

〈 논문 〉

## 재료분포의 연속적인 근사를 이용한 위상최적설계 방법의 비교 연구

임영석\* · 민승재† · 유정훈\*\* · 寺田賢二郎\*\*\* · 西脇眞二\*\*\*\*  
(2005년 9월 5일 접수, 2006년 1월 6일 심사완료)

### Comparative Studies of Topology Optimization Using Continuous Approximation of Material Distribution

Young Seok Lim, Seungjae Min, Jeonghoon Yoo, Kenjiro Terada and Shinji Nishiwaki

**Key Words :** Topology Optimization(위상최적설계), Homogenization Design Method(균질화설계법), Simple Isotropic Material with Penalization(밀도법), Continuous Approximation of Material Distribution(재료분포의 연속적인 근사)

#### Abstract

To prevent the numerical instabilities in topology optimization, continuous approximation of material distribution (CAMD) is proposed to the homogenization design method (HDM) and the simple isotropic material with penalization (SIMP) method. The continuous FE approximation of design variables including high order elements is applied to the formulation of SIMP method. Numerical examples are presented to compare the efficiency of CAMD both in HDM and SIMP.

#### 1. 서 론

위상최적설계 분야는 설계영역의 완화방법에 따라서 크게 균질화설계법 (HDM: Homogenization Design Method)과 밀도법(SIMP: Simple Isotropic Material with Penalization)으로 나눌 수 있다. 1988년 Bendsøe 와 Kikuchi<sup>(1)</sup>가 제안한 균질화설계법은 설계영역을 무수히 많은 다공질체로 가정하고 다공질체를 구성하는 단위미세구조의 구멍크기와 방향을 설계변수로 설정하여 주어진 재료량 제한조건하에서 목적함수(예를 들어 정적문제의 경우 평균굴성)를 최소화하도록 정식화하였다. 이 방법은 다공질체의 재료물성 계산에 복합재료역학의 균질

화이론을 사용하므로 이론적 배경이 확실한 반면 재료물성값 데이터베이스를 미리 구축해야 하므로 그 과정이 복잡하고 밀도법에 비하여 많은 설계변수로 인하여 상대적으로 계산효율성이 낮다고 할 수 있다. 그 이후 Bendsøe<sup>(2)</sup>는 설계영역을 다공질체 대신 재료의 밀도만으로 가정한 밀도법을 제안하였는데 균질화설계법에 비해서 이론적인 배경과 물리적 의미는 부족하지만 이해하기 쉽고 구현이 간단하여 많이 사용되고 있다.

위상최적설계방법이 제안되면서 1960년대부터 연구되었던 구조최적설계 분야는 새로운 전환점을 맞이하면서 최근까지 활발한 연구가 진행되고 있지만 수치적 불안정성은 여전히 숙제로 남아있는 실정이다. 여기서 수치적 불안정성<sup>(3)</sup>이란 크게 세 가지로 나눌 수 있는데 유한요소 해석과정에서 실제 재료가 갖는 강성보다 더 강한 강성을 갖는 바둑판 모양(checkerboard pattern)이 발생하는 문제와 유한요소의 크기에 따라서 최적형상이 달라지는 요소크기의 의존성 문제, 초기값이나 이동거리 등 설계 파라미터에 따라서 결과값이 달라지는 지역

