

〈논문〉

폴리머 표면측정을 위한 AFM 팁의 나노스케일 접촉-진동 해석

이 수 일*

(2005년 7월 8일 접수, 2005년 12월 26일 심사완료)

Nanoscale Vibro-Contact Analysis of AFM Tip on Polymer Surface

Soo Il Lee

Key Words : Vibro-Contact(접촉진동), Atomic Force Microscopy(원자현미경), Nonlinear Vibration Analysis(비선형 진동해석)

Abstract

In tapping mode atomic force microscopy (TM-AFM), the vibro-contact response of a resonating tip is used to measure the nanoscale topology and other properties of a sample surface. However, the nonlinear tip-surface interactions can affect the tip response and destabilize the tapping mode control. Especially it is difficult to obtain a good scanned image of high adhesion surfaces such as polymers and biomolecules using conventional tapping mode control. In this study, theoretical and experimental investigations are made on the nonlinear dynamics and control of TM-AFM. Also we report the surface adhesion is an additional important parameter to determine the control stability of TM-AFM. In addition, we proved that it was adequate to use Johnson-Kendall-Roberts (JKR) contact model to obtain a reasonable tapping response in AFM for the soft and high adhesion samples.

1. 서론

원자현미경(AFM: Atomic Force Microscopy)⁽¹⁾은 매우높은 분해능을 가지는 나노스케일의 측정 장비로서 나노 표면 형상을 측정하는 데 획기적인 진전을 가져왔다.⁽²⁻⁶⁾ 최근에는 폴리머(polymer) 및 생체분자(biomolecule) 계열의 소프트(soft)한 시료의 경우 그 손상을 줄일 수 있는 방법으로 탭핑 모드(tapping mode)에 의한 측정이 널리 활용되고 있다. 이러한 탭핑 모드에서는 표면 형상을 나타내거나 나노스케일에서 재료의 특성을 나타내기 위해 공진하는 AFM 팁(tip)의 진동-접촉 응답을 사용한다.

접촉(contact) 또는 비접촉(non-contact)식과는 달

리 탭핑 모드는 팁의 접촉진동 응답(일반적으로 반사되는 레이저를 사용하여 포토다이오드 어레이로부터 측정한다)과 Z 스캐너를 피드백 제어함으로써 마이크로캔틸레버의 기저가 XY 스캐닝하는 동안 일정한 진폭으로 진동하도록 한다. 그러나 본래의 팁-시료 상호작용 (tip-sample interactions) 과 시료 자체의 점착력(adhesive force) 등에 의한 내재적 비선형성이 팁의 응답에 영향을 끼치는 것은 물론, 탭핑 모드 제어를 불안정하게 만들기도 한다.

따라서 본 연구에서는 소프트한 시료를 측정할 때 탭핑 모드 제어의 불안정성에 대해 AFM 마이크로캔틸레버의 실험과 이론적인 해석을 수행하였다. 실험에서는 실리콘(Si) 팁을 사용하여 대표적인 폴리머 시료 중 하나인 PDMS (polydimethylsiloxane) 표면을 탭핑 모드로 측정할 때 팁의 진폭과 위상을 측정하였다. 이론적 해석에서는 AFM 마이크로캔틸레버의 팁과 시료 사이의 상호력을 원거리에서는 반데르발스(van der

* 회원, 서울시립대학교 기계정보공학과

E-mail : leesooil@uos.ac.kr

TEL : (02)2210-5667 FAX : (02)2248-5110

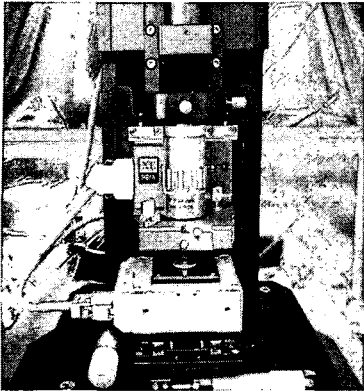


Fig. 1 Scanner head and sample in measurement (PSIA XE-100™ AFM system)

Waals) 힘으로, 근거리에서는 접촉력(contact force)으로 모델링하였다. 여기서 접촉력은 접촉이 일어나는 동안 시료의 변형뿐만 아니라 점착력에 의한 영향의 차이도 고려하여 DMT(Derjaguin-Muller-Toporov) 접촉모델과 JKR(Johnson-Kendall-Roberts) 접촉모델을 적용, 비교하였다. 이러한 모델을 사용한 수치 계산에서 탭핑 모드 AFM 마이크로캔틸레버는 복잡한 비선형 특성을 나타내었다.

