본 논문에서는 RLG를 사용하는 관성항법시스템에서 자이로 출력의 적분 과정에서 유발되는 비교환 오차를 정의하고 이에 대한 해석을 수행한다. 이를 위하여 RLG를 사용하는 관성항법시스템에 나타나는 진동성 운동, 원추운동, AV 마운트에 의하여 유발되는 ISA 운동, 항체의 실제 운동 등을 살펴보고, 각각의 운동에 의하여 유발되는 비교환 오차를 해석한다. 비교환 오차 해석은 회전벡터와 자이로 출력 사이의 관계식과 좌표변환행렬과 가속도 벡터 사이의 관계식을 이용하여 유도된다.

Key Words : RLG(링레이저 자이로), INS(관성항법시스템), Noncommutativity Error(비교환 오차), Rotation Vector(회전벡터), Transformation Matrix(좌표변환행렬)

1. 서 론

스트랩다운 관성항법시스템(SDINS)의 자세 측정을 위한 센서로서 동조자이로(DTG)와 같은 기계식 자이로를 대신하여 링레이저 자이로(RLG)나 광섬유 자이로(FOG)와 같은 광학식 자이로가 현재 많이 사용되고 있다. RLG는 기존의 정밀항법에 사용된 GINS(Gimballed INS)와 동등한 성능을 가지면서 제어용 가속도 정보도 제공할

수 있기 때문에 여러 분야에서 GINS를 대체하여 사용되고 있다[1]. 일반적으로 RLG는 Lock-In 현상을 제거하기 위하여 진동성 운동(dithering motion)을 자이로에 입력시킴으로 인하여 정현파 성분의 회전운동이 항상 출력되게 된다.

자이로와 가속도계가 항체에 직접 부착되는 SDINS는 고진동 환경에서 항법 성능이 저하되는 특성을 가지고 있다[1]. 이것은 SDINS가 동체좌표계에서 획득된 자이로 출력을 사용하여 가속도 출력을 항법좌표계로 변환하기 때문으로, 좌표변환 과정에 자이로가 측정된 진동은 항법좌표계로 표현된 가속도 출력에 나타나게 되며 두 번의 적분 과정을 통하여 계산된 위치 결과에 많은 영향을 미치게 된다. 이로 인하여 SDINS 제작 과정

† 2005년 7월 4일 접수 ~ 2005년 12월 6일 심사완료

* 정회원, 서울대학교 기계항공공학부

** 정회원, 국방과학연구소 기술연구본부
연락처, E-mail : chanpark@snu.ac.kr
서울시 관악구 신림동 산 56-1

에서 항체의 진동을 차단할 수 있도록 관성센서 동치(Inertial Sensor Assembly-ISA)를 설계하는 것이 매우 중요한 요소로 대두 되었다[2].

현재 대부분의 항법시스템은 외부의 진동을 효과적으로 차단하기 위하여 AV(Anti Vibration) 마운트를 사용하여 ISA를 장착하고 있다. 그러나, RLG의 Lock-In 현상을 제거하기 위하여 사용된 진동성 운동으로 인하여 고주파수의 진동이 ISA 자체에서 발생하는 경우 AV 마운트가 원인이 되어 원추운동(coning motion)과 같은 운동을 발생시키는 것으로 알려져 있다[3]. 이때 발생하는 원추운동은 센서 레벨에서 발생한 것으로 시스템 성능 해석을 위해서는 센서 레벨의 원추운동에 의한 비교환 오차(noncommutative error) 해석이 필요하게 되었다. 그러나 기존에 연구된 비교환 오차 해석 결과는 대부분 시스템 레벨에서 발생한 원추운동의 영향을 해석한 결과이다 [4-6].

본 논문에서는 RLG를 사용하는 항법시스템의 센서 레벨에서 발생할 수 있는 다양한 운동을 정의하고 이러한 운동에 의하여 발생된 좌표축 변형으로부터 자이로 출력식을 유도하여 비교환 오차에 대한 해석을 수행한다. 이를 위하여 회전벡터와 좌표변환행렬, 각속도 출력과의 관계식을 유도하고 항법시스템에서 발생된 각속도 운동의 회전벡터 정의로부터 비교환 오차 성분을 유도한다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 2장에서는 비교환 오차를 정의하고 회전벡터와 각속도 벡터와의 관계식을 유도하고 3장에서는 RLG를 사용하는 INS에서 발생 가능한 다양한 운동을 정의한다. 그리고 4장에서는 이러한 운동에 의하여 유발되는 비교환 오차 성분을 해석적인 식으로 유도하고 그 영향을 분석하며 마지막으로 4장에서 결론을 맺는다.

