한국수학사학회지 제19권 제1호(2006년 2월), 55-64

현대 수학의 역사

경원전문대학 **박춘성**
cspark@kwc.ac.kr

본 논문에서는 고대 Greece, 고대 Babylonia 등에서 시작한 수학의 발전 과정과 19세기 이후 집합론을 바탕으로 공리주의적 방법으로 현대수학이 발전하였음을 알아보고 특히 위상수학의 발전과정을 요약해 보았다.

주제어 : 고대 그리스, 고대 바빌로니아, 집합론, 위상 수학의 역사

1. 서론

수학의 기원은 지금부터 약 2,600여 년전 탈레스(Thales)가 기하학을 연구한 시기부터라고 전해지고 있다.

고대 그리스(Greece), 바빌로니아(Babylonia), 고대 중국의 수학의 역사를 살펴보면 공리론적으로 서술된 유클리드(Euclid)의 「기하학 원본」이 약 2,000여 년간 수학의 주류를 이루었다.

그런데 유클리드의 평행선공리를 증명하려는 시도 중에 다른 공리로 대체하여도 논리적 모순이 생기지 않는 이론체계를 세우는 것이 가능하게 되면서 비유클리드 기하학이 탄생하였고, 이를 통해 공리계에 대한 새로운 해석이 가능하게 되었다.

한편 산업혁명으로 실용수학에 역점을 두게 되었으나 19세기 중반부터 미분적분학 등에서 몇 가지 모순이 발견되어 이런 모순을 해결하기 위한 연구를 하다가 집합을 도입하게 되었다. 그런데 집합론에서 모순이 발생하자 집합론의 공리주의적 전개를 생각하게 되었다.

이로부터 집합론을 중심으로 하는 공리주의적 방법 즉 추상수학이 발달하였다. 추상수학의 발전에 따라 해석학 대수학 기하학 등 수학전반에 걸쳐서 비약적으로 발전하였다.

이 당시부터 발전된 수학이 현대 수학의 성격을 지니고 있다.

20세기에 들어와 현대수학은 많은 발전과 더불어 다양화 되었다. 본 논문에서 이것을 모두 언급한다는 것은 매우 어려우며 본인이 공부하고 있는 위상수학의 발전 방향을 간략하게 요약해 보았다.

2. 본론

가) 현대수학의 발전과정

수학은 지금부터 약 2,600 여 년 전 탈레스시대부터 시작되었다고 전해지고 있다. 사실 실용적인 수학은 고대의 각 문명들에서 탄생되었다. 고대 바빌로니아나 고대 중국에서도 수학이 고도로 발달했으므로 고대 그리스만이 수학을 발전시켰다고 보는 것은 부당하다고 생각된다. 그러나 그렇게 보는 데도 나름대로의 이유는 있다. 고대 바빌로니아에서는 수학이 고도로 발달하였지만 실용 수학의 범위를 넘지는 못했고, 고대 그리스에서는 수학이 논리적인 학문으로서 발달하였기 때문이다.

그리스 수학의 성과는 문화사상 강한 영향을 미쳤던 유클리드의 『원본』에 집대성되어 있다. 자명하다고 생각되는 몇 개의 법칙들에서 출발하여 도형의 복잡한 성질을 풀어 나가는 유클리드 『원본』의 구성 형식은 그 후 긴 세월 동안 학문을 기술하는 모범으로 생각되어 왔다. 작은 수의 원리들이나 법칙들에 근거하여 현상을 기술하고자 하는 태도는 현재까지 학문의 기본이라 생각된다.

