

선형화 오차에 강인한 확장칼만필터

An Extended Kalman Filter Robust to Linearization Error

홍 현 수, 박 찬 국*, 이 장 규
(Hyun Su Hong, Chan Gook Park, and Jang Gyu Lee)

Abstract : In this paper, a new-type Extended Kalman Filter (EKF) is proposed as a robust nonlinear filter for a stochastic nonlinear system. The original EKF is widely used for various nonlinear system applications. But it is fragile to its estimation errors because they give rise to linearization errors that affect the system model as the modeling errors. The linearization errors are nonlinear functions of the estimation errors therefore it is very difficult to obtain the accurate error covariance of the EKF using the linear form. The inaccurately estimated error covariance hinders the EKF from being a sub-optimal estimator. The proposed filter tries to obtain the upper bound of the error covariance tolerating the uncertainty of the error covariance instead of trying to obtain the accurate one. It treats the linearization errors as uncertain modeling errors that can be handled by the robust linear filtering. In order to be more robust to the estimation errors than the original EKF, the proposed filter minimizes the upper bound like the robust linear filter that is applied to the linear model with uncertainty. The in-flight alignment problem of the inertial navigation system with GPS position measurements is a good example that the proposed robust filter is applicable to. The simulation results show the efficiency of the proposed filter in the robustness to initial estimation errors of the filter.

Keywords : extended Kalman filter, robust nonlinear filter, linearization error

I. 서론

확률 비선형 시스템을 위한 최적의 필터는 비선형의 구조를 갖는다. 그러나, 최적의 성능을 갖는 비선형 필터를 설계한다는 것은 어려운 일이며, 설계된 필터의 구현에 있어서도 어려운 점들이 많다. 이러한 점 때문에 실제로 많은 비선형 응용 문제들에는 선형으로 근사화한 모델을 이용하여 설계한 필터를 적용하고 있다. 비선형 시스템을 선형으로 근사화한 모델에 적용하는 대표적인 필터로는 선형 시스템에 대하여 최적의 특성을 갖는 칼만필터를 들 수 있다. 비선형 시스템의 특성이나 구현 조건에 따라 오프라인으로 선형화 하여 칼만필터를 적용할 수도 있으며, 온라인으로 선형화하면서 적용할 수도 있다. 일반적으로 실시간 처리를 요하는 경우에는 온라인으로 선형화하는 것이 바람직하며, 컴퓨터의 발달로 인하여 온라인으로 선형화 하는 예가 계속 늘어나고 있다.

확장칼만필터는 비선형 시스템을 온라인 상에서 1차 선형 시스템의 모델로 선형화 한 후에 칼만필터를 적용한 것으로 확률 비선형 시스템의 추정, 제어 등의 문제에 널리 사용되고 있다[1-6]. 확장칼만필터는 칼만필터의 장점을 갖고 있으나 선형화에 따른 모델링 오차에 의해 필터의 성능이 저하되는 단점을 갖고 있다. 이것은 확장칼만필터가 상태변수의 추정치를 명목점(nominal point)으로 사용함으로써 필터의 초기 오차 또는 추정 오차가 선형화 오차를 유발하기 때문이다. 선형화 오차의 크기에 따라서는 필터가 수렴하지 않고 발산할 수도 있으므로 큰 추정 오차의 문제는 확장칼만필터의 적용에 있어서 큰 제한이 될 수 있다. 특히, 확장칼만필터의 성능이 초기 오차에 크게 민감하므로 초기치를 정확하게 제공

해야 하는 부담이 따른다. 예를 들어 확장칼만필터를 적용하는 스트랩다운 관성항법시스템(SDINS)의 운항중 정렬 과정에서 초기 자세 오차가 매우 큰 상황일 경우 오차의 수렴성을 보장할 수 없기 때문에 확장칼만필터를 이용한 정렬 이전에 개략적인 방법으로 초기 기수각 오차의 크기를 감소시켜야 한다.

확장칼만필터의 이 같은 단점을 개선하기 위하여 추정치를 구한 후에 다시 선형화를 반복하는 구조의 필터, 선형화 과정에서 2차 이상의 항을 고려하는 필터, 그리고, 확장칼만필터에서 일부 수정된 구조를 갖는 필터 등이 제안되었다[1-4,7,8]. 또한, 근사화 오차에 강인한 Bound-Optimal 필터나, 비선형 H_∞ 필터 등이 제안되어 왔다[2,9-12]. 특히 모델 오차에 강인한 필터링 방법들[13-17]은 확장칼만필터의 선형화 오차가 시스템의 모델 오차로서 영향을 미친다는 점에서 선형화 오차에 강인한 확장칼만필터의 유도 가능성을 보여 주었다. 그러나, 기존의 필터들은 대상 범위의 한정이나 적용 상의 어려움 등을 안고 있어 SDINS와 같은 고차 비선형 확률 시스템에 적합한 필터의 요구는 여전히 남아 있다.

본 논문에서는 확장칼만필터의 구조 및 선형화 오차의 분석을 바탕으로 비선형 확률 시스템에 일반적으로 적용될 수 있는 선형화 오차에 강인한 이산 시간 확장칼만필터를 제안한다. 강인 확장칼만필터는 비선형 시스템을 선형화하는 과정에서 선형화 오차로 인하여 추정 오차의 정확도가 감소하고, 실제 오차의 공분산은 확장칼만필터가 계산한 공분산보다 크다는 것을 바탕으로 이를 필터 설계에 반영하는 것이다. 이때, 선형화 오차는 비선형 항으로 이루어져 있으므로 이를 처리하기 위한 문제가 발생한다. 이것을 비선형 항의 불확실성이 반영된 오차 공분산의 상계를 구하고, 마지막으로 오차 공분산의 상계를 최소화하는 필터를 설계한다. 이와 같이 설계된 강인 확장칼만필터는 기존의 확장칼만필터가 적용될 수 있는 다양한 비선형 확률 시스템에 적용할 수 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서 선형화 오차의 모

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2005. 5. 12., 채택확정 : 2005. 10. 6.

홍현수 : 삼성전자 통신연구소(hyun.su.hong@samsung.com)

박찬국 : 서울대학교 기계항공공학부(chanpark@snu.ac.kr)

이장규 : 서울대학교 전기공학부(jgl@snu.ac.kr)

※ 본 연구는 국방과학연구소 및 서울대학교 비행체특화연구센터의 부분적 지원에 의하여 연구되었음.

델팅을 수행하고, 3장에서 이 오차에 강인한 확장칼만필터를 설계하고, 4장에서는 스트랩다운 관성항법시스템을 이용한 무인 잠수정의 운항 중 정렬에 적용하여 성능을 제시하고 마지막으로 결론을 맺는다.

II. 확장칼만필터 및 선형화 오차의 모델링

1. 이산 시간 확장칼만필터

다음과 같은 이산 시간 확률 비선형 시스템을 고려하자.

$$x_{k+1} = f_k(x_k) + w_k \tag{1}$$

$$y_k = h_k(x_k) + v_k \tag{2}$$

여기서, $x_k \in R^n$ 는 상태변수, $y_k \in R^m$ 는 측정변수, w_k, v_k 는 각각 공정잡음과 측정 잡음이며 서로 연관성을 갖지 않는 백색 가우시안(white Gaussian) 잡음이다. f_k 와 h_k 는 모두 x_k 에 대해 x_k 부근에서 근사화하기에 충분한 차수로 미분이 가능한 함수이다.

