

論文

열하중을 받는 패널플러터의 궤환 선형화에 의한 비선형제어

문성환*, 이광주**

Nonlinear Control by Feedback Linearization
for Panel Flutter at Elevated Temperature

Seonghwan Moon* and Kwangju Lee**

ABSTRACT

In this study, a nonlinear control by feedback linearization method, one of nonlinear control schemes based on the nonlinear model, is proposed to suppress the flutter of a supersonic composite panel using piezoelectric materials. Most of the previous panel flutter controllers are the LQR(Linear Quadratic Regulator) which is based on the linear model. A nonlinear feedback linearizing controller proposed in this study considers the nonlinear characteristics of the system model. We use the actuator implemented by piezoceramic PZT. Using the principle of virtual displacements and a finite element discretization with the C^1 conforming four-node rectangular element, we first derive the discretized dynamic equations of motion, which are transformed into a nonlinear coupled-modal equations of motion of state space form. The effectiveness of the proposed method is also compared with the LQR based on the linear model through numerical simulations in the time domain using the Newmark method.

초 록

압전재료를 사용한 복합재료 패널의 플러터 억제 방법으로서 비선형 모델을 기반으로 하는 비선형 제어기법 중의 하나인 궤환 선형화에 의한 제어방법을 소개하였다. 기존의 패널 플러터 제어기에 대한 대부분의 연구들은 선형모델을 기반으로 설계된 선형2차제어기(LQR: Linear Quadratic Regulator)였음에 비해, 본 연구에서 제안한 비선형제어기는 시스템이 갖고 있는 비선형 특성들을 모두 고려해서 설계하였다. 압전 작동기로서는 PZT를 사용하였다. 가상변위의 원리와 4절점 사각형 C^1 요소를 사용하여 이산화된 비선형 운동방정식을 유도하였으며 제어기 설계를 위해 모달 변환을 통해 상태공간에서의 비선형 연계-모달 방정식으로 변환하였다. 본 논문에서 제안한 비선형 제어기에 의한 제어 결과와 선형모델을 기반으로 한 LQR 제어결과를 Newmark 수치적분법을 통해 시간영역에서 비교하였다.

Key Words : Panel flutter(패널 플러터), Feedback linearization(궤환 선형화), Nonlinear control(비선형제어), Piezoelectric material(압전재료)

† 2006년 1월 25일 접수 ~ 2006년 8월 2일 심사완료

* 정희원, 서울교육대학교 생활과학교육과

연락처, E-mail : shmoon@snue.ac.kr

서울 서초구 서초동 1650번지

** 정희원, 한국기술교육대학교 기계정보공학부

1. 서 론

패널 플러터는 초음속 또는 극초음속 환경 하에서 어떤 특정의 임계동압 이상에서 스스로 여기되어 진동하는 공력탄성학적 불안정한 현상으

로 정의되어진다. 수십 년 동안 패널플러터의 특성과 제어기법에 대한 많은 연구들이 수행되어져 왔다.

Mei[1] 등은 1999년까지의 비선형 패널플러터의 해석 및 제어기법의 다양한 접근방식에 대한 폭넓은 정리를 잘 해 주었다. Zhou[2] 등은 유한요소법과 Runge-Kutta 방법을 사용해 열 하중을 받는 복합재료 패널의 비선형 플러터 해석을 시간영역에서 수행하였다. Oh[3] 등은 열적으로 좌굴된 상태의 평판의 변형제어 과정에서 열압전탄성 스냅-스루가 발생할 수 있음을 수치적으로 보여주었으며, 구[4]는 구조감쇠가 복합적층판의 초음속 패널 플러터에 미치는 영향에 대한 연구를 수행하였다.

압전재료는 구조물의 진동제어나 음향제어를 위한 센서나 작동기로서 널리 사용되어왔으며, 패널플러터의 제어시스템 분야에서도 이러한 압전재료는 많이 사용되어 왔다. Scott 와 Weisshaar[5]는 처음으로 선형 패널플러터의 제어 효과를 얻기 위해 압전재료의 도입을 시도하였다. Zhou[6] 등은 위의 연구[5]를 비선형 패널 플러터로 확장하였다. 압전재료를 이용한 패널 플러터의 수동제어에 대한 연구도 수행되어왔다. Suleman 과 Concalves[7]는 압전재료를 이용하여 선형 패널 플러터의 수동제어에 대한 가능성을 연구하였다.

Moon 과 Kim[8]은 유한요소법을 사용하여 비선형 패널플러터의 수동제어기법에 대한 연구를 수행하여 그 결과를 능동제어결과와 비교하였다. 그들은 수동제어기로서 인덕터와 저항으로 이루어진 선트회로를 사용하였다. 또한 Moon과 Kim[9]은 위의 연구[8]을 확장하여 능동/수동 혼합제어기를 개발하였다. 직렬로 연결된 인덕터-저항-전원으로 구성된 제어시스템을 구성하였다.