\* 한양대학교 대학원 기계설계학과

† 책임저자, 회원, 한양대학교 기계공학부

E-mail : seungjae@hanyang.ac.kr

TEL : (02)2220-0457 FAX : (02)2298-4634

\*\* 회원, 연세대학교 기계공학부

\*\*\* 東北大学 工学系研究科 土木工学専攻

\*\*\*\* 京都大学 工学研究科 機械工学群 航空宇宙工学専攻

해를 갖는 문제를 말한다. 이런 문제들을 해결하고자 Diaz 와 Sigmund<sup>(4)</sup>는 바둑판 모양이 생성되는 원인을 규명하였고 고차원 유한요소를 사용하는 것이 바둑판 모양의 생성을 억제하는데 효과적이라고 제안하였다. 그 밖에 Bendsoe<sup>(5)</sup>는 패치법을, Sigmund<sup>(6)</sup>와 Bourdin<sup>(7)</sup>은 요소의 민감도에 가중값을 주어 평균한 민감도값을 사용하는 필터링 방법을, Haber 와 Bendsoe<sup>(8)</sup>는 경계선을 구속하는 방법을, Park 과 Youn<sup>(9)</sup>은 밀도 재분배법 알고리즘을, Petersson 과 Sigmund<sup>(10)</sup>는 민감도를 구속하는 방법을 제안하였다. 그 중에서 필터링 방법이 바둑판 모양도 제거하고 유한요소의 크기에 독립적이지므로 지금까지 수치적인 불안정성을 해결하는데 가장 좋은 방법으로 알려져 있으나 평균할 범위를 나타내는 파라미터값을 학습적으로 정해야 하는 문제점이 있다. Matsui 와 Terada<sup>(11)</sup>는 수치적인 불안정성은 유한요소 경계에서 요소와 요소 사이 재료의 불연속적인 분포가 주 원인이라고 판단하여 구속 조건의 추가없이 절점을 설계변수로 하여 절점값을 보간하여 사용하는 재료분포의 연속적인 근사 (CAMD: Continuous Approximation of Material Distribution) 방법을 제안하였고 이후 Youn 등<sup>(12,13)</sup>은 요소 사이의 연결 정도를 절점 중심으로 하는 요소 연결 매개법을 제안하였다.

수치적 불안정성 문제는 균질화설계법에서 보다는 밀도법에서 더 큰 문제가 됨을 인식하고 본 연구에서는 CAMD 방법을 밀도법에 적용시켜서 그 효과를 확인하고자 한다. 그리고 고차원 유한요소를 사용하는 경우까지 확장하여 균질화설계법과 밀도법에 적용된 CAMD 를 비교 분석하고자 한다.

## 2. 위상최적설계

Fig. 1 과 같이 경계  $\Gamma_d$ 가 고정된 설계영역  $\Omega$  에 체적력  $f$ , 경계  $\Gamma_i$ 에 표면력  $t$ 가 작용하는 탄성계수  $E$  인 선형탄성체구조의 평형상태는 가상변위 원리를 이용해 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$u \in V : a(u, v) = l(v) \quad \forall v \in V \quad (1)$$

여기서  $u$  는 변위,  $v$  는 Sobolev 공간  $V$ 의 부분 집합인 가상변위를 나타내고  $a(u, v)$ 와  $l(v)$ 는 각각 평형상태에서 가상변위  $v$  에 대한 내부가상일과 외부작용일을 나타낸다.

$$a(u, v) = \int_{\Omega} \varepsilon(v)^T E \varepsilon(u) d\Omega \quad (2)$$

$$l(v) = \int_{\Omega} v^T f d\Omega + \int_{\Gamma_i} v^T t d\Gamma \quad (3)$$

$$V = \{v = v_i e_i \mid v_i \in H^1(\Omega) \text{ with } v_i = 0 \text{ on } \Gamma_d\} \quad (4)$$

일반적인 강성설계에서는 주어진 하중에 대해 구조물의 변형을 최소화시키는 문제로 다음과 같이 정식화한다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize} && l(u) \\ & \text{subject to} && a(u, v) = l(v) \quad \forall v \in V \\ & && \text{design restrictions} \end{aligned} \quad (5)$$

그리고 평형상태에서 경계조건을 고려하면 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$C_{mean} = a(u, v) = l(v) = \int_{\Omega} \varepsilon(v)^T E \varepsilon(u) d\Omega \quad (6)$$

여기서  $C_{mean}$  는 평균굴성이다. 식 (6)의 목적함수를 고려할 때 탄성계수값의 변화에 따라 목적함수가 변화한다. 이 탄성계수를 구하는 방법에 따라서 위상최적설계 분야는 균질화설계법과 밀도법으로 나누어지는데 균질화설계법은 미세구조의 특성으로부터 거시적으로 균질화된 복합재료의 물성을 구하는 기법으로 Fig. 1(a)와 같이 균질화된 재료의 직교성 때문에 단위 셀의 미세구조를 구멍의 크기를 나타내는  $a, b$  와 회전각  $\theta$  로 표현한다. 그러나 이러한 직교성은 재료의 거동 때문이라기보다는 유한요소의 특성 때문으로 알려져 있으므로 앞으로 사용하는 균질화설계법은 Fig. 1(b)와 같이 미소셀이 균질화된 재료의 등방성을 갖는다고 가정하여 육면체의 미소셀로 정의한다.<sup>(10)</sup>