대상 시스템을 위한 확장칼만필터는 예측기(predictor)와 수정기(corrector)로 구성된 사후(A posteriori) 추정기로서 다음과 같은 형태를 갖는다.

$$\hat{x}_{k+1/k} = f_k(\hat{x}_{k/k}) \tag{3}$$

$$\hat{x}_{k+1/k+1} = \hat{x}_{k+1/k} + K_{k+1}[y_{k+1} - h_{k+1}(\hat{x}_{k+1/k})] \tag{4}$$

시각 t_k 에서 실제 오차 공분산이 $P_{k/k}$ 라고 할 때, 확장칼만필터에서 오차 공분산의 계산식 및 이득의 계산은 다음과 같다.

$$P_{k+1/k}^{ekf} = F_k P_{k/k} F_k^T + Q_k \tag{5}$$

$$P_{k+1/k+1}^{ekf} = [I - K_{k+1}^{ekf} H_{k+1}] P_{k+1/k}^{ekf} \tag{6}$$

$$K_{k+1}^{ekf} = P_{k+1/k}^{ekf} H_{k+1}^T (H_{k+1} P_{k+1/k}^{ekf} H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1} \tag{7}$$

여기서 $F_k = \left. \frac{\partial f_k}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_{k/k}}$, $H_{k+1} = \left. \frac{\partial h_{k+1}}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_{k+1/k}}$ 이고 Q_k

와 R_k 는 각각 w_k 와 v_k 의 공분산 행렬이다.

(3)과 (4)의 형태로 이루어진 추정기로부터 구한 가장 최근의 추정치를 명목점으로 하여 (1)과 (2)의 대상 시스템을 다시 정리하면 다음과 같다.

$$x_{k+1} = F_k x_k + \Delta_{1,k}(x_k - \hat{x}_{k/k}) + L_{1,k} + w_k \tag{8}$$

$$y_k = H_k x_k + \Delta_{2,k}(x_k - \hat{x}_{k/k-1}) + L_{2,k} + v_k \tag{9}$$

여기서 $L_{1,k} = f_k(\hat{x}_{k/k}) - F_k \hat{x}_{k/k}$, $L_{2,k} = h_k(\hat{x}_{k/k-1}) - H_k \hat{x}_{k/k-1}$ 이고, $L_{1,k}$ 와 $L_{2,k}$ 는 선형화 과정에서 추정치에 의해 결정되는 항들이며, $\Delta_{1,k}$ 와 $\Delta_{2,k}$ 는 2차 이상의 비선형 고차 항을 나타낸다.

확장칼만필터에서는 비선형 항인 $\Delta_{1,k}$ 와 $\Delta_{2,k}$ 를 무시하므로, (5)-(7)으로 계산한 오차 공분산은 실제 오차 공분산과 다르다. 시각 t_{k+1} 에서의 실제 오차 공분산 $P_{k+1/k}$ 는 확장칼만필터가 계산하는 $P_{k+1/k}^{ekf}$ 와 $\Delta_{1,k}$ 으로 인한 실제 오차

공분산과의 차이인 ΔP 의 합으로 다음과 같다.

$$P_{k+1/k} = P_{k+1/k}^{ekf} + \Delta P \tag{10}$$

$\Delta_{1,k}$ 를 무시하면 (8)은 모델링 오차를 갖게 되어 추정치의 불확실성을 나타내는 오차 공분산은 확장칼만필터가 계산한 $P_{k+1/k}^{ekf}$ 보다 크거나 같게 된다. 따라서, ΔP 는 항상 음이 아닌 정부호(positive semi-definite)를 갖게 되며, 이때 $\Delta_{1,k}$ 에 의한 ΔP 는 $\Delta_{1,k}$ 의 노움에 비례한다.

$\Delta_{1,k}$ 의 노움이 무시할 수 없을 정도로 크다면 확장칼만필터의 성능은 저하되고, 추정 오차는 수렴 영역을 벗어날 수도 있으므로 필터가 발산할 수도 있게 된다. 따라서 선형화 오차에 대한 처리가 필요하다. 측정식에서의 선형화 오차인 $\Delta_{2,k}$ 도 역시 처리가 필요하며, $\Delta_{1,k}$ 와 $\Delta_{2,k}$ 의 처리 방법은 동일하므로 $\Delta_{1,k}$ 에 관해서만 논한다.

2. 선형화 오차

선형화 오차의 모델링을 위하여 선형화 오차를 성분별로 나누어 다룬다. $f_k(x_k)$ 와 $f_k(\hat{x}_{k/k})$ 그리고 $\zeta_{k/k}$ 는 다음과 같이 각각의 성분으로 이루어진 벡터들이다.

$$f_k(x_k) = \begin{bmatrix} f_{k,1} \\ f_{k,2} \\ \vdots \\ f_{k,n} \end{bmatrix}, f_k(\hat{x}_{k/k}) = \begin{bmatrix} f_{k,1}(\hat{x}_{k/k}) \\ f_{k,2}(\hat{x}_{k/k}) \\ \vdots \\ f_{k,n}(\hat{x}_{k/k}) \end{bmatrix},$$

$$\zeta_{k/k} = x_k - \hat{x}_{k/k} = \begin{bmatrix} \zeta_{k,1} \\ \zeta_{k,2} \\ \vdots \\ \zeta_{k,n} \end{bmatrix}, x_k = \begin{bmatrix} x_{k,1} \\ x_{k,2} \\ \vdots \\ x_{k,n} \end{bmatrix}, \hat{x}_{k/k} = \begin{bmatrix} \hat{x}_{k,1} \\ \hat{x}_{k,2} \\ \vdots \\ \hat{x}_{k,n} \end{bmatrix}.$$

$f_k(x_k)$ 를 성분별로 나누어 테일러 시리즈(Taylor's series)로 전개하면 다음과 같다.

$$f_k(x_k) = f_k(\hat{x}_{k/k}) + \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial f_{k,1}}{\partial x_{k,1}} \right|_{x_{k,1}=\hat{x}_{k,1}} & \left. \frac{\partial f_{k,1}}{\partial x_{k,2}} \right|_{x_{k,2}=\hat{x}_{k,2}} & \dots & \left. \frac{\partial f_{k,1}}{\partial x_{k,n}} \right|_{x_{k,n}=\hat{x}_{k,n}} \\ \left. \frac{\partial f_{k,2}}{\partial x_{k,1}} \right|_{x_{k,1}=\hat{x}_{k,1}} & \left. \frac{\partial f_{k,2}}{\partial x_{k,2}} \right|_{x_{k,2}=\hat{x}_{k,2}} & \dots & \left. \frac{\partial f_{k,2}}{\partial x_{k,n}} \right|_{x_{k,n}=\hat{x}_{k,n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left. \frac{\partial f_{k,n}}{\partial x_{k,1}} \right|_{x_{k,1}=\hat{x}_{k,1}} & \left. \frac{\partial f_{k,n}}{\partial x_{k,2}} \right|_{x_{k,2}=\hat{x}_{k,2}} & \dots & \left. \frac{\partial f_{k,n}}{\partial x_{k,n}} \right|_{x_{k,n}=\hat{x}_{k,n}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_{k,1} \\ \zeta_{k,2} \\ \vdots \\ \zeta_{k,n} \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial^2 f_{k,1}}{\partial x_{k,1}^2} \right|_{x_{k,1}=\hat{x}_{k,1}} & \left. \frac{\partial^2 f_{k,1}}{\partial x_{k,2}^2} \right|_{x_{k,2}=\hat{x}_{k,2}} & \dots & \left. \frac{\partial^2 f_{k,1}}{\partial x_{k,n}^2} \right|_{x_{k,n}=\hat{x}_{k,n}} \\ \left. \frac{\partial^2 f_{k,2}}{\partial x_{k,1}^2} \right|_{x_{k,1}=\hat{x}_{k,1}} & \left. \frac{\partial^2 f_{k,2}}{\partial x_{k,2}^2} \right|_{x_{k,2}=\hat{x}_{k,2}} & \dots & \left. \frac{\partial^2 f_{k,2}}{\partial x_{k,n}^2} \right|_{x_{k,n}=\hat{x}_{k,n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left. \frac{\partial^2 f_{k,n}}{\partial x_{k,1}^2} \right|_{x_{k,1}=\hat{x}_{k,1}} & \left. \frac{\partial^2 f_{k,n}}{\partial x_{k,2}^2} \right|_{x_{k,2}=\hat{x}_{k,2}} & \dots & \left. \frac{\partial^2 f_{k,n}}{\partial x_{k,n}^2} \right|_{x_{k,n}=\hat{x}_{k,n}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_{k,1}^2 \\ \zeta_{k,2}^2 \\ \vdots \\ \zeta_{k,n}^2 \end{bmatrix} + \dots \tag{11}$$

