

■ 論 文 ■

확률적 통행배정하에서 기종점 통행량추정 모형의 개발

Solution Methods for OD Trip Estimation in Stochastic Assignment

임 용 택

(전남대학교 교통물류학부 부교수)

목 차

- | | |
|-----------------------|---------------|
| I. 서론 | 2. 동적과정 모형 |
| II. 기존연구 및 다수의 해 | IV. 개발 모형의 평가 |
| 1. 기존연구 검토 | 1. 예제 교통망 |
| 2. 다수의 해 문제 | 2. 분석결과 |
| III. 기종점 통행량 추정모형의 개발 | IV. 결론 및 향후과제 |
| 1. gradient 모형 | 참고문헌 |

Key Words : 기종점(OD) 통행량추정, gradient모형, 동적과정모형, 축차방정식, 민감도
Origin-destination trip estimation, gradient method, dynamic process model, recursive equation, sensitivity

요 약

본 연구에서는 관측 링크통행량을 이용하여 기종점(OD) 통행량을 추정하는 두 가지 방법을 제시하며, 기존 연구들과는 달리 확률적 통행배정(stochastic traffic assignment)모형을 이용한다. 확률적 통행배정모형을 이용할 경우, 운전자들이 갖고 있는 경로 대안간의 인지오차(perceived error)를 모형에 반영할 수 있으며, 링크통행량과 OD 통행량사이에 명시적인 함수관계가 존재하여 쉽게 OD 통행량을 구할 수 있다는 장점이 있다. 본 연구에서는 이런 관계식을 이용하여 두가지의 OD통행량 추정모형을 개발하며 이를 풀기 위한 알고리즘을 제시한다. 첫 번째 모형식은 관측교통량과 추정교통량간의 차이를 최소화시키는 미분값에서 도출되며 OD통행량 추정과 관련된 변수들과의 민감도(sensitivity)값도 도출한다. 두 번째 모형식은 관측교통량에 접근하는 추정교통량의 동적과정(dynamic process)을 통하여 도출된다. 본 연구에서 제시된 OD통행량 추정모형들은 가상 예제 교통망을 대상으로 평가하며 각 모형의 장단점을 기술한다. 또한, OD통행량 추정문제가 갖는 다수의 해(multiple solutions)에 대해서도 간단히 살펴본다.

Traditional trip tables are estimated through large-scale surveys such as household survey, roadside interviews, and license plate matching. These methods are, however, expensive and time consuming. This paper presents two origin-destination (OD) trip matrix estimation methods from link traffic counts in stochastic assignment, which contains perceived errors of drivers for alternatives. The methods are formulated based on the relation between link flows and OD demands in logit formula. The first method can be expressed to minimize the difference between observed link flows and estimated flows, derived from traffic assignment and be solved by gradient method. The second method can be formulated based on dynamic process, which may describe the daily movement patterns of drivers and be solved by a recursive equation. A numerical example is used for assessing the methods, and shows the performances and properties of the models.

I. 서론

기종점(Origin-Destination, OD) 통행량은 교통수요 예측시 가장 기본적이고 중요한 자료이다. 전통적인 통행수요 예측단계에서 OD통행량의 예측은 가장 선행되어야 하는 작업이며, 통행배정모형의 입력자료로 사용된다. 특히, 지능형교통체계(Intelligent Transportation Systems)의 보급으로 교통관리를 위한 기본자료로서 링크 교통량의 관측이 확대되면서, 도시고속도로 및 간선도로 관리, 경로안내 시스템 등 활용분야가 커짐에 따라 정확한 OD 통행량 추정 of 필요성이 높아지고 있으나 정확한 OD 통행량의 예측이나 추정은 많은 비용을 필요로 한다. 즉, OD 통행량을 추정하는 경우, 실제 OD 통행량에 대한 전수조사를 할 수도 있으나, 이는 시간, 비용측면에서 현실적으로 어려우며, 표본조사를 하는 경우에도 일정한 정도의 신뢰도를 확보할 수 있는 수준의 표본수를 조사하는 데는 많은 비용이 소요된다.

이런 문제들을 해결하기 위하여 많은 연구자들이 간단한 조사자료들을 이용해 OD 통행량을 추정하는 연구들을 지속적으로 발표하고 있다. 그 중에서도 취득이 가장 용이한 링크교통량(Link traffic counts)을 이용한 OD 통행량추정기법에 관하여 여러 가지 기법들이 발표되고 있다. 일반적으로 통행배정모형이 기종점 통행량을 입력자료로 사용하여 링크 교통량을 산출하는데 반해, OD 통행량추정은 역으로 링크 교통량을 입력자료로 이용하여 기종점 통행량을 추정하는 방법이다. 따라서, 이 방법은 도로에 매설된 차량 검지기(Detector)자료를 이용하여 쉽게 기종점 통행량을 추정할 수 있다는 장점이 있다. 그러나 이 방법은 통행자 개인의 통행특성 차이, 관측시점의 차이 그리고 관측시의 오차 등으로 인한 관측 링크 통행량에 오차를 갖게 된다. 따라서 이런 오차를 갖는 링크 통행량을 이용하여 추정된 기종점 통행량 역시 오차를 안게 되는 문제가 있다. 이런 측면에서 OD 통행량에 오차가 내포되어 있을 경우, 이후 예측과정의 신뢰성 역시 저하될 수 밖에 없다.

본 연구에서는 링크 관측통행량을 이용하여 OD 통행량을 추정하는 두가지 방법을 제시하는데, 기존 대부분의 연구들이 확정적 통행배정(deterministic traffic assignment)모형을 통행자의 경로선택모형으로 이용하는 데 반해, 본 연구에서는 확률적 통행배정(stochastic traffic assignment)모형을 이용한다. 확률적 통행배정모형을 이용할 경우, 운전자들이 갖고 있는 경로대안간

의 인지오차(perceived error)를 모형에 반영할 수 있으며, 링크통행량과 OD 통행량사이 명시적인 함수관계가 존재하여 쉽게 OD 통행량을 구할 수 있다는 장점이 있다. 본 연구에서 제시되는 두개의 모형식중, 첫 번째 모형은 관측교통량과 모형에서 추정된 교통량간의 차이를 최소화시키는 목적함수를 미분하는 과정에서 직접 도출되며(gradient모형), 두 번째 모형은 관측교통량에 접근하는 동적과정(dynamic process)에서 도출된다. 본 연구에서 제시된 OD 통행량 추정모형은 가상의 단순 예제 교통망을 통하여 평가하는데, 이는 본 연구가 이론적인 토대를 새롭게 마련하는 연구이기 때문에 대규모 교통망 보다는 모형의 속성을 쉽게 판단할 수 있는 단순한 교통망이 적합하기 때문이다.