그러나 패널플러터 제어에 대한 기존의 연구들은 대부분 선형모델에 근거한 LQR 과 같은 최적제어기설계에 국한되어왔다. 일반적인 구조물의 진동제어와 마찬가지로, 패널플러터의 제어 문제에서도 주어진 작동기로 플러터를 완전하게 억제할 수 있는 최대 동압 λ_{max} 이 존재한다[1,6]. 즉, 이 λ_{max} 보다 큰 동압에서는 작동기의 포화(saturation)현상으로 인해 플러터를 완전하게 억제 할 수 없게 된다. 패널플러터는 비선형 특징들을 갖고 있는 시스템이기 때문에 비선형 모델을 기반으로 제어기가 설계되어진다면 시스템이 갖고 있는 비선형 특성들을 모두 고려하기 때문에 선형 모델을 기초로 하는 기존의 제어기 보다 상대적으로 더 높은 값의 λ_{max} 을 얻을 수 있을 것이라 기대되어진다. 일반적으로 비선형 시스템

은 비선형제어 방법으로 제어하는 것이 성능이 좋으며, 궤환 선형화 기법을 이용한 비선형 제어에 관한 많은 연구들이 수행되어져왔다[10-12].

본 연구에서는, 시스템의 비선형 특성들을 고려하여 제어기를 설계함으로써 기존의 선형제어기에 비해 더 낮은 제어입력을 가지고 더 높은 λ_{max} 을 얻기 위해 궤환 선형화 기법을 토대로 하는 비선형 제어기를 제안하였다. 비선형 제어기법들 중의 하나로서 널리 사용하고 있는 궤환 선형화 기법은 비선형성을 직접 고려할 수 있는 좋은 제어기법이다. 이전의 선형모델을 기반으로 하는 LQR 제어기와는 달리 비선형 제어기는 비선형 모델을 있는 그대로 사용한다. 제어 게인값이 비선형 연계-모달 시스템을 기반으로 계산되어지므로 억제 가능한 최대 동압 λ_{max} 도 LQR에 비해 더 큰 값을 얻을 수 있다. 지배방정식은 가상변위의 원리를 이용해 유도하였으며 고전 적층판 이론과 구조물의 기하학적 비선형성을 고려하기 위해 von Kármán의 비선형 판이론을 적용하였다. 공기력 계산은 피스톤 1차 이론을 바탕으로 하였다. 유한요소 이산화 과정은 4절점 C^1 사각형 요소를 이용해서 수행하였다. 압전작동기로부터 나오는 전하를 모델링하기 위해 C^1 사각형 요소에 전기적 자유도 하나를 추가하였다. 이산화된 운동방정식은 적당한 모달 좌표계를 이용해서 비선형 연계-모달 방정식으로 변환하였으며 그리고 나서 제어기 설계를 위해 상태방정식의 형태로 변환하였다. Newmark 시간적분법을 이용해서 초음속 유동장에 놓여있는 복합재료 패널의 제어효과를 계산하여 그 결과를 LQR 제어효과와 비교하였다.

II. 지배방정식

압전재료가 삽입된 복합재료 패널의 기계-전기적 반응은 다음과 같은 응력-평형방정식 및 Maxwell 방정식에 의해 결정되어진다.

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f}_b = \rho \ddot{\mathbf{u}} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (2)$$

여기서 $\boldsymbol{\sigma}$ 는 응력, \mathbf{f}_b 는 체적력, ρ 는 밀도, \mathbf{u} 는 변위, \mathbf{D} 는 전기밀도를 의미한다.

변분원리에 의해 가상변위 $\delta \mathbf{u}$ 와 가상전기포텐셜 $\delta \phi$ 를 적용하면 위의 식(1)과 식(2)는 다음과 같은 약형(weak form)으로 다시 쓸 수 있다.

$$\int_V (\nabla \cdot \sigma + f_b - \rho \ddot{u}) \delta u dV = 0 \quad (3)$$

$$\int_{V_p} (\nabla \cdot D) \delta \phi dV_p = 0 \quad (4)$$

여기서 V 와 V_p 는 각각 복합재료 패널과 압전 재료를 포함한 전체 체적 및 압전재료만의 체적을 의미한다.

위의 (4)식에서의 전기 포텐셜 ϕ 는 전기장 벡터 E 와 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$E = -\nabla \phi \quad (5)$$

(5)식을 (4)식에 대입하고 발산정리와 부분적분법을 (3)식과 (4)식에 적용해서 정리하면 다음과 같은 변분형태의 방정식을 얻을 수 있다.

$$\int_V \rho (\delta u)^T \ddot{u} dV + \int_V (\delta \epsilon)^T \sigma dV = \int_V \delta u^T f_b dV + \int_{\Gamma} \delta u^T f_s d\Gamma \quad (6)$$

$$\int_{V_p} (\delta E)^T D dV = \int_{\Gamma_p} q \delta \phi d\Gamma \quad (7)$$

여기서 f_s 는 공기력이 작용하는 패널의 표면 Γ 에서의 표면력을 의미하며 q 는 압전재료의 표면에 가해지는 전하를 의미한다.

