

■ 論 文 ■

복합교통망에서의 동적K최소시간경로탐색

Finding the Time Dependent K Least Time Paths in Intermodal Transportation Networks

조종석

(서울시정개발연구원 도시교통부 연구원)

신성일

(서울시정개발연구원 도시교통부 연구위원)

임강원

(서울대학교 환경대학원 교수)

문병섭

(한국건설기술연구원 도로연구부 선임연구원)

목 차

I. 서론

1. 복합교통망에서의 동적최적경로탐색
2. 전체경로삭제에 근거한
K경로탐색알고리즘
3. 연구의 목적

II. 이론적 배경

1. 정적 최소시간경로탐색알고리즘
2. 동적 최소시간경로탐색알고리즘

3. 전체경로삭제알고리즘

- III. 알고리즘의 설계
 - 1 복합교통망의 표현
 - 2 동적 K최소시간경로 탐색알고리즘
 - 3 알고리즘의 복잡도(Complexity)

IV. 사례연구

- V. 결론

참고문헌

Key Words : 시간종속적, 복합교통망, K최소시간경로탐색, ATIS, ATMS, 환승시간, 대기시간, 전체경로삭제방안
 Time Dependent, Integrated Transportation Network, K Least Time Path, Atis, Atms,
 Transfer, Waiting, Entire Path Deletion Method

요 약

본 연구는 복합교통망의 실시간적 운영전략에 활용 가능한 동적 K최소시간경로탐색알고리즘을 제안하는 것을 목적으로 한다. 이를 위해 정적 K경로탐색에 적용되었던 전체경로삭제방안을 동적 최적경로탐색알고리즘에 확장 적용함으로써 복합교통망에서 시간종속적으로 변화하는 수단-링크 통행시간과 수단-링크 간의 환승비용에 기초하여 경로를 순차적으로 탐색하는 K경로알고리즘을 제시하였다. 특히, 링크기반동적표지를 적용함으로써 수단간 환승시 발생되는 환승이동, 환승대기 및 기타 환승행태를 용이하게 모사하면서 최적해를 도출하도록 하였다. 최적식과 함께 제시된 알고리즘은 복잡도계산을 통해 효율성을 살펴보았으며, 버스와 지하철로 구성된 소규모 가상네트워크에 대해 적용해 봄으로써 알고리즘의 검증 및 활용성을 검토해 보았다.

The purpose of this study is to propose the time dependent K-least time path algorithm applicable to a real-time based operation strategy in multi-modal transportation network. For this purpose, we developed the extended method based on entire path deletion method which was used in the static K-least time path algorithm. This method was applied to time dependent K-least time path algorithm to find k least time paths in order based on both time dependant mode-link travel time and transfer cost . In particular, this algorithm find the optimal solution, easily describing transfer behavior, such as walking and waiting for transfer, by applying a link-based time dependent label. Finally, we examined the verification and application of the proposed algorithm through case study.

I. 서론

1. 복합교통망에서의 동적최적경로탐색

복합교통망에서 개별교통수단은 서로 다른 기능을 유지하고 있으므로, 교통효율을 증대 시키기 위해서는 본래 교통수단의 특성 뿐만 아니라 수단 간 운행에서 발생하는 상호작용을 면밀하게 반영하는 것이 중요하다. 특히 개별수단의 운행특성은 다양한 요인에 의해서 시간대별로 변화할 수 있고, 일부 수단의 이러한 변화는 개별수단으로 거미줄처럼 구성되어 있는 복합교통망 전체 시스템에 큰 파장을 불러일으킬 수 있다. 최근의 ITS분야에서는 이와 같이 시간대별로 변화하는 복합교통망에서의 상호작용을 고려하여 최적의 교통효율을 도출하려는 연구가 필요하다.

동적경로탐색알고리즘(Time Dependent Shortest Path Algorithm)은 이러한 시간대별로 변화하는 교통망의 특성을 반영하기 위한 중요한 방안(Crooke & Halsey, 1966; Dreyfus, 1969; Halpern & Priess, 1974; Orda & Rom, 1990, 1991; Kaufman & Smith, 1993; Hall, 1986; Ziliaskopulos, 1994; Park, 1998)으로 고려되고 있으며, 지난 10년간 동적경로탐색알고리즘에 대한 연구는 컴퓨터를 통한 모형(Van Aerde, 1992; Mahmassani et al., 1993; Beh Akiva et al., 1998; Ran & Boyce, 1996; Shin, 2001)으로 접목되어 ITS의 세부분야인 ATIS 및 ATMS의 실현을 위해 활용되고 있다.

그럼에도 불구하고 복합교통망에서 동적으로 경로를 탐색하여 사용자에게 적합한 정보를 제공하는 방안으로 폭넓게 활용 가능한 연구는 매우 드물다. 복합교통망에서 동적최적경로탐색은 Ziliaskopoulos(1994)가 가능성을 제시하고 Ziliaskopoulos & Wardell(2000)가 일부 제안한 연구가 있으나, 이 방법은 복합교통망에서의 동적최적경로탐색알고리즘까지로 한정되어 있어, 사용자의 다양한 특성을 반영하여 대안정보로서 활용하기에는 한계가 존재한다. 따라서, 본 연구와 같은 사용자의 다양한 특성을 고려하여 다수의 경로탐색대안을 도출하는 방안으로 실제교통망에 적용가능한 K경로탐색알고리즘에 대한 연구가 필요하다.

2. 전체경로삭제에 근거한 K경로탐색알고리즘

경로삭제방법(Path Deletion Method)은 출발지와

도착지가 정해진 네트워크에서 두 지점 간 K개의 경로를 순차적으로 탐색하는 기법이다 (Yen, 1971; Martins, 1984; Azevedo et al, 1993; Lee, 2004; 신성일, 2004). 이 방법은 이미 탐색된 K-1번째까지의 경로의 특성을 K번째 경로를 탐색하기 위하여 활용하는 것으로서, 기존의 최적경로알고리즘(Dijkstra, 1959; Moore, 1957)을 직접 활용할 수 있기 때문에 K개의 경로를 동시에 탐색하는 방안(Pollack, 1961; Bellman & Kalaba, 1968; Shier, 1979; Lee, 2004)과 비교하여 이해와 구축이 용이하다.

경로삭제방법을 활용하여 K개의 경로를 탐색하는 알고리즘은 크게 세 가지 구분된다: 1) 경로상에 노드 또는 링크의 중복이 존재하지 않는 비루프경로(Loopless Path: Simple Path)를 탐색하는 방안(Yen, 1971), 2) 루프경로(Loop Path)까지 포함하여 탐색하는 방안(Martins, 1984; Azevedo et al, 1993), 3) 링크비루프(Link Loopless Path)를 탐색하는 방안(Lee, 2004; 신성일, 2004)이다.