II. 회전벡터와 각속도 출력

일반적으로 자이로 출력을 이용하여 계산된 자세는 오차를 포함하고 있으며 이러한 오차는 교환 오차와 비교환 오차로 나눌 수 있다. 교환 오차는 각속도로 표현되는 자이로 출력의 적분 과정에서 발생하는 오차로서 자세 계산 알고리즘을 효율적으로 구성하고 자세 계산 주기를 빠르게 함으로써 감소시킬 수 있다[5]. 그러나 비교환 오차는 자이로로 측정되지 않는 각 운동 성분으로 기존의 적분 과정으로는 보상이 불가능한 오차이며 자세 계산의 가장 큰 오차 요인으로 알려져 있다. 비교환 오차에 대한 수식적인 관계는

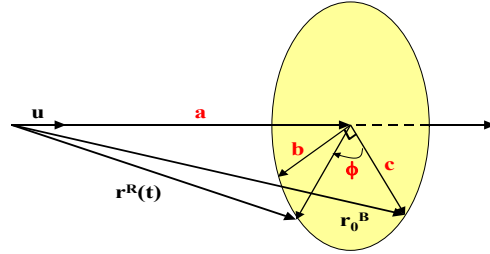


그림 1. 회전 좌표계(Rotation Coordinate)

Bortz에 의하여 해석 되어졌으며 그 과정을 설명하면 다음과 같다.

먼저 동체좌표계상의 임의의 벡터 r^B 와 기준 좌표계 r^R 로 이루어진 그림 1과 같은 회전 좌표계를 정의한다.

그림에서 두 좌표계는 초기 시간 $t = t_0$ 에서 다음의 관계가 성립한다.

$$r_0^R = r_0^B \quad (1)$$

이때 동체좌표계가 초기 기준좌표계로부터 ϕ 의 크기로 회전을 하는 경우 이를 좌표변환행렬을 사용하여 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$r^R(t) = C_B^R r^B(t) \quad (2)$$

여기서, $r^B(t) = r_0^B$ 이므로 다음의 식이 성립한다.

$$r^R(t) = C_B^R r_0^B \quad (3)$$

식(3)에서 정의된 기준좌표계와 동체좌표계 r^R , r^B 를 그림 1에서 나타낸 벡터 관계를 사용하여 정리하면 좌표변환행렬의 관계식을 유도할 수 있다.

그림 1에서 기준좌표계 벡터 $r^R(t)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$r^R(t) = a + b \sin \phi + c \cos \phi \quad (4)$$

위 식에서 a, b, c는 벡터 관계식을 유도한 후 정리하면 다음과 같다.

$$a = uu^T r_0^B, \quad b = [u \times] r_0^B, \quad c = r_0^B - uu^T r_0^B \quad (5)$$

식(5)를 식(4)에 대입한 후 r_0^B 에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$r^R(t) = \{uu^T(1 - \cos \phi) + I \cos \phi + [u \times] \sin \phi\} r_0^B \quad (6)$$

식(6)과 uu^T 의 관계로부터 식(3)을 비교하여

정리하면 좌표변환행렬은 다음과 같이 정의된다.

$$C_B^R = I + \frac{\sin \phi}{\phi} [\bar{\phi} \times] + \frac{1 - \cos \phi}{\phi^2} [\bar{\phi} \times]^2 \quad (7)$$

위 식을 좌표변환행렬의 미분식인 $\dot{C}_B^R = C_B^R [w \times]$ 에 대입하여 정리하면 회전벡터와 각속도 벡터와의 관계식은 다음과 같이 정의된다.

$$\omega = \dot{\bar{\phi}} - \frac{1 - \cos \phi}{\phi^2} \bar{\phi} \times \dot{\bar{\phi}} + \frac{1}{\phi^2} \left(1 - \frac{\sin \phi}{\phi} \right) \bar{\phi} \times (\bar{\phi} \times \dot{\bar{\phi}}) \quad (8)$$

식(7)과 식(8)은 회전벡터와 좌표변환행렬, 각속도 벡터와의 관계를 나타내는 것으로 임의의 두 좌표계 사이의 운동을 나타내는 회전벡터가 정의되면 좌표변환행렬과 각속도 벡터를 유도할 수 있음을 알 수 있다.