유클리드 이전의 수학사를 간단히 요약해보자. B. C. 500년경(고대 이집트, 고대 중국, 고대 바빌로니아시대)까지는 주로 수에 대한 연구가 수학의 주류를 이루고 있었으며, B.C. 500 ~ A.C.300년(그리스 시대)에는 수를 길이의 척도로서 기하학적 방식으로 생각하였으며 이를 통해 무리수가 발견되었다. 이 때 유명한 수학자로 유클리드, 아르키메데스(Archimedes), 피타고라스(Pythagoras) 등이 있었다. B. C. 300년경 유클리드의 『원본』이 출간된 이래 현재까지 2,000회 이상 재판되었다고 한다. 유클리드의 『원본』은 모두 13권으로 이루어져 있는데, 1~6권이 '평면기하학'을, 7~13권이 '공간기하학' 및 '수론'을 다루고 있다.

유클리드 원본의 공리(약속)는 2,000년 이상 수학의 주류를 이루어 왔으나 19세기에 와서 몇 개의 모순이 발견되었다. 1820~1830년경에 직선 밖의 한점을 지나 그 직선에 평행한 직선은 단 1개만 존재한다는 유명한 평행선 공리를 증명하려고 노력하였다. 이 과정에서 평행선 공리를 부정하여도 기하학의 이론 체계에 모순이 없음을 발견하였다. 이 발견으로 비유클리드 기하학이 탄생하게 되었다. 비유클리드 기하학의 탄생으로 서로 다른 2개의 기하체계가 발견되면서 공리계에 대한 인식이 바뀌었다. 따라서 공리란 자명한 명제가 아니고 이론을 전개하기 위한 하나의 가설이라 생각 하였다. 이로부터 수학에서는 절대적인 공리가 있을 수 없게 되었다.

고대 그리스에는 수학에 해당하는 용어가 없었다. 플라톤(Platon, 그리스 철학자)의 대화편을 보면 고대 그리스 사람들은 지금의 수학에 해당하는 부분을 기하학, 산수, 화성학, 천문학 등 별개의 이름들로 나누어 불렀다. 이와 같이 다양한 학과들은 'μαθημα'라고 불렸다고 한다. 이 용어의 복수형은 'μαθηματα'이다. 피타고라스 교단에서는 혼을 정화하기 위해서 몇 개의 'μαθηματα'를 공부하였다고 한다. 중세에 들어와서

'mathemata' 중에서 음악, 천문학, 논리학 등이 학문으로 독립하게 되었고, 현재의 수학과 외연이 거의 같았던 나머지 학과는 라틴어 'mathematica'로 불리게 되었다.

이와 같이 수학이라는 용어는 그것이 탄생할 때부터 종합적 학문으로서의 의미를 가지고 있어 다른 여러 학문과 밀접한 관계가 있었다. 수학이 영어로는 mathematics라고 하며 복수형으로 사용된 것도 수학이라는 학문의 명칭이 나온 역사적 배경을 보면 어렵지 않게 이해될 수 있다. 그러나 영어의 mathematics가 단수 취급을 받는 것처럼 수학이 여러 가지 분야가 유기적으로 통일된 학문으로서의 성격도 아울러 가지고 있다는 것도 잊어서는 안 되겠다. 『Oxford 영어사전』의 일부를 써 보자.

mathematics : Originally, the collective name for geometry, arithmetic and certain physical sciences (as astronomy and optics) involving geometrical reasoning...

우리가 사용하고 있는 '수학'이라는 학문의 명칭은 19세기 초 mathematics의 번역어로 확정된 것으로 추측된다. 한자의 '수(數)'는 우리가 사용하는 '세다'의 의미 이외에 '논리' 또는 '이유를 밝힌다'라는 의미를 가지고 있다. 그래서 고대 중국에서도 이런 의미의 '수'라는 글자를 사용하였는데, 특히 점성술의 연구를 수학이라는 단어로 표현하였다고 한다. 흥미로운 것은 라틴어에서도 'mathematics'는 점성술의 의미로 가지고 있다는 점이다.