비루프경로 탐색방법은 Yen(1971)이 제안한 경로의 일부분을 삭제하는 방안(Path Partition Deletion)에 기반을 두고 있다. 이 방안은 이미 탐색된 K 1개의 경로에 포함된 부분링크의 조합을 고려하여 산출된 대안 집합 중에서 최소의 비용을 갖는 경로를 선정한다. 따라서 네트워크가 커질수록 K번째 경로 탐색을 위한 알고리즘의 수행속도가 크게 저하된다. 루프경로 탐색방법(Martins, 1984; Azevedo et al, 1993)은 네트워크의 변형(Network Transformation)을 통해 이미 탐색된 K 1개 경로의 재탐색을 방지(Entire Path Deletion)하는 방안에 기초하고 있다. 특히 Azevedo et al (1993)이 제안한 방법은 K경로탐색시 최적경로알고리즘을 한번만 수행하기 때문에 수행속도가 매우 효율적이다(신성일, 2004; Yang & Chen, 2005). 링크비루프 탐색방법(Lee, 2004; 신성일, 2004)은 교통망의 통행행태에 적합한 교차로 반복행태(임용택, 2004)를 설명하기 위하여 적용되었으며, 노드의 반복은 존재하지만 링크의 반복은 존재하지 않는 경로탐색을 위해 제안된 방안이다. Lee(2004)는 Yen(1971)이 제안한 비루프 탐색방법인 경로부분삭제방법에 링크표지를 활용하는 방안으로 제안하였고, 신성일(2004)은 루프경로 탐색방법인 Azevedo et al (2004)가 제안한 방법에서 링크표지를 활용하는 방안을 개발하였다.

3. 연구의 목적

본 연구는 시간종속적 복합교통망에 활용 가능한 K 경로탐색알고리즘을 제안하고자 한다. 이를 위해 정적인 교통망에 대해서 연구되었던 전체경로삭제방식을 기반으로 K개의 경로를 순차적으로 탐색하는 방안을 시간종속적 복합교통망에 확대 적용한다. 특히 링크비루프에 근거한 K경로탐색알고리즘을 대상으로 하여 실제 교통망에서 발생하는 합리적 통행행태를 포함하도록 하며, 수단간에 발생하는 동적인 환승페널티를 반영하는 방안도 함께 고려한다.

본 연구에서 사용되는 기본 표식(Notations)은 다음과 같으며, 논문이 진행되면서 추가로 요구되는 표식에 대해서는 필요에 따라 새롭게 재정의 하도록 한다.

K	: 최대 탐색경로 수
k	: 1부터 K 번째까지의 경로 중에서 개별 경로를 나타내는 경로지수
r, s, i, j	: 노드; 특히 r, s 는 각각 출발지와 도착지
a, b, e	: 링크, 특히 e 는 시작노드가 출발노드 r 인 링크
n, m	: 통행수단
L	: 링크집합
V	: 노드집합
Q	: 탐색링크집합
Ξ	: 네트워크 상에 포함되어 있는 통행수단 집합
T	: 시간집합
D	: 환승시간집합
$\Gamma_a^+(\Gamma_a^-)$: 링크 a 의 도착노드(출발노드)가 시작노드(도착노드)인 링크집합
$\Gamma_i^+(\Gamma_i^-)$: 노드 i 가 시작노드(도착노드)인 링크집합
c_a	: 링크 a (i, j)의 통행시간
$C_{a,m}$: 링크 a 를 수단 m 으로 통행 시 통행시간비용
d_{ab}	: 링크 a 에서 b 로 통행에 따른 환승시간
d_{ab}^{mn}	: 링크 a 를 m 수단으로 통행 중 링크 b 를 n 수단으로의 환승시간
π^{ri}	: 기점 r 에서 노드 i 까지 최소통행시간
π^{ra}	: 기점 r 에서 링크 a 의 도착지점까지의 최소통행시간

$\pi^{ri}(t)$: 기점 r 에서 시간 t 에 출발하여 노드 i 까지의 최소통행시간
$\pi^{ra}(t)$: 기점 r 에서 시간 t 에 출발하여 링크 a 의 도착지점까지의 최소통행시간
$d_{ab}(t)$: 링크 a 에서 b 로 통행 시 시간 t 에 발생하는 환승시간
$d_{ab}^{mn}(t)$: 링크 a 를 m 수단으로 통행 중 링크 b 를 n 수단으로 전환 시 시간 t 에 발생하는 환승시간
$c_{a(t)}$: 링크 a 에서 시간 t 에 통행시간

II. 이론적 배경

본 연구는 단일수단교통망에서 K개의 경로탐색을 위해 개발된 링크비루프기반 전체경로 삭제알고리즘을 복합교통망에서 동적 K경로탐색알고리즘으로 활용되도록 하는 것이다. 전체경로 삭제알고리즘은 단일수단교통망에서 활용되고 있는 일반적인 최적경로탐색알고리즘 (Moore, 1958; Dijkstra, 1959)을 변형하지 않고 적용이 가능하다. 따라서 최적경로탐색알고리즘이 동적최적경로탐색알고리즘으로 적용되는 메커니즘을 이해하면 전체경로삭제알고리즘에 동적인 교통망의 변화특성을 반영하여 동적K경로탐색알고리즘으로 확대가능하다.

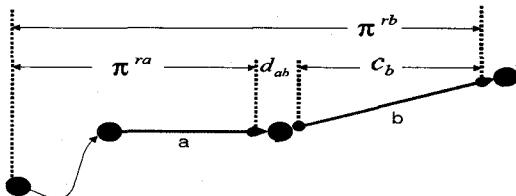
1. 정적 최소시간경로탐색알고리즘

정적 최적경로탐색알고리즘은 교통망에서 단일수단만이 존재한다고 가정한다. 단일수단의 최적 경로탐색 알고리즘은 최적경로를 탐색하기 위하여 노드표지 (Node Label)와 링크표지 (Link Label)를 적용하는 방안으로 대별되나, 최근에는 교차지점에서 교통망을 확장할 필요가 없이 회전으로 발생하는 다양한 페널티의 고려가 가능하다는 장점 때문에 링크표지를 활용하는 방안의 활용도가 높다. 식(1)~(2)는 링크표지에 근거한 정적 최적경로탐색(Optimum Path)에 대한 최적식(Optimality Condition)을 나타낸 것이며, π^{rt} 가 최소시간을 의미하므로, 식(1)은 정적 최소시간경로탐색(Least Time Path)을 위한 최적식이다.

$$\pi^{rb} = \min \{ \pi^{rb} + d_{ab} + c_b | \forall a \in \Gamma_b^-, b \in L \setminus \Gamma_r^+ \} \quad (1)$$

$$\pi^{re} = c_e, \forall e \in \Gamma_r^+ \quad (2)$$

π^{rb} : 출발지 r 에서 링크b의 도착노드까지 최적통행시간



〈그림 1〉 정적 치솟간 경로탐색

2. 동적 최소시간경로탐색알고리즘

동적 최적시간경로탐색알고리즘의 최초의 연구는 Cooke & Halsey(1966)에 의해 시도되었다. 이들이 제안한 알고리즘은 모든 출발지점에서 단일 도착지점까지의 동적인 최적통행비용을 계산한다. 이 알고리즘은 경계시간(T)을 변수로 고려해야 하는 문제이기 때문에 알고리즘의 해법에 대한 증명과 실제 예제가 제시되지 못했다.

Dreyfus(1969)는 Dijkstra(1959) 알고리즘을 일반화한 표지확정(Label Setting)방법을 제안하였다. 이 방법은 출발지에서 출발시간을 대상으로 모든 도착지까지 시간종속적인 최적경로트리(Shortest Path Tree)를 구축하여 경로를 탐색한다. Dreyfus(1969) 알고리즘의 특징은 수행속도가 정적 최적경로탐색알고리즘과 동일한 $O(V^2)$ 로 유지된다는 것과 통행시간이 연속적(Continuous) 또는 이산적(Discrete) 시간에 적용될 수 있다는 것이다. 그러나 이 알고리즘은 선입선출(First In First Out: FIFO)조건을 고려하지 못함으로써 FIFO조건을 위반하는 경우에 대해서는 최적 경로를 보장하지 못한다. FIFO와 관련된 문제를 교통망 변형 또는 최적식에 대한 변수를 추가적으로 적용하여 해결하려는 노력이 Orda & Rom(1990, 1991)과 Kaufman & Smith(1993) 등에 의해서 진행되었으며, Hall(1986) 등에 의하여 확률적 동적 경로탐색알고리즘이 제안되었다.