III. RLG 항법시스템의 운동

RLG를 사용하는 SDINS의 비교환 오차를 해석하기 위해서는 시스템에 존재하는 다양한 운동에 대한 정의가 이루어져야 한다. RLG에 나타나는 대표적인 운동으로 진동성 운동에 의한 정현파와 각속도 운동이 있으며 이 운동이 AV 마운트와 상호 작용을 일으켜 발생 시키는 운동, 항체의 운동에 의하여 입력되는 각운동 등이 있다. 이러한 다양한 운동은 각속도 센서인 RLG가 측정하는 동체좌표계에 변형을 가져오게 되며 이를 도시하면 그림 2와 같다.

그림 2의 좌표계에 대하여 정의하면 다음과 같다.

- I : 관성공간 좌표계
- B⁰ : 항체의 동체와 일치하는 동체좌표계
- B^A : AV 마운트에 장착된 ISA의 좌표계
- B^C : 진동성 운동에 의하여 발생된 원추운동으로 인하여 변형된 좌표계
- B^D : 진동성 운동에 의하여 변형된 실제 자이로의 감지축

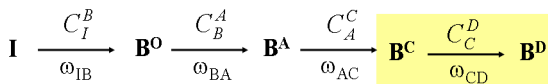


그림 2. 다양한 운동에 의한 좌표축 변형(Varying of frames caused by some motion)

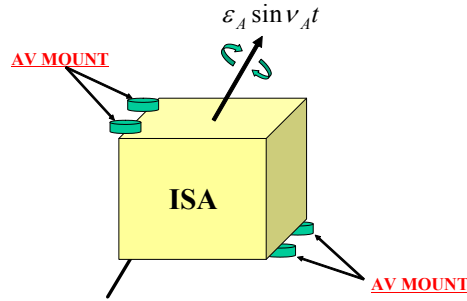


그림 3. AV Mount에 의한 ISA 운동(ISA Motion caused by AV Mount)

위에서 정의된 좌표계들 사이에는 좌표계의 변형을 발생시킨 각운동을 나타내는 회전벡터가 정의되며 이로부터 좌표변환행렬과 각속도 벡터식을 구할 수 있다. 그림 2에서 B^A는 진동성 주파수의 공진에 의하여 발생된 ISA의 회전운동에 의하여 변형된 좌표계로써 ISA 세 축에 장착된 RLG의 진동성 운동의 상호 관계에 의하여 발생한다. 일반적으로 RLG의 진동성 주파수는 기계적인 공진을 막기 위하여 세 축의 주파수가 최소 20Hz 이상의 차이를 가지고 설계하는 것이 우수한 것으로 알려져 있다[1]. 이때, 서로 다른 주파수를 가지는 세 축의 운동에 의하여 상호 관계를 일으키며 공진하는 주파수가 존재하게 되며 이로 인하여 AV 마운트에 의하여 장착된 ISA는 새로운 운동을 하게 된다. 이를 도시하면 그림 3과 같다.

위의 그림에서 ISA는 세 축의 상호작용에 의하여 발생된 주파수 v_A 를 가지면서 임의의 방향으로 운동을 하게 된다. 그러나 실제 환경에서는 ISA의 운동 관련식을 이론적으로 알 수는 없으므로 실험을 통하여 측정하여야 한다.

그림 2의 관계로부터 실제 자이로의 감지축과 관성좌표계 사이에는 다음의 관계가 성립한다.

$$C_I^D = C_C^D C_A^C C_B^A C_I^B \quad (9)$$

또한 RLG에서 최종적으로 측정되는 각속도를 나타내면 다음과 같다.

$$w_{ID} = w_{CD} + C_C^D w_{AC} + C_C^D C_A^C w_{BA} + C_C^D C_A^C C_B^A w_{IB} \quad (10)$$

진동성 운동을 가지지 않는 일반적인 SDINS 시스템에서는 $C_C^D = C_A^C = C_B^A = I$ 이며, $w_{CD} = w_{AC} = w_{BA} = 0$ 이 되어 식(10)은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$w_{ID} = w_{IB} \quad (11)$$

식(10)으로부터 자이로의 출력의 한 주기에서 각 증분값은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Delta\theta = \int_0^t (w_{CD} + C_C^D w_{AC} + C_C^D C_A^C w_{BA} + C_C^D C_A^C C_B^A w_{IB}) d\tau \quad (12)$$

위 식으로부터 RLG를 사용하는 INS의 자이로 출력은 항체의 회전 운동인 w_{IB} 성분 이외에도 진동성 운동 등에 의한 각속도 성분이 복합적으로 나타남을 알 수 있다.