II. 기존연구 및 다수의 해

1. 기존연구 검토

관측교통량으로부터 기종점 행렬을 추정하는 문제는 많은 연구자들에 의해 다루어져 왔다. 이중 대표적인 기법으로는 베이저안 추정(Bayesian inference)을 이용하는 방법, 엔트로피 극대화(Entropy Maximization) 규칙을 이용하는 방법, 최우추정법(Maximum Likelihood)을 이용한 방법, 그리고 일반화 최소자승법(GLS: Generalized Least Square method)을 이용하는 방법 등이 있다. 베이저안 추정기법은 Maher(1983)에 의해 제시된 모형으로 관측 링크교통량에 대한 OD통행 행렬의 조건부 관측확률(사후확률)을 구하여 OD통행량을 구하는 방법으로 기존(Target) OD 통행량 조사자료를 이용하여 통행량을 추정하고 있다. Cascetta (1984), McNeil, et al(1985)는 관측 링크교통량으로부터 OD 통행량을 구하는데 일반화 최소자승법을 제안하였으며, Bell(1991)은 제약일반화 최소자승법(constrained generalized least square method)을 제시하였다. 최우추정법은 Van Zulyen, et al. (1980), Spiess (1987)에 의해 관측교통량이 포아송(poisson) 분포를 이루고 상호 독립적이라는 가정하에 제안된 모형으로 현재의 표본OD 조사자료를 이용하지만 기존OD 통행량과 같은 용이하게 구할 수 있는 기존 조사자료를 이용하지 않는다는 한계가 있다. Willumsen(1978)에 의해 제안된 엔트로피 극대화 기법은 엔트로피를 가장 크게 만드는 방식으로 기종점 통행량을 추정하는데, 이 방법은 엔트로피

극대화 통행패턴이 실제 통행패턴과 차이가 클 경우 불합리한 결과를 도출할 수 있다. 일반적으로 최소자승법의 경우 기종점쌍 및 링크교통량간의 분산 및 공분산 행렬을 필요로 하나, 대부분의 연구에서는 가정을 통해 분산 및 공분산 행렬을 대칭형으로 가정하거나 단위행렬 (Identity matrix)로 가정하여 최소자승법(Least Square Method)으로 적용하고 있다.

이밖에 통행자들의 경로선택 행태에 대한 가정을 기준으로 기존 연구들을 구분할 수도 있는데, 비혼잡 교통망에 대한 경우와 혼잡 교통망에 대한 경우가 있다. 전자의 경우, 혼잡의 영향이 그리 중요하지 않으며, 적절한 비례 통행배정을 이용해 기종점간 통행에 대한 링크이용비율을 결정할 수 있다고 가정한다. 이와 관련하여 Nguyen(1984)은 직접수요추정기법과 최대엔트로피에 의한 OD행렬 추정기법으로 구분하였으며, 이 모형들을 단일 경로, 다중경로, 균형경로 네트워크의 세가지 경우로 다시 구분하였다. 여기서 단일 및 다중경로는 비례배정을 이용한 것이다. 이에 반해, Cascetta and Nguyen(1988)은 통행배정을 이용하는 다양한 통계적 기법들을 최우추정기법, 일반화최소자승법, 베이지안기법으로 분류하였다. Yang et al.(1992)은 교통망 균형기반 모형들을 Nguyen(1977)의 모형, 이용자 최적조건을 제약식으로 갖는 엔트로피 극대화 모형(Fisk, 1989), 링크 관측교통량을 이용해 통행분포/통행배정 결합모형을 정산하는 방법(Fisk and Boyce, 1983) 등으로 구분하였다. 백승걸(2001)은 이상의 연구들을 혼잡고려 여부와 추정기법을 중심으로 기존에 제시된 연구들을 정리하였다.

OD통행량 추정과 관련된 국내연구는 크게 두가지로 나누어지는데, 먼저 OD 통행추정모형에서 도출되는 여러 개의 해중에서 좀 더 좋은 해를 구할 수 있는 방법을 제시한 논문들(임용택외,2000; 백승걸외,2000; 백승걸외,2001)이 있으며, 이를 위하여 전역 탐색법인 유전알고리즘(genetic algorithm)을 이용하였다. 두 번째 국내연구로는 Spiess(1990)가 제안한 gradient방법을 대규모 실제 교통망에 적용하는 논문들(이승재외,2000; 김종형외,2001)이 있으며, 최근 이현주 외(2004)는 이를 좀 더 효과적으로 풀 수 있는 conjugate gradient 방법을 제시하였다.

2. 다수의 해 문제

관측 링크교통량을 이용한 기종점 추정문제는 근본

적으로 다수의 해(multiple solutions)를 갖게 되는데, 여기에는 다음과 같은 2가지 원인에 기인한다고 알려져 있다. 첫째는 기종점 통행량 추정모형의 비볼록(non-convex)성 때문이며 둘째는 관측된 링크 교통량을 만족시킬 수 있는 경로 교통량이 다수가 존재하기 때문이다(과소식별, under-specification). 첫 번째 원인은 일반적으로 기종점 통행량 추정문제의 제약조건인 통행배정문제가 비선형이기 때문에 전체적으로 비볼록하게 구성되며, 두 번째 원인은 관측된 링크 교통량을 만족시킬 수 있는 다수의 경로 교통량 조합이 존재하는데 있다. 이중 두 번째 원인은 비교적 명확한 설명이 주어지고 있으나 첫 번째 원인에 대해서는 구체적인 분석이 제대로 이루어지지 않은 측면이 있다. 따라서, 본 연구에서 개발된 모형식이 비볼록한지를 간단히 살펴보고, 이에 대한 자세한 내용은 임용택외(2005)에 기술되어 있다.