2. AFM 실험

탭핑 모드에서의 AFM 팁의 응답특성을 측정하기 위해서 PSIA사의 AFM 시스템(XE-100™: Fig. 1 참조)을 사용하였고 여기에 비접촉식 또는 탭핑 모드에 사용되도록 설계된 Nanosensor사의 마이크로캔틸레버(NCHR: resonance frequency = 259 kHz, spring constant = 20N/m)를 장착하였다. 이번 실험에 사용된 XE-100™ AFM 시스템은 XY 방향과 Z방향 스캐너가 서로 분리되어 있고, 시스템 내부 lock-in 증폭기(lock-in amplifier)를 이용하여 탭핑 팁의 진폭과 위상 신호를 직접 측정할 수 있게 설계되어 있다. 그 외의 나머지 실험 장비는 이전 연구(7)에서와 같이 구성하였다. 가진 주파수 구간을 공진 주파수를 지나도록 설정하고 주파수를 일정하게 증가시키면서 AFM 마이크로캔틸레버 팁의 주파수 응답을 측정하였다. 그리고 팁과 시료 표면 사이의 탭핑 모드 제어설정값(setpoint)을 조금씩 변화시켜 가면서 같은 가진 주파수 영역에서 주파수 응답을 측정하였다. 비교적 단단한 시료인 HOPG (Highly oriented pyrolytic graphite)와 소프트한 PDMS (polydimethylsiloxane)에 대하여 탭핑 모드 응답을 비교하였다.

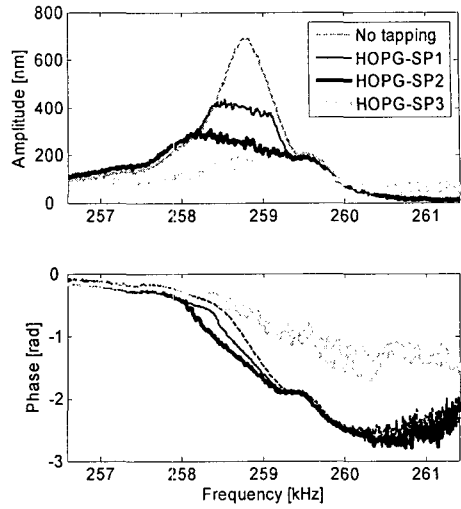


Fig. 2 Frequency response of tapping tip on HOPG sample: (a) amplitude; and (b) phase

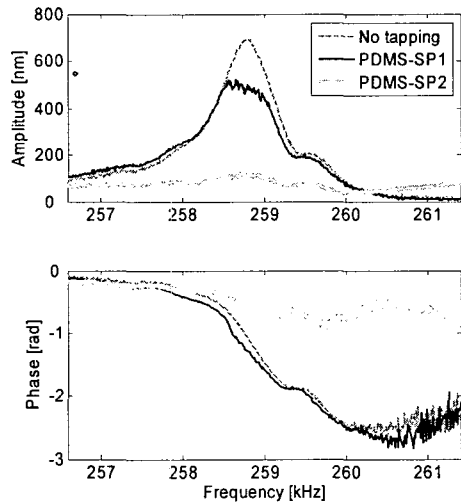


Fig. 3 Frequency response of tapping tip on PDMS sample: (a) amplitude; and (b) phase

Fig. 2(a)와 (b)는 HOPG 시료를 탭핑하는 AFM 마이크로캔틸레버 팁의 주파수 응답의 진폭과 위상을 각기 다른 제어설정값에서 측정했을 때의 결과를 보여준다. 각각 팁이 시료에 매우 떨어져 있을 때 (No tapping), 탭핑 제어설정값이 450 nm (HOPG-SP1)일 때, 250 nm (HOPG-SP2)와 150 nm (HOPG-SP3)를 나타낸다. 팁이 시료와 매우 멀리 떨어져 있는 경우(No tapping), 주파수 응답 곡선