IV. RLG항법시스템 비교환 오차 해석

RLG 항법시스템의 비교환 오차는 그림 2에서 나타낸 좌표축 변형을 발생시키는 각 운동의 회전벡터를 정의하고 식(12)의 우변의 각 항의 좌표변환행렬과 각속도 벡터식을 대입하여 해석식을 유도한다.

4.1 진동성 운동에 의한 각증분값

진동성 운동에 의한 각 증분값 $\Delta\theta_D$ 는 그림 2의 관계에서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta\theta_D = \int_0^{t_n} w_{CD} d\tau \quad (13)$$

Z축 방향의 진동성 운동에 대하여 회전벡터를 정의하면 다음과 같다.

$$\bar{\phi} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha \sin vt \end{pmatrix} \quad (14)$$

여기서, α 는 진동 진폭(dither amplitude),

$$v = 2\pi f, \quad f = \text{진동 주파수.}$$

식(8)에서 정의된 각속도 벡터를 구하기 위하여 회전벡터와 그 미분을 벡터적하면 다음과 같다.

$$\bar{\phi} \times \dot{\bar{\phi}} = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha \sin vt & 0 \\ \alpha \sin vt & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha v \cos vt \end{bmatrix} = 0$$

위 관계를 식(8)에 대입하여 정리한 후 식(13)을 이용하면 자이로 출력은 다음과 같이 계산된다.

$$\Delta\theta_D = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha \sin vt_n \end{pmatrix} \quad (15)$$

식(15)로부터 진동성 운동만 존재하는 경우 자이로 출력은 회전벡터와 동일함을 알 수 있다.

4.2 원추운동에 의한 각증분값

식(12)로부터 원추운동에 의한 각 증분값은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta\theta_C = \int_0^t C_C^D w_{AC} d\tau \quad (16)$$

여기서, w_{AC} 는 원추운동의 각속도 벡터식이다.

식(16)에서 먼저 진동성 운동에 의하여 발생된 좌표변환행렬 C_C^D 를 구한다. 좌표변환행렬은 식(7)을 이용하여 계산하며 식(14)로부터 $[\bar{\phi} \times]$, $[\bar{\phi} \times]^2$ 를 계산하면 다음과 같다.

$$[\bar{\phi} \times] = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha \sin vt & 0 \\ \alpha \sin vt & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$[\bar{\phi} \times]^2 = \begin{bmatrix} -\alpha^2 \sin^2 vt & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha^2 \sin^2 vt & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

위 값들을 식(7)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$C_C^D = I + \sin(\alpha \sin vt) \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + (1 - \cos(\alpha \sin vt)) \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

위 식에서 진동성 운동의 크기인 α 는 수 분(acrmin)의 값을 가지고 있으므로 삼각함수의 미소각(small angle) 정리를 사용하면 좌표변환행렬은 다음과 같이 유도된다.

$$C_C^D = I + \begin{bmatrix} 0 & -\alpha \sin vt & 0 \\ \alpha \sin vt & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

다음으로 식(16)의 원추운동에 의한 각속도 벡터를 회전벡터를 이용하여 계산한다. 이를 위하여 진동성 운동에 의하여 발생된 원추운동의 회전벡터를 정의하면 다음과 같다.

$$\bar{\phi} = \begin{pmatrix} \epsilon \sin (vt + \tau_0) \\ \epsilon \cos (vt + \tau_0) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (18)$$

여기서, ϵ 는 x, y축 원추운동 진폭,

$$\tau_0 = \text{원추운동의 위상차.}$$

식(18)에서 정의된 원추운동은 RLG의 진동성 운동에 의하여 발생되었으므로 두 운동의 주파수가 동일함을 알 수 있다. 식(18)을 식(8)에 대입하여 각속도 벡터를 계산할 수 있으며 이때 회전벡터의 미분은 다음과 같이 계산된다.

$$\dot{\bar{\phi}} = \begin{bmatrix} v\epsilon \cos(vt + \tau_0) \\ -v\epsilon \sin(vt + \tau_0) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

위 식을 식(8)에 대입하면 다음과 같으며

$$w_{AC} = \begin{bmatrix} v\epsilon \cos(vt + \tau_0) \\ -v\epsilon \sin(vt + \tau_0) \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1 - \cos\epsilon}{\epsilon^2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\epsilon^2 v \end{bmatrix} + \frac{1}{\epsilon^2} \left(1 - \frac{\sin\epsilon}{\epsilon}\right) \begin{bmatrix} -\epsilon^3 v \cos vt \\ \epsilon^3 v \sin vt \\ 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