수학이 일반대중을 위하여 보편화된 것은 로크(Lock)의 자유주의 교육사조나 루소(Rousseau)의 자연주의 교육사조의 영향을 받아 19세기부터이다. 그 당시의 수학도 유클리드 기하학의 범위를 벗어나지 못하였다. 그러나 와트(Watt)의 증기기관 발명으로 산업혁명이 일어나고 생산구조의 일대 변화를 가져오면서 부터, 수학은 그 실용성과 아울러 과학기술 발전의 공헌도 때문에 많은 관심을 받게 되었다. 따라서 기하학도 실험기하학에 역점을 두고 실험실에서 중점적으로 다루어지게 되었다. 그러나 기하학만으로는 아무런 실용성이 없으므로 유클리드 기하학과 결별하게 되었다.

한편 19세기 중엽에 들어와서부터 근세수학이 발전하기 시작하였다. 17세기 이후에 발전하여온 해석학과 기하학에 대한 비판은 이 시대에 와서 정점을 이루기 시작했다.

해석학 분야에서는 뉴턴(Newton) 이래 극한개념을 깊은 통찰 없이 사용하였지만, 미분적분학의 발전에는 많은 공헌을 하였다. 그러나 이 당시 해석학은 함수의 연속성과 급수의 수렴과정 등에서 여러 가지 모순을 노정하였다. 이것을 해결하기 위해서 코시(Cauchy)가 ε-δ논법을 도입함으로서 함수의 평등연속과 급수의 평등수렴이란 개념을 정립하게 된다.

또한 바이어슈트라스(Weierstrass)는 실수의 연속성에 관한 문제를 해결하기 위하여 연속성을 처음으로 해석학적으로 체계화하였다. 그 후 데데킨트(Dedekind)는 실수의 연속성을 더욱 깊이 규명하기 위하여 무리수를 도입하였으며, 칸토르(Cantor)도 유리수의 집합에 무리수를 도입하여 실수 전체가 연속이라는 것을 정확히 보여주었다. 흥

미로운 것은 이 과정에서 19세기말 집합 개념이 확립되었다는 점이다. 우리가 하나의 집합을 생각할 때 그 집합에서 원소의 속성에 관계없이 할 수 있는 조작이란 집합의 연산과 1:1 대응 그리고 두 집합의 곱 등이다. 중요한 것은 이와 같은 조작이 수학뿐만 아니라 모든 학문에도 적용될 수 있다는 점이다. 이 처럼 현대 수학이나 과학의 발전에 있어서 집합론은 이미 필수불가결한 하나의 수학적 도구가 되었다.

유클리드는 수학의 특징을 다음과 같이 규정하여 놓았다. 즉, 수학은 진리만을 다루는 학문이며 따라서 이것을 전개하는 논법은 연역법이어야 한다는 것이다. 이런 생각에 따라 그는 기하학을 전개하는데 10개의 공리를 선정하고 이 공리에서 출발하여 여러 가지 정리를 유도해 나갔다. 그러나 그 후 많은 수학자들은 유클리드 공리계에 미비한 점이 있음을 인식하였으며 유클리드의 평행선 공리를 부정한 공리를 택하여도 아무 모순 없이 기하학을 전개 할 수 있음을 보여주었다.

따라서 반대되는 사실을 지닌 두 개의 공리가, 즉 유클리드 기하학과 비유클리드 기하학이 존재하게 되어 유클리드가 생각했던 수학에서의 진리란 뜻이 애매하게 되었다. 결국 수학에 있어서 절대적 진리란 존재할 수 없고 다만 공리를 기초로 한 진리만이 존재한다고 할 수 있게 되었다.