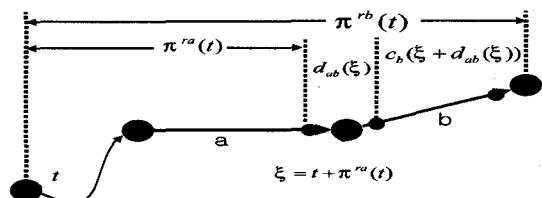
식(3)~(4)와 〈그림 2〉는 식(1)~(2)에서의 링크표지기반 정적 최소시간경로탐색 최적식을 동적 최소시간경로탐색을 위한 최적식으로 나타낸 것이다. 기점에서 t 시간에 출발해서 링크a까지의 최소시간($\pi^{ra}(t)$)과 두 인접링크 a와 b로의 회전시간($d_{ab}(t + \pi^{ra}(t))$)과 링크b

의 통행시간 ($c_b(t + \pi^{ra}(t) + d_{ab}(t + \pi^{ra}(t)))$)을 합산하여 동적 최소시간경로탐색을 위한 최적식으로 구축된다.

$$\pi^{rb}(t) = \min \{ \pi^{ra}(t) + d_{ab}(\xi) + c_b(\xi + d_{ab}(\xi)) \mid \forall a \in \Gamma_b, \forall b \in L \setminus \Gamma_r^+, \forall t \in T; \xi = t + \pi^{ra}(t); \forall \xi \in T \}, \quad (3)$$

$$\pi^{re}(t) = c_e(t), \forall e \in \Gamma_r^+; \forall t \in T \quad (4)$$

$\pi^{rb}(t)$: 출발지 r 에서 t 시간에 출발하여 링크b의 도착노드까지 최소통행시간



〈그림 2〉 동적 최소시간경로탐색

Dreyfus(1969)는 동적 최소시간경로 탐색알고리즘의 최대수행시간이 정적 최소시간경로 탐색알고리즘과 동일함을 증명하였다. 링크표지(Link Label)에 근거하여 동적 최소시간경로 탐색알고리즘을 구축해도 정적 최소시간경로 탐색알고리즘과 동일한 수행시간 $O(L^2)$ 로 유지된다(Fredman & Tarjan, 1987; 임강원 & 임용택, 2003). 일반적으로 컴퓨터 알고리즘을 적용하여 동적 최소시간경로탐색이 성공하기 위해서는 시간의 이산성(Discrete)과 통행시간함수의 선형성(Linear)에 대한 가정이 필요하다 (Ziliaskopoulous, 1994). 본 연구는 이산성과 선형성을 만족한다는 가정을 기반으로 한다.

3. 전체경로삭제알고리즘

출발지와 도착지가 정해진 단일수단교통망에서 순차적으로 K개의 경로를 탐색하는 전체경로삭제방법(Entire Path Deletion Method: Martins, 1984; Azevedo et al, 1993)에서 Azevedo et al (1993) 알고리즘이 가장 효율성이 뛰어난 알고리즘으로 알려져 있다.

Azevedo et al (1993) 알고리즘은 크게 1) 최적 경로탐색알고리즘과 2) 네트워크 확장알고리즘과 3) 확장네트워크의 추가 노드 및 링크표지확정 알고리즘으로 구분된다.

- 단계 1 : 최적경로알고리즘의 수행으로 P_1 의 발견
 단계 2 : $k=2$ 부터 K 까지 반복
 네트워크 확장알고리즘으로 N 에서 N' 의 구축
 N' 에 추가된 노드 및 링크표지확정에 의한 (P_k) 의 발견

Azevedo et al (1993) 알고리즘의 개략적 개념은 우선 최적경로 P 가 탐색되면 그 P 경로를 네트워크 N 에서 삭제하여 다음의 최적경로를 탐색하는 것이다. 이 때 새로운 노드와 링크를 네트워크 N' 에 추가하여 구성된 확장된 네트워크 N' 은 경로 P 를 제외한 모든 경로의 탐색이 가능하게 구축된다. N_1 을 기본네트워크로 하여 순차적인 (K)개의 경로를 탐색한다는 것은 $\{N_1, N_2, \dots, N_K\}$ 의 순차적인 네트워크를 구축함을 의미하며, 이 경우 j 번째 네트워크 N_j 로부터 j 번째 경로 P_j 가 탐색된다. 이 알고리즘의 특징은 K 개의 경로를 탐색하기 위하여 최적경로알고리즘을 1번 수행하고 경로 삭제알고리즘은 $K-1$ 번 수행된다는 것이다.

알고리즘의 수행과정을 나타내기 위한 표식(Notations)으로서 네트워크 N 의 경로 P 는 다음과 같은 노드의 순서로 표현된다. $P = \{v_o, v_1, \dots, v_{m-1}, v_m\}$ 여기서 $v_o = R$ 는 출발지, $v_m = S$ 은 도착지 노드이며 ($m \geq 3$), 어느 노드 u 와 연결된 유입링크(Incoming Links) 집합은 $I(u) = \{(v, u) \in A | v, u \in N\}$ 로 정의한다.

경로 P 를 삭제하여 네트워크 N' 을 생성하기 위하여 Azevedo et al (1993) 알고리즘은 새로운 노드를 추가하고, 이들 노드에서 유입링크를 연결하며, P 의 첫번째 경로를 삭제하는 것이며 네트워크변형 알고리즘의 수행과정은 다음과 같다.

- 단계 1 : $N = N \cup \{v_1', \dots, v_{m-1}'\}$
 단계 2 : $I(v_1') = \{(u, v_1') | (u, v_1) \in I(v_1); u \neq v_o\}$
 $I(v_j') = \{(u, v_j') | (u, v_j) \in I(v_j); u \neq v_{j-1}\} \cup \{(v_{j-1}', v_j')\}, \text{ for any } j \in \{2, \dots, m-1\}$
 단계 3 : $I(v_m) = I(v_m) - \{(v_{m-1}, v_m)\} \cup \{(v_{m-1}', v_m)\}$

위의 알고리즘은 P 의 마지막 링크를 삭제하고 새로 추가된 노드와 연결된 유입링크를 추가하여 N' 를 생성시키면 N 의 링크 및 노드의 영구표지는 N' 에서 영구표지로 남아있어 N 에서 삭제된 P 의 부분경로(Subpath)가 N' 의 최적경로설정에 포함된다는 사실에 근거하여 (K 1)번의 최적경로알고리즘 수행을 절약할 수 있다.

신성일(2004)은 Azevedo et al (1993) 알고리즘

이 루프가 P 에 포함되는 본질적인 탐색구조를 채택하고 있음을 인지하고 루프를 선별적으로 제어하는 방안을 제시하였다. 신성일(2004)가 제안한 알고리즘은 경로에 동일한 링크가 포함되지 않도록 비루프 탐색을 위한 방안을 제시하였다.