식(20)을 정리하면 다음의 각속도 벡터를 구할 수 있다.

$$w_{AC} = \begin{bmatrix} v \sin\epsilon \cos(vt + \tau_0) \\ -v \sin\epsilon \sin(vt + \tau_0) \\ v(1 - \cos\epsilon) \end{bmatrix} \quad (21)$$

식(21)에서 원추운동이 발생하는 경우 Z축으로 $v(1 - \cos\epsilon)$ 의 각속도가 새롭게 발생됨을 알 수 있다. 이것은 기존의 연구 결과에서 제시된 바와 같이 원추운동에 의하여 발생된 부유오차 성분이다.

식(17)과 식(21)을 식(16)의 $C_C^D w_{AC}$ 에 대입하면 다음과 같이 계산되며

$$C_C^D w_{AC} = \begin{bmatrix} v \sin\epsilon \cos(vt + \tau_0) + \alpha v \sin\epsilon \sin vt \sin(vt + \tau_0) \\ -v \sin\epsilon \sin(vt + \tau_0) + \alpha v \sin\epsilon \sin vt \cos(vt + \tau_0) \\ v(1 - \cos\epsilon) \end{bmatrix} \quad (22)$$

위 식을 근사화하면 아래와 같다.

$$C_C^D w_{AC} \approx \begin{bmatrix} v\epsilon \cos(vt + \tau_0) + \frac{\alpha v \epsilon}{2} (\cos\tau_0 - \cos(2vt + \tau_0)) \\ -v\epsilon \sin(vt + \tau_0) - \frac{\alpha v \epsilon}{2} (\sin\tau_0 - \sin(2vt + \tau_0)) \\ \frac{\epsilon^2 v}{2} \end{bmatrix} \quad (23)$$

위 결과를 식(16)에 대입하여 정리하면 자이로 출력은 다음과 같다.

$$\Delta\theta_C = \begin{bmatrix} \epsilon \sin(vt_n + \tau_0) - \frac{\alpha\epsilon}{4} (\sin\tau_0 - \sin(2vt_n + \tau_0)) \\ \epsilon \cos(vt_n + \tau_0) + \frac{\alpha\epsilon}{4} (\cos\tau_0 - \cos(2vt_n + \tau_0)) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{v\epsilon^2}{2} t_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\alpha v \epsilon t_n}{2} \cos\tau_0 \\ -\frac{\alpha v \epsilon t_n}{2} \sin\tau_0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

식(24)에서 우변의 첫 번째 항은 항상 일정한 범위에서 자이로로 출력되는 성분이나 두 번째 항과 세 번째 항은 시간에 비례하여 발생되는 값임을 알 수 있다. 또한 우변의 두 번째 항은 기존의 원추운동에 의하여 발생하는 부유 오차임을 알 수 있다. 그러나 세 번째 항은 기존의 연구에서는 알려지지 않은 항으로 시간에 비례하여 커지는 부유 오차 성분을 가지는 것으로 진동성 운동과 이 운동에 의하여 발생된 원추운동이 새로운 오차를 유발하고 있음을 알 수 있다.

식(24)의 두 번째 항과 세 번째 항의 영향을 살펴보기 위하여 원추운동의 크기를 1초(arcsec), 위상차를 0도(deg), 진동성 운동의 크기를 5분(arcmin), 주파수를 400Hz라 가정하면 다음과 같은 오차가 발생된다.

$$\frac{v\epsilon^2}{2} t_n = \pi f \epsilon^2 t_n = 0.0061 [\text{deg/hr}]$$

$$\frac{\alpha v \epsilon}{2} t_n = 1.8277 [\text{deg/hr}]$$

위 결과는 진동성 운동과 이 운동에 의한 원추운동이 함께 발생하는 경우 진동성 운동 축 방향으로 0.0061[deg/hr], 운동축과 수직된 축으로 최대 1.8277[deg/hr]의 부유 오차가 유발됨을 의미한다. 이 오차는 항법시스템의 전체 성능에 심각한 영향을 미치는 오차이므로 RLG 제작 과정에서 진동성에 의하여 유발되는 정현파 운동의 크기와 위상차를 최소화 하는 것이 매우 중요하다고 할 수 있다.