공리계에 대한 종래의 생각이 잘못임을 알게 되자 힐베르트(Hilbert)는 "공리란 진리가 아니고 수학에서 필요로 하는 하나의 가설에 지나지 않는다"라고 하면, 공리계에 나타나는 수학적 술어 즉, 점 직선 평면등과 같은 것은 수학의 기본개념으로 그 내용을 명백히 하기 위하여 정의를 한다는 것은 무의미하다고 지적하였다. 왜냐하면 기본개념의 정의를 내리기 위해서 또 새로운 수학적 개념이 필요하게 되어 결국 새로운 개념들의 정의만 내리다 말게 되므로 수학을 전개한다는 것이 불가능하게 되기 때문이다. 따라서 힐베르트는 이런 기본 개념들, 정의 없이 사용되는 용어들을 무정의 술어라 불렀다. 그는 이 무정의 술어를 사용하여 표현된 몇 개의 가설군을 공리계로 택하고 이 공리계에 연역법을 적용하여 전개되는 내용을 수학의 한 체계(Model)로 본 것이다. 그러므로 어떤 수학적 체계의 공리군을 발견한다는 것은 그 수학적 체계의 성질을 규명하는 것과 마찬가지로서 오늘날의 표현을 빈다면 수학적 구조를 파악하는 것과 같은 것이다.

힐베르트 이후 오늘에 이르기까지 모든 수학은 공리논적 방법으로 전개하는 것이 하나의 특징으로 되어버렸다. 다만 이 공리론적 방법에 주의를 요하는 것은 공리계에 속하는 각 공리가 서로 모순을 내포하지 말아야 한다는 것이다. 그러나 그것을 규명하기란 사실상 불가능한 일이며 따라서 현대수학이 공리론적 방법에 의하여 전개된다는 것은 그 자체로 문제점을 지니고 있다고 할 수 있다. 만약 공리계에 모순이 드러나는 날에는 이제까지 쌓아 온 수학체계는 하루아침에 붕괴될 것이기 때문이다.

이 공리론적 방법의 또 하나의 특징은 공리계가 진리를 나타내는 것이 아니고 어떤 수학적 체계를 건설하기 위한 가설군에 불과하다는 것이다. 따라서 공리계의 각 공리가 하나의 가설에 불과하다면 그 가설은 마음대로 택할 수 있다는 여지를 남겨 놓고

있다. 많은 수학자들은 제 멋대로 가설을 설정하여 놓고 이 가설군을 바탕으로 여러 종류의 수학체계를 만들었었다. 이러한 수학체계들은 그 내용이 현실과는 거리가 먼 것들로서 구체적인 현상에서도 찾아 볼 수 없는 것들이다. 그러나 그것을 처음 택한 가설이 그와 같은 현실에서 택한 것이면 여기서 유도되는 내용도 추상적인 내용이 되는 것은 당연하다고 하겠다. 그 대표적인 예가 위상공간이며 이 위상공간은 현대수학에서 취급되는 가장 추상적인 공간으로서 현실과는 아무런 관련성도 찾아 볼 수 없는 것이다.

20세기에 들어와서 수학은 어느 분야를 막론하고 추상적으로 되어 있는 것만은 사실이다. 그러나 수학적 가설 등이 아무리 추상적이라 하더라도 그 가설은 인간이 만든 것이다. 그런데 인간의 사고란 경험을 통하여 이루어지는 것이고 사회적 배경을 토대로 하여 형성되는 것이다. 그러므로 현대수학이 추상화 된다는 것은 우리가 경험하고 있는 사회현상이 그 만큼 추상화되어 가고 있다는 것을 뜻한다고 보는 것이 타당할지 모른다. 현대수학이 추상화되면서부터 수학자 자신도 수학은 우리의 현실과 유리되어 가고 있는 느낌을 갖지만, 역설적이게도 이런 느낌도 현실을 반영한다고도 할 수 있다는 것이다.

공리론적 방법에 의하여 수학이 추상화되었다면 여기서 가장 문제가 무엇인가 알아보자. 공리론적 방법으로 어떤 하나의 수학체계를 형성하여 나가려면 이 체계를 완전무결하게 전개할 수 있는 공리계의 선정이 필요하다. 어떤 수학적 체계의 모든 성질을 대표하는 이 기본성질들, 곧 공리계를 우리는 이 체계의 수학적 구조라고 부르고 있다. 사실상 20세기 초까지만 해도 현대수학을 전개하는 데 있어 이 공리론적 방법이 사용되었지만 그것이 수학의 본질과 밀접하게 관련되어 있으며 수학을 이해하는데 절대적이라는 것을 미처 생각하지 못하였다. 그러던 것이 1940년대에 들어와 잡다한 개개의 지식보다는 그것을 통합하는 하나의 기본원리를 발견하는 것이 사실 파악에 있어 더욱 중요하며 나아가서는 산지식으로서 응용력과 창조력을 발휘할 수 있다는 것을 인식하게 되었다.