- 단계 1 : N 을 기반으로 링크표지확정 최적경로알고리즘의 수행으로 P_1 의 발견

- 단계 2 : $k=2$ 부터 K 까지 반복
 네트워크 확장알고리즘으로 N 에서 N' 의 구축
 N' 에 추가된 링크표지 및 노드표지확정에 의한 P_k 의 발견

신성일(2004)가 제안한 알고리즘에서 Azevedo et al(1993)과 구별되는 부분은 단계2의 “ N' 에 추가된 링크표지 및 노드표지확정”으로서 이와 같은 표지확정과정을 통하여 구축되는 링크 비루프의 탐색알고리즘은 아래와 같다.

- N 에서 N' 으로 추가된 링크표지확정
 L^N : 네트워크 N 의 링크집합
 V^N : 네트워크 N 의 노드집합
 $L^{N'}$: 네트워크 N' 에 추가된 링크집합
 $V^{N'}$: 네트워크 N' 에 추가된 노드집합
 $L^N \cap L^{N'} = \{\}$; $V^N \cap V^{N'} = \{\}$
 P_r^a : 출발지 r 에서 링크 a 까지 최적경로
 $P_r^a \oplus b$: P_r^a 의 마지막 링크 a 의 도착노드와 링크 b 의 출발노드 연결된 경로
 $\psi(b)$: 링크 b 의 반복이 없는 경로집합

링크 비루프 링크표지를 확정하는 과정은 다음의 두 경우로 구분된다.

N 에 포함된 링크(a)와 N' 에 포함된 링크(b)

$$\pi^{rd} = \min \{ \pi^{ra} + d_{ab} + c_b | \forall a \in L^N; P_r^a \oplus b \in \psi(b) \}, \forall b \in L^{N'} \quad (5)$$

N' 에 포함된 링크(a, b)

$$\pi^{rd} = \min \{ \pi^{ra} + d_{ab} + c_b | \forall \in L^{N'}; P_r^a \oplus b \in \psi(b) \}, \forall b \in L^{N'} \quad (6)$$

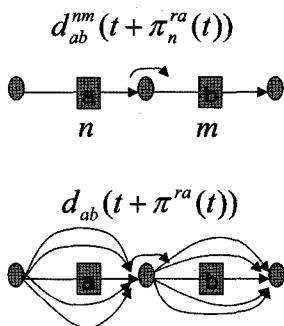
III. 알고리즘의 설계

본 연구는 단일수단교통망에서 수행되는 동적최적경로탐색알고리즘을 복합교통망에서 적용 가능한 동적 K

경로탐색알고리즘으로 개발하는 것이다. 본 장에서는 복합교통망을 동적으로 통행하는 모든 수단이 단일수단이 존재하는 링크로 처리되도록 링크를 통과하는 모든 수단을 링크처럼 확대하는 방안을 적용한다. 이 방법에 의해 링크를 통과하는 수단을 최적식에서 고려할 필요가 없으므로 단일수단교통망에 적용되는 동적최적경로 탐색알고리즘을 적용하여 변형된 교통망에서 동적최적 경로를 탐색할 수 있다. 또한 동적교통망에서 K경로탐색을 위하여 전체경로삭제방법을 동적교통망에 적용되도록 확대하여 순차적으로 동적최소시간경로를 탐색하는 방안으로 이용되도록 한다.

1. 복합교통망의 표현

동일링크를 통행하는 복수수단을 표현하기 위해 본 연구에서 추구하는 방법은 동일링크에 통행하는 모든 수단을 링크로 처리하는 방안이다. 이 방법이 적용되면, 복합교통망에서는 출발노드와 도착노드가 동일하나 링크의 속성이 다른 복수의 링크를 포함하게 된다. 이 방법은 링크의 수가 노선 수에 비례하여 증가하는 단점이 있으나 수단의 특성이 링크로 반영되고 수단간 환승을 고려할 경우 수단 및 노선 특성에 따른 다각도의 분석이 가능하다는 장점이 있다(De Cea & Fernández, 1993). 또한 수단이 링크로 표현되었으므로 기존의 복합교통망에서 활용되고 있는 링크표지기반 K최적경로 탐색알고리즘(Lee, 2004)을 적용하여 환승에 대한 처리가 용이하다. <그림 3>은 두 인접링크(a, b)를 통행하는 수단(m, n)에서 시간 $t + \pi_n^{ra}(t)$ 에서의 환승시간($d_{ab}^{nm}(t + \pi_n^{ra}(t))$)를 수단링크확장을 통하여 수단이 제외된($d_{ab}(t + \pi_n^{ra}(t))$)로 단순화하여 고려되고 있음



<그림 3> 수단(n, m)의 환승시간 반영 및 동일링크에서 수단확장

을 나타내고 있다.

식(7)~(8)은 복합수단을 링크표지로 수단확장한 동적최적경로탐색알고리즘의 최적식을 나타낸 것이다. 기점 r 을 t 시간에 출발해서 링크 b 까지 도착하기 위하여 링크 a 에 동적최적경로비용과 링크 a 에서 b 로 회전에 따른 환승시간과 링크 b 의 통행시간까지 합산하여 동적최적식을 구축한다.

L^{Ξ} : 수단 링크기법에 의해 구축된 교통망의 링크집합

V^{Ξ} : 수단 링크기법에 의해 구축된 교통망의 노드집합

$\Gamma_a^{\Xi+}(\Gamma_b^{\Xi-})$: 링크 a 의 도착노드(출발노드)가 시작노드(도착노드)인 링크집합

$\Gamma_r^{\Xi-}(\Gamma_r^{\Xi+})$: 출발지 r 이 시작노드(도착노드)인 링크집합.

$$\pi^{rb}(t) = \min \{ \pi^{ra}(t) + d_{ab}(\xi) + c_b(\xi + d_{ab}(\xi)) | \forall a \in \Gamma_b^{\Xi-} \} \quad (7)$$

$$\forall b \in L^{\Xi} \setminus \Gamma_r^{\Xi+}; \forall t \in T; \xi = t + \pi^{ra}(t)$$

$$\pi^{re}(t) = c_e(t), \forall e \in \Gamma_r^{\Xi+}; \forall t \in T \quad (8)$$

이 경우 $\pi^{rb}(t)$: 출발지 r 에서 t 시간에 출발하여 링크 b 의 도착노드까지 최소통행시간

일반적으로 식(7)에서 d_{ab} 는 환승이동시간과 환승대기시간으로 구분되며, a 링크 수단이 b 링크 수단으로 환승이 발생하는 지점으로 이동한 후, b 링크 수단이 도착할 때까지 대기하는 현상이 포함된다. 이러한 분해된 환승조건을 고려하여 최적식을 전개하면 식(9)와 같다. 본 연구는 식(9)에 의한 사례분석을 포함하였다.

$$\pi^{rb}(t) = \min \left\{ \pi^{ra}(t) + d_{ab}^{(a\rightarrow b)}(\xi) + d_{ab}^{(a\rightarrow b)}(\xi + d_{ab}^{(a\rightarrow b)}(\xi)) \right. \\ \left. + c_b(\xi + d_{ab}^{(a\rightarrow b)}(\xi) + d_{ab}^{(a\rightarrow b)}(\xi + d_{ab}^{(a\rightarrow b)}(\xi))) | \forall a \in \Gamma_b^{\Xi-} \right\}$$

$$\forall b \in L^{\Xi} \setminus \Gamma_r^{\Xi+}; \forall t \in T; \xi = t + \pi^{ra}(t)$$

$$\pi^{re}(t) = c_e(t), \forall e \in \Gamma_r^{\Xi+}; \forall t \in T \quad (9)$$

$d_{ab}^{(a\rightarrow b)}(t)$: t 시간에 a 에서 b 로 이동시간

$d_{ab}^{(a\rightarrow b)}(t)$: 시간에 a 에서 b 로 텁승시 대기시간

2. 동적 K최소시간경로 탐색알고리즘

수단 링크확장기법을 적용하면 복합수단으로 구성된 동적 교통망이 단일수단의 동적 교통망으로 표현이

가능하므로, 전체경로삭제방식이 단일수단으로 구성된 동적 교통망에서 K최소시간경로탐색을 위해서 활용되기 위한 필요사항을 검토해 보았다. 우선 수단 링크확장에 의해 구축된 동적 교통망을 N^{Ξ} 라고 하고 최소시간경로를 p , 전체경로삭제기법으로 새롭게 구축된 동적 교통망을 $N^{\Xi'}$, 최소시간경로를 P 라 하자.