4.3 AV 마운트에 의한 ISA의 각증분값

AV 마운트에 의한 ISA의 운동으로 인하여 발생하는 자이로의 각 증분값은 식(12)에서 다음과 같이 정의된다.

$$\Delta\theta_A = \int_0^t C_C^D C_A^C w_{BA} d\tau \quad (25)$$

위 식에서 C_C^D 는 식(17)과 같으며 C_A^C 는 원추운동에 의하여 발생된 좌표변환행렬이므로 식(18)을 사용하여 구할 수 있다. 또한 w_{BA} 는 그림 3에서 정의한 정현파 운동 관계를 이용하여 구할 수 있다.

먼저 좌표변환행렬을 계산하기 위하여 C_A^C 를 구한다. 식(7)로부터 C_A^C 를 구하기 위하여 식(18)을 이용하여 $[\bar{\phi} \times]$, $[\bar{\phi} \times]^2$ 를 계산하면 다음과 같다.

$$[\bar{\phi} \times] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \epsilon \cos(vt + \tau_0) \\ 0 & 0 & -\epsilon \sin(vt + \tau_0) \\ -\epsilon \cos(vt + \tau_0) & \epsilon \sin(vt + \tau_0) & 0 \end{bmatrix}$$

$$[\bar{\phi} \times]^2 = \begin{bmatrix} -\epsilon^2 \cos^2(vt + \tau_0) & & & \\ \epsilon^2 \sin(vt + \tau_0) \cos(vt + \tau_0) & & & \\ 0 & & & \\ \epsilon^2 \cos(vt + \tau_0) \sin(vt + \tau_0) & 0 & & \\ -\epsilon^2 \sin^2(vt + \tau_0) & 0 & & \\ 0 & & & -\epsilon^2 \end{bmatrix}$$

그리고 원추운동의 회전벡터의 크기 ϕ 는 ϵ 이므로 위 관계식과 함께 식(6)에 대입하여 정리하면 C_A^C 는 다음과 같다.

$$C_A^C = I + \frac{\sin \epsilon}{\epsilon} [\bar{\phi} \times] + \frac{1 - \cos \epsilon}{\epsilon^2} [\bar{\phi} \times]^2 \quad (26)$$

여기서, ϵ 는 앞에서 설명하였듯이 크기가 수 초 이내의 값이므로 미소각 정리를 이용하여 계산하면, 식(26)은 다음과 같이 근사화된다.

$$C_A^C \approx I + [\bar{\phi} \times] + \frac{1}{2} [\bar{\phi} \times]^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \epsilon \cos(vt + \tau_0) \\ 0 & 1 & -\epsilon \sin(vt + \tau_0) \\ -\epsilon \cos(vt + \tau_0) & \epsilon \sin(vt + \tau_0) & 1 \end{bmatrix} \quad (27)$$

위의 결과와 식(19)를 이용하여 $C_C^D C_A^C$ 를 계산하면 다음과 같다.

$$C_C^D C_A^C \approx I + \begin{bmatrix} 0 & -\alpha \sin vt & \epsilon \cos(vt + \tau_0) \\ \alpha \sin vt & 0 & -\epsilon \sin(vt + \tau_0) \\ -\epsilon \cos(vt + \tau_0) & \epsilon \sin(vt + \tau_0) & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\alpha \epsilon}{2} (\cos \tau_0 - \cos(2vt + \tau_0)) \\ 0 & 0 & \frac{\alpha \epsilon}{2} (-\sin \tau_0 + \sin(2vt + \tau_0)) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

다음으로 AV 마운트에 의한 ISA의 각속도 운동식을 유도하기 위하여 그림 3으로부터 다음의 회전 벡터를 정의한다.

$$\bar{\phi} = \begin{pmatrix} c_1 \epsilon_A \sin v_A t \\ c_2 \epsilon_A \sin v_A t \\ c_3 \epsilon_A \sin v_A t \end{pmatrix} \quad (29)$$

여기서, ϵ_A , v_A 는 ISA 운동의 진폭과 주파수, c_1 , c_2 , c_3 는 각 축으로의 정사영 계수이다.