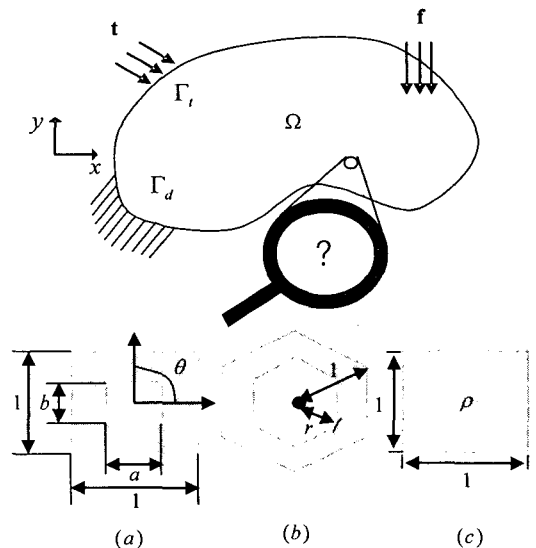


Fig. 1 Design domain ; (a) rectangular microstructure (b) hexagonal microstructure (c) discretized element

한편 밀도법에서는 Fig. 1(c)와 같이 이산화된 요소의 밀도값을 설계변수로 설정하여 재료의 물성값인 탄성계수를 다음과 같이 표현한다.

$$E = \rho^p E_0 \quad (7)$$

여기서  $E_0$ 는 실제 재료상수값이고,  $\rho$ 는 설계변수인 재료의 밀도값,  $E$ 는 설계변수에 따른 가상의 재료상수값이다.  $p$ 는 벌칙인자이고  $p$ 값에 따라서 요소의 밀도를 0과 1로 분산시키는 효과가 있으며 일반적으로 3 이상의 값을 취한다. 따라서 모든 요소의 밀도값은 0에서 1사이의 구간범위를 갖는다.

### 3. 재료분포의 연속적인 근사를 이용한 위상최적설계

#### 3.1 균질화설계법

Matsui와 Terada<sup>(11)</sup>는 위상최적설계에서 바둑판 모양과 같이 수치적으로 불완전한 결과가 발생하는 원인을 설계영역의 이산화에 따른 유한요소간 재료의 불연속적인 분포에 의한 것이라 판단하고 이산화된 절점을 설계변수로 하는 CAMD를 제안하였다. 균질화설계법에 CAMD를 적용할 때 육각형 요소의 구멍크기를 나타내는  $r^h(x)$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$r^h(x) = \sum_{j=1}^n N_j(x) R_j \quad (8)$$

식 (8)은 한 요소를 둘러싼 절점에서 미소셀의 구멍크기를 나타내는  $R_j$ 를 형상함수를 이용하여 보간함으로써 미소셀을 대표하는 육면체 요소의 구멍크기인  $r^h$  값을 얻는다. 여기서  $N_j(x)$ 는 형상함수,  $n$ 은 절점의 총 수,  $h$ 는 이산화된 유한요소의 크기를 나타낸다. 식 (8)을 이용하여 위상최적화 문제를 정식화하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\text{Minimize } C_{mean} \\ &\text{subject to } \Omega^m = \int_{\Omega} (1 - (r^h)^2) dv \leq \Omega_{des} \\ &0 \leq R_j \leq 1, j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (9)$$

여기서  $\Omega^m$ 는 설계된 구조물의 영역이고  $\Omega_{des}$ 는 설계영역을 나타낸다.

#### 3.2 밀도법

재료분포의 연속적인 근사방법을 밀도법에 적용하기 위하여 설계영역상의 요소의 밀도를 다음과 같이 근사한다. 이때 설계변수를 요소의 밀도값이 아닌 절점의 밀도값  $P_j$ 로 재정의한다.

$$\rho^h(x) = \sum_{j=1}^n N_j(x) P_j \quad (10)$$

이 방법을 이용해서 위상최적설계문제를 정식화하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} &\text{Minimize } C_{mean} \\ &\text{subject to } \Omega^m = \int_{\Omega} \rho^h dv \leq \Omega_{des} \\ &0 \leq P_j \leq 1, j = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (11)$$