III. 기종점 통행량 추정모형의 개발

제3장에서는 기종점 통행량을 추정하기 위한 새로운 두가지의 모형을 제시한다. 첫 번째 모형은 관측교통량과 모형에서 추정된 교통량간의 차이를 최소화시키는 목적함수를 미분하는 과정에서 직접 도출되며 (gradient모형), 두 번째 모형은 관측교통량에 접근하는 동적과정(dynamic process)에서 도출된다.

1. gradient모형

1) 모형의 구성

먼저, 본 연구에서 주로 사용되는 변수와 기호에 대한 정의는 다음과 같다.

B : 관측링크 집합

W : OD쌍 집합

K : OD쌍 w 에 속하는 경로집합, $w \in W$

v_b : 링크 b 의 추정된 교통량, $b \in B$

\bar{v}_b : 링크 b 의 관측 교통량, $b \in B$

f_k^w : OD쌍 w 에 속하는 경로 k 의 통행량, $k \in K$, $w \in W$

c_k^w : OD쌍 w 에 속하는 경로 k 의 통행비용, $k \in K$, $w \in W$

- T_w : OD쌍 w 의 교통량, $w \in W$
- p_{kw} : OD쌍 w 에 속하는 경로 k 의 선택확률, $k \in K$,
 $w \in W$
- p_{bw} : OD쌍 w 에 속하는 링크 b 의 선택확률, $b \in B$,
 $w \in W$

일반적으로 관측 링크교통량을 이용한 OD통행량 추정모형은 식(1)과 같이 표현할 수 있다. 이식은 모형에서 추정된 링크 교통량과 관측 링크교통량간의 차이를 최소화시키는 기중점 통행량(T_w)을 구하는 형태이며, 제약조건은 통행자의 경로선택 행위를 나타내는 것으로 통행배정문제(traffic assignment)가 된다.

$$\begin{aligned} \min Z(T_w) &= \frac{1}{2} \sum_b (v_b - \bar{v}_b)^2 & (1) \\ \text{s.t. } v_b &= v_b(T_w) \end{aligned}$$

식(1)에 기존 OD통행량과 모형에서 추정된 OD 통행량간의 차이를 최소화시키는 항을 추가할 수도 있으나, 본 연구에서는 식(1)와 같이 링크 교통량만의 차이를 최소화시키는 형태를 추정식으로 사용한다.

식(1)의 최소화문제를 풀기 위하여 먼저 제약조건을 T_w^0 에서 Taylor시리즈로 선형화하면 식(2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$v_b \approx v_b(T_w^0) + \frac{\partial v_b}{\partial T_w} \Big|_{T_w=T_w^0} (T_w - T_w^0) \quad (2)$$

그런데, 식(2)는 풀기가 쉽지 않은데, 이는 확정적 통행배정(deterministic traffic assignment)의 경우, 링크 교통량(v_b)과 OD 통행량(T_w) 간에 명시적인 관계가 존재하지 않아 우측 두 번째항의 미분값을 구하기가 쉽지 않기 때문이다. 그러나, 식(3)과 같은 로짓 모형(logit model)을 사용할 경우, 미분값을 쉽게 구할 수 있다.

$$p_{kw} = \frac{\exp(-\theta c_k^w)}{\sum_i \exp(-\theta c_i^w)} \quad (3)$$

여기서, $p_{bw}(T) = \sum_k p_{kw}(T) \delta_{bk}^w$ 이므로 링크 교통량은 식(4)와 같이 표현되며, δ_{bk}^w 는 OD쌍 w 에 대하여 링크

k 가 경로 k 에 속하면 1, 그렇지 않으면 0인 가변수이다.

$$v_b = \sum_w p_{bw}(T) T_w \quad (4)$$

식(4)를 OD통행량으로 미분하면 식(5)과 같은 관계를 얻게 된다.

$$\frac{\partial v_b}{\partial T_w} = p_{bw}(T) + T_w \frac{\partial p_{bw}}{\partial T_w} \quad (5)$$

따라서, 식(2)는 다음과 같이 정리된다.

$$v_b = v_b(T_w^0) + \left(p_{bw}(T^0) + T_w^0 \frac{\partial p_{bw}(T^0)}{\partial T_w} \right) (T_w - T_w^0) \quad (6)$$

식(6)을 식(1)에 대입하면 다음 식(7)과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \min Z(T_w) &= \frac{1}{2} \sum_b \left\{ v_b(T_w^0) + \right. \\ &\left. \left(p_{bw}(T^0) + T_w^0 \frac{\partial p_{bw}(T^0)}{\partial T_w} \right) (T_w - T_w^0) - \bar{v}_b \right\}^2 \end{aligned} \quad (7)$$

최적 OD통행량을 구하기 위하여 식(7)을 T_w 로 미분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z}{\partial T_w} &= \sum_b \left\{ v_b(T_w^0) + \left(p_{bw}(T^0) + T_w^0 \frac{\partial p_{bw}(T^0)}{\partial T_w} \right) \right. \\ &\left. (T_w - T_w^0) - \bar{v}_b \right\} \left(p_{bw}(T^0) + T_w^0 \frac{\partial p_{bw}(T^0)}{\partial T_w} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

따라서, $\frac{\partial Z}{\partial T_w} = 0$ 로 놓고 정리하면 식(9)을 얻게 된다.

$$T_w = T_w^0 + \frac{\sum_b [\bar{v}_b - v_b(T_w^0)]}{\sum_b p_{bw}(T^0) + \sum_b T_w^0 \frac{\partial p_{bw}}{\partial T_w}} \quad (9)$$

여기서, $p_b = p_b(c_b(T))$ 이므로 체인룰(chain rule)에 따라 $\frac{\partial p_b}{\partial T_w} = \frac{\partial p_b}{\partial c_b} \frac{\partial c_b}{\partial T_w}$ 가 된다.

그런데, $\frac{\partial c_b}{\partial T_w}$ 는 직접 구하기가 쉽지 않는데, 이는 통행배정을 통해서 구할 수 있다. 만약 추정된 OD통행량이 참OD통행량(true OD trips)에 근접하다면, $\frac{\partial c_b}{\partial T_w} \approx 0$ 이므로 식(9)의 분모 두 번째 항은 무시할 수 있다. 따라서 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$T_w = T_w^0 + \frac{\sum_b [\bar{v}_b - v_b(T_w^0)]}{\sum_b p_{bw}(T^0)} \quad (10)$$

그러므로 식(10)이 본 연구에서 구해진 OD통행량 추정자(estimator)가 되며 이를 통하여 최적OD 통행량을 추정할 수 있게 된다.