수단 링크확장에 의해 구축된 동적 교통망 N^{Ξ} 에 대하여 전체경로삭제기법은 2단계의 세부알고리즘이 적용 된다: (1) 두 지점간 최적경로 P 발견을 위한 링크표지기반 동적 최소시간경로탐색알고리즘과 (2) 새로운 네트워크 $N^{\Xi'}$ 을 생성시키기 위한 경로삭제알고리즘이다. 우선 동적 최소시간경로 P 가 탐색되면, 그 P 경로를 네트워크 N^{Ξ} 에서 삭제하여 링크표지기반 동적 최소시간경로알고리즘을 수행한다는 것이다. 이때 새로운 노드와 링크를 네트워크 N^{Ξ} 에 추가하여 구성된 확장된 네트워크 $N^{\Xi'}$ 은 경로 P 를 제외한 모든 경로의 탐색이 가능하게 구축된다. N_1^{Ξ} 을 기본네트워크로 하여 순차적인 (K)개의 경로를 탐색한다는 것은 $\{N_1^{\Xi}, N_2^{\Xi}, \dots, N_K^{\Xi}\}$ 의 순차적인 네트워크를 구축함을 의미하며, 이 경우 j번째 네트워크 N_j^{Ξ} 로부터 j번째 경로 P_j 가 탐색된다. 이 알고리즘에서 동적 최소시간경로탐색알고리즘을 K번 전체경로삭제알고리즘은 K 1번 수행된다.

단계 1 : N^{Ξ} 에 링크표지기반 동적 최소시간경로탐색알고리즘 수행으로 P_1 의 발견

단계 2 : $k=2$ 부터 K까지 반복

네트워크 확장알고리즘으로 N^{Ξ} 에서 $N^{\Xi'}$ 의 구축 $N^{\Xi'}$ 에 추가된 노드 및 링크표지확정에 의한 (P_K)의 발견

위의 알고리즘에서 단계2의 “ $N^{\Xi'}$ 에 추가된 링크표지확정”을 통하여 구축되는 링크의 반복이 존재하지 않는 경로인 링크비루프 경로의 탐색알고리즘을 설명하기 위하여 수단 링크확장에 따른 동적 교통망으로 재 정의하고 사용된 표식과 알고리즘은 아래와 같다.

N^{Ξ} 에서 $N^{\Xi'}$ 으로 추가된 링크표지확정

$L^{N^{\Xi}}$: 교통망 N^{Ξ} 의 링크집합

$V^{N^{\Xi}}$: 교통망 $N^{\Xi'}$ 에 추가된 노드집합

$L^{N^{\Xi'}}$: 네트워크 $N^{\Xi'}$ 에 추가된 링크집합

$V^{N^{\Xi'}}$: 네트워크 $N^{\Xi'}$ 에 추가된 노드집합

$L^{N^{\Xi}} \cap L^{N^{\Xi'}} = \{ \}$; $V^{N^{\Xi}} \cap V^{N^{\Xi'}} = \{ \}$

N^{Ξ} 에 포함된 링크(a)와 $N^{\Xi'}$ 에 포함된 링크(b)

$$\pi^{rb}(t) = \min_{\forall b \in L^{N^{\Xi}}; P_r^a \oplus b \in \Psi(b)} \{ \pi^{ra}(t) + d_{ab}(\xi) + c_b(\xi + d_{ab}(\xi)) \} \quad (10)$$

이 경우 $\xi = t + \pi^{ra}(t)$, $\forall t \in T; \forall \xi \in T$

$N^{\Xi'}$ 에 포함된 링크(a, b)

$$\pi^{rb} = \min_{\forall a \in L^{N^{\Xi'}}; P_r^a \oplus b \in \Psi(b)} \{ \pi^{ra}(t) + d_{ab}(\xi) + c_b(\xi + d_{ab}(\xi)) \} \quad \forall a \in L^{N^{\Xi'}}; \\ P_r^a \oplus b \in \Psi(b), \forall b \in L^{N^{\Xi'}} \quad (11)$$

이 경우 $\xi = t + \pi^{ra}(t)$, $\forall t \in T; \forall \xi \in T$

3. 알고리즘의 복잡도(Complexity)

Dreyfus(1969)는 Dijkstra(1959)알고리즘을 일반화하여 표지확정(Label Setting)에 근거한 시간종속적 최적경로알고리즘을 제안하면서, 이 알고리즘의 수행복잡도는 정적 최적경로탐색알고리즘과 동일함을 증명하였다. 본 장에서 제시하는 알고리즘은 Dreyfus(1969)가 증명한 알고리즘과 동일한 절차를 취하므로 정적복합교통망에 대한 복잡도를 계산하는 것으로 충분하다. 본 연구에서 복합교통망을 단일교통수단으로 고려하기 위하여 링크 수단 개념을 도입하였으므로, 최대 복잡도는 복합교통망의 수와 링크 수단확장 전의 링크수를 곱한 값으로 표현된다. 따라서 본 연구에서 제시하는 비루프기반 알고리즘을 수행하기 위해서는 초기 교통망의 링크집합 $L^{N^{\Xi}}$ 를 대상으로, 1) 링크기반최적경로탐색알고리즘의 수행과 2) Avezedo et al(1993)이 제안한 네트워크 확장알고리즘의 수행, 3) 링크비루프를 방지하기 위한 알고리즘 등을 반영해야 한다.

우선 링크기반 최적경로탐색은 $L^{N^{\Xi}}$ 에 대해 이루어지며, 최악의 조건은 $|L^{N^{\Xi}}|$ 모두를 사용하여 최적경로탐색을 실시하는 경우이다. 그리고, K번째 경로를 탐색하기 위하여 확장되는 링크의 상한선은 $\frac{1}{2} \cdot L^{\max} \cdot (K-1)$ 이다. 따라서 K번째 경로를 탐색하기 위한 최대 복잡도는 $|L_1| + \frac{1}{2} \cdot L^{\max} \cdot (K-1)$ 이다. 여기서, L^{\max} 의 최악의 조건은 기본 네트워크 $L^{N^{\Xi}}$ 를 모두 사용하는 경우이다. 따라

서 L^{\max} 의 최대값은 $(k-1)|L^{N^E}|$ 이다. 따라서, 링크기반 K경로탐색알고리즘의 복잡도는 식(12)와 같다.

$$|L^{N^E}| + \frac{1}{2} \cdot |L^{N^E}| \cdot (K-1) \cdot (K-1) = |L^{N^E}| + \frac{1}{2} \cdot |L^{N^E}| \cdot (K-1)^2 \\ = O(K^2 \cdot |L^{N^E}|) \quad (12)$$

마지막으로 링크비루프를 방지하기 위하여 개별 경로에 대하여 검색하는 횟수는 $\frac{1}{2} \cdot |L^{N^E}| \cdot (K-1)$ 의 계산량을 갖게 되므로, 모든 링크에 최대 수단이 통과하여 가장 확장된 교통망으로 고려되는 경우는 식(13)와 같아 $O(K^3 \cdot |L \cdot E|^2)$ 의 복잡도를 갖는다.

$$\left(|L^{N^E}| + \frac{1}{2} \cdot |N^E| \cdot (K-1)^2 \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot |L^{N^E}| \cdot (K-1) \quad (13) \\ = \left(\frac{1}{2} \cdot |L^{N^E}|^2 \cdot (K-1)^3 \right) \\ = o(K^3 \cdot |L \cdot E|^2)$$

알고리즘의 복잡도를 기준에 연구되어진 부분경로삭제기반의 K경로탐색알고리즘(Yen, 1991)과 유출링크기반의 전체경로삭제 알고리즘(Martins, 1984), 유립링크기반의 전체경로삭제 알고리즘(Avezedo, et al, 1993)과 비교하면 <표 1>과 같다.