본 연구에서는 CAMD를 이용한 균질화설계법과의 비교를 위하여 동일한 최적화 알고리즘인 순차적 선형계획법(SLP)으로 정식화된 최적설계문제를 해결한다. 최적화문제를 선형화하기 위해서  $j$ 번째 절점의 설계변수  $P_j$ 에 대한 목적함수와 구속조건의 민감도는 다음과 같다.

$$\frac{\partial C_{mean}^h}{\partial P_j} = \int_{\Omega} (\varepsilon^h)^T \frac{\partial D}{\partial \rho^h} \frac{\partial \rho^h}{\partial P_j} \varepsilon^h d\Omega \quad (12)$$

$$\frac{\partial \Omega^m}{\partial P_j} = \int_{\Omega} \frac{\partial \rho^h}{\partial P_j} d\Omega \quad (13)$$

여기서 절점의 설계변수  $P_j$ 는 요소의 밀도를 표현하는 설계변수  $\rho^h(x)$ 와 독립적이므로 절점 설계변수  $P_j$ 에 관해 미분하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \rho^h}{\partial P_j} = \frac{\partial \left( \sum_{j=1}^n N_j(x) P_j \right)}{\partial P_j} = N_j(x) \quad (14)$$

식 (12)와 (13)에 식 (14)를 대입하면 다음과 같이 간단하게 정리할 수 있다.

$$\frac{\partial C_{mean}^h}{\partial P_j} = \int_{\Omega} (\varepsilon^h)^T \frac{\partial D}{\partial \rho^h} \varepsilon^h N_j(x) d\Omega \quad (15)$$

$$\frac{\partial \Omega^m}{\partial P_j} = \int_{\Omega} N_j(x) d\Omega \quad (16)$$

여기서  $j$ 는 모든 절점을 나타내지만 형상함수의 특성상 절점을 공유하는 요소들의 합의 형태로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial C_{mean}^h}{\partial P_j} = \sum_{e=1}^{m_j} \int_{\Omega_e} (\varepsilon^h)^T \frac{\partial D}{\partial \rho^h} \varepsilon^h N_j(x) d\Omega \quad (17)$$

$$\frac{\partial \Omega^m}{\partial P_j} = \sum_{e=1}^{m_j} \int_{\Omega_e} N_j(x) d\Omega \quad (18)$$

여기서  $m_j$ 는  $j$ 번째 절점을 공유하는 요소수이다.

3.3 고차원 유한요소의 사용

위상최적설계에서 설계영역의 이산화에 고차원 유한요소를 사용하면 수치적 불안정성을 완화하여 바둑판 모양의 생성을 억제할 수 있다. 그러나 계산시간이 늘어나기 때문에 고차원 유한요소를 사용하는 것보다는 저차원 유한요소를 사용하더라도 수치적 불안정성 문제를 해결할 수 있는 방법들이 제안되었다. 본 연구에서는 CAMD 방법을 고차원 유한요소에도 적용함으로써 그 효과를 비교해 보고자 한다. 고차원 유한요소에 형상함수를 통해 보간하는 방법을 적용하면 설계변수 값인  $\rho^i(x)$ 는 고차원 유한요소의 형상함수에 의해 음의 값이 될 수도 있으므로 구속조건인 0~1 구간범위를 벗어날 수도 있다. 따라서 유한요소해석 시 변위 계산은 고차원 유한요소 각 절점의 값들을 그대로 이용하지만, 설계변수 계산에서 절점의 밀도값을 통해 형상함수로 보간할 때는 저차원 유한요소의 형상함수를 사용한다. Fig. 4 는 저차원 유한요소 (QUAD-4)와 고차원 유한요소(QUAD-8)를 사용할 때 변위 및 설계변수 계산에 필요한 절점들을 나타내고 그때 보간에 사용한 형상함수는 Table 1 과 같다.

4. 예제를 통한 비교 및 고찰

본 연구에서는 균질화설계법에 적용된 CAMD 방법을 밀도법에 적용시켜 외팔보와 MBB 빔 설계에 적용하여 각각의 방법으로 얻어진 최적형상을 균질화설계법의 결과<sup>(11)</sup>와 비교하고자 한다. 본 연구에서 사용하는 프로그램은 Sigmund<sup>(14)</sup>가 제안