$f_k(x_k)$ 의 i 번째 성분 $f_{k,i}$ 는 다음과 같다.

$$f_{k,i} = f_{k,i}(\hat{x}_{k/k}) + F_{k,i}\zeta_{k/k} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 f_{k,i}}{\partial x_{k,j}^2} \Big|_{x_{k,j}=\hat{x}_{k,j}} \zeta_{k,j}^2 + \dots \quad (12)$$

여기서, $F_{k,i}$ 는 자코비안 행렬 F_k 의 i 번째 행벡터이고, 이때 F_k 는 다음과 같다.

$$F_k = \begin{bmatrix} F_{k,1} \\ F_{k,2} \\ \vdots \\ F_{k,n} \end{bmatrix}$$

선형화 오차 벡터 $\Delta_{1,k}$ 의 i 번째 성분을 Δ_i 라 하고, 추정 오차 벡터의 j 번째 성분 $\zeta_{k,j}$ 에 의한 $f_{k,i}(x_k)$ 의 선형화 오차를 δ_{ij} 라 할 때, Δ_i 와 δ_{ij} 는 다음과 같다.

$$\Delta_i = \sum_{j=1}^n \delta_{ij} \quad (13)$$

$$\delta_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 f_{k,i}}{\partial x_{k,j}^2} \Big|_{x_{k,i}=\hat{x}_{k,i}} \zeta_{k,j}^2 + \frac{1}{3!} \frac{\partial^3 f_{k,i}}{\partial x_{k,j}^3} \Big|_{x_{k,i}=\hat{x}_{k,i}} \zeta_{k,j}^3 + \dots \quad (14)$$

선형화 오차인 δ_{ij} 는 다음과 같은 부등식을 만족하는 임의의 양수 ε_{ij} 가 존재한다고 가정한다.

$$\|\delta_{ij}\| \leq \varepsilon_{ij} \|\zeta_{k,j}\|, \quad \varepsilon_{ij} > 0 \quad (15)$$

이 같은 가정은 비선형성이 매우 크거나, 추정 오차가 매우 큰 경우만 아니면 성립하는 것으로 후에 선형화 오차를 처리하기 위하여 사용되는 전제 조건이다.

선형화 오차 δ_{ij} 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta_{ij} = \alpha_{ij}(\zeta_{k,j})\zeta_{k,j} \quad (16)$$

이로부터 선형화 오차 벡터 $\Delta_{1,k} (= [\Delta_1 \ \Delta_2 \ \dots \ \Delta_n]^T)$ 는 다음과 같다.

$$\Delta_{1,k} = \begin{bmatrix} \alpha_{11}(\zeta_{k,1}) & \alpha_{12}(\zeta_{k,2}) & \dots & \alpha_{1n}(\zeta_{k,n}) \\ \alpha_{21}(\zeta_{k,1}) & \alpha_{22}(\zeta_{k,2}) & \dots & \alpha_{2n}(\zeta_{k,n}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1}(\zeta_{k,1}) & \alpha_{n2}(\zeta_{k,2}) & \dots & \alpha_{nn}(\zeta_{k,n}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta_{k,1} \\ \zeta_{k,2} \\ \vdots \\ \zeta_{k,n} \end{bmatrix} \quad (17)$$

(17)으로부터 선형화 오차 벡터 $\Delta_{1,k}$ 를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Delta_{1,k} = D_{1,k}N_{1,k}(\zeta_{k/k})E_{1,k}\zeta_{k/k}, \quad \bar{\sigma}(N_{1,k}) \leq 1 \quad (18)$$

여기서, $D_{1,k}$ 와 $E_{1,k}$ 는 Δ_i 와 ζ_j 의 관계를 나타내는 행렬

이며, $N_{1,k}(\zeta_k)$ 은 크기를 나타내는데 (15)의 가정을 만족하는 조건이 $N_{1,k}(\zeta_{k/k})$ 에 나타난다.

측정식에서의 선형화 오차 벡터 $\Delta_{2,k}$ 도 $\Delta_{1,k}$ 과 같은 방식으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta_{2,k} = D_{2,k}N_{2,k}(\zeta_{k/k-1})E_{2,k}\zeta_{k/k-1}, \quad \bar{\sigma}(N_{2,k}) \leq 1 \quad (19)$$

(18)과 (19)로 모델링한 $\Delta_{1,k}$ 과 $\Delta_{2,k}$ 를 (8)과 (9)에 대입하여도 $\zeta_{k,j}$ 에 의존하는 $N_{1,k}$ 와 $N_{2,k}$ 로 인하여 (3)-(7)의 확장칼만필터 형태로는 여전히 정확한 오차 공분산을 구할 수 없다.

3. 강인 확장칼만필터를 위한 선형화 오차의 모델링

선형화 오차에 대한 문제를 다시 정리하면 다음과 같다. ‘EKF의 유도 과정에서는 선형 필터를 적용하기 위하여 비선형인 선형화 오차 $\Delta_{1,k}$ 를 무시하며, 추정 오차로 인하여 성능이 저하되는 단점을 가진다.’

이에 대한 최선책은 당연히 최적의 비선형 필터를 설계하는 것이지만, 본 논문에서는 차선책으로 비선형인 선형화 오차를 무시하지는 않되, 선형적으로 고려하는 것을 제안한다. 즉, 선형화 오차를 선형으로 처리하여 추정 오차로 인한 확장칼만필터의 성능 저하를 완화시킨다는 것이다. 선형으로 처리하기 위해서는 선형 형태를 유지해야 하므로 필터의 식에서 $\Delta_{1,k}$ 를 직접적으로 고려하지는 않는다. 비선형인 $\Delta_{1,k}$ 를 간접적으로 고려하는 방법은 $\Delta_{1,k}$ 를 불확실한 항으로 가정하는 것이다. 이러한 가정 하에 $\Delta_{1,k}$ 를 알려지지 않은 모델 오차로 보고 $\Delta_{1,k}$ 의 크기가 작을 경우에는 조금 손해를 보더라도 $\Delta_{1,k}$ 의 크기가 클 경우를 위한 필터를 설계한다. 이러한 필터의 설계로 선형화 오차가 작을 경우의 최적성은 포기하지만, 추정 오차에 대한 강인성의 증대로 안정적인 성능을 기대할 수 있다.