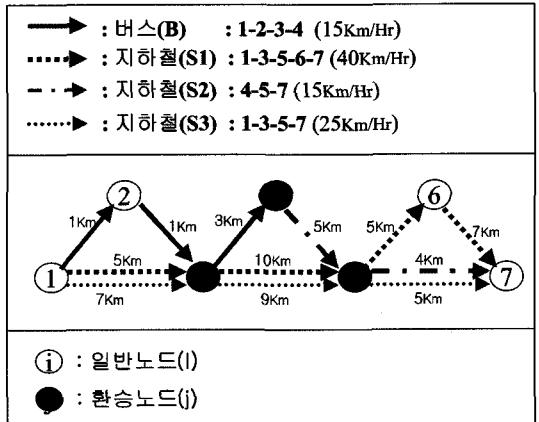
<표 1>에서 알 수 있듯이 단일수단에 대한 정적K경로 알고리즘의 볍잡도는 네트워크 규모가 클 경우 Avezedo 알고리즘이 가장 효율적임을 알 수 있다. Avezedo 알고리즘을 확장 적용한 본 알고리즘은 <표 1>의 기존 알고리즘 보다 복잡도가 크게 나타났지만 이는 복합수단과 링크비루프경로를 추가로 고려하기 때문이다.

<표 1> 경로삭제 알고리즘의 복잡도 비교

알고리즘	복잡도	비교
Yen(1991)	$O(K V ^3)$	정적단일교통수단
Martins(1984)	$O(K^3 V)$	정적단일교통수단
Avezedo et al(1993)	$O(K^2 V)$	정적단일교통수단
제안 알고리즘	$O(K^3 L \cdot E ^2)$	동적복합교통수단

IV. 사례연구

<그림 4>의 복합교통망(N^E)는 12개의 링크, 7개의 노드, 4개의 수단으로 구성되어 있으며, 4개의 수단은 각각 버스, 지하철1, 지하철2, 지하철3으로 구성되며 통행거리는 Km, 평균통행속도는 Km/Hr 단위로 나타



<그림 4> 적용네트워크

<표 2> 통행수단전환에 따른 환승통행시간(t)

통행수단	통행수단전환에 따른 환승통행시간 ($d_{sh}(t)$)			
	B	S1	S2	S3
B	-	4	5	6
S1	6	-	4	3
S2		3	-	5
S3	5	5	6	-

주) t: 시간간격(1t=30초)

나 있다. 환승이 가능한 지점은 노드3, 4, 5로 수단 간의 환승시간은 30초 간격으로 환산된 시간간격 t로 <표 2>에 나타나 있다. 시간대별로 변화하는 통행시간의 동적특성을 나타내기 위하여 매 시간(t)에 동적통행시간함수를 코사인(cos)과 사인(sin)함수를 이용하여 <표 3>와 같이 평균통행속도로 계산된 통행시간을 중심으로 전동하도록 구축하였다. <그림 5>는 통행시간함수에 의해서 산출된 4개의 수단 링크에서의 통행시간 변화를 나타낸 것이다.

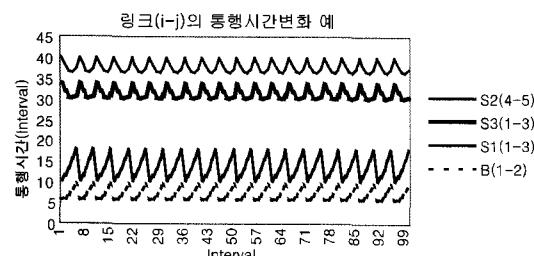
또한 제안된 알고리즘에서 출발지에서 도착지까지 도달하기 위한 합리적인 연계복합수단을 구성(Viable Path: Lozano & Storchi, 2001; Lozano & Storchi, 2002)하기 위하여 탐색된 경로 상에 동일수단의 탑승행태가 존재하지 않는다는 제약조건을 포함한다.

2가지 시나리오를 통하여 제안된 알고리즘의 수행성과 합리성을 검토한다. 시나리오에서 공통적으로 적용되는 사항은 출발지1에서 시간 t=0에서 출발하여 노드7까지 통행하는 경우 가능한 최소시간경로를 탐색하는 것이다. 두 번째 시나리오는 수단 S1에 사고가 발생하여 통행시간이 수단 링크에 관계없이 200t가 소요되는 점이 첫 번째 시나리오와 다른 점이다.

〈표 3〉 개별수단에 적용된 링크통행시간함수

통행수단	통행시간함수
B	$c_{a,B}(t) = \bar{c}_a(t) - 2.5 \times \cos\left(\frac{t\%5}{5.62738} \times \pi\right)$
S1	$c_{a,S1}(t) = \bar{c}_a(t) - 4.5 \times \cos\left(\frac{t\%5}{5.62738} \times \pi\right)$
S2, S3	$c_{a,S2}(t) = \bar{c}_a(t) - 3.2 \times \sin\left(\frac{t\%5}{5.62738} \times \pi\right)$

주: $\bar{c}_a(t) = \frac{Dist_a}{Speed_a} \times \frac{3600}{30}$; $\pi = 3.14159265359$; $t\%5$: t를 5로 나눈 나머지

〈그림 5〉 통행시간함수에 따른 링크통행시간(t | Interval)

첫 번째 시나리오의 결과는 〈표 4〉와 〈그림 6〉에 정리되어 있다. 최대가능경로는 총20개가 탐색 되었으며, 경로수가 증가함에 따라 총 통행시간은 더 많이 소요되는 순서로 계산되었다.