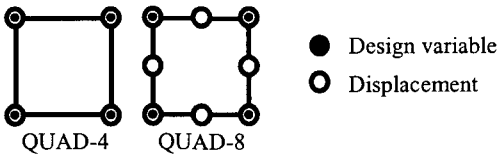


Fig. 2 Nodes for interpolation of displacement and design variables

Table 1 Shape function for interpolation

	QUAD-4	QUAD-8
Displacement	Bi-linear	Quadratic
Design variable	Bi-linear	Bi-linear

한 메틀랩 코드를 기반으로 밀도법의 CAMD 알고리즘을 구현하였다. 재료의 탄성계수는  $E = 100(\text{GPa})$ , 포아송 비  $\nu = 0.3$ , 벌칙인자  $p = 3$  을 사용하였다. 전체적인 최적화 알고리즘의 순서도는 Fig. 3 과 같다.

4.1 외팔보 설계

Fig. 4 와 같은 직사각형 설계영역에서 좌단을 완전 고정하고 우상단에 100 kN 의 하중이 작용할 때 이 영역의 30% 재료량으로 최대강성을 갖는 외팔보 구조물을 설계하고자 한다. 여기서 한 요소의 크기는 0.1m 이다. 일반적인 위상최적설계방법에 따라서 4 절점 요소와 8 절점 요소를 사용하여 Fig. 5 와 같은 형상을 얻었고 재료분포의 연속적인 근사방법을 이용하여 Fig. 6 과 같은 결과를 도출했다. 외팔보 설계는 수치적 불안정성 문제 중 바둑판 모양이 심각하게 발생하는 문제는 아니다. Fig. 50(a)와 (b)에서 바둑판 모양이 보이지만 균질화설계법에서 보다는 요소의 밀도값 하나만을 설계변수로 하는 밀도법에서 더 큰 문제임을 확인하였다. Fig. 5(c)와 (d)를 통하여 4 절점 요소보다는 8 절점 요소를 사용하는 것이 바둑판 모양의 생성을 억제하는데 효과적이었으나 계산시간이 늘

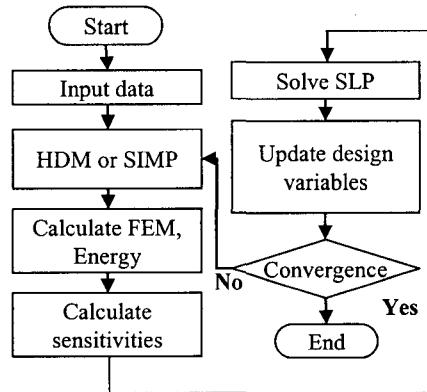


Fig. 3 Flowchart

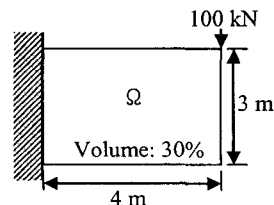


Fig. 4 Cantilever beam problem

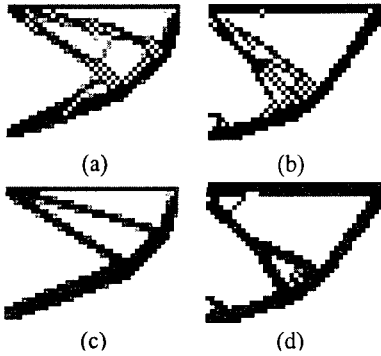


Fig. 5 Optimum topologies of cantilever beam problem  
 (a) HDM(QUAD-4) (b) SIMP(QUAD-4)  
 (c) HDM(QUAD-8) (d) SIMP(QUAD-8)

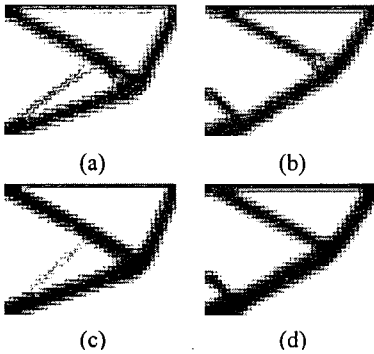


Fig. 6 Optimum topologies of cantilever beam problem using CAMD  
 (a) HDM(QUAD-4) (b) SIMP(QUAD-4)  
 (c) HDM(QUAD-8) (d) SIMP(QUAD-8)

Table 2 Comparison of objective function (N·m)