$\Delta_{1,k}$ 의 크기가 클 경우에 대비한 강인 확장칼만필터로는 (3)과 (4)의 구조를 가지며 불확실한 모델 오차로 가정된 $\Delta_{1,k}$ 에 의하여 오차 공분산이 변할 수 있는 범위의 상계(upper bound)를 최소화하는 필터가 적합하다.

(18)의 $\Delta_{1,k}$ 를 불확실한 모델 오차로 나타내기 위하여 $N_{1,k}$ 를 $\zeta_{k/k}$ 에 대하여 독립적이고 불확정적인 행렬로 가정한다. 이러한 가정 하에서 $\Delta_{1,k}$ 의 크기는 $\zeta_{k/k}$ 의 크기에 비례한다는 점을 감안하면, 선형화 오차 벡터 $\Delta_{1,k}$ 를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Delta_{1,k} = D_{1,k}N_{1,k}E_{1,k}\zeta_{k/k}, \quad \sigma(N_{1,k}) \leq 1 \quad (20)$$

이때, $N_{1,k}$ 는 알려지지 않은 불확실한 행렬이다.

선형화 오차를 (20)으로 모델링하여 구한 오차 공분산의 상계는 실제 오차 공분산과의 차이가 크지 않을수록 좋다. $N_{1,k}$ 를 $\zeta_{k/k}$ 에 대하여 독립적으로 가정하였으므로 (16)의 $\zeta_{k,j}$ 에 의한 스칼라 선형화 오차 $\delta_{ij}(\zeta_{k,j})$ 는 그림 1에서의

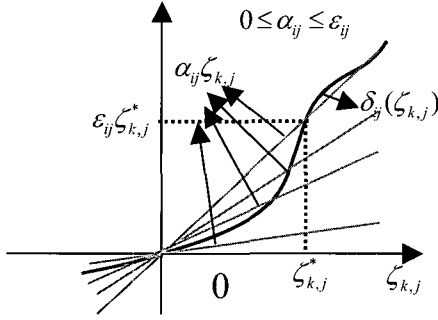


그림 1. 선형화 오차 δ_{ij} 의 모델링.

Fig. 1. Modeling of linearization error δ_{ij} .

직선들로 모델링된다. 이때, ϵ_{ij} 는 그림에서와 같이 필터의 오차가 수렴할 수 있다고 판단되는 최대 허용 오차 $\zeta_{k,j}^*$ 를 설정하여 0부터 $\zeta_{k,j}^*$ 사이에서의 α_{ij} 의 최대값으로 선정한다.

시각 t_k 에서의 오차 공분산 $P_{k/k}$ 를 알고 있다면 ϵ_{ij} 를 설정하는 데 있어서 $P_{k/k}$ 를 이용할 수 있다. 즉, $P_{k/k}$ 에서 j 번째 대각원소의 크기는 ϵ_{ij} 와 비례 관계로 설정할 수 있다. ϵ_{ij} 는 필터의 조율 파라미터(tuning parameter)로 역할을 하게 되므로 적절한 선정이 요구된다.

$\Delta_{2,k}$ 도 $\Delta_{1,k}$ 과 같은 방식으로 다음과 같이 모델링한다.

$$\Delta_{2,k} = D_{2,k} N_{2,k} E_{2,k} \zeta_{k/k-1}, \sigma(N_{2,k}) \leq 1 \quad (21)$$

III. 선형화 오차에 강인한 확장칼만필터

본 장에서는 불확실한 모델 오차로 가정된 선형화 오차에 대하여 오차 공분산의 상계를 최소화하는 강인 확장칼만필터를 유도한다.

1. 오차 공분산의 상계

(20)과 (21)를 (8)과 (9)에 대입하면 다음 식들을 얻을 수 있다.

$$x_{k+1} = f_k(\hat{x}_{k/k}) + (F_k + D_{1,k} N_{1,k} E_{1,k})(x_k - \hat{x}_{k/k}) + w_k \quad (22)$$

$$y_k = h_k(\hat{x}_{k/k-1}) + (H_k + D_{2,k} N_{2,k} E_{2,k})(x_k - \hat{x}_{k/k-1}) + v_k \quad (23)$$

(3)과 (4)의 추정기에 의한 추정 오차 $\zeta_{k/k}$ 와 $\zeta_{k+1/k+1}$ 는 시간에 따라 다음과 같은 관계식을 만족한다.

$$\zeta_{k+1/k+1} = (I - K_{k+1} H_{k+1}^*)(F_k^* \zeta_{k/k} + w_k) - K_{k+1} v_k \quad (24)$$

여기서 $F_k^* = F_k + D_{1,k} N_{1,k} E_{1,k}$, $H_{k+1}^* = H_{k+1} + D_{2,k+1} N_{2,k+1} E_{2,k+1}$. 이때, 시각 t_k 에서의 추정오차의 공분산을 $P_{k/k}$ 라하고, 시각 t_{k+1} 에서의 공분산을 $P_{k+1/k+1}$ 라 하면 이들은 시간에 따라 다음과 같은 관계식을 만족한다.

$$P_{k+1/k+1} = (I - K_{k+1} H_{k+1}^*) [F_k^* P_{k/k} F_k^{*T} + Q_k] (I - K_{k+1} H_{k+1}^*)^T + K_{k+1} R_{k+1} K_{k+1}^T \quad (25)$$

$P_{k/k}$ 의 상계를 $\bar{P}_{k/k}$ 로 나타낼 때, 다음과 같이 $P_{k+1/k}$ 와 $\bar{P}_{k+1/k}$ 를 정의한다.

$$P_{k+1/k} = (F_k + D_{1,k} N_{1,k} E_{1,k}) P_{k/k} (F_k + D_{1,k} N_{1,k} E_{1,k})^T + Q_k \quad (26)$$

$$\bar{P}_{k+1/k} = F_k \bar{P}_{k/k} F_k^T + F_k \bar{P}_{k/k} E_{1,k}^T E_{1,k} \bar{P}_{k/k} F_k^T + Q_k + [1 + \bar{\sigma}(E_{1,k} \bar{P}_{k/k} E_{1,k}^T)] D_{1,k} D_{1,k}^T \quad (27)$$

보조 정리 1[14]: $P_{k+1/k} \leq \bar{P}_{k+1/k}$, $k = 0, 1, 2, \dots$ (28)

증명: 증명 생략. ■

$P_{k+1/k+1}$ 을 $P_{k+1/k}$ 를 포함하여 나타내어 다시 쓰면 다음과 같다.

$$P_{k+1/k+1} = (I - K_{k+1} H_{k+1}^*) P_{k+1/k} (I - K_{k+1} H_{k+1}^*)^T + K_{k+1} R_{k+1} K_{k+1}^T \quad (29)$$

$\bar{P}_{k+1/k+1}$ 을 $P_{k+1/k}$ 의 상계인 $\bar{P}_{k+1/k}$ 를 사용하여 다음과 같이 정의한다.

$$\bar{P}_{k+1/k+1} = (I - K_{k+1} H_{k+1}^*) (\bar{P}_{k+1/k} + \bar{P}_{k+1/k} E_{2,k+1}^T E_{2,k+1} \bar{P}_{k+1/k}) \cdot (I - K_{k+1} H_{k+1}^*)^T + K_{k+1} \{R_{k+1} + D_{2,k+1} [1 + \bar{\sigma}(E_{2,k+1} \bar{P}_{k+1/k} E_{2,k+1}^T)] D_{2,k+1}^T\} K_{k+1}^T \quad (30)$$