고전적층판 이론(CLPT, Classical Laminated Plate Theory)과 진폭이 평판 두께 정도 크기로 제한된 극한사이클 거동을 해석하기 위해서 기하학적 비선형성이 고려된 von Kármán의 비선형 변위-변형률 관계식을 사용하여 평면응력 상태에 놓여 있는 압전재료가 삽입된 복합재료 패널의 구성방정식을 유도하였다.

von Kármán의 비선형 변위-변형률 관계식은 다음과 같이 표현된다.

$$\epsilon = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \\ \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \\ 2 \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} - z \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

공력가열로 인한 온도변화 $\Delta T(x, y, z)$ 를 받고 있는 압전재료가 삽입된 복합재료 패널의 k 층에 대한 구성방정식은 적층좌표계 (x, y, z) 를 사용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\sigma^{(k)} = Q^{(k)} [\epsilon - \alpha^{(k)} \Delta T] - e^T E^{(k)} \quad (9)$$

$$D^{(k)} = e^{(k)} \epsilon + \epsilon^s E^{(k)} \quad (10)$$

여기서 Q 는 탄성강성행렬을 의미하며, α 는 열팽계수를 나타내며, ϵ^s 는 일정한 변형률 상태에서 압전재료의 유전상수(dielectric constant)를 의미하며, e 는 압전응력계수(piezoelectric stress coefficient)를 나타낸다. 이 압전응력계수 e 는 압전변형률계수 (piezoelectric strain coefficient) d 와 $e = dQ$ 인 관계가 있다.

두께방향으로 분극이 되어 있는 평판형태의 압전세라믹의 경우 xy -평면상에서 횡방향으로는 등방성과 같은 성질을 갖으며, 이와 같은 형태의 압전재료에 대해서는 분극축 방향으로의 전기장 E_3 가 우세하며 xy -평면상에서의 E_1 과 E_2 는 무시되어진다. 그래서 본 연구에서도 전기 변위는 분극축 방향으로만 검출되어진다고 가정하였다.

평면응력 상태로 가정을 하면 구성방정식 (9)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sigma^{(k)} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \times \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} - \Delta T \begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{Bmatrix}^{(k)} - E_3^{(k)} \begin{Bmatrix} d_x \\ d_y \\ d_{xy} \end{Bmatrix}^{(k)} \quad (11)$$

여기서 \bar{Q}_{ij} 는 변환축약강성행렬 (transformed reduced stiffness matrix)을 나타낸다. 열팽창계수와 압전상수는 다음과 같이 표현되어진다.

$$\begin{Bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_{xy} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{Bmatrix} \alpha_1 \cos^2 \theta + \alpha_2 \sin^2 \theta \\ \alpha_1 \sin^2 \theta + \alpha_2 \cos^2 \theta \\ 2(\alpha_1 - \alpha_2) \cos \theta \sin \theta \end{Bmatrix}^{(k)} \quad (12)$$

$$\begin{Bmatrix} d_x \\ d_y \\ d_{xy} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{Bmatrix} d_{31} \cos^2 \theta + d_{32} \sin^2 \theta \\ d_{31} \sin^2 \theta + d_{32} \cos^2 \theta \\ (d_{31} - d_{32}) \cos \theta \sin \theta \end{Bmatrix}^{(k)}$$

여기서 θ 는 적층각을 의미하며 하첨자 1과 2는 각각 복합재료의 섬유방향과 섬유방향에 수직인 방향을 나타낸다.

III. 공기력 이론

마하수 1.7 이상 그리고 마하수 5 이하의 유동장에 놓여 있는 패널에 작용하는 공기력은 피스톤 1차 이론으로 적절하게 표현할 수 있으며 다음과 같다[1,2,5,6].

$$p_a = -\frac{\rho_a V_\infty^2}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \left\{ \frac{\partial w}{\partial x} + \left(\frac{M_\infty^2 - 2}{M_\infty^2 - 1} \right) \frac{1}{V_\infty} \frac{\partial w}{\partial t} \right\} \quad (13)$$

동압 매개변수와 무차원화된 동압 계수와 공력 감쇠계수 그리고 기준진동수(reference frequency)를 다음과 같이 정의하였다.

$$\beta = \sqrt{M_\infty^2 - 1}, \quad \lambda = \frac{\rho_a V_\infty^2 a^3}{\beta D_{110}} \quad (14)$$

$$g_a = \frac{\rho_a V_\infty (M_\infty^2 - 2)}{\beta^3 \rho h \omega_o}, \quad \omega_o = \sqrt{\frac{D_{110}}{\rho h a^4}}$$

여기서 D_{110} 은 복합재료 적층판의 모든 섬유들을 유동방향으로 적층했을 때 굽힘강성행렬의 첫 번째 행과 열의 값인 $D(1,1)$ 의 값으로 정의된다[2]. 그러면 패널에 작용하는 압력 표현식 (13)은 식 (14)에서 정의한 무차원 계수들을 사용하여 다음과 같이 표현되어진다.

$$p_a = -\left(\lambda \frac{D_{110}}{a^3} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{g_a}{\omega_o} \frac{D_{110}}{a^4} \frac{\partial w}{\partial t} \right) \quad (15)$$

공기와 평판의 무차원화된 질량비를 다음과 같이 정의한다.

$$\mu = \frac{\rho_a a}{\rho h} \quad (16)$$

$M_\infty \gg 1$ 인 경우에, 식 (14)의 공력감쇠계수는 다음과 같이 근사할 수 있으며, 거의 대부분의 패널 플러터 연구에서는 이러한 근사식을 사용하여 연구를 수행하고 있다[2].

$$g_a \approx \sqrt{\lambda \frac{\mu}{M_\infty}} \quad (17)$$

IV. 유한요소이산화

이산화된 유한요소 방정식을 얻기 위해 4절점 사각형 C^1 요소를 사용하였으며 각각의 절점에는 4개의 굽힘 자유도 ($w, w_{,x}, w_{,y}, w_{,xy}$)와 2개의 면내 자유도 (u, v)가 존재하며, 압전재료 층의 경우 한 개의 요소 당 하나의 전기 자유도 ϕ 가 존재한다. 즉, 이 전기 포텐셜 ϕ 는 압전재료 층의 한 요소에서 일정하다고 가정하였으며 각 요소 중심에서 검출되어진다고 가정하였다.