이 일반적인 선형 공진 곡선과 같은 것을 볼 수 있고, 탭핑 제어설정값을 점점 줄여 HOPG-SP1 까지 줄였을 때 비로소 팁과 시료 간에 탭핑이 되면서 진동 진폭이 줄어들어 일정한 주파수 범위에서는 포화되는(saturated) 것을 확인할 수 있다. 탭핑 제어설정값을 더 줄여나가면 진폭이 더욱 줄어들고 포화되는 주파수 범위로 증가하는 것을 볼 수 있다. HOPG-SP3 까지 이르게 되면 이전과는 다르게 모든 주파수 범위에서 진폭이 줄어드는 것을 알 수 있다.

Fig. 3(a)와 (b)는 PDMS 시료에 대해 탭핑하는 주파수 응답의 진폭과 위상을 각기 다른 제어설정값에서 측정했을 때의 결과를 나타낸다. Fig. 2의 경우와 유사하게 각각 팁이 시료에 매우 떨어져 있을 때 (No tapping), 탭핑 제어설정값이 480 nm (PDMS-SP1)일 때와 250 nm (PDMS-SP2)를 나타낸다. HOPG 시료의 경우와 같이 탭핑 제어설정값을 점점 줄여 PDMS-SP1 까지 줄였을 때, 비로소 탭핑이 발생하면서 진동 진폭이 줄어들어 일정한 주파수 범위에서는 포화되는(saturated) 현상을 볼 수 있다. PDMS-SP2에 이르도록 탭핑 제어설정값을 줄이면 일반적으로 탭핑하는 경우와 달리 모든 주파수 범위에서 낮은 진폭을 나타낸다. PDMS 시료의 경우, HOPG 시료와 대별되는 가장 큰 특성은 제어설정값을 PDMS-SP1에서 PDMS-SP2로 줄여가면서 팁을 PDMS 시료에 가까이 가져갔을 때, 팁의 진폭이 갑자기 감소한다는 것이다. 이는 매우 작은 진폭의 탭핑 응답으로 팁이 시료에 피봇된 것과 같은 상태로 마이크로캔틸레버가 진동하는 것으로 예상할 수 있다. 이러한 갑작스런 진폭의 감소 현상은 탭핑모드의 근원적인 비선형 작용력에 의한 것으로 보이며,⁽⁷⁾ 이것의 영향으로 제어 과정이 불안정해 지거나, 탭핑 모드를 이용하여 시료의 형상을 측정하는데 있어서 잘못된 이미지를 나타내게 되는 원인이 될 수 있다. 실험을 통해 측정한 여러 탭핑 제어설정값에 대한 주파수 응답에서 볼 수 있듯이 탭핑모드 제어의 불안정성은 시료 표면의 점착력 차이에도 원인이 있다는 것을 추론할 수 있다.

3. 팁-시료 접촉 모델링

AFM 마이크로캔틸레버 팁의 비선형 응답을 해석하기 위해서 먼저 탭핑 마이크로캔틸레버를 Euler 보(beam)로 모델링하였다. AFM 마이크로캔틸레버 팁 끝을 구(sphere)로, 시료 표면을 평면으로 가정하고, 팁-시료간의 상호력을 구와 평면 사이의 상호 작용력으로 모델링하였다. 팁과 시료가 멀리 떨어져 있을 경우에는 반데르발스 힘에 의한 인력(attractive force)이 작용하는 구간으

로 설정하였다. 팁-시료와 접촉 구간에서는 시료에 따른 점착력 효과를 비교하기 위하여 점착력의 영향을 고려하지 않은 DMT 접촉모델⁽⁸⁾과 점착력의 효과를 고려한 JKR 접촉모델⁽⁹⁾을 적용하여 각각 다른 척력(repulsive force) 구간별 모델을 설정하였다.[Eq.(4) 및 Eq.(6)]

팁과 시료가 접촉이 일어난 구간에 DMT 접촉 모델을 적용하면 DMT 접촉력(F_{DMT})은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_{DMT}|_{z=a_0} = -2\pi WR = -\frac{AR}{6a_0^2} \quad (1)$$

$$a_0 - z = \frac{a^2}{R} \quad (2)$$

$$a^3 = \frac{3R}{4E^*} [F_{DMT} + 2\pi RW] \quad (3)$$

$$F_{DMT}(z) = -\frac{AR}{6z^2} + \frac{4}{3}E^*\sqrt{R}(a_0 - z)^{3/2} \quad (4)$$