다음으로 현대수학이 자연현상이나 사회현상에 어떻게 적용되는가를 살펴보자. 자연현상이란 어떤 공간을 배경으로 하고 있다. 가령 물체가 운동하면 그 운동은 어떤 공간내에서 이루어지므로 자연현상을 다루는 물리학은 어떤 공간을 배경으로 해야만 전개할 수 있다. 뉴튼은 자연현상이 일어나는 공간을 유클리드 공간이라 생각하였다. 그 당시는 이처럼 유클리드 공간 이외에는 어떤 공간도 생각할 수 없다고 보아 왔으나 19세기중엽 리만(Riemann) 등에 의하여 리만공간이 발견되었는데 이 공간은 좁은 의미의 비유클리드 공간으로서 한 점을 지나 한 직선에 평행한 직선이 하나도 존재하지 않은 공간이지만 넓은 의미에서는 유클리드의 거리개념을 추상화한 추상공간이다. 따라서 20세기 초까지도 이 공간은 이론적으로 발전된 추상공간이지 자연현상에서는 찾아볼 수 없는 것으로 알고 있었다.

그러나 아인슈타인(Einstein)의 일반상대성 이론을 전개하면서 이 공간은 각광을 받게 되었고 아인슈타인은 물리적 현상이 일어나는 공간을 유클리드 공간으로 보지 않고 보다 복잡한 4차원 리만공간으로서, 유클리드 공간이 굽음으로서 생기는 곡률을 지닌 공간으로 보았다. 리만공간은 곡률 때문에 종래 뉴튼이 사용한 미분적분학의 개념으로는 취급할 수 없으므로 텐서(Tensor)라는 특수개념을 이용해서 물리적 양을 표시하였다. 이렇게 되면서 중력장의 이론도 텐서를 사용하여 유성의 궤도를 구할 수 있게 되었다. 이와 같이 리만 기하학이라는 추상기하학은 물리학 발전에 큰 기여를 했으며 원자이론의 기초가 된 것이다.

나) 위상수학의 발전과정

유클리드 기하학은 도형에 관한 수학으로 그 기원은 오래 되었다. 그러나 기하학이 근대적 성격을 갖추게 된 것은 데카르트(Descartes)의 해석 기하학 이후이다. 17세기에서 19세기에 걸쳐서 해석적 방법 및 대수적 방법이 기하학의 중요한 수단이었으나 19세기말에 포항카레(Poincaré)에 의해서 도입된 위상수학은 기하학에 전혀 새로운 분야를 열었다. 그 후 위상수학의 발전은 눈부셨다. 현재에도 그 영향이 미치는 곳은 기하학만이 아니고 수학전반에 걸쳐서 있기 때문에, 위상수학은 현대수학의 중심적 존재로까지 성장하여 왔다고 할 수 있다.

위상수학에서는 도형의 연속성에 관한 성질, 즉 위상적 성질이 수량(數量)에 의해서 선명하게 잡을 수 있었다. 기하학적인 대상을 대수적인 대상으로 전환하는 과정은 현대 수학의 성격을 단적으로 보여주고 있다.

기하학적 대상을 대수적 대상으로의 전환을 중계하는 것은 복체이다.

위상적 도형 ⇐ 복체 ⇒ 호모로지(Homology)

위의 도식처럼 복체는 한편에서는 위상적 도형에 조합적구조를 주며 한편에서는 순수하게 대수적 조작으로 호모로지를 정의한다.