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_m^e &= \{u_1, v_1, u_2, v_2, u_3, v_3, u_4, v_4\}^T \\ \mathbf{w}_b^e &= \{w_1, w_{1x}, w_{1y}, w_{1xy}, \dots, w_4, w_{4x}, w_{4y}, w_{4xy}\}^T \\ \boldsymbol{\varphi}^e &= \{\phi\} \end{aligned} \quad (18)$$

면내변위(u, v) 및 수직 변위 w 를 보간하기 위해 Lagrange 선형 보간 함수 N_i 와 Hermite 다항식 ψ_i 을 사용하였다.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}^e &= \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \mathbf{w}_m^e \\ &= \mathbf{N}_m \mathbf{w}_m^e \\ w_b^e &= [\Psi_1 \Psi_2 \Psi_3 \Psi_4 \Psi_5 \dots \Psi_{16}] w_b^e \\ &= \mathbf{N}_b w_b^e \end{aligned} \quad (19)$$

식 (8)에서 식 (19)를 운동방정식의 약형 식 (6)과 (7)에 대입하여 정리하고 모든 유한요소에 대해 적분을 수행하면 다음과 같은 전기-기계적으로 연계된 시스템의 이산화된 유한요소 방정식이 유도 되어진다.

$$\begin{aligned} \mathbf{M} \ddot{\mathbf{W}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{W}} + \\ (\lambda \mathbf{K}_A + \mathbf{K}_o - \mathbf{K}_{\Delta T} + \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2) \mathbf{W} + \mathbf{K}_{w\phi} \boldsymbol{\phi} = \mathbf{F}_{\Delta T} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\mathbf{K}_{\phi w} \mathbf{W} + \mathbf{K}_{\phi\phi} \boldsymbol{\phi} = \mathbf{F}_q \quad (21)$$

여기서 \mathbf{M} 과 \mathbf{C} 는 각각 질량행렬 및 공기력에 의한 감쇠 행렬 계수를 의미하며, \mathbf{K}_A 는 반대칭 행렬의 특성을 갖는 공기력 유입 행렬을 의미하며, $\mathbf{K}_{\Delta T}$ 는 공력가열로 인해 생겨나는 온도변화로 인한 기하강성행렬을 의미한다. 이러한 \mathbf{K}_A 와 $\mathbf{K}_{\Delta T}$ 와 같은 강성행렬은 변위와는 무관한 상수 행렬로서 선형행렬이지만 \mathbf{K}_1 과 \mathbf{K}_2 는 각각 변위에 대해 일차와 이차식의 함수를 갖는 비선형 강성행렬의 특성을 갖는다. $\mathbf{K}_{w\phi}$ 는 전기-탄성 연계 강성 행렬을 의미하며 $\mathbf{F}_{\Delta T}$ 와 \mathbf{F}_q 는 각각 패널에 작용하는 열하중과 전기적 전하를 나타낸다.

식 (21)의 $\boldsymbol{\phi}$ 를 식 (20)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} \mathbf{M} \ddot{\mathbf{W}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{W}} + \\ + (\lambda \mathbf{K}_A + \mathbf{K}_o - \mathbf{K}_{\Delta T} + \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2 - \mathbf{K}_{w\phi} \mathbf{K}_{\phi\phi}^{-1} \mathbf{K}_{w\phi}) \mathbf{W} \\ = \mathbf{F}_{\Delta T} + \mathbf{K}_{w\phi} \mathbf{V}_a \end{aligned} \quad (22)$$

여기서 \mathbf{V}_a 는 작동기 전압을 나타낸다.

V. 모드 축약과 비선형 모달 방정식

위의 지배방정식 (22)는 제어시스템을 구성하기에는 자유도가 너무 크므로 효율적인 제어시스템 구축을 위해서 패널 플러터에 중요한 영향을 미치는 몇 개의 저차 진동 모드를 고려하는 모드 축약 기법을 사용한다[2,6].

$$W = \sum_{r=1}^6 \sum_{s=1}^1 \eta_{rs}(t) \{\psi_{rs}\} = \Psi \eta \quad (23)$$

여기서 η 는 모달 변위벡터를 의미하며 Ψ 는 선형 자유진동 해석으로부터 얻어지는 고유모드이다.