여기서, $\frac{1}{E^*} = \frac{1-\nu_{tip}^2}{E_{tip}} + \frac{1-\nu_{sample}^2}{E_{sample}}$ 이며, z 는 팁-시

료간 거리, A 는 Hamaker 상수, R 은 팁의 반경, a_0 는 분자간의 거리, W 는 점착에너지(adhesive energy), a 는 접촉 면적, 그리고 E^* 는 유효강성계수를 나타낸다. 위의 DMT 접촉력이 작용하는 구간과 반데르발스 힘이 작용하는 구간을 분자간의 거리(a_0)에 해당되는 지점에서 나누어 고려해보면 팁-시료 상호력(F_{int})은 최종적으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_{int}(z) = \begin{cases} -\frac{AR}{6z^2} & (z > a_0), \\ F_{DMT}(z) & (z \leq a_0); \end{cases} \quad (5)$$

Fig. 4에서 볼 수 있듯이 반데르발스 힘에 의한 인력이 작용하다가 접촉이 일어나면 DMT 접촉력에 의한 척력이 작용하는 것을 확인할 수 있다.

JKR 접촉모델을 적용했을 경우에는 다음과 같이 음함수 형태 식의 조합으로 JKR 접촉력(F_{JKR})을 나타낼 수 있다.

$$F_{JKR}|_{z=a_0} = -\frac{3}{2}\pi WR = -\frac{AR}{6a_0^2} \quad (6)$$

$$a_0 - z = \frac{a^2}{R} - \sqrt{\frac{2\pi Wa}{E^*}} \quad (7)$$

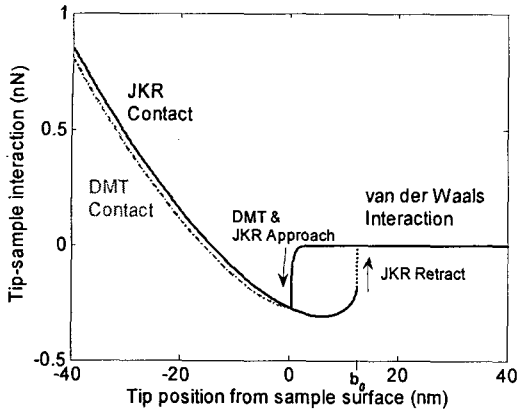


Fig. 4 Tip-surface interactions incorporating DMT (blue) and JKR (red) contact models

$$a^3 = \frac{3R}{4E^*} \left[F_{JKR} + 3\pi RW + \sqrt{6\pi RWF_{JKR} + (3\pi RW)^2} \right], \quad (8)$$

JKR 접촉모델에서 팁-시료 작용력은 이력현상 (hysteresis)⁽⁹⁾이 나타나며, 이를 고려하여 다음과 같이 $z < 0$ 일 때와

$$F_{int}(z) = \begin{cases} -\frac{AR}{6z^2} & (z > a_0), \\ F_{JKR}(z) & (z \leq a_0); \end{cases} \quad (9)$$

$z > 0$ 일 때로 나누어 최종 작용력을 구하였다.

$$F_{int}(z) = \begin{cases} -\frac{AR}{6z^2} & (z > b_0), \\ F_{JKR}(z) & (z \leq b_0), \end{cases} \quad (10)$$

Fig. 4 는 이렇게 구한 DMT 접촉력과 JKR 접촉력 모델에 본 연구에서 적용한 시료의 물성치 (Table 1)를 대입한 결과를 비교한 것이다. 기본적으로 팁-시료 접근 시에는 접촉이전에는 두 모델 공통으로 반데르발스 힘만 작용하지만, 팁-시료 분리 시에는 DMT 모델과 달리 JKR 접촉력의 경우는 접촉이 발생한 지점을 지나서야 비로소 반데르발스 힘 영역으로 복귀하는 이력(hysteresis)현상이 나타나게 된다. 이는 JKR 접촉모델의 가장 큰 특징⁽⁹⁾으로 볼 수 있다. 따라서 팁-시료간에 매우 큰 점착력이 작용하는 경우는 JKR 모델이 더 적합하다고 할 수 있다.