	Non-CAMD	CAMD
(a) HDM(QUAD-4)	5.14	6.97
(b) SIMP(QUAD-4)	5.62	6.52
(c) HDM(QUAD-8)	5.59	7.14
(d) SIMP(QUAD-8)	6.41	6.69

어나는 단점이 있다. Fig. 6(a)와 (b)는 4 절점 요소에 Fig. 6(c)와 (d)는 8 절점 요소에 재료분포의 연속적인 근사방법을 적용시켜 얻은 형상인데 각각의 방법에 따라서 두 결과가 일치했다. Fig. 6(a)와 (b)에서는 위상최적설계 방법에 따라서 다른 최적형상을 보였으나 재료분포의 연속적인 근사방법이 바둑판 모양의 생성을 억제하는데 탁월한 효과가 있음을 확인하였다. Table 2 에서 목적함수인 평균 굴성값은 균질화설계법이 밀도법보다 낮은 값으로 수렴되었고 CAMD 방법을 적용한 경우가

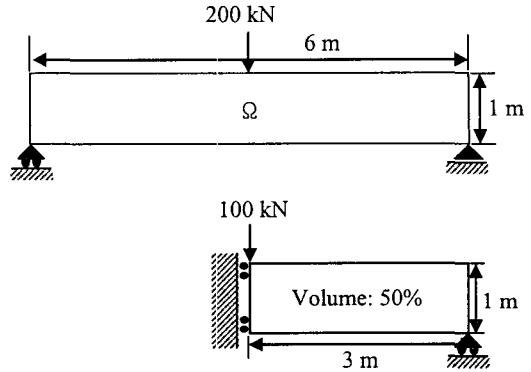


Fig. 7 MBB beam design problem

요소기준의 기존 방법보다는 약간 높은 값을 나타내고 있다. 이 예제를 통하여 재료분포의 연속적인 근사방법이 밀도법에서도 균질화설계법에서와 같은 수치적인 불안정성 문제 해결에 효과적임을 확인하였다.

4.2 MBB 빔(Messerschmitt-Bölkow-Blohm) 설계

수치적 불안정성 문제에 많이 인용되는 MBB 빔 설계에 적용하고자 Fig. 7 과 같이 대칭성을 이용하여 설계영역, 경계조건, 하중조건을 설정하였다. 사용한 재료의 양은 전체 영역의 50%이고 한 요소의 크기는 0.05m 이다. Fig. 8 은 요소기준의 기존 위상최적화를 통해 구한 최적형상이고 Fig. 9 는 연속적인 재료 분포를 통한 방법을 적용하여 구한 최적형상이다.

Fig. 8(a)와 (b)에서 바둑판 모양이 심각하게 생성되는 것을 확인할 수 있었고, 밀도법에서는 형상을 알아볼 수 없을 정도로 심각한 문제이다. Fig. 8 (c)와 (d)와 같이 고차원 유한요소를 사용하여 4 절점 요소보다는 향상된 형상을 도출할 수 있었다. Fig. 8 (d)에서 고차원 요소를 사용해서도 깨끗한 형상을 얻지 못했는데 이는 순차적 선형계획법에서 초기값의 영향이라고 판단된다. 보다 선명한 형상을 얻기 위하여 초기값을 조절할 수도 있으나 공정한 비교를 위하여 동일한 값을 사용하였다. Fig. 9 에서 CAMD 를 적용하여 밀도법과 균질화설계법에서 비교적 깨끗한 형상을 도출하였다. 8 절점 요소를 사용한 Fig. 9(c)와 (d)에서 부재수가 줄어든 것을 확인할 수 있었고 Table 3 에 MBB 빔 평균굴성값을 비교하였다. 설계방법에 따라서 형상은 다르지만 수치적 불안정성문제 중 바둑판 모양의 생성을 억제하는 효과를 확인할 수 있다.