2) 모형의 불특성

본 연구에서 제시한 모형식이 제2장에서 기술한 다수의 해를 갖는지를 살펴보자. 이것은 목적함수의 2차미분값의 determinant가 0보다 큰지 작은지를 확인하면 된다. 즉, 식(8)을 T_w 로 다시 미분하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial T_w^2} = \sum_b \left(p_{bw}(T^0) + T_w^0 \frac{\partial p_{bw}(T^0)}{\partial T_w} \right)^2$$

따라서, $\left| \frac{\partial^2 Z}{\partial T_w^2} \right| > 0$ 가 되므로 유일한 해(unique solution)가 존재한다. 즉, 본 연구에서 제시한 기중점 추정모형식은 다수의 해가 존재하지 않고 유일한 전역 해가 존재하는 모형식임을 알 수 있다. 그러나, 실제 기중점 통행량 추정시 다수의 해가 존재하게 되는데, 이는 모형의 비불특성에서 기인하는게 아니라, 앞에서 기술한 바와 같이 과소식별(under-specification)문제에 기인한다.

3) 민감도(sensitivity)

OD 통행량 추정모형을 도출하는 과정에서 우리는 다음과 같은 몇 가지 의미있는 민감도(sensitivity) 값들을 구할 수 있다.

① 관측 링크교통량에 대한 OD통행량의 민감도 :

$$\frac{\partial T_w}{\partial v_b} = [p_{bw}(T)]^{-1} \quad (11)$$

② 추정 OD통행량에 대한 목적함수(Z)의 민감도 :

$$\frac{\partial Z}{\partial T_w} = \sum_b [v_b(T_w^0) + p_{bw}^0(T) (T_w - T_w^0) - \bar{v}_b] \sum_b (p_{bw}^0(T)) \quad (12)$$

4) 풀이 알고리즘

본 연구에서 개발한 식(10)은 다음과 같은 절차를 통하여 최적 OD 통행량을 추정할 수 있다.

【단계 0】 초기화

반복수 $n = 0$

초기 OD 통행량 T_w^0 와 관측 링크 교통량 \bar{v}_b 설정

【단계 1】 $n = n + 1$

【단계 2】 T_w^{n-1} 를 가지고 로짓 통행배정을 이용하여 p_b^n 와 v_b^n 계산

【단계 3】 새로운 OD 통행량 추정

$$T_w^n = T_w^{n-1} + \frac{\sum_b [\bar{v}_b - v_b^n(T_w^{n-1})]}{\sum_b p_{bw}^n(T_w^{n-1})}$$

【단계 4】 수렴성 검토

만약, $|T_w^n - T_w^{n-1}| < \epsilon$ (미리 정해진 작은 상수값)이면, 정지
그렇지 않으면, 【단계 1】로 진행

위 풀이과정중 【단계 2】의 확률적 통행배정문제를 풀기 위한 방법들이 기존에 다수 제시되었다. 대표적인 방법으로 Dial (1971)의 STOC기법이 있으며, 최근 경로기반(path-based) 기법들도 제시되고 있다 (Akamatsu,1996; Bell, 1995; Maher, 1998, 임용택, 2003). 이중 어떤 방법을 적용해도 좋으나, 본 연구에서는 모형의 적용이 간편한 직접로짓배정법(direct logit loading method; 임용택,2003)을 사용한다.

2. 동적과정(dynamic process)모형

1) 동적과정

기중점 통행량을 추정하기 위하여 본 연구에서 제시하는 두 번째 모형식은 동적과정(dynamic process)모형이다. 동적과정은 여러 가지 요인에 의해 연속된 기간

동안 동일한 상태(state)를 유지하지 않는 시스템을 표현하는 모형으로, 교통시스템과 같이 시간의 변화에 따른 교통량의 연속적인 상태변화를 동적과정으로 표현할 수 있다. 이를 기종점 통행량 추정이라는 측면에서 보면, 초기의 링크교통량이 동적과정을 통하여 관측교통량에 접근하도록 기종점 통행량이 변하게 된다. 이런 동적과정은 최근 Peeta et al.(2003), Jin(2005)이 사용자 균형상태(user equilibrium)를 도출하기 위하여 통행배정문제에 적용한 바 있다.

2) 모형의 구성

동적과정을 이용한 기종점 통행량추정을 위하여 다음과 같은 함수 F_w 를 새롭게 정의하자.

$$F_w = \sum_b (v_b - \bar{v}_b) T_w \tag{13}$$

여기서, v_b 와 \bar{v}_b 는 앞에서 정의한 바와 동일하게 링크 b 의 추정교통량과 관측 교통량이며, T_w 는 OD쌍 w 의 교통수요이다. 그런데, 함수 F_w 는 다음과 같은 몇가지 속성이 있다.

- ① 만약 추정 링크교통량(v_b)이 관측 링크교통량(\bar{v}_b)과 같아지면 $F_w = 0$ 이다.
- ② $F_w = 0$ 이 되면, $T_w \geq 0$ 이므로 $v_b = \bar{v}_b$ 이 된다.

이런 속성들을 이용하여 $F_w = 0$ 이 되는 T_w 를 구하면, 추정 링크교통량이 관측링크 교통량과 일치하게 된다. 따라서, 기종점 통행량 추정문제는 $F_w = 0$ 으로 만드는 T_w 를 구하는 문제가 된다.

여기서, 추정 링크교통량과 관측 링크교통량을 서로 동일한 상태(즉, 안정상태)로 만들기 위하여 추정 링크교통량(v_b)를 전환시키는 과정은, 시간의 변화에 따라 통행수요(T_w)의 변화를 표현하는 동적과정(dynamic process)과 동일하다. 즉, 추정교통량과 관측교통량이 일치되는 순간($F_w = 0$)은 기종점 통행수요의 변화가 0인 상태($\dot{T}_w = \frac{dT_w}{dt} = 0$)와 같게 된다(여기서, τ 는 시간 변수). 따라서, 이런 동적과정(dynamic process)개념을 도입하면 함수 F_w 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$F_w = -\dot{T}_w \tag{14}$$

여기서, \dot{T}_w 는 T_w 의 미분(derivative)값으로 통행수요 T_w 가 변하는 방향을 나타낸다. 따라서 이식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$-\dot{T}_w = F_w = \sum_b (v_b - \bar{v}_b) T_w \tag{15}$$

식(15)의 의미는 모형에서 추정된 링크 b 의 교통량(v_b)이 관측교통량(\bar{v}_b)보다 크면, 기종점 w 의 통행량(T_w)을 감소시키며, 반대가 되면 증가시키게 된다.