Table 1 Properties of the microcantilever and samples used in numerical computation

Description	Value
Tip radius	R = 10nm
Cantilever bending stiffness	k = 2.0 N/m
Resonance frequency	f ₀ = 259 kHz
Young's modulus (HOPG)	E = 200 GPa
Young's modulus (PDMS)	E = 0.75 GPa
Effective elastic modulus (HOPG)	E* = 10.4 GPa
Effective elastic modulus (PDMS)	E* = 1.0 MPa
Hamaker constant (Si-HOPG)	A = 2.96 × 10 ⁻¹⁹ J
Hamaker constant (Si-PDMS)	A = 2.37 × 10 ⁻²⁰ J

이러한 DMT, JKR 접촉 모델의 특징은 Maugis 접촉모델⁽¹⁰⁾로부터 분명하게 드러난다. 즉 Maugis 는 시료의 점착력과 탄성을 동시에 고려하여 다음과 같이 파라미터 λ 를 설정하였다.

$$\lambda = \frac{2.06}{z_0} \sqrt[3]{\frac{RW^2}{\pi K^2}} \quad (11)$$

여기서, $\frac{1}{K} = \frac{3}{4} \left(\frac{1-\nu_{tip}^2}{E_{tip}} + \frac{1-\nu_{sample}^2}{E_{sample}} \right) = \frac{3}{4E^*}$, z_0 는

팁-시료 원자간 평형상태 거리를 나타낸다. 위 식 (11)에 의하면 λ 가 큰 경우는 소프트하고 점착력이 큰 상태를 나타내고, λ 가 작으면 반대로 탄성계수가 크고 점착력이 작은 상태를 나타낸다. 이러한 Maugis모델⁽¹⁰⁾은 λ 가 0 인 경우 DMT 접촉모델을, 점착력이 매우 크고 시료의 탄성계수가 매우 작은 극단적인 경우 인 $\lambda \rightarrow \infty$ 인 경우에는 JKR 접촉모델과 같아진다. 따라서 본 연구에서 사용된 PDMS의 경우, 점착력의 가장 큰 원인 중의 하나인 반데르발스 힘을 결정하는 Hamaker상수는 HOPG 대비 1/10 정도이나 유효탄성계수(E^*)는 1/10000 이나 되기 때문에 Maugis 모델의 λ 파라미터를 비교하면 HOPG보다는 훨씬 JKR모델 쪽에 가까운 특성을 나타내리라 예측할 수 있다. 실제로 식 (11)로부터 $\lambda_{HOPG} \approx 0.00290$, $\lambda_{PDMS} \approx 0.812$ 정도 값이 계산되는데 참고문헌 (10)에 의하면 λ 가 0.01 이내이면 DMT모델과 별 차이가 없고, λ 가 0.5 이상만 되어도 DMT모델과는 크게 달라져, 오히려 JKR모델에 가까운 경향을 보이고 있음을 알 수 있다.

4. 비선형 접촉-진동의 해석

AFM 마이크로캔틸레버의 기저 가진 운동에 대한 팁의 운동방정식은 Euler 보 모델로부터 첫째 굽힘 모드를 적용한 갤러킨(Galerkin)방법⁽¹¹⁾을 이용하여 다음과 같은 상미분 방정식과 각 계수로 유도할 수 있다.⁽⁷⁾

$$\frac{d^2\bar{\eta}}{d\tau^2} + D\frac{d\bar{\eta}}{d\tau} + \bar{\eta} = -C_1 + \bar{F}_i(\bar{z}) + B\bar{\Omega}^2\bar{y}\sin\bar{\Omega}\tau$$

$$\bar{\eta} = \frac{u(L,\tau)}{\eta^*}, \quad \bar{y} = \frac{Y}{\eta^*}, \quad \bar{\Omega} = \frac{\Omega}{\omega_1}, \quad \tau = \omega_1 t \quad (12)$$

$$D = \frac{1}{Q}, \quad B = \frac{\Phi_1(L) \int_0^L \Phi_1 dx}{\int_0^L \Phi_1^2 dx},$$

$$C_1 = -\frac{AR\Phi_1^2(L)}{6(\eta^*)^3 \omega_1^2 \rho_c A_c \int_0^L \Phi_1^2 dx},$$

$$C_2 = \frac{4E^* \sqrt{R\eta^*} \Phi_1^2(L)}{3\omega_1^2 \rho_c A_c \int_0^L \Phi_1^2 dx},$$

$$\bar{z} = 1 - \bar{\eta}(\tau) - \bar{y}\sin\bar{\Omega}\tau, \quad \text{and} \quad \bar{a}_0 = \frac{a_0}{\eta^*}.$$