길이 방향으로 공기가 흐르고 있는 직사각형 패널에 있어서는 공기 흐름 방향으로의 6개 ($m=6$)의 저차 모드와 스핀방향으로의 첫번째 모드를($n=1$) 사용하면 비교적 정확한 플러터의 특성을 모사할 수 있다[2]. 질량에 대하여 정규화된 고유벡터 ($\Psi^T M \Psi = I$)와 무차원화된 시간 $\tau = \omega_0 t$ 를 사용하면 패널의 지배 방정식 (22)은 다음과 같은 비선형 모달 방정식으로 표현할 수 있다.

$$I \eta_{,\tau\tau} + \tilde{C} \eta_{,\tau} + (\tilde{K} + \tilde{K}_1 + \tilde{K}_2) \eta = \tilde{F}_{\Delta T} + \tilde{K}_{w\phi} V_a \quad (24)$$

여기서 $\tilde{K}_{w\phi}$ 는 단위 전압당 모달 작동력을 나타내며 나머지 행렬들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \tilde{M} &= \Psi^T M \Psi, \quad \tilde{C} = \Psi^T C \Psi, \\ \tilde{K} &= \Psi^T (\lambda K_A + K_0 - K_{\Delta T} - K_{w\phi} K_{\phi}^{-1}) \Psi \\ \tilde{K}_1 &= \Psi^T K_1 \Psi, \quad \tilde{K}_2 = \Psi^T K_2 \Psi \\ \tilde{F}_{\Delta T} &= \Psi^T F_{\Delta T}, \quad \tilde{K}_{w\phi} = \Psi^T K_{w\phi} \end{aligned} \quad (25)$$

식 (24) 의 모달 변위 η 는 Newmark 법이나 Range-Kutta 법과 같은 수치적분법을 사용해서 구할 수 있으며 본 연구에서는 Newmark 비선형 시분할 적분법[13]을 사용하였다.

VI. 비선형제어법칙

상태공간에서 제어시스템의 설계를 수행하였다. 상태변수 $E = [\eta \ \eta_{,\tau}]^T \in \mathbf{R}^{12 \times 1}$ 를 도입하면 2계 비선형 연계-모달 방정식 (24)는 다음과 같은 1계 상태방정식으로 표현할 수 있다.

$$\dot{E} = AE + BV_a + Z \quad (26)$$

여기서 $A \in \mathbf{R}^{12 \times 12}$ 는 시스템행렬을 의미하며, $B \in \mathbf{R}^{12 \times 1}$ 는 제어입력행렬을 나타내며, $Z \in \mathbf{R}^{12 \times 1}$ 는 기계하중행렬을 나타낸다.

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 6} & I_{6 \times 6} \\ -(\tilde{K} + \tilde{K}_1 + \tilde{K}_2) & -\tilde{C} \end{bmatrix}, \quad (27)$$

$$B = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ \tilde{K}_{w\phi} \end{bmatrix}, \quad Z(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ \tilde{F}_{\Delta T} \end{bmatrix}$$

식 (24)의 우변을 벡터 h 라 놓으면 다음과 같은 제어법칙을 적용할 수 있다.

$$V_a = \tilde{K}_{W\phi}^+ \{-\tilde{F}_{\Delta T} + h\} \quad (28)$$

여기서 상첨자 +는 pseudoinverse를 의미하며 $\tilde{K}_{W\phi}^+ = (\tilde{K}_{W\phi}^T \tilde{K}_{W\phi})^{-1} \tilde{K}_{W\phi}^T$ 그리고 $h = \mathbf{R}^{6 \times 1}$ 이다.

그러면 식 (26)은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{E} &= AE + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ \tilde{F}_{\Delta T} + \tilde{K}_{W\phi} \tilde{K}_{W\phi}^+ \{-\tilde{F}_{\Delta T} + h\} \end{bmatrix} \\ &= AE + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ h \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ (-I_{6 \times 6} + \tilde{K}_{W\phi} \tilde{K}_{W\phi}^+) \{-\tilde{F}_{\Delta T} + h\} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (29)$$

행렬 A 는 Hurwitz 가 아니므로, h 는 식 (27)의 비선형 항들을 포함시켜 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$h = (\tilde{K} + \tilde{K}_1 + \tilde{K}_2) \eta + \tilde{C} \eta_{,\tau} + v \quad (30)$$

여기서 v 는 나중에 결정되어질 제어 입력이다. 식 (29)는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{E} &= A_o E + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ v \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ (-I_{6 \times 6} + \tilde{K}_{W\phi} \tilde{K}_{W\phi}^+) \{-\tilde{F}_{\Delta T} + h\} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (31)$$

여기서

$$A_o = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 6} & I_{6 \times 6} \\ \mathbf{0}_{6 \times 6} & I_{6 \times 6} \end{bmatrix} \quad (32)$$

마지막으로 v 는 다음과 같이 선택할 수 있다.

$$v = -A_m \eta_{,\tau} - B_m \eta \quad (33)$$

여기서 $A_m = \text{diag}(a_{m1}, \dots, a_{m6}) \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$ 이며 $B_m = \text{diag}(b_{m1}, \dots, b_{m6}) \in \mathbf{R}^{6 \times 6}$ 은 양의 한정행렬(positive definite matrices)이다. 그러면 식 (31)은 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$\dot{E} = A_s E + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 1} \\ (-I_{6 \times 6} + \tilde{K}_{W\phi} \tilde{K}_{W\phi}^+) \{-\tilde{F}_{\Delta T} + h\} \end{bmatrix} \quad (34)$$

여기서

$$A_s = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{6 \times 6} & I_{6 \times 6} \\ -B_m & -A_m \end{bmatrix} \quad (35)$$

A_m 과 B_m 안에 들어가는 설계변수 a_{mi} 과

b_{mi} ($i = 1, \dots, 6$)들은 $a_{mi} = 2\zeta w_{\ominus}$ 과 $b_{mi} = w_{ni}^2$ 으로 표현할 수 있다. \mathbf{A}_m 과 \mathbf{B}_m 이 양의 한정행렬(positive definite matrix) 이므로 \mathbf{A}_s 는 Hurwitz 이다.

