

■ 論 文 ■

출발시간제약이 존재하는 동적 복합교통망의 K최소시간경로탐색

A K Least Time Paths Searching Algorithm for Time Dependent Intermodal Transportation Networks with Departure Time Schedule Constraints

조 종 석

(서울시정개발연구원 도시교통연구부 위촉연구원)

신 성 일

(서울시정개발연구원 도시교통연구부 부연구위원)

문 병 섭

(한국건설기술연구원 도로연구부 선임연구원)

임 강 원

(서울대학교 환경대학원 교수)

목 차

- I. 서론
- II. 이론적 배경
 - 1. 복합교통망의 정적 링크기반 최소시간경로탐색
 - 2. 출발시간제약이 존재하는 복합교통망의 최소시간경로탐색 알고리즘
 - 3. 복합교통망의 동적최소시간경로탐색 알고리즘
 - 4. 전체경로삭제기법에 근거한 K경로탐색알고리즘
- III. 알고리즘의 개발
 - 1. 복합교통망의 표현
 - 2. 출발시간제약을 고려한 최소시간경로탐색알고리즘
- IV. 사례연구
- V. 결론
- 참고문헌

Key Words : 출발시간제약, K경로알고리즘, 통합교통망, 전체경로삭제기법, 최단경로

요 약

출발시간제약이 존재하는 통합교통망의 최소시간경로탐색은 도착수단의 도착시간, 수단간 환승시간, 대기시간 뿐만 아니라, 다음수단의 출발시간을 고려하는 것이 필요하다. 다수의 교통수단이 존재하는 통합교통망에서는 출발시간제약이 포함되는 경우가 매우 일반적인 현상이다. 이는 철도나 항공 등과 같은 대중교통노선들은 일정한 시간에 서비스를 제공하는 노선별 스케줄을 가지고 있기 때문이다. 본 연구에서는 이러한 출발시간제약조건이 존재하는 통합교통망을 통행시간이 시간대에 따라 동적으로 변화하는 상황에서 K개의 경로를 탐색하는 알고리즘을 개발하고자 한다. 그리고, 이러한 알고리즘개발을 위하여 유입링크기반의 전체경로삭제방식을 확대 적용하는 방안을 제안하며, 사례연구를 통하여 알고리즘의 활용성을 검토한다.

An minimum path algorithm for integrated networks with departure time constraints require considering arrival time of arriving mode, transfer time, waiting time, and departure time of next mode. Integrated network with diverse modes commonly include departure time constraints. Because public mode such as train and airplane have fixed service schedule which provide passengers . This study developed the k-path algorithm in integrated network with time varying conditions and departure time constraints. We proposed the extended method based on entire path deletion method, and examined the application of the proposed algorithm through case study.

1. 서론

다수의 교통수단이 존재하는 복합교통망에서 최소의 시간이 소요되는 경로탐색을 위해 출발시간제약(Departure Time Schedule Constraints)을 고려해야 하는 경우는 매우 일반적이다. <그림 1>은 A수단에서 B수단간 환승을 통해 i지점에서 k지점으로 이동하는 경우 출발시간 제약을 고려하는 예를 나타낸 것으로서, j지점에서 B수단으로 환승하기 위해서는 B수단의 출발시간제약이 존재하기 때문에 환승을 위한 이동시간을 고려하여 B수단의 다음 출발시간까지 대기하여 출발하게 된다. <그림 1>의 예로 볼 때 A수단을 이용하여 10:10에 j지점에 도착하였고 이때 환승시간이 25분 소요된다고 하면 10:35분에 B수단의 출발지점에 도착하므로 25분 동안 대기하여 11:00에 B수단을 이용할 수 있게 된다.

이와 같이 출발시간제약이 포함되는 경로탐색은 도착 시간 뿐만 아니라 수단간의 환승시간, 대기시간, 출발시간을 고려하는 것이 필요하다. 출발시간제약을 갖는 최단경로 문제는 Chen & Tang(1997,1998)에 의해 정적 최소시간경로탐색알고리즘을 기반으로 처음 소개되어졌으며, 장인성(2000)은 환승지점에서 수단간에 발생하는 환승에 대한 고려가 용이하도록 링크기반 최소시간경로알고리즘을 제안하였다. 출발시간제약은 어떤 노드에서 통행이 특정 시간대에서만 가능함을 나타내기 위해 제안된 시간창제약조건(Time Window: Desrochers & Soumis, 1988; Solomon, 1987; Sancho, 1994; Desaulniers & Villeneuve, 2000)을 보다 일반화 하여 나타낸 것으로서 복합교통망에 특히 현실적인 제약조건이라고 할 수 있다.

본 연구에서는 출발시간제약조건이 존재하는 복합교통망이 동적으로 변화하는 상황에서 다수의 K개의 경로를 탐색하는 알고리즘을 제안한다. 이를 위해 기존의 정적 단일수단교통망에서 K개의 경로탐색을 위해 제안된 유입링크기반의 전체경로삭제방식(Avezedo et al,

1993; 신성일, 2004)을 동적 복합교통망에 적용 가능한 알고리즘으로 확대 적용하는 방안을 제안한다.