유클리드 기하학은 합동변환으로 불변인 성질을 연구하는 기하학이고 위상수학은 위상동형 사상으로 불변인 성질을 연구하는 학문이다. 이와 같은 대수적 위상수학은 19세기말 포앙카레에 의해 체계화를 향한 큰 진전을 보았다. 물론 포앙카레 이전에도 이와 관련된 중요한 발견들이 있었다. 예를 들면 다면체의 오일러(Euler)수가 위상불변량이라는 것은 이미 오일러가 발견한 것이며 3차원내의 폐곡면의 가우스(Gauss)곡률의 적분은 그 곡면의 오일러수의 2π배와 같다고 하는 가우스-본네(Gauss-Bonnet)의 정리도 알고 있었다. 가우스-본네의 정리는 20세기에 와서 고차원까지 확장되어 위상수학과 미분기하학의 접점이 되는 중요한 정리로 자리를 잡는다. 그렇지만 이 방면에 포항카레의 기여는 결정적이다. 그는 공간의 기본군과 복체의 호모로지를 도입하여 폐다양체에 있어서 포앙카레 쌍대정리를 얻었다. 이 쌍대정리는 다양체의 위상에 관한 가장 기본적인 정리들 중 하나이다. 또한 그는 3차원 다양체의 기본군과 호

모로지군의 연구도 하였다. 3차원 다양체에 관한 그의 예상은 다양체의 위상수학 발전에 강한 자극을 주게 되었다. 호모로지군에 관한 이론은 그 후 많이 정비되어 오늘에 이르렀으며, 그것을 더욱 발전시키기 위해서 호모로지이론이 도입되어 컵곱(cup積)과 코호모로지(cohomology) 작용소가 강력한 무기로 사용되었다. 또 기본군의 고차원으로의 확장인 호모토비군(Homotopy group)이 1930년대 후르비츠(Hurewiz)에 의해 정의되어 그 후 코호모로지군이 함께 위상수학에서 기본적인 수단으로 사용되었다.

한편 20세기 전반에 발전한 추상수학은 수학의 여러 가지 구조와 수학의 각 분야의 특징을 분명히 하였으나 그 결과 한 때는 수학의 전공분야가 세분화되고 전문화 되어 가는 것으로 보였다. 그러나 그 후 20년간의 수학의 급속한 발전은 수학을 다시 종합적인 유기체로 결합시켰다. 이 결합력의 내부에는 다양체(多様体)라고 하는 장(場)이 있었다. 다양체의 개념은 19세기 중반 리만에 의해 도입되었다. 동시에 리만 계량이 주어진 다양체의 기하학 즉 미분기하학도 창시하였다. 곡률에 의한 다양체의 구조를 결정하는 일을 그가 처음으로 도입하였으나 다양체 연구를 단지 해석적 수단만으로는 충분한 결과를 얻기 어려웠다. 여기에 19세기 후반에 등장한 위상수학의 중요성이 있다. 위상수학에 의해서 처음으로 다양체의 대역적 연구가 가능하게 되었기 때문이다.

그 후 다양체의 구조에 대한 연구가 기하학의 중심적 과제가 되었다. 다양체 위에서 현대 수학으로서의 기하학이 확립되었기 때문이다. 다양체는 현재 단지 기하학의 하나의 연구대상일 뿐 아니라 수학이론의 여러 가지 전개에 있어서도 기본적인 장소로 생각되기에 이르렀다. 다양체 위에서 수학을 전개함에 있어서 기하학, 위상수학, 추상대수학, 해석학 등은 서로 뭉쳐 움직이게 되었는데, 이 과정에서 다양체라는 배경이 없어지는 듯 하였다. 그렇지만 여러 분야의 고도의 상호작용 후에 얻은 결과는 다시 다양체 위에 나타나서 새로운 수학을 탄생시켰다. 이와 같이 하여 얻어진 결과는 현대수학을 종합화하는 시발점을 주었다. 그렇지만 다양체의 엄밀한 정식화(定式化)는 긴 세월이 필요하였다.