또한 DMT 접촉모델의 경우 비선형 작용력은 다음과 같고,

$$\bar{F}_i(\bar{z}) = \begin{cases} C_1/\bar{z}^2, & \text{for } \bar{z} > \bar{a}_0 \\ C_1/(\bar{a}_0^2) + C_2(\bar{a}_0 - \bar{z})^{3/2} & \text{for } \bar{z} \leq \bar{a}_0, \end{cases} \quad (13)$$

JKR 접촉모델의 경우는 다음과 같다.

$$\bar{F}_i(\bar{z}) = \begin{cases} C_1/\bar{z}^2, & \text{for } \bar{z} > \bar{a}_0 \text{ approach} \\ & \text{for } \bar{z} > \bar{b}_0 \text{ withdrawal} \\ g(\bar{z}), & \text{for } \bar{z} \leq \bar{a}_0 \text{ approach} \\ & \text{for } \bar{z} \leq \bar{b}_0 \text{ withdrawal}, \end{cases} \quad (14)$$

이 때 $g(\bar{z})$ 는 식 (6)-(8)로부터 유도되는 음함수 형태의 작용력을 나타낸다.

다음으로 DMT 접촉모델과 JKR 접촉모델의 팁-시료 간의 작용력을 고려한 공진하는 팁의 동적 방정식[식 (12)]으로부터 MATLAB 시뮬레이션을 수행하였다. 수치계산에는 Runge-Kutta 방법을 이용하였고, 각 주파수에서 식 (12)의 정상상태 시간 응답으로부터 진폭과 위상을 주파수에 따른 응답

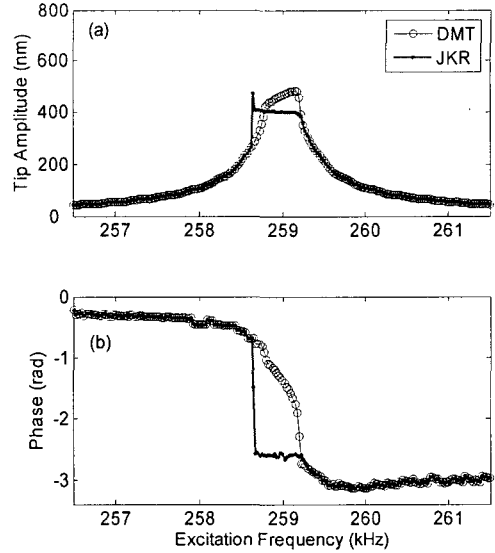


Fig. 5 Numerical simulation of tapping response on PDMS sample with DMT (blue) and JKR (red) contact model: (a) amplitude; and (b) phase

으로 표시하였다. 이러한 수치계산에 사용된 각 수치는 Table 1에 나타낸 것과 같고, Fig. 2에서의 실험결과와 비교를 위하여 DMT 모델 기준 450nm 정도 진폭응답이 되도록 \bar{y} 값을 조정하였다.

Fig. 5는 PDMS 시료에 대한 공진하는 팁의 해석 결과를 나타낸다. DMT, JKR 접촉모델 모두 실험 (Fig. 3)에서와 같이 전반적으로는 탭핑 영역에서 진폭이 제한되어 포화(saturation)되며, 포화영역 전후에 진폭 및 위상에 점프가 발생하는 등, 서로 비슷한 비선형 특성을 보인다. 그러나 Fig. 5의 해석 결과, DMT 모델과 달리 JKR 접촉모델의 경우 진폭 포화영역에서 실험에서 구한 진폭응답[Fig. 3(a)]과 좀 더 잘 일치하고 있음을 볼 수 있다. 따라서 소프트하고 점착력이 큰 PDMS 시료의 경우 접촉 모델의 선택에 따른 응답 차이가 확인하기 때문에 접촉모델의 선택이 중요함을 알 수 있다. 한편 이전의 연구⁽⁷⁾에서 HOPG 시료에 대하여 DMT 모델을 이용해 모델링과 해석을 시도한 예가 있다.