보조 정리 2: $P_{k+1/k+1} \leq \bar{P}_{k+1/k+1}$, $k = 0, 1, 2, \dots$ (31)

증명:

$$P_{k+1/k+1} = (I - K_{k+1} H_{k+1}^*) P_{k+1/k} (I - K_{k+1} H_{k+1}^*)^T + K_{k+1} R_{k+1} K_{k+1}^T \leq (I - K_{k+1} H_{k+1}^*) \bar{P}_{k+1/k} (I - K_{k+1} H_{k+1}^*)^T + K_{k+1} R_{k+1} K_{k+1}^T = (I - K_{k+1} H_{k+1}^*) \bar{P}_{k+1/k} (I - K_{k+1} H_{k+1}^*)^T + (I - K_{k+1} H_{k+1}^*) \bar{P}_{k+1/k} E_{2,k+1}^T E_{2,k+1} \bar{P}_{k+1/k} (I - K_{k+1} H_{k+1}^*)^T + K_{k+1} R_{k+1} K_{k+1}^T + K_{k+1} D_{2,k+1} [1 + \bar{\sigma}(E_{2,k+1} \bar{P}_{k+1/k} E_{2,k+1}^T)] D_{2,k+1}^T K_{k+1}^T - K_{k+1} D_{2,k+1} [\bar{\sigma}(E_{2,k+1} \bar{P}_{k+1/k} E_{2,k+1}^T)] (I - N_{k+1} E_{2,k+1} \bar{P}_{k+1/k} E_{2,k+1}^T N_{k+1}^T) \cdot D_{2,k+1}^T K_{k+1}^T - (I - K_{k+1} H_{k+1}^*) \bar{P}_{k+1/k} E_{2,k+1}^T (I - N_{k+1}^T N_{k+1}) E_{2,k+1} \bar{P}_{k+1/k} \cdot (I - K_{k+1} H_{k+1}^*)^T - [K_{k+1} D_{2,k+1} - (I - K_{k+1} H_{k+1}^*) \bar{P}_{k+1/k} E_{2,k+1}^T N_{k+1}^T] \cdot [K_{k+1} D_{2,k+1} - (I - K_{k+1} H_{k+1}^*) \bar{P}_{k+1/k} E_{2,k+1}^T N_{k+1}^T]^T \leq \bar{P}_{k+1/k+1}$$

따라서, $P_{k+1/k+1} \leq \bar{P}_{k+1/k+1}$. ■

2. 강인 확장칼만필터의 유도

보조 정리 3.1과 3.2에 의하여 $\bar{P}_{k+1/k+1}$ 가 $P_{k+1/k+1}$ 의 상계임을 알 수 있다. (3)과 (4)의 형태로서 $\bar{P}_{k+1/k+1}$ 를 최소화하는 강인 확장칼만필터를 유도한다.

보조 정리 3: (3)과 (4)의 구조로 된 추정기의 이득 K_{k+1} 중에서 $\bar{P}_{k+1/k+1}$ 을 최소화하는 K_{k+1}^o 는 다음과 같다.

$$K_{k+1}^o = S_{k+1} H_{k+1}^T (H_{k+1} S_{k+1} H_{k+1}^T + R_{k+1}^*)^{-1} \quad (32)$$

$$S_{k+1} = \bar{P}_{k+1/k} + \bar{P}_{k+1/k} E_{2,k+1}^T E_{2,k+1} \bar{P}_{k+1/k} \quad (33)$$

$$R_{k+1}^* = R_{k+1} + D_{2,k+1} [1 + \bar{\sigma}(E_{2,k+1} \bar{P}_{k+1/k} E_{2,k+1}^T)] D_{2,k+1}^T \quad (34)$$

여기서 각 행렬의 정의는 이전 식에서와 같다.

증명: $\bar{P}_{k+1/k+1}$ 을 최소화하는 것은 임의의 벡터 a 에 대하여 2차 스칼라 함수인 $J_{k+1} = a^T \bar{P}_{k+1/k+1} a$ 를 최소화하는 것과 같다. 이때, J_{k+1} 는 $K_{k+1} a$ 의 2차 스칼라 함수이므로 J_{k+1} 를 최소화하는 K_{k+1}^o 는 다음 미분식을 만족한다.

$$\left. \frac{\partial a^T \bar{P}_{k+1/k+1} a}{\partial (K_{k+1} a)} \right|_{K_{k+1}=K_{k+1}^o} = 0 \quad (35)$$

$\bar{P}_{k+1/k+1}$ 을 K_{k+1} 에 관한 2차 형태의 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\bar{P}_{k+1/k+1} = [I \quad -K_{k+1}] \begin{bmatrix} S_{k+1} & S_{k+1} H_{k+1}^T \\ H_{k+1} S_{k+1} & H_{k+1} S_{k+1} H_{k+1}^T + R_{k+1}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ -K_{k+1}^T \end{bmatrix}$$

이와 같은 식에서 가운데 정방행렬을 삼각 분해법을 사용하여 변환하면 J_{k+1} 은 다음과 같다.

$$J_{k+1} = a^T \bar{P}_{k+1/k+1} a = \begin{bmatrix} a^T & a^T S_{k+1} H_{k+1}^T (H_{k+1} S_{k+1} H_{k+1}^T + R_{k+1}^*)^{-1} - a^T K_{k+1} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} S_{k+1} - S_{k+1} H_{k+1}^T (H_{k+1} S_{k+1} H_{k+1}^T + R_{k+1}^*)^{-1} H_{k+1} S_{k+1} & 0 \\ 0 & H_{k+1} S_{k+1} H_{k+1}^T + R_{k+1}^* \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a \\ (H_{k+1} S_{k+1} H_{k+1}^T + R_{k+1}^*)^{-1} H_{k+1} S_{k+1} a - K_{k+1}^T a \end{bmatrix}$$

(35)를 만족하는 K_{k+1}^o 를 구하면 다음과 같다.

$$K_{k+1}^o = S_{k+1} H_{k+1}^T (H_{k+1} S_{k+1} H_{k+1}^T + R_{k+1}^*)^{-1}$$

여기서 $K_{k+1} = K_{k+1}^o$ 일 때, J_{k+1} 가 최소값을 가지려면 다음 식을 만족해야 한다.

$$H_{k+1} S_{k+1} H_{k+1}^T + R_{k+1}^* > 0 \quad (36)$$

정리 1: (22)과 (23)의 시스템에 대하여 (3)과 (4)로 주어지는 필터에서 오차 공분산의 상한을 최소화하는 이득 K_{k+1} 과 오차 공분산의 상계 $\bar{P}_{k+1/k}$ 와 $\bar{P}_{k+1/k+1}$ 은 다음과 같다.

$$\bar{P}_{k+1/k} = F_k (\bar{P}_{k/k} + \bar{P}_{k/k} E_{1,k}^T E_{1,k} \bar{P}_{k/k}) F_k^T + Q_k + [1 + \bar{\sigma} (E_{1,k} \bar{P}_{k/k} E_{1,k}^T)] D_{1,k} D_{1,k}^T \quad (37)$$

$$K_{k+1} = S_{k+1} H_{k+1}^T (H_{k+1} S_{k+1} H_{k+1}^T + R_{k+1}^*)^{-1} \quad (38)$$

$$\bar{P}_{k+1/k+1} = S_{k+1} - S_{k+1} H_{k+1}^T (H_{k+1} S_{k+1} H_{k+1}^T + R_{k+1}^*)^{-1} H_{k+1} S_{k+1} \quad (39)$$

$$R_{k+1}^* = R_{k+1} + D_{2,k+1} [1 + \bar{\sigma} (E_{2,k+1} \bar{P}_{k+1/k} E_{2,k+1}^T)] D_{2,k+1}^T \quad (40)$$

$$S_{k+1} = \bar{P}_{k+1/k} + \bar{P}_{k+1/k} E_{2,k+1}^T E_{2,k+1} \bar{P}_{k+1/k} \quad (41)$$