여기서, $\dot{T}_w = \frac{T_w(\tau + \Delta\tau) - T_w(\tau)}{\Delta\tau}$ 이므로 이것을 식(15)에 대입하여 이산형(discrete)으로 정리하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$T_w(\tau + \Delta\tau) = T_w(\tau) - \Delta\tau \sum_b (v_b - \bar{v}_b) T_w(\tau) \tag{16}$$

여기서, τ 는 추상변수(abstract variable)로 동적과정에서는 시간 또는 오늘, 내일 등 시간단위로 해석할 수 있으며, 알고리즘 측면에서는 반복횟수(number of iteration)로 볼 수 있다. $\Delta\tau$ 는 작은 변화량(changes)이다. 따라서, 식(16)을 이용하여 기종점 통행수요를 추정할 수 있다.

3) 풀이 알고리즘

본 연구에서 제시한 두 번째 기종점 통행량 추정모형 식(16)을 풀기 위한 알고리즘을 정리하면 다음과 같다.

【단계 0】 초기화

- 반복수 $n=0$
- $\Delta\tau$ 값 설정
- 초기 OD 통행량 T_w^0 와 관측 링크 교통량 \bar{v}_b 설정

【단계 1】 $n = n + 1$

【단계 2】 T_w^{n-1} 를 가지고 로짓 통행배정을 이용하여 v_b^{n-1} 계산

【단계 3】 새로운 OD 통행량 추정

$$T_w^n = T_w^{n-1} - \Delta\tau \sum_b (v_b^{n-1} - \bar{v}_b) T_w^{n-1}$$

【단계 4】 수렴성 검토

만약, $|T_w^n - T_w^{n-1}| < \epsilon$ (미리 정해진 작은

상수값) 이면, 정지
그렇지 않으면, 【단계 1】 로 진행

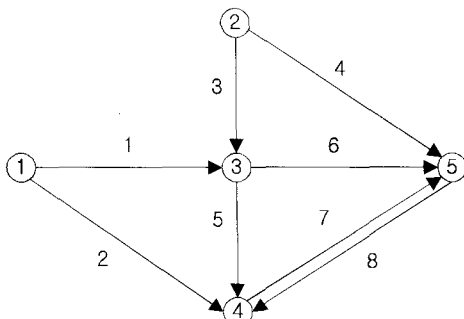
위 알고리즘의 특징은 앞에서 기술한 gradient모형과 달리 목적함수식을 평가(evaluation)하는 과정이 불필요하다는 점이다. 즉, 목적함수를 최소화시키는 단계가 필요 없으며, 기종점 통행량(T_w)이 【단계 3】 에서 보듯이 축차적인 과정을 통하여 구해지는데, 이는 계산 과정이 단순하며 쉽게 해를 구할 수 있음을 의미한다.

IV. 개발모형의 평가

본 연구에서 제안된 두개의 추정모형을 간단한 예제 교통망을 통하여 평가한다. 이는 본 논문이 이론적인 연구이며, 연구의 목적이 기종점 통행량을 추정하기 위하여 새로운 모형들을 개발하고 이를 평가하는 것이기 때문에 모형의 속성과 이론적인 특성을 판단하기 위해서는 대규모 교통망 보다는 소규모 교통망이 더 적합하기 때문이다.

1. 예제 교통망

예제에 사용되는 교통망은 <그림 1>과 같이 5개의 노드와 8개의 링크로 구성된 단순한 교통망으로 기종점 쌍은 2개(노드1→노드5, 노드2→노드4)로 이루어져 있다. 링크 초기통행시간과 용량 등 각 링크의 속성은 <표 1>에 표시되어 있으며, 기종점 쌍간의 참OD통행량은 <표 2>에 나타나 있고 이를 확률적 통행배정하여 도출된 각 링크별 통행량은 <표 3>에 나와 있다. 이 중 본 예제에서는 링크1과 링크8의 교통량을 관측 교통량으로 간주하여 분석한다.



<그림 1> 분석대상 교통망

<표 1> 교통망 입력자료

링크번호	초기통행시간	용량
1	3	5
2	4	5
3	4	4
4	4	4
5	3	5
6	2	5
7	4	5
8	4	4

<표 2> 참 기종점 통행량(True OD trips)

기점노드	종점노드	통행수요
1	5	15
2	4	12

<표 3> 참 OD통행량으로 확률적 통행배정한 결과

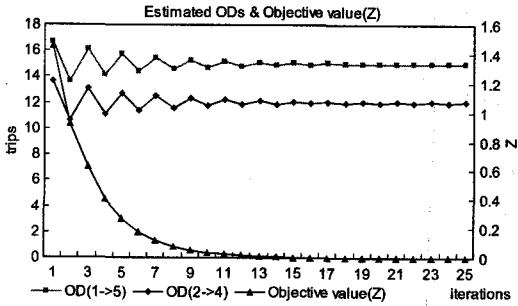
링크번호	배정된 교통량	비고
1	9.717720	관측링크
2	5.282279	
3	7.647430	
4	4.352570	
5	8.448215	
6	8.916935	
7	9.492586	
8	7.762091	관측링크

2. 분석결과

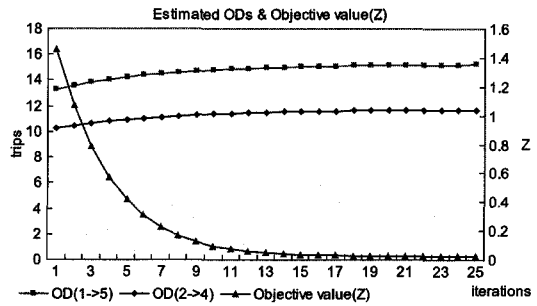
1) 모형의 수렴성

<그림 2>는 본 연구에서 제안된 추정모형을 이용하여 추정된 각 기종점쌍별 통행량과 목적함수값을 보여주고 있다. 반복횟수가 커짐에 따라 두 모형 모두 초기 OD통행량 13과 10에서 15와 12로 각각 수렴하고 있으며 목적함수값도 0으로 수렴하고 있음을 알 수 있다. 이런 결과는 본 연구에서 개발된 모형들이 참OD통행량 값을 추정하고 있으며, 이때 관측링크 교통량과 동일한 링크 교통량을 모형에서 산출하고 있음을 의미한다.