5. 결론

본 연구에서는 소프트한 대표적 폴리머 시료인 PDMS에 대하여 탭핑하는 AFM 팁의 동적 특성과 안정성을 실험적으로 구한 다음 이론적 해석과 비교하였다. 실험으로부터 탭핑하는 팁의 주파수 응답에서 탭핑 구간의 진폭이 포화되는(saturated) 현

상이 나타나고, 제어설정값을 조금 변화시켜도 갑자기 진폭이 불안정하게 되는 현상을 볼 수 있었다. 이것은 팁과 시료사이의 비선형 작용력 등에 의한 탭핑모드의 근본적인 특성으로 일반적으로는 큰 문제가 되지 않으나, 점착력이 큰 시료의 경우는 심각한 측정 신뢰성 문제를 발생시킬 수도 있다.

또한 탭핑모드 과정을 이론적으로 모델링하기 위해서 시료의 특성에 따라 팁-시료 간의 상호력에 대한 적당한 접촉모델을 정해주는 것이 필요하며, 본 연구에서는 MATLAB 시뮬레이션을 통하여 소프트하고 큰 점착력을 가지는 시료의 경우에는 JKR 접촉모델을 사용하는 것이 좀 더 정확한 탭핑모드의 비선형 진폭 응답을 구할 수 있다는 것을 확인하였다.

후 기

이 논문은 2004 년도 서울시립대학교 학술연구 조성비에 의하여 연구되었음.

참고문헌

- (1) Binnig, G., Gerber, C. and Quate, C., 1986, "Atomic Force Microscope," *Physical Review Letters*, Vol. 56, pp. 930~933.
- (2) Haugstad, G. and Jones, R. R., 1999, "Mechanisms of Dynamic Force Microscopy on Polyvinyl Alcohol: Region-Specific Non-Contact and Intermittent Contact Regimes," *Ultramicroscopy*, Vol. 76, pp. 77~86.
- (3) de Pablo, P. J., Colchero, J., Luna, M., Gomez-Herrero, J. and Baro, A. M., 2000, "Tip-Sample Interaction in Tapping-mode Scanning Force Microscopy," *Physical Review B*, Vol. 61, 14179.
- (4) Lantz, M., Liu, Y. Z., Cui, X. D., Tokumoto, H. and Linsay, S. M., 1999, "Dynamic Force Microscopy in Fluid Surface and Interface Analysis," *Surface and Interface Analysis*, Vol. 27, pp. 354~360.
- (5) San Paulo, A. and Garcia, R., 2000, "High-Resolution Imaging of Antibodies by Tapping-Mode Atomic Force Microscopy: Attractive and Repulsive Tip-Sample Interaction Regimes," *Biophysics Journal*, Vol. 78, pp.1599~1605.
- (6) Garcia, R. and San Paulo, A., 2000, "Dynamics of a Vibrating Tip Near of in Intermittent Contact with a Surface," *Physical Review B*, Vol. 61, R13381.
- (7) Lee, S. I., Hong S. H., Lee, J. M., Raman, A., Howell, S. W. and Reifenberger, R., 2003, "Nonlinear Nanoscale Dynamics of AFM Mircocantilevers," *Proceedings of the KSME 2003 Fall Annual Meeting*, pp.1560~1565.
- (8) Derjaguin, B. V., Muller, V. M. and Toporov, Y. P., 1975, "Effect of Contact Deformation on the Adhesion of Particles," *Journal of Colloid and Interface Science*, Vol. 53, pp.314~326.
- (9) Johnson, K. L., Kendall, K. and Roberts, A. D., 1971, "Surface Energy and the Contact of Elastic Solids," *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, Vol. 324, No.1588, pp.301-313.
- (10) Maugis, D., 1999, *Contact, Adhesion and Rupture of Elastic Solids*, Springer-Verlag.
- (11) Meirovitch, L., 1997, *Principles and Techniques of Vibration*, Prentice-Hall.