〈그림 6〉은 〈표 4〉의 첫 번째 경로상에서 시간종속적으로 링크를 통행하는 경로궤적을 추적하여 나타낸

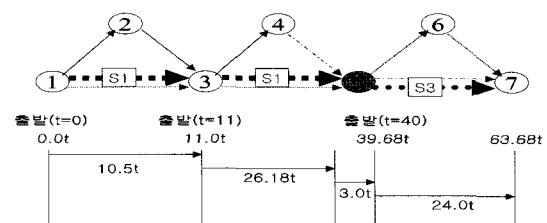
〈표 4〉 최대가능경로탐색결과

K	노드순서와 통행수단으로 표현된 경로 (출발지노드-→도착지노드)	통행시간 (Interval)	통행거리 (Km)	환승 횟수
1	1-S1->3-S1->5-S3->7	63.68	20	1
2	1-B->2-B->3-S1->5-S3->7	65.12	17	2
3	1-S1->3-S1->5-S1->6-S1->7	66.21	27	0
4	1-S1->3-S1->5-S2->7	70.83	19	1
5	1-B->2-B->3-S1->5-S1->6-S1->7	71.09	24	1
6	1-S1->3-S3->5-S3->7	75.18	19	1
7	1-B->2-B->3-S1->5-S2->7	76.88	16	2
8	1-B->2-B->3-S3->5-S3->7	78.29	16	1
9	1-S1->3-S3->5-S2->7	91.94	18	2
10	1-B->2-B->3-S3->5-S2->7	91.95	15	2
11	1-S3->3-S3->5-S3->7	95.28	21	0
12	1-B->2-B->3-B->4-S2->5-S3->7	103.78	15	2
13	1-S3->3-S1->5-S1->6-S1->7	104.02	29	1
14	1-B->2-B->3-B->4-S2->5-S2->7	106.78	14	1
15	1-S1->3-S1->5-S2->7	107.37	21	2
16	1-S3->3-B->4-S2->5-S3->7	107.50	18	3
17	1-S1->3-B->4-S2->5-S2->7	110.50	17	2
18	1-S3->3-S3->5-S2->7	112.04	20	1
19	1-B->2-B->3-B->4-S2->5-S1->6-S1->7	114.73	22	2
20	1-S3->3-B->4-S2->5-S2->7	136.52	19	2

주) 1 Interval=30초

것으로 제안된 알고리즘을 검증할 목적으로 제시하였다. 〈그림 6〉에서 보는 바와 같이 통행시간은 실수로 계산되어지나, 이산적(Discrete) 형태의 시간배열 메모리에 일치시키기 위해 정수로 반올림하여 적용된다. 또한 환승지점 노드5에서 수단S1에서 S3로 환승페널티가 포함되어 링크 간의 전파과정(Propagation)이 적절하게 나타나고 있다. 〈그림 6〉은 경로궤적에 의한 총 통행시간이 〈표 4〉에 나타난 경로1의 총 통행시간이 일치되며, 따라서 복합교통망 N^{∞} 에서 최소시간경로를 탐색하는 것으로 확인되었다.

시나리오2의 결과는 〈표 5〉에 정리되어 있다. 최대 가능경로는 총21개로 탐색 되어 Viable 경로제약조건을 시나리오1 보다 1개 더 만족하는 것으로 나타났다. 수단-링크 S1의 통행시간이 200t로 매우 증가되었기 때문에 K의 순서가 낮은 ($K=1 \sim 7$)까지 수단 링크 S1이 나타나지 않았다. 시나리오1과 마찬가지로 K가

〈그림 6〉 경로($K=1$)의 동적 통행궤적

(표 5) 지하철1호선(S1) 사고상태에서의 최대가능경로탐색결과

K	노드순서와 통행수단으로 표현된 경로 (출발지노드->도착지노드)	통행시간 (Interval)	통행거리 (Km)	환승 횟수
1	1-B->2-B->3-S3->5-S3->7	78.29	16	1
2	1-B->2-B->3-S3->5-S2->7	91.95	15	2
3	1-S3->3-S3->5-S3->7	95.28	21	0
4	1-B->2-B->3-B->4-S2->5-S3->7	103.78	15	2
5	1-B->2-B->3-B->4-S2->5-S2->7	106.78	14	1
6	1-S3->3-S3->5-S2->7	112.04	20	1
7	1-S3->3-B->4-S2->5-S2->7	136.52	19	2
8	1-B->2-B->3-S1->5-S3->7	238.90	17	2
9	1-B->2-B->3-S1->5-S2->7	248.62	16	2
10	1-S1->3-S3->5-S3->7	263.24	19	1
11	1-S3->3-S1->5-S2->7	271.12	21	2
12	1-S1->3-S3->5-S2->7	277.96	18	2
13	1-S1->3-B->4-S2->5-S2->7	298.64	17	2
14	1-S1->3-S1->5-S2->7	433.24	19	1
15	1-B->2-B->3-S3->5-S1->6-S1->7	462.44	23	2
16	1-B->2-B->3-B->4-S2->5-S1->6-S1->7	477.78	22	2
17	1-S3->3-S3->5-S1->6-S1->7	479.04	28	1
18	1-S3->3-B->4-S2->5-S1->6-S1->7	509.38	27	3
19	1-B->2-B->3-S1->5-S1->6-S1->7	615.38	24	1
20	1-S3->3-S1->5-S1->6-S1->7	638.60	29	1
21	1-S1->3-S1->5-S1->6-S1->7	800.00	27	0

주) 1 Interval=30초; S1전구간 전시간대: 200(Interval)

증가함에 따라 총 통행시간은 증가하는 순서로 계산되었으며, 환승회수와 통행거리도 시나리오1에서 나타나는 기본 가정을 만족하는 것으로 나타났다.

V. 결론

본 연구는 복합교통망의 실시간적 운영전략에 활용 가능한 동적K경로탐색알고리즘을 개발하는 것을 목적으로 한다. 본 연구의 주요내용은 그 동안 정적 단일수단 교통망의 K경로탐색을 위해 활용되어온 전체경로삭제방안을 복합교통망과 동적K최소시간경로탐색에 적용이 가능하도록 확대 개발하는 것이다.

이를 위해, 우선 링크 간에 발생하는 회전통행특성이 시간종속적 통행시간과 함께 동적으로 반영되도록 동적 환승페널티가 포함된 단일수단-링크표지기반 동적최적 경로탐색알고리즘의 최적식을 구축하고 관련 알고리즘을 제시하였다. 또한 기존에 제시된 바와 같이, 복합교통망에서 동일링크를 통과하는 모든 통행수단을 링크처럼 확대하여 고려하는 수단-링크기법을 통하여 복합교통망에 적용되는 수단 관련 표식의 생략이 가능하게 하였으며, 이는 먼저 제안된 단일수단-링크표지기반 동적 최적경로 탐색알고리즘을 직접 적용한 최적경로탐색이 가능하게

하였다. 특히, 환승특성을 환승이동, 대기 등의 다양한 형태로 표현하며 현실 모사능력을 크게 향상 시켰다.

본 연구는 복잡도 계산을 통하여 Azevedo의 전체경로삭제기법을 복합교통망에 대해 동적으로 확장한 본 연구의 알고리즘이 이러한 확장에도 불구하고 복잡도가 크게 증가하지 않아 알고리즘의 효율성이 존재함을 보여주었으며, 버스와 지하철로 구성된 가상적인 소규모 복합교통망에 대한 사례연구를 통하여 제안된 최적식과 관련 알고리즘을 검증하였다. 이때 가상적으로 구축된 복합교통망을 기반으로 2가지 시나리오를 구성하였는데, 시나리오1에서는 제안된 알고리즘이 복합교통망에서 시간종속적으로 변화하는 통행시간과 환승특성을 반영하여 다양한 경로를 탐색하였으며, 또한 개별 경로의 궤적을 통해 힙리적인 동적경로통행전파(Dynamic Path Travel Propagation)가 이루어지는 것이 확인되었다. 시나리오2에서는 일부 수단-링크에 긴급상황이 발생하는 가정을 포함하였으며, 이러한 긴급상황이 발생하는 구간, 즉, 동적인 통행시간이 급격히 높아진 구간을 포함하는 경로는 K개의 경로순서상에서 후반부에 위치하게 되는 상황이 발생하여, 결과적으로 본 알고리즘의 ATIS 및 ATMS 등 동적통행정보제공 및 관리를 위한 활용 가능성을 간단하게나마 제시하였다.