<그림 3>은 관측링크를 2개, 4개 그리고 6개로 증가시키는 경우, gradient모형과 동적과정 모형의 목적함수(Z)값의 변화를 보여주고 있다. 모든 경우에, 목적함수값이 0에 도달하여 수렴하고 있음을 알 수 있다. 그러나 두개의 모형은 수렴과정에 약간의 차이가 있다. gradient 모형의 경우 관측링크수가 많아지면 목적함수에 포함되는 통행량이 커져 목적함수값이 높은 점에

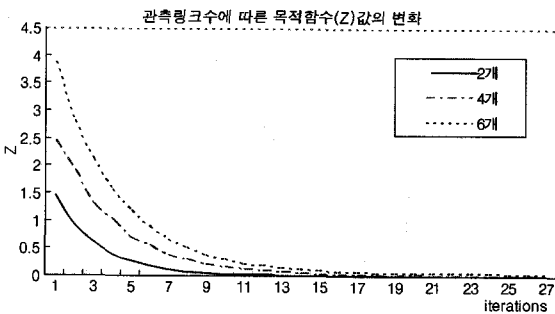


(a) gradient 모형

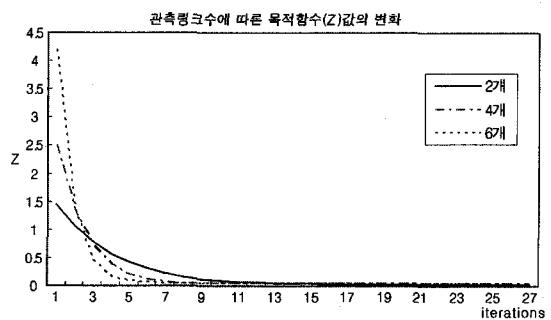


(b) 동적과정 모형

〈그림 2〉 추정된 OD통행량과 목적함수값의 변화



(a) gradient 모형



(b) 동적과정 모형

〈그림 3〉 관측링크수에 따른 목적함수값의 수렴과정

위치하게 되며, 모형에서 산출된 링크 통행량과 관측통행량을 더 많이 일치시켜야 하기 때문에 그림에서 보듯이 수렴속도는 떨어지게 된다. 이에 반해, 동적과정 모형은 관측 링크수가 많을수록 F_w 값이 좀 더 빨리 0으로 수렴하기 때문에 그림과 같은 수렴 패턴을 보이고 있다. 그러나 여기서 주의해야할 점은 〈그림 3〉의 (a)와 (b)는 단순히 각 모형들이 수렴하는 과정을 보여줄 뿐 두 모형의 수렴속도차이를 나타내지는 않는다는 것이다. 두 모형의 수렴속도를 비교하기 위해서는 좀 더 큰 실제 교통망을 대상으로 모형을 평가해야 하나 이것은 본 연구의 범위를 넘어서기 때문에 향후 과제로 남겨둔다.

2) OD통행량 추정결과 및 관측오차(MAE) 비교

〈표 4〉는 2개의 관측 링크(링크1, 링크8)에 대하여 오차가 있는 경우, 수렴시 결과로 산출된 각 기종점간의 통행량을 보여주고 있다. 즉, 관측링크에 오차가 없는 경우와 2% 그리고 5%의 관측 오차가 존재하는 경우에 대하여 각 모형에서 추정된 OD 통행량과 실제 참OD 통행량값을 비교하였으며, 이들 간의 통계적 추

정치는 다음과 같은 relative Mean Absolute Error (MAE)를 사용하였다.

$$MAE(\%) = \left(\sum_{w \in W} |T_w - T_w^*| / \sum_{w \in W} T_w^* \right) \times 100$$

여기서, T_w 와 T_w^* 는 추정 OD통행량과 실제 참OD 통행량이다.

표에서 보듯이 대부분 참OD 통행량에 근접한 추정치를 산출하고 있으며, 링크의 관측오차가 커짐에 따라 참OD통행량과 차이가 커짐을 알 수 있다. 이는 당연한 결과로 관측 링크에 대한 교통량 조사시, 관측오차가 커지면 참OD 통행량을 제대로 추정할 수 없음을 의미한다. 모형별로는 결과에 서로 약간의 차이가 있는데, 전체적으로 gradient 모형이 동적과정 모형보다 좋은 결과를 나타내고 있다. 즉, gradient 모형의 추정결과가 참OD 통행량에 더 근접함을 알 수 있다. 이는 〈표 5〉를 통해서도 확인할 수 있는데, 표에서 보듯이 gradient모형의 MAE(%)값이 동적과정 모형보다 작게 나타나고 있으며 목적함수의 값도 더 작은 값을 보이고 있다. 따라서, 본 연구에서 개발된 두개의 모형중

gradient모형이 좀 더 정확한 해를 도출하고 있음을 알 수 있다.

〈표 4〉 OD통행량 추정결과 비교

모형	관측 링크교통량 오차	OD쌍1 (1→5)		OD쌍2 (2→4)	
		참 OD 통행량	추정 OD 통행량	참 OD 통행량	추정 OD 통행량
gradient 모형	0%	15	14.9685	12	12.0163
	2%	15	15.2531	12	12.3076
	5%	15	15.6837	12	12.7455
동적과정 모형	0%	15	15.2567	12	11.7359
	2%	15	15.5788	12	11.9837
	5%	15	16.0652	12	12.3578

〈표 5〉 관측 링크의 오차를 고려한 추정력 비교

모형	관측 링크교통량 오차	MAE(%)	목적함수값(Z)
gradient 모형	0%	0.1772	0.000263
	2%	2.0770	0.001594
	5%	5.2934	0.005733
동적과정 모형	0%	1.9288	0.027247
	2%	2.2041	0.027383
	5%	5.2706	0.027500