$-\mathbf{I}_{6 \times 6} + \tilde{\mathbf{K}}_{W\phi} \tilde{\mathbf{K}}_{W\phi}^+$ 이 영이 되면 \mathbf{E} 는 식 (34)으로부터 영의 값으로 점근적 수렴(asymptotically converge)함을 알 수 있다. 또한 \mathbf{W} 도 영의 값으로 점근적 수렴(asymptotically converge)하게 된다.

따라서 $-\mathbf{I}_{6 \times 6} + \tilde{\mathbf{K}}_{W\phi} \tilde{\mathbf{K}}_{W\phi}^+$ 이 영 근처의 값을 가지게 되면 \mathbf{B} 와 $\boldsymbol{\eta}$ 는 더 작아지게 된다.

VII. 수치해석

수치해석을 위해 네 변이 단순지지된 $[45^\circ / -45^\circ / 90^\circ / 0^\circ]_s$ 으로 적층된 $0.3\text{m} \times 0.3\text{m} \times 0.001\text{m}$ 의 Graphite/Epoxy 복합재료 평판과 두께 0.0005m 를 갖는 PZT를 사용하였다. 복합재료와 압전세라믹의 물성치들을 Table 1에 수록하였다.

공력감쇠계수는 $\frac{\mu}{M_\infty} = 0.01$ 로 가정하였으며, 패

널의 온도 분포는 $\Delta T = T_o \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right)$ 으로 가정하였다.

Table 1. Material properties of Graphite/ Epoxy and PZT

Property	Gr/Epoxy	PZT
Elastic Properties:		
E_{11} (GPa)	155	66
E_{22} (GPa)	8.07	66
G_{12} (GPa)	4.55	25.38
ν_{12}	0.22	0.31
Piezoelectric :		
Strain Coefficient d_{31} (m/V)		-190×10^{-12}
Depolarization Field		5×10^5
Thermal Expansion Coefficient($10^{-6}/^\circ\text{C}$):		
α_1	-0.07	4
α_2	30.1	4
Mass Density (kg/m^3)	1550	7800

Fig. 1과 같이 복합재료 평판의 윗면과 아래면에 대칭으로 압전 PZT를 부착하였으며, 4절점 C^1 사각형 요소를 사용하여 x-방향(바람방향)으

로 10개의 요소와 y-방향으로 6개의 요소를 가지고 유한요소모델링을 수행하였다. 패널의 앞전(leading edge)근처에 압전 작동기를 위치시키는 것이 더 효과적이라는 연구 결과[14]에 의해 Fig. 1과 같이 PZT를 부착하였으며 Fig. 1처럼 압전작동기가 부착된 복합재료 평판의 열 좌굴 온도 ΔT_{cr} 는 좌굴해석을 통해 17.5°C 로 계산되었다.

패널의 최대변위는 $x=0.75a$ and $y=0.5b$ 에서 발생하게 되며[2], 본 연구에서도 이 최대변위가 발생하는 위치에서 Newmark 시간 적분법을 이용해서 변위 계산을 하였다. 비선형 모델을 기반으로 한 비선형 궤환선형화 제어기의 제어성능 결과를 선형모델을 기반으로 하는 LQR 제어기의 성능과 비교하였다.

패널 플러터의 경우 동압이 어느 한계보다 커지게 되면 주어진 작동기의 특성상 제어가 이루어지지 않는 동압이 존재하게 된다. 본 연구에서 제안한 비선형 제어기의 성능을 알아보기 위해 먼저 열하중이 없는 경우 매우 높은 동압 $\lambda = 1000$ 을 선택하여 해석해보았다. Fig. 2에서처럼 $\lambda = 1000$ 에서는 패널은 극한사이클의 특성을 보여주게 된다. 열하중이 없는 경우 높은 동압에서 극한사이클 거동을 보여주는 해석 결과는 참고문헌[2]에서도 찾아볼 수 있으며, 변위가 평판두께의 1~1.5배 정도가 되는 것을 알 수 있다. Fig. 3은 선형모델을 기반으로 설계된 LQR에 의한 제어결과를 보여준다. 작동기의 포화(saturation) 현상으로 인해 전혀 제어가 이루어지지 않는 반면, Fig. 4에서 보는 바와 같이 본 연구에서 제안한 비선형 궤환선형화 제어기에 의해 어느정도 포화현상이 발생하지만 완전히 제어가 이루어지는 것을 알 수 있다.