한편 미분가능다양체의 정의와 관련되는 기본개념이 현대적 형태로 주어진 것은 1936년에 발표된 와이트니(Whitney)의 논문이다. 그 속에서 증명된 몰입(Immersion) 정리, 매장(Imbedding) 정리 등 여러 가지 결과는 미분다양체에 관한 문제점을 예리하게 지적함은 물론 미분다양체에 위상수학의 적용을 가능하게 하기 위한 해석적 준비의 역할을 하였고, 미분위상수학을 형성하는 선구적 역할을 하였다.

따라서 미분위상수학의 본격적인 시작은 1950년대로서 그 탄생을 나타내는 3가지 큰 결과 즉, 톰(Thom)에 의한 동경(Cobordism) 이론, 스메일(Smale)에 의한 포앙카레 예상의 해결, 밀러(Milnor)에 의한 7차원 구면상의 이질적 미분구조의 발견 등이다. 1950년대에는 현재 수학의 중심이 된 여러 가지 이론체계가 만들어진 시대이고 현대수학의 황금기라고해도 괜찮다. 위의 세 가지 결과도 미분위상수학 안에 머물고 있지 않고 인근 분야와 밀접하게 관련되어 있다. 미분위상수학이란 미분다양체의 미분동상

에 의해서 불변인 성질을 위상수학을 이용하여 연구하는 수학이다. 역사적으로 거슬러 올라가면 그와 같은 입장에서의 연구로 앞에서도 언급한 오일러수와 포앙카레의 쌍대정리가 있다. 그러나 이것들은 모두 위상불변인 성질이지 본래의 의미로서의 다양체에 관한 것이라고는 말하기 어렵다.

미분위상 수학의 첫걸음은 1940년경부터 위상수학의 급격한 발전을 배경으로 미분다양체와 위상수학이 교차하는 장소로 도입된 화이바속(fiber bundle) 이론 중의 와이트니, 폰트리아진(Pontrjagin) 등에 의한 특성류(characteristic classes)의 연구이다. 톰(Thom)은 특성류에 대한 연구를 심화해서 1953년에 폐미분다양체 전체를 생각하고 거기에 경계개념에 의한 동치관계를 정의하였다. 그리고 그는 그 동치류에 군(群)구조를 넣어서 동경군(同境群)을 정의하고 당시의 위상수학의 최선의 방법을 구사하여 동경군의 구조를 해명하였다. 이 결과 그는 특성류 사이의 관계식을 얻게 되었는데 거기에는 이와 같은 대역적 고찰을 하지 않고는 증명이 곤란한 것으로서 미분위상수학의 대역적 성격이 선명히 나타나고 있다.

1956년에 7차원구면과 동상이지만 미분동상이 아닌 미분다양체(7차원 이질구면)의 존재가 밀러(Milnor)에 의해 증명되었다. 위에서 말한 특성류 사이의 관계식이 여기서 효과적으로 사용되었다. 이 연구로 동상에 의한 불변성과 미분동상에 의한 불변성은 본질적으로 다르다는 사실 뿐 아니라 대단히 흥미 있는 사실이 존재함을 알게 되어 미분위상수학의 성립이 여기서 선언되었다. 미분위상수학은 1960년대에 대수적위상수학과 깊은 관계를 맺으면서 발전하였다. 톰의 동경환의 이론도 동경에 의한 다양체의 분류를 특정 공간(Thom 공간)의 호모토피군의 계산으로 귀착하였다.

위상수학은 공간의 대역적구조를 연구하는 기하학인데 이 분야에 있어서 5차원 이상을 고차원, 4차원이하 특히 3, 4차원을 저차원이라 부르고 있다. 이와 같은 것이 언제부터인지 필자로서는 알 수 없으나 오늘날의 상식처럼 되어 있다. 그러나 4차원과 5차원 사이에는 왜 분수령이 존재하는가를 설명하자면 포앙카레의 쌍대정리라 부르는 것이 있다. 이것을 정확히 설명하자면 호모로지, 방향이 주어진 다양체 등을 알아야 하기 때문에, 지면 관계상 여기서는 생략하기로 하자.