3) 기종점쌍이 다수인 경우

기종점쌍을 2개에서 4개로 증가시킨 경우에 대한 결과값의 비교가 〈표 6〉에 나와 있다. 각 기종점쌍은 노드①→노드④, 노드①→노드⑤ 및 노드②→노드④, 노드②→노드⑤이며 각 기종점쌍의 통행수요는 〈표 6〉의 참 OD통행량값이다. 표에서 보듯이 본 연구에서 제시한 모형들이 앞 2.2절(기종점쌍이 2개인 경우)의 분석 결과와는 달리 정확한 기종점 통행량을 찾지 못함을 알 수 있다. 이는 관측교통량을 만족시키는 기종점 통행수요가 다수 존재하기 때문이다. 즉, 기종점쌍의 수가 증가함에 따라 관측 교통량을 만족시킬 수 있는 다수의 경로 통행량이 존재하게 되어 참 OD 통행량을 산출하

〈표 6〉 기종점쌍이 4개인 경우의 추정결과 비교

모형	기종점쌍	참 OD 통행량	추정 OD 통행량	MAE(%)
gradient 모형	①→④	10	10.05097	1.8686
	①→⑤	8	7.55004	
	②→④	10	9.56023	
	②→⑤	7	6.82892	
동적과정 모형	①→④	10	10.11197	2.3221
	①→⑤	8	7.58399	
	②→④	10	10.11197	
	②→⑤	7	6.31999	

지 못하게 되는데, 이는 앞에서 기술한 과소식별 (under-specification)문제에 기인한다. 사실 이런 문제는 관측링크 교통량을 이용하여 OD통행량을 추정하는 모형이 갖는 근원적인 한계라고 할 수 있다. 각 모형의 MAE(%)값을 살펴보면 2.2절과 마찬가지로 gradient 모형이 동적과정 모형보다 좀 더 우수함을 알 수 있다.

4) 민감도 분석

마지막으로 gradient 모형에 대해서 각 링크통행량별 OD통행량에 대한 민감도와 각 OD통행량에 대한 목적함수값의 민감도가 〈표 7〉에 나와 있다. 민감도는 미분개념으로 본 연구의 제시된 OD통행량에 대한 링크통행량의 민감도($\frac{dT_w}{dv_b}$)를 통하여 관측 링크교통량에 변화(오차)가 있을 때 추정 OD통행량이 얼마나 영향을 받는지를 미리 알 수 있다. 표에서 보듯이 첫 번째 OD쌍(노드1→노드5)의 경우 링크1의 통행량변화가 링크2의 변화보다 더 큰 OD통행량의 변화를 유발함을 알 수 있다. 즉, 이것은 OD통행량 추정시 링크1과 링크2에 동일한 관측 오차가 존재한다고 할 때, 링크1에 의한 영향이 더 크게 작용한다는 것을 의미한다. 두 번째 OD쌍에 대해서도 동일한 패턴을 보이고 있다. 한편, 목적함수에 대한 민감도 값은 2개의 OD쌍 모두 0에 가까운 값을 보이고 있어, 수렴에 도달했음을 다시 한번 확인할 수 있다.

〈표 7〉 민감도값의 비교

링크번호	$\frac{dT_1}{dv_b}$	$\frac{dT_2}{dv_b}$
1	0.647872	0.000000
2	0.352128	0.000000
3	0.000000	0.637226
4	0.000000	0.362774
5	0.280759	0.353227
6	0.367114	0.284000
7	0.632886	0.000000
8	0.000000	0.646773
$\frac{dZ}{dT_1}$	0.006209	
$\frac{dZ}{dT_2}$	0.006152	

V. 결론 및 향후과제

본 연구에서는 관측 링크교통량을 이용하여 기종점

(OD) 통행량을 추정하는 두가지 모형을 제시하였으며, 운전자의 경로 선택행위는 로짓(logit)모형으로 표현하였다. 첫 번째 모형은 로짓모형이 갖는 속성을 이용하여 기중점 통행량을 직접 추정하는 gradient모형이며, 두 번째 모형은 동적과정(dynamic process)을 이용하여 통행량을 추정하는 모형이다. 이들 모형들을 몇 가지 측면에서 비교해 보면, 먼저 모형의 구현이라는 측면에서 첫 번째 모형은 목적함수를 평가(evaluation)하는 과정이 필요하기 때문에 이를 구현하기가 복잡한데 비해, 두 번째 모형은 축차적인 과정을 통하여 통행량을 추정하기 때문에 상대적으로 쉽게 해를 구할 수 있는 장점이 있다. 그러나, 개발된 모형들을 예제 교통망을 대상으로 평가해 본 결과, 대체로 gradient 모형이 좀 더 좋은 해를 산출하고 있는데, 이는 모형이 최적화 문제로 구성되었기 때문이다. 또한, gradient 모형에서는 해석적으로 민감도값을 구할 수 있다는 장점이 있다. 따라서, 모형의 구현측면에서는 동적과정 모형이 우수한 반면, 정확한 해를 구한다는 측면에서는 gradient 모형이 더 우수함을 알 수 있다. 그러나, 이런 결과는 단순한 가상 교통망을 대상으로 도출된 결과로, 대규모 교통망이나 다양한 통행수요하에서는 달라 질 수 있을 것으로 보여 이에 대해서는 추가적인 연구가 필요하다.

본 연구는 이론적인 모형을 제시한 내용으로 향후 연구해야 할 분야가 많이 남아 있다. 먼저, 본 연구에서 제시한 모형들을 대규모 현장 교통망에 적용하여 모형의 정확성과 수렴속도 등 그 효용성을 검토하는 연구로 이는 모형의 현실 적용측면에서 매우 중요한 연구로 생각된다. 다음으로는 OD추정문제의 근본적인 한계인 과소식별(under-specification)문제를 완화시킬 수 있는 방법을 찾는 연구로 이에 는 제약조건을 추가하거나 목적함수를 좀 더 일반적인 형태로 표현하면 가능할 것으로 보인다. 하나의 방법으로 다음과 같이 목표OD통행량(\bar{T}_w)과 추정OD통행량을 줄이는 새로운 항을 목적함수내에 포함시킬 수 있다.

$$\min Z(T_w) = \gamma \sum_a (v_a - \bar{v}_a)^2 + (1-\gamma) \sum_w (T_w - \bar{T}_w)^2$$

$$0 \leq \gamma \leq 1$$

이런 경우, 추정되는 OD통행량은 목표OD통행량에 제한을 받기 때문에 다수의 해가 존재하는 경우는 줄어들 것으로 보인다. 그러나, 이 경우, γ 값의 크기에 따라 추정OD통행량이 기존 OD통행량(목표OD통행량)에

종속될 수 있다는 문제점이 있다.