CAMD 를 적용한 균질화설계법에서 8 절점 요소를 사용한 효과는 크지 않았으나 CAMD 를 적용

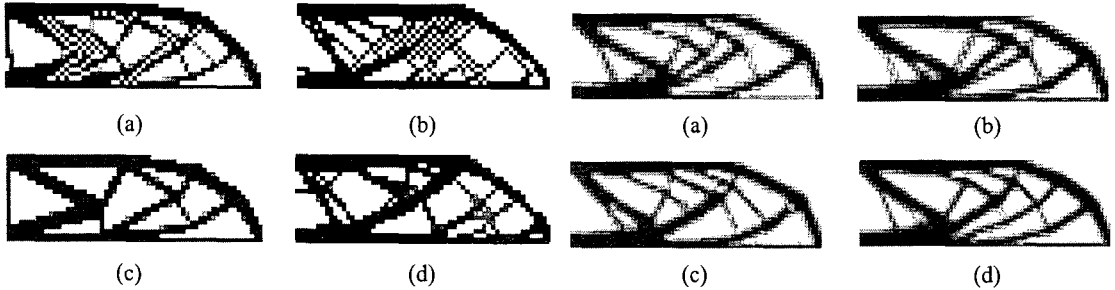


Fig. 8 Optimum topologies of MBB beam design problem  
 (a) HDM(QUAD-4) (b) SIMP(QUAD-4)  
 (c) HDM (QUAD-8) (d) SIMP (QUAD-8)

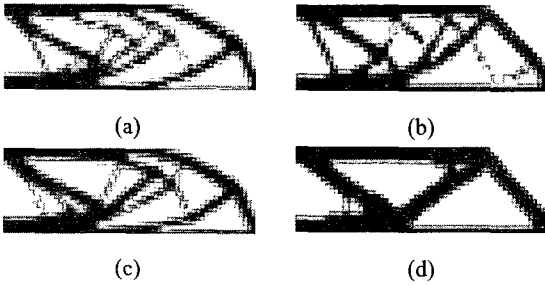


Fig. 9 Optimum topologies of MBB beam design problem using CAMD  
 (a) HDM(QUAD-4) (b) SIMP (QUAD-4)  
 (c) HDM (QUAD-8) (d) SIMP (QUAD-8)

Table 3 Comparison of objective function (N-m)

	Non-CAMD	CAMD
(a) HDM(QUAD-4)	19.17	21.78
(b) SIMP(QUAD-4)	20.15	21.85
(c) HDM(QUAD-8)	20.40	22.64
(d) SIMP(QUAD-8)	21.46	22.06

한 밀도법에서는 8 절점 요소를 사용했을 때 필터링을 사용한 결과와 같은 형상을 얻었다. 따라서 재료분포의 연속적인 근사방법을 적용한 밀도법에서는 계산시간이 더 소요되더라도 고차원 유한요소를 사용하는 방법이 더 효과적이라고 생각된다. CAMD 를 적용한 균질화설계법에서는 임의의 강성을 갖는 바둑판 모양을 제거하는데 상당한 효과를 보였으나 Fig. 11 에서 보듯이 여전히 요소의 크기에 따라서 다른 최적형상을 찾는 문제점이 존재한다. 4 절점 요소를 사용하는 Fig. 10(a)와 (c)에서는 요소 크기의 변화에 따른 형상의 변화를 구별하기가 쉽지 않으나 8 절점을 사용하는 Fig. 10(b)와 (d)에서 보면 요소의 크기가 0.05m 에서 0.04로 줄어들면서 구조물의 부재수가 늘어나고 형상

Fig. 10 Optimum topologies in HDM using CAMD  
 (a) 60 x 20 (QUAD-4) (b) 60 x 20 (QUAD-8)  
 (c) 75 x 25 (QUAD-4) (d) 75 x 25 (QUAD-8)

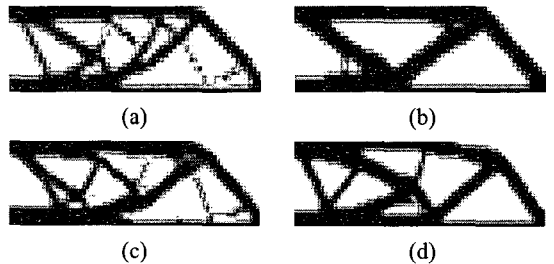


Fig. 11 Optimum topologies in SIMP using CAMD  
 (a) 60 x 20 (QUAD-4) (b) 60 x 20 (QUAD-8)  
 (c) 75 x 25 (QUAD-4) (d) 75 x 25 (QUAD-8)

안쪽에 구멍의 수가 증가하는 것을 확인하였다. 밀도법에서는 균질화설계법과 달리 미소 단위셀의 개념은 사용하지 않고 연속체인 설계영역을 유한개의 요소로 분할하여 해결한 것이므로 설계영역의 요소분할 정도에 따라 최적형상이 크게 달라진다. CAMD 방법을 적용한 밀도법에서는 CAMD 를 적용한 균질화설계법보다 요소의 크기에 따라서 더 민감한 결과를 얻었다. Fig. 11(b)와 (d)를 보면 확실히 구조물의 부재수가 늘어난 것을 확인할 수 있다. 요소의 크기에 따라서 최적형상이 변하는 문제는 설계영역에서 요소의 크기가 작아지면 구조물의 부재들이 보강되고 구멍의 수가 증가되는 것이 더 낮은 목적함수 값을 만족하기 때문이다.<sup>9)</sup> 설계영역을 이산화하여 계산하는 유한요소방법으로는 요소크기에 대한 의존성문제가 해결하기 어려운 문제로 알려져 있다.