식(29)는 임의의 회전축으로 $\epsilon_A \sin v_A t$ 의 정현파 운동을 하고 있으며 각 축으로의 정사영 계수

c_1 , c_2 , c_3 의 크기는 1보다 작다. 식(29)를 식(8)에 대입하여 각속도 벡터 w_{BA} 를 계산할 수 있으며 먼저 $\bar{\phi} \times \dot{\bar{\phi}}$ 를 계산하면 0이므로, w_{BA} 는 다음과 같다.

$$w_{BA} = \begin{pmatrix} c_1 v_A \epsilon_A \cos v_A t \\ c_2 v_A \epsilon_A \cos v_A t \\ c_3 v_A \epsilon_A \cos v_A t \end{pmatrix} \quad (30)$$

위 식과 식(28)을 이용하여 $C_C^D C_A^C w_{BA}$ 를 다음과 같이 계산한다.

$$C_C^D C_A^C w_{BA} = w_{BA} + \frac{\alpha \epsilon_A v_A}{2} (\sin \Delta vt + \cos(2v_A + \Delta v)t) \begin{bmatrix} -c_2 \\ c_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{\alpha \epsilon \epsilon_A v_A}{2} \begin{bmatrix} c_3 \cos(\Delta vt + \tau_0) \\ -c_3 \sin(\Delta vt + \tau_0) \\ -c_1 \cos(\Delta vt + \tau_0) + c_2 \sin(\Delta vt + \tau_0) \end{bmatrix} + \frac{\alpha \epsilon \epsilon_A v_A}{2} \begin{bmatrix} c_3 \cos((2v_A + \Delta v)t + \tau_0) \\ -c_3 \sin((2v_A + \Delta v)t + \tau_0) \\ -c_1 \cos((2v_A + \Delta v)t + \tau_0) + c_2 \sin((2v_A + \Delta v)t + \tau_0) \end{bmatrix} + \frac{c_3 \alpha \epsilon \epsilon_A v_A}{4} \begin{bmatrix} 2 \cos \tau_0 \cos v_A t - \cos((v_A + 2\Delta v)t + \tau_0) - \cos(3v_A + 2\Delta v)t + \tau_0 \\ -2 \sin \tau_0 \cos v_A t + \sin((v_A + 2\Delta v)t + \tau_0) + \sin(3v_A + 2\Delta v)t + \tau_0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

여기서, $\Delta v = v - v_A$.

식(31)로부터 AV 마운트에 의한 ISA의 운동에 의하여 발생된 정현파로 인하여 생성된 자이로의 각속도는 ISA 운동의 각속도 w_{BA} 와 삼각함수로 표현되는 운동식으로 구성됨을 알 수 있다.

식(31)의 적분으로부터 자이로 출력 $\Delta \theta_A$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$\Delta \theta_A = \begin{bmatrix} c_1 \epsilon_A \sin v_A t \\ c_2 \epsilon_A \sin v_A t \\ c_3 \epsilon_A \sin v_A t \end{bmatrix} + \delta \theta_A \quad (32)$$

여기서, $\Delta \theta_A$ 는 비교환 오차 성분으로 항상 일정한 범위의 값이다.

식(32)로부터 AV 마운트에 의하여 발생하는 ISA의 운동은 자이로 출력의 비교환 오차 성분에는 많은 영향을 미치지 않음을 알 수 있다. 그러나, ISA에 발생하는 운동 주파수가 진동성 운동과 동일한 주파수로 공진되어 발생하는 경우에는 $\Delta v = 0$ 이므로 식(31)을 적분하면 다음과 같다.

$$\Delta \theta_A = \begin{bmatrix} c_1 \epsilon_A \sin v_A t_n \\ c_2 \epsilon_A \sin v_A t_n \\ c_3 \epsilon_A \sin v_A t_n \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$+ \frac{\alpha \epsilon \epsilon_A v_A}{2} \begin{bmatrix} c_3 \cos \tau_0 \\ -c_3 \sin \tau_0 \\ -c_1 \cos \tau_0 + c_2 \sin \tau_0 \end{bmatrix} t_n + \delta \theta_A^{Constant}$$

위 식에서 우변의 두 번째와 세 번째 항은 비교환 오차 성분으로 두 번째 항은 시간에 비례하여 증가되는 오차이며 $\delta \theta_A^{Constant}$ 는 일정한 범위의 오차 성분이다. 식(33)에서 알 수 있듯이 RLG의 진동성 주파수를 동일하게 설계하는 경우 ISA에 진동성과 동일한 공진을 유발함으로써 전체 시스템의 성능에 많은 영향을 미침을 알 수 있다.