증명: 보조 정리 3.1과 3.2로부터 $P_{k+1/k} \leq \bar{P}_{k+1/k}$ 이고 $P_{k+1/k+1} \leq \bar{P}_{k+1/k+1}$ 이므로 수학적 귀납법을 사용하면 $k =$

$0, 1, 2, \dots$ 에 대하여 $P_{0/0} \leq \bar{P}_{0/0}$ 일 때, $P_{k/k} \leq \bar{P}_{k/k}$ 임을 알 수 있다. 이때, 보조 정리 3.3으로부터 이들을 최소화하는 K_{k+1} 을 구할 수 있고 최소화된 $\bar{P}_{k+1/k+1}$ 을 구할 수 있다. ■

IV. 관성항법시스템에의 적용 예

1. 시뮬레이션의 대상 시스템

스트랩다운 관성항법시스템(SDINS - Strapdown Inertial Navigation System)은 초기 값과 자이로와 가속도계로부터 제공하는 각속도 및 가속도 정보를 이용하여 비선형 미분 방정식을 적분하여 항체의 위치, 속도, 자세를 계산하는 시스템이다. SDINS의 초기 자세 오차와 센서 오차로 인하여 항법 오차가 시간에 따라 지속적으로 증가하게 된다. 따라서 GPS와 같은 비관성 보조 센서를 이용하여 항체의 자세오차를 추정하는 운항중 정렬(in-flight alignment)을 수행한다. 이때 일반적으로 확장칼만필터를 적용하는데[4,18], 비선형식을 선형화한 이산시간 모델은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$x_{k+1} = F_k x_k + \Delta_{1,k} (x_k - \hat{x}_{k/k}) + S_{1,k} + w_k, \quad (42)$$

$$x_k = [p^T \quad (v^n)^T \quad \varphi^T \quad \nabla^T \quad \varepsilon^T \quad \eta^T]^T$$

여기서, 상태변수 x_k 는 위치 변수, 속도 변수, 자세오차 변수, 가속도계 오차 변수, 자이로 오차 변수, 위치 측정치 오차 변수로 구성된 18차 벡터이며, 각 행렬과 항들의 정의는 (8)에서와 같다. 위치 정보를 측정치로 사용하는 보조 항법시스템을 (9)와 같이 나타내면 다음과 같다.

$$y_k = H_k x_k + v_k, \quad H_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0_{1 \times 12} & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0_{1 \times 12} & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0_{1 \times 12} & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (43)$$

여기서 측정식은 선형이므로 측정식에서의 선형화 오차는 존재하지 않는다.

선형화된 시스템 행렬 F_k 의 형태는 다음과 같다[18].

$$F_k = I + A(t_{k-1}) \Delta t, \quad A(t_{k-1}) = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & 0_{3 \times 3} & A_{35} & 0_{3 \times 3} \\ & & & 0_{9 \times 18} & & \end{bmatrix} \quad (44)$$

초기 자세오차가 크고 다른 변수들의 오차는 작다고 가정하면, 운항중 정렬을 위한 선형화 오차는 자세오차 변수에 의해서만 유발되며, 특히, 속도 변수와 자세오차 변수의 관계를 나타내는 근사식에서 선형화 오차가 커진다. 따라서 선형화 오차 $\Delta_{1,k} (x_k - \hat{x}_{k/k})$ 를 다음과 같이 속도 변수와 자세오차 사이의 선형 모델에 미치는 영향만을 나타내도록 모델링 할 수 있다.

$$\Delta_{1,k}(x_k - \hat{x}_{k/k}) \approx \Delta_{1,k}(\varphi_k - \hat{\varphi}_{k/k}) = D_{1,k} N_{1,k} E_{1,k} \zeta_{k/k} \quad (45)$$

$$D_{1,k} = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 6} & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 12} \\ 0_{1 \times 6} & 0 & \lambda_{3,k} & \lambda_{1,k} & 0_{1 \times 12} \\ 0_{1 \times 6} & \lambda_{4,k} & 0 & \lambda_{2,k} & 0_{1 \times 12} \\ 0_{1 \times 6} & 0 & 0 & 0 & 0_{1 \times 12} \\ 0_{12 \times 6} & 0_{12 \times 1} & 0_{12 \times 1} & 0_{12 \times 1} & 0_{12 \times 12} \end{bmatrix},$$

$$E_{1,k} = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 6} & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 1} & 0_{3 \times 12} \\ 0_{1 \times 6} & \beta_1 & 0 & 0 & 0_{1 \times 12} \\ 0_{1 \times 6} & 0 & \beta_2 & 0 & 0_{1 \times 12} \\ 0_{1 \times 6} & 0 & 0 & \beta_3 & 0_{1 \times 12} \\ 0_{12 \times 6} & 0_{12 \times 1} & 0_{12 \times 1} & 0_{12 \times 1} & 0_{12 \times 12} \end{bmatrix}.$$

여기서, $\lambda_{i,k}$ 들과 β_i 들은 설계 파라미터로 사용되며, ε_{ij} 와 관련된 요소들이다.

파라미터 설정을 위하여 변수들을 정의한다. 가속도계에서 측정되는 비력(specific force)을 항법좌표계(X축-북쪽, Y축-동쪽, Z축-수직하향 좌표계)로 표현하면 다음과 같다.

$$f^n = \begin{bmatrix} f_n \\ f_e \\ f_d \end{bmatrix} = C_b^n f^b$$

여기서 f^b 는 동체좌표계(body frame)에서 표현된 가속도계에서 측정치, C_b^n 는 동체좌표계에서 항법좌표계로의 좌표변환행렬이다.

오차 공분산 행렬 P_k 의 각 성분을 P_{ij} 라 할 때, σ_i 의 정의는 다음과 같다.

$$\sigma_i = \sqrt{P_{ii}}$$

이와 같이 정의된 f^n 과 σ_i 를 가지고 다음과 같이 파라미터들을 설정할 수 있다.

$$\lambda_{1,k} = \mu_1 \times \|f_e\| \times \sigma_9, \quad \lambda_{2,k} = \mu_1 \times \|f_n\| \times \sigma_9$$

$$\lambda_{3,k} = \mu_2 \times \|f_d\| \times \sigma_8, \quad \lambda_{4,k} = \mu_2 \times \|f_d\| \times \sigma_7$$

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \mu_3$$

본 논문에서 제안한 강인 확장칼만필터(REKF)를 일반적으로 관성항법시스템의 운항중 정렬에 많이 사용되는 확장칼만필터로 설계된 시스템과 비교하고자 한다. 시뮬레이션에 사용한 항체로는 수상과 수중에서 자율 운항을 하는 무인 잠수정(Autonomous Underwater Vehicle: AUV) 이다. 무인 잠수정은 모선(mother ship)에서 투하되어 운항을 시작한 후 운항중 정렬을 수행한다. 운항중 정렬을 수행하기 전에 수상에서 먼저 수평축 정렬을 수행하여 수평 자세를 추정한다. 수평축 자세 오차가 안정되면 수중에서 모선과 SSBL(Super Short Baseline)과 같은 음파를 이용한 위치 측정장치를 보조센서로 이용하여 운항중 정렬을 수행할 수 있다. 그림 2는 수중에서 수행되는 운항중 정렬 과정을 개념적으로 나타낸 것으로 무