또한, 본 연구에서 제시한 모형들은 통행자 개인의 취향이나 통행목적 등 통행특성 차이나 관측시점의 차이, 관측시의 오차 등을 충분히 모형에 반영하지 못하고 있다. 즉, 관측 링크의 오차를 모형에 반영할 수 있는 새로운 모형식을 개발할 필요가 있다.

이밖에 본 연구에서 개발된 모형을 동적 OD통행량 추정(dynamic OD trip matrix estimation)으로 확장하는 연구도 남아 있다.

참고문헌

1. 김종형, 이승재(2001) 다차중통행배분을 이용한 통행량기반 수요추정기법개발, 대한교통학회지, 제19권 제1호, 대한교통학회, pp.77~88.
2. 백승걸, 김현명, 임용택, 임강원(2000) 링크관측교통량을 이용한 도시부 OD 통행행렬추정, 대한교통학회지, 제18권 제6호, 대한교통학회, pp.89~99.
3. 백승걸, 김현명, 임용택, 임강원(2001) 관측교통량을 이용한 다차중 OD 통행량추정, 대한교통학회지, 제19권 제2호, 대한교통학회, pp.61~72.
4. 백승걸(2001) 유전알고리즘을 이용한 링크관측교통량으로부터의 기중점 통행행렬 추정, 서울대 대학원 박사학위논문.
5. 이승재, 김종형(2000) Gradient방법과 일반화최소자승법을 이용한 관측교통량기반 O/D 추정방법에 관한 비교평가연구, 대한교통학회지, 제18권 제2호, 대한교통학회, pp.41~51.
6. 임용택, 김현명, 백승걸(2000) 유전알고리즘을 이용한 OD 추정모형의 개발과 적용에 관한 연구(서울시 내부순환도로를 대상으로), 대한교통학회지, 제18권 제4호, 대한교통학회, pp.117~126.
7. 임용택(2003) 확률적 로짓 통행배정모형의 해석 알고리즘, 대한교통학회지, 제21권 제2호, 대한교통학회, pp.95~105.
8. 임용택, 김병관 (2005) 기중점 통행량추정모형에서 다수의 해 문제, 대한교통학회 제49회 학술발표회 논문CD.
9. 이현주, 이승재(2004) Conjugate gradient 기법을 이용한 관측교통량기반 기중점 OD행렬 추정모형 개발, 대한교통학회지 제22권 제1호, 대한교통학회, pp.43~61.

10. Akamatsu.T.(1996) Cyclic flows, Markov process and stochastic traffic assignment, *Transportation Research* 30B, pp.369~386.
 11. Bell,M.G.H.(1995) Alternatives to Dial's logit assignment algorithm, *Transportation Research* 29B, pp.287~296.
 12. Bell M. G. H.(1991) The Estimation of Origin-Destination Matrices by Constrained Generalised Least Squares, *Transportation Research* 25B, pp.13~22.
 13. Cascetta E. (1984) Estimation of trip matrices from traffic counts and survey data : generalized least squares estimator, *Transportation. Research* 18B, pp.289~299.
 14. Cascetta E. and Nguyen S. (1988) A unified framework for estimating or updating OD matrices from traffic counts, *Transportation Research* 22B, pp.437~455.
 15. Dial,R.B.(1971) A probabilistic multipath traffic assignment model with which obviates path enumeration, *Transportation Research* 5, pp.83~111.
 16. Fisk C. S. and Boyce D. E. (1983) A note on trip matrix estimation from link traffic counts data, *Transportation Research* 17B, pp.245~250.
 17. Fisk C. S.(1989) Trip Matrix Estimation from Link Traffic counts : The Congested Network Case, *Transportation Research* 23B, pp.331~336.
 18. Jin, W.L.,(2005) The dynamic system of the traffic assignment problem : Part 1. Theory, Working paper UCI-ITS-TS-WP-05-01, ITS, University of California, Irvine.
 19. Maher M. J. (1983) Inference on trip matrices from observations on link volumes : a bayesian statistical approach, *Transportation Research* 17B, pp.435~447.
 20. Maher,M.J.(1998) Algorithms for logit-based stochastic user equilibrium assignment, *Transportation Research* 32B, pp.539~549.
 21. McNeil S. Hendrickson C.(1985). A regression formulation of the matrix estimation problem, *Transportation Science* Vol. 19, pp.278~292.
 22. Nguyen S.(1977) Estimating an OD matrix from network data: A network equilibrium approach, Publication No. 87, Centre de Recherche sur les Transports, Universite de Montreal, Montreal, Quebec.
 23. Nguyen,S(1984) Estimating OD matrices from observed flows, *Transportation planning models*, Elsevier Science Publishers. pp.363~380.
 24. Peeta,S., Yang,T.H. (2003) Stability issues for dynamic traffic assignment, *Automatica* 39, pp.21~34.
 25. Spiess H. (1987) A Maximum likelihood model for estimating OD matrices, *Transportation Research* 21B, pp.395~412.
 26. Spiess,H.(1990) A gradient approach for the O-D matrix adjustment problem, INRO.
 27. Van Zuylen H. J. and Willumsen L. G. (1980) The most likely trip matrix estimated from traffic counts, *Transportation Research* 14B, pp.281~293.
 27. Willumsen, L.G.(1978) Estimation of an O-D matrix from traffic counts - A review, Working paper 99, Institute of Transport Studies, University of Leeds.
 28. Yang H., Iida Y. and T. Sasaki (1992) Estimation of OD Matrix from link traffic counts on congested networks, *Transportation Research* 26B, pp.417~434.
- ♣ 주 작 성 자 : 임용택
 ♣ 교 신 저 자 : 임용택
 ♣ 논문투고일 : 2006. 2. 19
 ♣ 논문심사일 : 2006. 3. 29 (1차)
 2006. 5. 17 (2차)
 2006. 5. 25 (3차)
 ♣ 심사판정일 : 2006. 5. 25
 ♣ 반론접수기한 : 2006. 10. 31