식(33)에서 시간에 따라 증가되는 오차 성분의 크기를 해석하기 위하여 ISA 정현파 운동의 크기 ϵ_A 가 5[arcmin], v_A 가 400Hz, 위상차 τ_0 를 0이라 가정하면 그 결과는 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{matrix} c_3 \alpha \epsilon \epsilon_A \pi f_A t_n & 0.0026 & c_3 [deg/hr] \\ 0 & 0 & \\ -c_1 \alpha \epsilon \epsilon_A \pi f_A t_n & -0.0026 & c_1 [deg/hr] \end{matrix} \quad (34)$$

위 결과에서 알 수 있듯이 RLG의 진동성 주파수가 모두 동일하게 설계되어 ISA가 진동성 주파수에서 공진을 하는 경우 시스템에 미치는 영향이 커지게 됨을 알 수 있다.

4.4 항체의 운동에 의한 각종분값

자이로에 측정되는 항체의 실제 운동은 AV 마운트에 장착된 ISA와 진동성 운동 등의 영향을 받으므로 식(12)로부터 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\Delta \theta_B = \int_0^t C_C^D C_A^C C_B^A w_{IB} d\tau \quad (35)$$

위 식은 앞절의 결과로부터 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\Delta \theta_B = \int_0^t w_{IB} d\tau + \delta \theta_B \quad (36)$$

식(36)에서 $\delta \theta_B$ 는 비교환 오차 성분으로 항상 일정한 범위의 값으로 나타내어진다. 이것은 항체의 실제 운동은 자이로의 진동성 운동 주파수와 비교하여 매우 낮은 주파수에서 발생되기 때문에 앞 절의 식(31)에서 유도하였듯이 두 운동의 주파수 차이에 의한 삼각함수 형태로 표현되기 때문이다. 그러나, 앞 절에서 설명하였듯이 만약 항체의 실제 운동과 동일한 주파수로 진동성 운동 주파수를 설계하는 경우에는 시스템 성

능에 영향을 미치게 되므로 항체의 최대 입력 각속도 주파수 보다 매우 큰 값으로 시스템을 설계해야 한다.

V. 결 론

본 논문에서는 RLG를 사용하는 항법시스템에 발생하는 운동을 정의하고 이에 의한 비교환 오차식을 유도하였다. 이를 위하여 진동성 운동과 이 운동으로 유발된 원추 운동 그리고 AV 마운트에 의한 ISA 운동의 회전벡터를 정의하고 각 경우에 대한 자이로 출력식과 오차 해석을 수행하였다. 이로부터 RLG의 진동성 운동이 시간 지연되어 수직된 두 축에 발생하는 경우, 진동성 운동 축으로 원추운동에 의한 부유오차가 발생하고 나머지 두 축으로 시간에 비례하는 오차가 발생됨을 유도하였다. 이 결과로부터 RLG 항법시스템 제작 과정에서 진동성 운동축과 수직된 두 축으로 발생하는 각속도의 위상차를 최소화시켜야 함을 알 수 있었다. 또한 ISA 공진 주파수가 진동성 주파수와 동일한 경우 시간에 비례하는 오차가 발생함으로써 세 축 RLG에 의한 ISA 공진 주파수를 진동성 운동 주파수와 다르게 설계해야 함을 보였다. 이러한 결과들은 RLG 항법시스템의 설계 과정에서 유용하게 사용될 뿐만 아니라 제작된 항법시스템의 오차 해석에도 유용하게 사용될 수 있을 것이다.

참고문헌

- 1) J. G. Mark, R. E. Ebner and K. Brown, "Design of RLG Inertial Systems for High Vibration", PLANS '82 Symposium, 1982.
- 2) P. Gallon and H. Miller, "Three Axis RLG Inertial Sensor Assembly", Symposium Gyro Technology, Stuttgart, Germany, 1995.
- 3) D. J. Flynn, "A Discussion of Coning Errors Exhibited by Inertial Navigation Systems", Royal Aircraft Establishment, AD-A147846, 1984.
- 4) J. E. Bortz, "A New Mathematical Formulation for Strapdown Inertial Navigation", IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-7, No. 1971.
- 5) Y. F. Jiang and Y. P. Lin, "Improved Strapdown Coning Algorithms", IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, Vol. 28, No. 2, 1992.

- 6) C. G. Park, K. J. Kim, J. G. Lee and D. Chung, "Formalized Approach to Obtaining Optimal Coefficients for Coning Algorithms", Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 22, No. 1998.
- 7) N. I. Krobka, "Non-Commutative Kinematic Effects and Their Peculiarities in Laser Gyroscopy and Strapdown Inertial Navigation", to be appeared Some Journals.
- 8) G. M. Siouris, "Aerospace Avionics Systems : A Modern Synthesis", Academic Press. Inc., 1993.