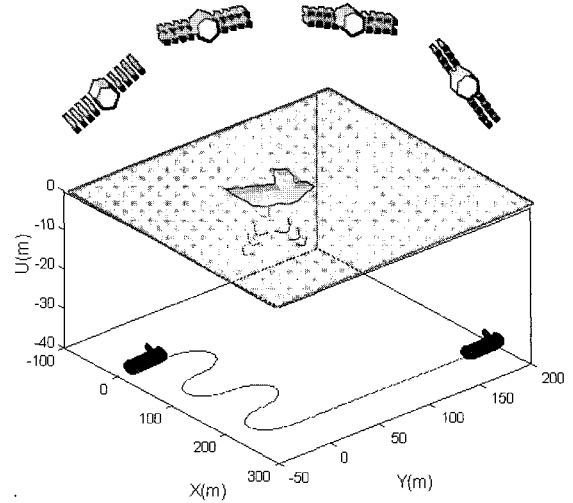


그림 2. 수중에서 이루어지는 무인잠수정의 운항중 정렬.
Fig. 2. In-flight alignment of an AUV under water.

표 1. 센서의 오차 사양(1σ).

Table 1. The caption comes before the table.

센서	오차	불규칙 상수	백색 잡음
자이로스코프		1 deg/hr	0.3 deg/ \sqrt{hr}
속도계		1000 μg	50 μg
위치 측정치		1 m	5 m

인 잠수정의 운항 궤적은 그림과 같으며, 모선은 GPS로 절대 위치를 얻고 무인 잠수정은 모선과의 상대 위치를 측정하여 절대 위치 측정치를 얻게 된다.

표 1은 시뮬레이션에서의 사용된 자이로, 가속도계 및 위치 측정치의 오차 사양이다. 위치 측정치의 불규칙 상수는 측정 장치의 장착오차에 의한 것으로 1m로 설정하였다.

비선형 시스템을 평가하기 위하여 몬테카를로(Monte-Carlo) 시뮬레이션을 수행하였으며, 1 회 시뮬레이션의 시간은 280 초이다. 항체는 수중에서 2m/s의 속력으로 이동한다고 가정하였다. 초기 자세 오차의 크기에 따라 작은 경우와 큰 경우로 나누어 결과를 제시한다. 시뮬레이션에서 공통된 위치 및 속도의 초기 오차 설정은 다음과 같다.

- 초기 위치 오차(1σ) : 5m (N축), 5m (E축), 5m (D축),
- 초기 속도 오차(1σ) : 1m/s (N축), 1m/s (E축), 1m/s (D축)

2. 초기 자세 오차가 작은 경우

초기 자세 오차(1σ) 를 1deg(수평 자세 오차)와 5deg(기수 각 오차)로 설정하고 몬테칼로 시뮬레이션을 수행하였다.

그림 3은 EKF와 REKF가 구한 기수각 추정치들의 오차가 갖는 실제 표준편차를 함께 나타낸 것이며, 그림 4는 EKF가 계산한 오차의 표준편차와 REKF가 계산한 표준편차의 상계를 함께 나타낸 것이다.

그림 3과 4를 비교하면 실제 추정 오차의 표준편차와 필터가 계산한 표준편차가 유사함을 알 수 있다. 이것은 초기 자세 오차의 크기가 작기 때문에 EKF가 제 성능을 발휘하고

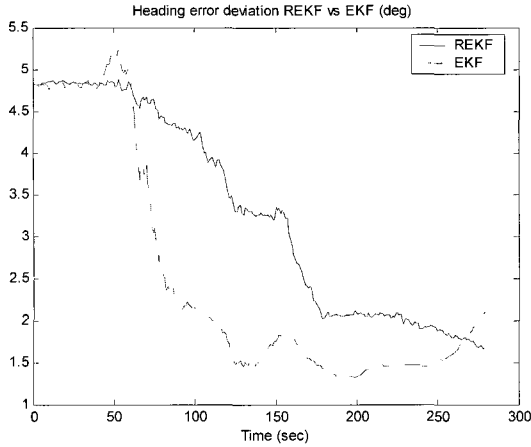


그림 3. 기수각 추정 오차의 표준편차.
Fig. 3. Standard deviation of the true heading error.

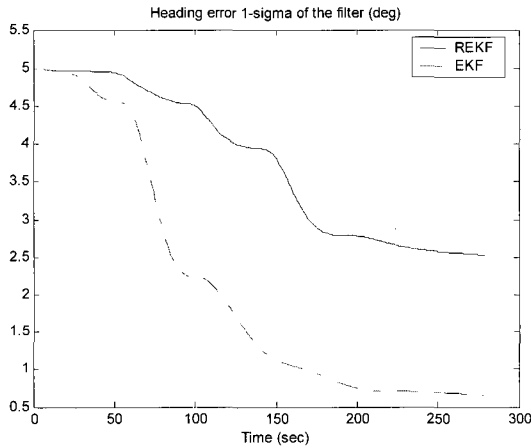


그림 4. 필터의 오차공분산으로부터 구한 기수각 오차의 표준편차
Fig. 4. Square root of heading error component of the covariance matrix of the filter

있으며 REKF의 오차가 상대적으로 크긴 하지만, 그 차이는 미세하여 초기 자세 오차가 작은 경우에도 REKF의 사용에 문제가 없음을 보여주고 있다.

3. 초기 자세 오차가 큰 경우

초기 기수각 오차(1σ)를 1deg(수평 자세 오차)와 45deg(기수각 오차)로 크게 설정하고 시뮬레이션을 수행하였다.

초기 기수각 오차만을 45deg 수준으로 크게 증가시킨 결과에서는 EKF와 REKF의 차이가 크게 나타났다. 그림 5에서 REKF는 기수각을 추정하여 오차를 크게 감소시킨 반면 EKF의 경우에는 기수각 추정 오차의 표준편차가 전혀 감소되지 않은 것을 볼 수 있다. 이것은 실질적으로는 추정 오차가 발산한 것으로 볼 수 있다. 그림 5의 실제 표준편차와 그림 6의 EKF가 계산한 표준편차는 서로 상관관계가 적음을 알 수 있다. 초기 오차를 변화시키면서 시뮬레이션을 수행한 결과 기수각 오차의 크기를 대략 30deg수준 이상인 경우에 이러한 현상을 나타내었다. 반면에 REKF가 계산한 표준편차의 상계는 여전히 오차의 실제 표준편차와 유사하게 유지하

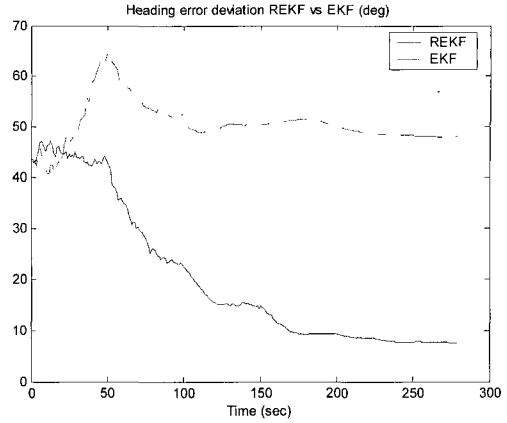


그림 5. 기수각 추정 오차의 표준편차.
Fig. 5. Standard deviation of the true heading error.