본 연구에서는 복합교통망에서의 링크통행비용함수 구성시 차내 또는 차외 혼잡효과는 고려되지 않았다. 따라서 이러한 혼잡효과를 고려하는 다양한 링크통행비용 함수를 고려한 향후 연구가 필요하다. 활승행태를 고려하는 함수 역시 본 연구에서는 단순한 물리적 소요시간과 배차간격에 따른 대기시간만을 고려하고 있으나, 통행자의 행태를 반영한 보다 세밀한 함수가 도입된다면 보다 현실적인 복합교통망의 탐색결과를 얻을 수 있을 것이다. 또한, 본 연구에서 개발한 알고리즘은 매우 작은 가상네트워크에만 적용되어졌으나, 수도권 네트워크와 같은 대규모 네트워크에 적용해 본다면 알고리즘의 활용성 측면에서 의의가 클 것이다.

참고문헌

- 신성일 (2004), 교통망에 적합한 K 비루프 경로 탐색 알고리즘, 대한교통학회지, 제22권 제6호, 대한교통학회, pp.121~131.
- 임용택 (2004), 일반가로망에서 교통정보제공을 위한 n-path 알고리듬의 개발, 대한교통학회지, 제22권 제4호, 대한교통학회, pp.135~145.
- 임강원, 임용택 (2003), 교통망분석론, 서울대학 교출판부.
- Azevedo J. A., Costa M. E. O. S., Madeira J.J.E.R.S., and Martins E.Q.V. (1993), An Algorithm from the Ranking of Shortest Paths, European Journal of Operational Research, Vol. 69, pp.97~106.
- Bellman R. and Kalaba R. (1968), On Kth Best Policies. J. SIAM 8, pp.582~588.
- Bellman R. (1957), Dynamic Programming, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- Ben-Akiva M. et al. (1998), Development of a Deployable Real-time Dynamic Traffic Assignment System. Report to the Oak Ridge National Laboratory and Federal Highway Administration.
- Cooke K. L. and Halsey E. (1966), The Shortest Route through A Network with Time-dependent Intermodal Transit Times, Journal of Math. Anal. Appl. 14, pp.493~498.
- De Cea. J. and J.E. Fernández. (1993), Transit Assignment for Congested Public Transport Systems: An Equilibrium Model, Transportation Science Vol. 27.
- Dijkstra E. W. (1959), A Note of Two Problems in Connected with Graphs. Numerical Mathematics. I, pp.269~271.
- Dreyfus S. E. (1969), An Appraisal of Some Shortest-Path Algorithms, Operations Research 17, pp.396~412.
- Fredman M. L. and Tarjan R. E. (1987), Fibonacci Heaps and their Uses in Improved Network Optimization Algorithms, JACM, pp.596~615.
- Hall R. W. (1986), The Fastest Path through A Network with Random Time-Dependent Travel Times, Transportation Science 20, pp.182~188.
- Kirby R. F. and Potts R. B. (1969), The Minimum Route Problem for Networks with Turn Penalties and Prohibitions. Transportation Research 3, pp.397~408.
- Halpern J. and Priess I. (1974), Shortest Path with Time Constraints on Movement and Parking. Networks 4, pp.241~253.
- Kaufman D. E. and Smith R. L. (1993), Minimum Travel Time Paths in Dynamic Networks with Application to Intelligent Vehicle/Highway Systems, IVHS Journal, pp.1~19.
- Lee M. (2004), Transportation Network Models and Algorithms Considering Directional Delay and Prohibition for Intersection Movement, Ph.D. Thesis, University of Wisconsin-Madison.
- Lozano A. and Storchi G. (2001), Shortest Viable Path Algorithm in Multimodal Networks, Transportation Research A 35(3), pp.225~241.
- Lozano A. and Storchi G. (2002), Shortest Viable Hyperpath in Multimodal Networks, Transportation Research B 36, pp.853~874.
- Mahmassani H.S., Peeta S., Hu T.Y. and

- Ziliaskopoulos A. (1993), Dynamic Traffic Assignment with Multiple User Classes for Real-time ATIS/ATMS Applications in Large Urban Systems. Proceedings of the Advanced Traffic Management Conference, Federal Highway Administration, US Department of Transportation, Washington D.C., pp.91~114.
21. Martins E.Q.V. (1984), An Algorithm for Ranking Paths that May Contain Cycles, European Journal of Operational Research, Vol. 18, pp.123~130.
22. Moore E. F, "The Shortest Path through A Maze. Proc. Int. Conf. on the Theory of Switching. Harvard Univ.", Cambridge, MA., 1957.
23. Orda A. and Rom R. (1990), Shortest-Path and Minimal-Delay Algorithms in Networks with Time-Dependent Edge-Length, Journal of the ACM 37, pp.607~625.
24. Orda A. and Rom R. (1991), Minimum-Weight Paths in Time-Dependent Networks, Networks 21, pp.295~319.
25. Park, D.(1998), Multipl Path Based Vehicle Routing In Dynamic And Stochastic Transportation Networks, Ph. D. Dissertation, Texas A&M University.
26. Pollack M. (1961), The Kth Best Route Through A Network, Operations Research, Vol. 9, pp.578~580.
27. Potts R.B. and Oliver R.M.(1972), Flows in Transportation Networks. Academic Press.
28. Ran, B. and Boyce, D.E. (1996), Modeling Dynamic Transportation Networks - An Intelligent Transportation System Oriented Approach. Springer-Verlag, Heidelberg.
29. Shier R. D. (1979), On Algorithms from Finding the k Shortest Paths in a Network, Networks, Vol. 9, pp.195~214.
30. Shin S. I. (2001), Analytical Dynamic Traffic Assignment Approaches for Modeling Integrated Real-Time Traffic Control Systems. Ph.D. Dissertation, University of Wisconsin at Madison.
31. Yang H.H. and Chen Y.L. (2005), Finding K Shortest Looping Paths in A Traffic-Light Network, Computer & Operations Research 32, pp.571~581.
32. Tong C. O. and Richardson A. J. (1984), Computer Model for Finding the Time-dependent Minimum Path in Transit Systems with Fixed Schedules, Journal of Advanced Transportation 18, pp.145~161.
33. Van Aerde M. (1992), INTEGRATION: A Dynamic Traffic Simulation/Assignment Model, Presented on the IVHS Dynamic Traffic Assignment and Simulation Workshop, Federal Highway Administration, McLean, VA.
34. Yen J.Y. (1971), Finding the K shortest Loopless Paths in a Network, Management Science, Vol.17, pp.711~715.
35. Ziliaskopoulos A (1994), Optimum Path Algorithms on Multidimensional Networks: Analysis, Design, Implementation and Computational Experience, Ph.D. Dissertation, The University of Texas at Austin.
36. Ziliaskopoulos A. and Wardell W. (2000), An Intermodal Optimum Path Algorithm for Multimodal Networks with Dynamic Arc Travel Times and Switching Delays. European Journal of Operational Research 125, pp.486~502.

✉ 주 작 성 자 : 조종석

✉ 교 신 저 자 : 신성일

✉ 논문투고일 : 2005. 1. 23

✉ 논문심사일 : 2005. 9. 14 (1차)

 2006. 7. 18 (2차)

 2006. 8. 17 (3차)

✉ 심사판정일 : 2006. 8. 17

✉ 반론접수기한 : 2006. 12. 31