### 5. 결론

본 연구에서는 위상최적설계기법인 균질화설계법과 밀도법에 요소와 요소 사이의 연속적인 재료분포를 위해서 한 요소를 둘러싼 절점값들로부터 보간된 값을 요소값으로 사용하는 CAMD 방법을 적용하였다. 그리고 수치적으로 불안정한 현상들

을 억제하는데 효과적임을 확인하였다. 또한 4 절점 요소 외에 고차요소인 8 절점 요소에도 CAMD 방법을 적용하여 그 결과를 비교하였다. 문헌에 많이 인용되는 예제들을 통하여 CAMD 방법이 바둑판 모양 형상제거에 효과적임을 확인하였으나 요소크기에 따라 최적형상이 변하는 요소 의존성은 여전히 숙제로 남아있다.

## 후 기

이 논문은 2004 년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음 (KRF-2004-042-D00004)

## 참고문헌

- (1) Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N. 1988, "Generating Optimal Topologies in Structural Design Using a Homogenization Method," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 71, pp. 197~224.
- (2) Bendsøe, M. P., 1989, "Optimal Shape Design as a Material Distribution Problem," *Struct. Optim.*, Vol. 17, pp. 193~202.
- (3) Sigmund, O. and Petersson, J., 1998, "Numerical Instabilities in Topology Optimization: A Survey on Procedures Dealing with Checkerboards, Mesh-Dependencies and Local Minima," *Struc. Optim.*, Vol. 16, pp. 68~75.
- (4) Diaz, A. R. and Sigmund, O., 1995, "Checkerboard Patterns in Layout Optimization," *Struc. Optim.*, Vol. 10, pp. 40~45.
- (5) Bendsøe, M. P., Kikuchi, N. and Diaz, A.R., 1993, "Topology and Generalized Layout Optimization of Elastic Structures," *In Topology Design of Structures* (Edited by Bendsøe, M. P. and Mota Soares, C. A.), Kluwer, Dordrecht, pp. 159~205.
- (6) Sigmund, O., 1994, "Design of Material Structures Using Topology Optimization," Ph.D. thesis, Department of Solid Mechanics, Technical University of Denmark
- (7) Bourdin, B., 2001, "Filters in Topology Optimization," *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol. 50, pp. 2143~2158.
- (8) Haber, R. B., Bendsøe, M. P. and Jog, C., 1996, "A New Approach to Variable-Topology Shape Design Using a Constraint on the Perimeter," *Struc. Optim.*, Vol. 11, pp. 1~12.
- (9) Park, S. H. and Youn, S. K., 1997, "A Study on the Topology Optimization of Structures," *Transactions of the KSME, A*, Vol. 21, No. 8, pp. 1241~1249.
- (10) Petersson, J. and Sigmund, O., 1998, "Slope Constrained Topology Optimization," *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol. 41, pp. 1417~1434.
- (11) Matsui, K. and Terada, K. 2004, "Continuous Approximation of Material Distribution for Topology Optimization," *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol. 59, pp. 1925~1944.
- (12) Yoon, G. H. and Kim, Y. Y., 2005, "Element Connectivity Parameterization for Topology Optimization of Geometrically Nonlinear Structures," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 42, No.7, pp. 1983~2009.
- (13) Joung, Y. S., Yoon, G. H. and Kim, Y. Y., 2005, "Topology Optimization Using the Element Connectivity Parameterization Method in Three Dimensional Design Domain," *Transactions of the KSME A*, Vol. 29, No. 7, pp. 990~995.
- (14) Sigmund, O., 2001, "A 99 Line Topology Optimization Code Written in Matlab," *Struc. Multidisc Optim.*, Vol. 21, pp. 120~127.