이번에는 비선형 궤환선형화 제어기가 열하중이 작용하는 환경에서의 성능에 대한 해석을 수

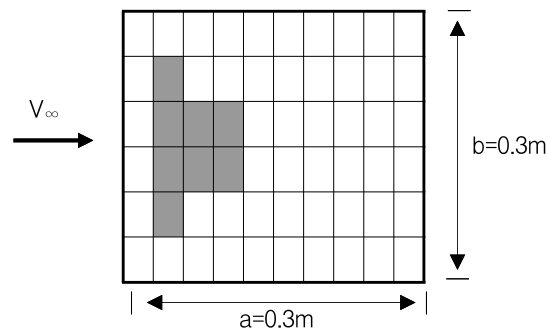


Fig. 1. The shape and the location of PZT actuator on composite plate

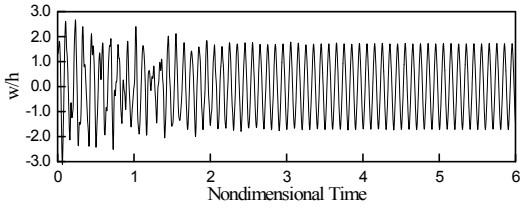


Fig. 2. Time history of panel motion at $\frac{\Delta T}{\Delta T_{cr}} = 0$ and $\lambda = 1000$

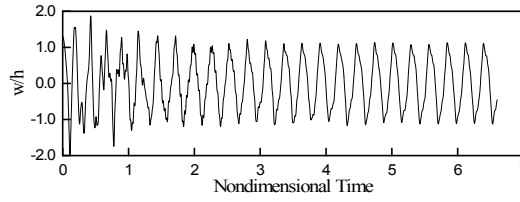


Fig. 5. Time history of panel motion at $\frac{\Delta T}{\Delta T_{cr}} = 2$ and $\lambda = 190$

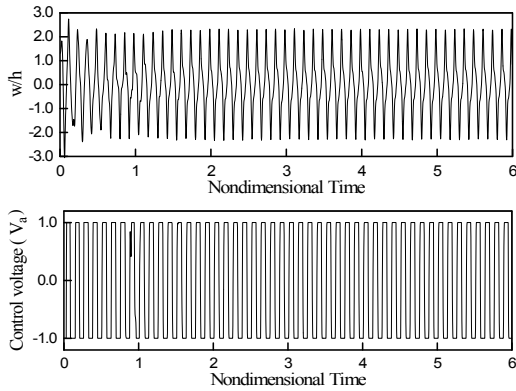


Fig. 3. Time history of panel motion and control input with LQR based on the linear model at $\frac{\Delta T}{\Delta T_{cr}} = 0$ and $\lambda = 1000$

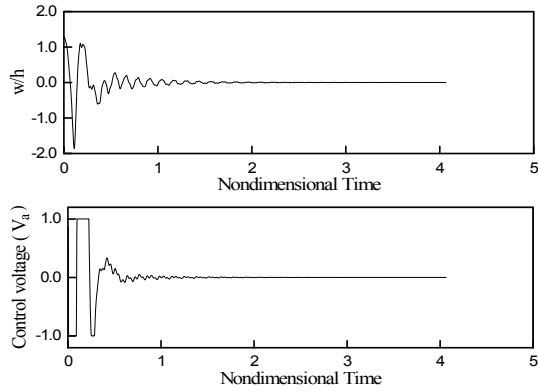


Fig. 6. Time history of panel motion and control input with LQR based on the linear model at $\frac{\Delta T}{\Delta T_{cr}} = 2$ and $\lambda = 190$

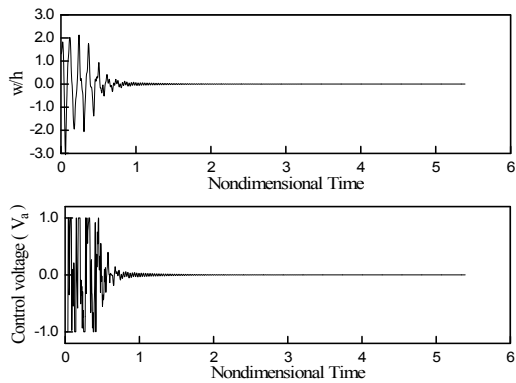


Fig. 4. Time history of panel motion and control input with feedback linearization control at $\frac{\Delta T}{\Delta T_{cr}} = 0$ and $\lambda = 1000$

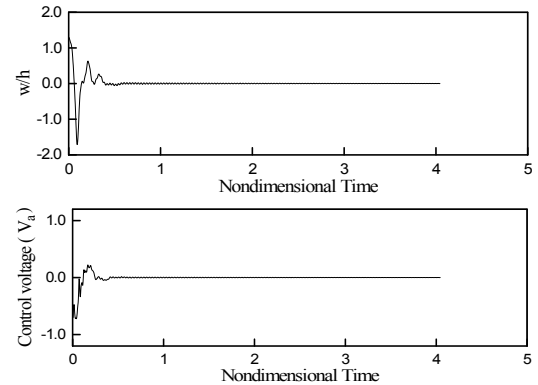


Fig. 7. Time history of panel motion and control input with feedback linearization control at $\frac{\Delta T}{\Delta T_{cr}} = 2$ and $\lambda = 190$