여하간 와이트니(Whitney) 등에 의해 미분다양체(다양체)가 성립할 때부터 5차원이상 고차원까지의 이론은 훌륭한 결과를 얻었으나 4차원의 기본 문제들 중 많은 것이 미해결로 남아 있다. 이것은 4차원에는 특수한 미지의 사정이 있는 것이 아닌가 생각된다. 4차원 위상수학의 연구가 1980년대에 들어와서 큰 진전이 있었다. 그 원동력으로 위상다양체를 성공적으로 해명했던 후리드만(Freedman)의 이론, 부분적으로나마 미분다양체의 문제를 해결했던 도날드손(Donaldson)의 이론, 4차원 미분다양체를 연구했던 게이지(Gauge) 이론 등을 들 수 있다. 수학으로서 게이지 이론은 여러분야로 갈라져서 여러 가지 내용을 내포하고 있으며, 그 탄생은 1970년대이다. 여기서는 생략하기로 하겠다.

3. 결론

위에서 언급한 바와 같이 수학의 역사는 대략 2,600년이나 되며 고대 이집트, 고대 바빌로니아, 고대 그리스, 고대 중국 등에서 발전하기 시작하였다. 그 후 약 2000년간 유클리드 기하학이 주류를 이루었는데, 17세기 뉴턴, 라이프니즈 등에 의해서 미분적분학이 창시되어 발전되었고, 기하학에서는 유클리드의 평행선공리를 다른 공리로 대체하여도 논리적 모순 없이 이론체계를 세울 수 있게 되어 공리계에 대한 새로운 인식을 하게 되었다. 미분적분학에서도 몇 가지 모순이 발견되었다. 그 중에서도 중요한 것은 19세기 말 실수의 연속성을 규명하기 위해서 유리수에 무리수를 도입하는 과정에서 집합론이 탄생했다는 점이다. 20세기 초에 집합론을 바탕으로 공리론적 수학이 발달하여 수학이 급진적으로 전하였다.

즉 공리주의적 방법으로 현대수학이 발전하였다. 본 논문에서는 위에서 논한 내용을 소개하고 현대수학의 한 분야인 위상수학의 최근의 발전 과정을 요약하여 기술하였다.

감사의 글 본 논문이 이렇게 수준 높은 글이 되도록 그동안 많은 관심을 기울여 주신 모든 심사위원님들께 머리 숙여 깊은 감사의 말씀 올립니다.

참고 문헌

1. Thurston, W., *Geometry and Topology of 3-manifolds*, Princeton Unversity Lecture note, 1978-79.
2. Atiyah, M. F., *The Geometry and Physics of Knots*, Cambridge University press, 1990.
3. Mandelbaum, R., *Four dimensional Topology* : A.M.S.2, 1-159
4. Freedman, M. Quinn, F., *Topology of 4-manifolds*, Princeton University press, 1990.
5. Donaldson, S. K. Kronheimer, P. B., *The geometry of 4-manifolds*, Oxford, 1990.
6. Taubes, C., *Seiberg-Witten invariant and symplectic forms*, Math. Res. Lectures, 1(1994) 809-822
7. 허민, 오행영, 옮김 수학 : 양식의 과학, 경문사 발행, 1996.
8. 이일해 옮김, 힐버트, 민음사, 1989.

History of modern mathematics

Kyungwon college Choon Sung Park

The thesis is about the development of mathematics starting from the old Greece and the old Babylonia. The modern mathematics has been developed, based on the set theory in the axiomatic method since the 19th century. The primary impetus of this thesis will be to summary the development of topology.

Key words: History of mathematics, old greece, old Babylonia, set theory, History of topology.

2000 Mathematics Subject Classification: 01A20, 01A17, 54-03, 03-03

논문접수: 2005년 10월 7일 심사완료: 2005년 12월