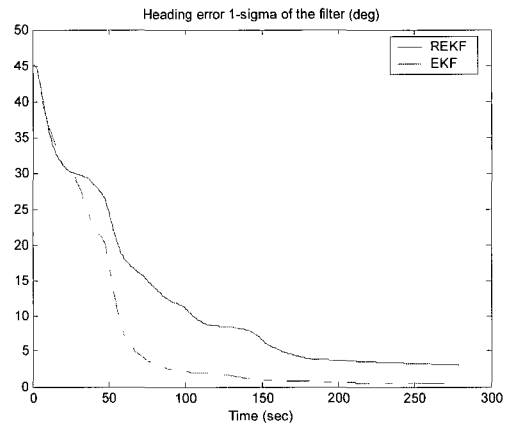


그림 6. 필터가 계산한 기수각 오차의 표준편차.
Fig. 6. Square root of heading error component of the covariance matrix of the filter.

고 있음을 볼 수 있다. 그러나, 필터에서 구한 표준편차의 상계가 실제 표준편차보다 작은 값을 나타내었으며 이것은 초기 기수각 오차가 매우 커져 (15)의 조건이 만족하지 않은 것을 보여준다. 이러한 현상은 초기 기수각 오차의 크기가 대략 45deg수준 이상일 때 발생하며, 초기 오차의 크기를 계속 증가시켜 선형화 오차를 계속 증가시키면 REKF도 결국 EKF와 같이 발산할 수 있다.

시뮬레이션의 결과로부터 초기 기수각 오차의 크기에 따라 확장칼만필터의 성능이 민감함을 알 수 있으며, 제안된 강인 확장칼만필터는 초기 기수각 오차에 대해 상대적으로 강인함을 확인 할 수 있다.

V. 결론

확장칼만필터의 선형화 오차는 필터의 추정 정확도를 저하시키므로 이를 필터에서 추정 정확도에 반영하여야 한다. 필터의 추정 정확도는 필터의 오차 공분산에 반영하여야 하지만, 비선형인 선형화 오차를 선형적으로 결정할 수 없으므로 선형화 오차에 의한 공분산의 증가분을 정확하게 반영하기 어렵다. 그러나, 선형화 오차를 불확실한 모델 오차로 가정하고, 이로부터 모델 오차에 강인한 필터를 설계하면 선형

화 오차가 큰 경우에 이로 인한 필터의 성능 저하를 완화시킬 수 있다.

본 논문에서는 선형화 오차에 강인한 확장칼만필터를 제안하였다. 제안된 강인 필터는 기본적으로 확장칼만필터보다 추정 오차에 대하여 강인하며, 추정 오차가 작은 경우에도 필터의 조율 파라미터를 추정 오차의 크기에 비례하도록 설계함으로써 확장칼만필터와 유사한 성능을 갖을 수 있다.

시뮬레이션의 결과로부터 초기 자세 오차가 큰 상황에서 의 SDINS 는 선형화 오차에 강인한 필터가 필요하며, 제안된 강인 확장칼만필터가 적합하게 사용될 수 있음을 확인하였다. 제안된 필터는 SDINS를 비롯한 여러 비선형 시스템에서 초기 오차가 큰 상황이나 추정 오차가 커진 상황을 위하여 적절하게 사용될 수 있을 것으로 기대된다.

참고문헌

[1] A. H. Jazwinski, *Stochastic Processes and Filtering Theory*, Academic, New York, 1972.
 [2] B. D. O. Anderson and J. B. Moore, *Optimal Filtering*, Prentice-Hall, NJ, 1979.
 [3] A. Gelb, Ed., *Applied Optimal Estimation*, Cambridge, MIT Press, MA, 1984.
 [4] P. S. Maybeck, *Stochastic Models, Estimation, and Control*, Academic, New York, 1982.
 [5] J. M. Mendel, *Lessons in Estimation Theory for Signal Processing, Communications, and Control*, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, NJ, 1995.
 [6] M. S. Grewal and A. P. Andrews, *Kalman Filtering: Theory and Practice*, Prentice Hall, NJ, 1993.
 [7] T. L. Song and J. L. Speyer, "A stochastic analysis of a modified gain extended kalman filter with applications to estimation with bearings only measurements," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 30, no. 10, pp. 940-949, 1985.

[8] N. U. Ahmed and S. M. Radaideh, "Modified extended kalman filtering," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 39, no. 6, pp. 1322-1326, 1994.
 [9] U. Shaked and N. Berman, " H_∞ nonlinear filtering of discrete-time processes," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 43, no. 9, pp. 2205-2209, 1995.
 [10] G. A. Einicke and L. B. White, "Robust extended kalman filtering," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 47, no. 9, pp. 2596-2599, 1999.
 [11] K. Reif, F. Sonnemann, E. Yaz and R. Unbehauen, "An observer for nonlinear systems based on H_∞ -filtering techniques," *Proc. American Control Conference*, pp. 2379-2380, 1997.
 [12] S. K. Nguang and M. Fu, "Robust nonlinear H_∞ filtering," *Automatica*, vol. 32, no. 8, pp. 1195-1199, 1996.
 [13] L. Y. Wang and W. Zhan, "Robust disturbance attenuation with stability for linear systems with norm-bounded nonlinear uncertainties," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 41, no. 6, pp. 886-888, 1996.
 [14] Y. Theodor and U. Shaked, "Robust discrete-time minimum-variance filtering," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 44, no. 2, pp. 181-189, 1996.
 [15] P. Bolzem, P. Colaneri and G. D. Nicolao, "Finite escapes and convergence properties of guaranteed-cost robust filters," *Automatica*, vol. 33, no. 1, pp. 31-47, 1997.
 [16] C. E. de Souza and U. Shaked, "Robust H_2 filtering for uncertain systems with measurable inputs," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 47, no. 8, pp. 2286-2292, 1999.
 [17] 양철관, 심덕신, 박찬국, "강인 H_2 필터를 이용한 속도정합 알고리즘," 제어 · 자동화 · 시스템공학 논문지, 제7권, 제4호, pp. 362-368, 2001.
 [18] G. M. Siouris, *Aerospace Avionics Systems: A Modern Synthesis*, Academic, San Diego, 1993.



홍 현 수

1972년 1월 14일생. 1995년 서울대학교 제어계측공학과(공학사). 1997년 서울대학교 제어계측공학과(공학석사). 2003년 서울대학교 전기공학부(공학박사). 2002년~현재 삼성전자 통신연구소. 관심분야는 INS/GPS, 필터링 이론, 센서 네트워크.

워크.

이 장 규

제어 · 자동화 · 시스템공학회 논문지 제10권 제1호 참조.



박 찬 국

1961년 9월 13일생. 1985년 서울대학교 공과대학 제어계측공학과 졸업. 1987년 동 대학원 졸업(석사). 1993년 동 대학원 졸업(공학박사). 1993년 서울대학교 제어계측신기술연구센터 Post Doc. 1994년~2002년 광운대학교 정보제어공학과 조교수/부교수. 1998년 미국 UCLA 기계항공공학과 방문연구원. 1994년~2003년 서울대학교 자동제어특화연구센터 책임연구원. 2003년~현재 서울대학교 기계항공공학부 부교수/교수. 연구 관심분야는 INS/GPS 결합 알고리즘, MEMS IMU 응용 시스템 개발, 영상항법시스템, USN을 이용한 Ubiquitous Positioning, 필터링기법.