행하였다. 공력가열로 인한 열하중이 구조물에 작용하게 되면 구조물의 강성이 저하되기 때문에 열하중이 없을 경우에 비해 임계동압이 더 떨어지게 된다. 패널은 높은 온도 하에서 공기력-열적 후좌굴(post buckling) 현상이 발생하게 되며

이로 인해 정적 변위의 처짐량이 커지게 된다. 하지만 압전작동기는 가해줄 수 있는 전기장 크기의 한계를 갖고 있기 때문에 이와 같이 정적 변위의 처짐량이 큰 상태에서 플러터를 완전하게 제어하는 것은 쉽지 않다[6].

$$\frac{\Delta T}{\Delta T_{cr}} = 2 \text{ 와 } \lambda = 190 \text{ 에서 패널은 Fig. 5에서}$$

처럼 극한 사이클의 특성을 갖게 되며 이 경우 Fig. 6 과 Fig. 7에서 보는 바와 같이 선형제어기와 비선형제어기 모두에서 완전하게 제어가 이루어지는 것을 알 수 있다. 하지만 Fig. 6에서 보는 바와 같이 선형제어기 LQR 하에서는 작동기의 포화 현상이 발생함으로써 제어 초기시점에 비교적 커다란 제어에너지가 필요한 반면, 본 연구에서 제안한 비선형 제어기법에서는 Fig. 7에서와 같이 제어 초기시점에서도 작동기의 포화현상이 일어나지 않음으로서 선형제어기의 경우 보다 더 적은 제어에너지를 가지고서도 플러터를 완전하게 억제할 수 있음을 알 수 있다.

VIII. 결 론

패널플러터 제어를 위해 궤환 선형화 기법을 이용한 비선형제어기를 유한요소법을 이용해서 설계하였다. 수치해석을 통해 기존의 선형모델을 기반으로 하는 LQR의 성능과 비교해 보았다. 기존의 LQR로는 비교적 낮은 동압까지만 제어할 수 있었다는 단점을 갖고 있었지만, 본 연구에서 제안한 비선형 제어기를 사용하면 기존의 LQR로 제어할 수 없었던 동압에서도 제어가 가능하다는 것을 확인해주었다.

참고문헌

- 1) Mei, C., Abedl-Motagaly, K. and Chen, R., "Review of Nonlinear Panel Flutter at Supersonic and Hypersonic Speeds", Applied Mechanics Reviews, Vol. 52, No. 10, 1999, pp. 321-332.
- 2) Zhou, R. C., Xue, D. Y., and Mei, C., "A Finite Element Time Domain-Modal Formulation for Nonlinear Flutter of Composite Panels", AIAA Journal, Vol.32, No. 10, 1994, pp. 2044-2052.
- 3) Oh, I.K., Han J. H. and Lee I., 2001, "Thermopiezoeleastic snapping of piezolaminated plates using layerwise nonlinear finite elements", AIAA Journal, Vol 39, pp. 1188-1198

- 4) 구교남, "구조감쇠를 고려한 등방성 평판 및 복합적층판의 패널 플러터 해석", 한국항공우주학회지, 제 30권, 3호, pp. 115-122, 2002.

- 5) Scott, R. C., and Weisshaar, T. A., "Controlling Panel Flutter Using Adaptive Materials", Journal of aircraft, Vol. 31, No. 1, 1994, pp. 213-222.

- 6) Zhou, R. C., Lai, Z., Xue, D. Y., Hauang, J.-K., and Mei, C., "Suppression of Nonlinear Panel Flutter with Piezoelectric actuators Using Finite Element", AIAA Journal, Vol. 33, No. 6, 1995, pp. 1098-1105.

- 7) Suleman, R., and Goncalves, MA., "Optimization issues in applications of piezoelectric actuators in panel flutter controls, Proceedings of SPIE-Intl Soc for Optical Eng, Vol. 3049, 1997, pp. 335-347

- 8) Moon, S. H., and Kim, S. J., "Active and Passive Suppressions of Nonlinear Panel Flutter Using Finite Element Method", AIAA Journal, Vol. 11, No. 11, 2001, pp. 2042-2050.

- 9) Moon, S. H., and Kim, S. J., "Suppression of nonlinear composite panel flutter with active/passive hybrid piezoelectric networks using finite element method" Composite Structures, Vol. 59, No. 4, 2003, pp 525-533.

- 10) Spong M. W. Spong and M. Vidyasagar, Robot Dynamics and Control, John Wiley & Sons, Inc., 1989.

- 11) Chwa, D. and Choi, J.Y., "New Parametric Affine Modeling and Control for Skid-to-Turn Missiles," IEEE Trans. on Control Systems Technology, Vol. 9, No. 2, pp. 335-347, Mar. 2001.

- 12) Dawson D.M. Dawson, J. Hu, and T.C. Burg, Nonlinear Control of Electric Machinery, Marcel Dekker, 1998.

- 13) Bathe, K. J., Finite Element Procedures, Prentice Hall International, 1996.

- 14) Ho. M. T., Chen, R, and Chu, L. C., "Wind-tunnel testing of panel flutter control using piezoelectric actuation and iterative gain tuning", SPIE Conf. Smart Struct and Matls, 1997, pp. 564-577.