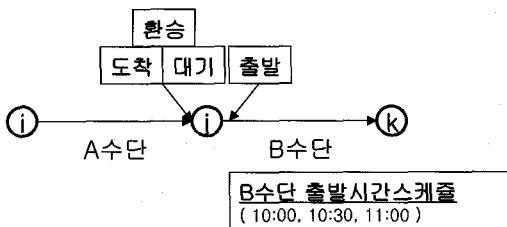
본 연구에서 적용되는 표식은 다음과 같다.

- L : 링크집합
- V : 노드집합
- Ξ : 통행수단집합
- Δ : 시간집합
- r, s : 노드, r 은 출발지, s 는 도착지 노드
- a, b : 링크
- n, m : 통행수단
- $\Gamma_r^+(\Gamma_r^-)$: 노드 r 이 시작(도착)노드인 링크 집합
- $\Gamma_a^+(\Gamma_a^-)$: 링크 a 의 시작노드(도착노드)가 도착노드(시작노드)인 링크집합
- T_{ab}^{mn} : 수단 m 으로 링크 a 까지 주행 후 링크 b 를 수단 n 으로 환승 시 환승시간
- W_{ab}^{mn} : 수단 m 으로 링크 a 까지 주행 후 링크 b 를 수단 n 으로 환승 시 대기시간.
- C_b^m : 링크 b 를 수단 m 으로 주행시간.
- $D_b^m(i)$: 링크 b 를 출발하는 수단 m 의 i 번째 제출발시간.

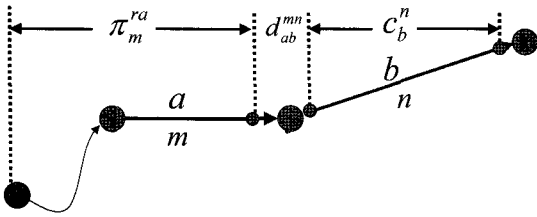
II. 이론적 배경

1. 복합교통망의 정적 링크기반 최소시간경로탐색

복합교통망에서 수단간 환승의 경우 환승시간을 고려해야 하며 이 경우 노드기반으로 최소시간경로를 탐색하는 경우 Bellman(1957)의 최적원리(Principle of optimality)가 위배될 가능성이 존재한다(장인성, 2000). 링크기반 최소시간경로탐색알고리즘은 노드기반방식의 단점을 보완해주는 것으로 네트워크의 변형없이 복합교통망에서의 최소시간경로의 발견이 가능하다. 식(1)는 복합교통망에서 정적 링크기반 최소시간경로탐색알고리즘의 최적식을 나타낸 것으로 환승지점에서 두 수단(m, n)을 이용하여 두 링크(a, b)를 각각 주행하기 위해 필요한 환승시간(d_{ab}^{mn})을 포함한다. <그림 2>는 식(1)의 개념을 도식화하여 표현한 것으로 출발지 r 에서 링크 b 까지 수단 n 을 이용하여 통행하는 상황을 나타낸 것이다.



<그림 1> 복합교통망에서 수단환승과 출발시간제약



〈그림 2〉 복합교통망의 정적최적경로탐색

$$\pi_n^{rb} = \min \{ \pi_m^{ra} + d_{ab}^{mn} + c_b^n \mid \forall a \in \Gamma_b^-, \forall m \in \Xi, \forall b \in L / \Gamma_r^+, \forall n \in \Xi; r \in V \} \quad (1)$$

$$\pi_m^{re} = c_m^e, \forall e \in \Gamma_r^+, \forall m \in \Xi$$

이 경우 π_n^{rb} 는 출발지 r 에서 링크 b 의 도착노드까지 수단 n 으로 도착한 최소통행시간이 된다.

2. 출발시간제약이 존재하는 복합교통망의 최소시간 경로탐색알고리즘

Chen & Tang(1987,1988)은 출발시간제약이 반영된 최단경로를 탐색하기 위해 노드기반의 Dijkstra (1959) 알고리즘을 활용한 최소통행시간(MTT: Minimum Total Time)방식을 최초로 제안하였다. 장인성(2000)은 복합교통망 네트워크의 노드기반에서 수단별로 다른 환승 시간과 서비스시간 스케줄을 고려하지 못하는 단점을 극복하기 위하여 링크기반 알고리즘을 제안하였다. 식(2)와 〈그림 3〉은 링크기반 최소시간경로탐색알고리즘의 최적식과 개념을 표현한 것으로 수단 (m, n) 간의 환승시 하차수단 m 과 승차하려는 수단 n 의 환승이동시간(T_{ab}^{mn}), 수단 n 의 다음출발시간($D_b^n(i)$)까지의 대기시간(W_{ab}^{mn})을 최소시간경로탐색을 위해 추가적인 변수로 고려하게 된다.

$$\pi_n^{rb} = \min \{ \pi_m^{ra} + T_{ab}^{mn} + W_{ab}^{mn} + c_b^n \mid \forall a \in \Gamma_b^-, \forall m \in \Xi, \forall b \in L / \Gamma_r^+, \forall n \in \Xi; r \in V \} \quad (2)$$

$$\pi_m^{re} = c_m^e, \forall e \in \Gamma_r^+, \forall m \in \Xi$$

s.t.

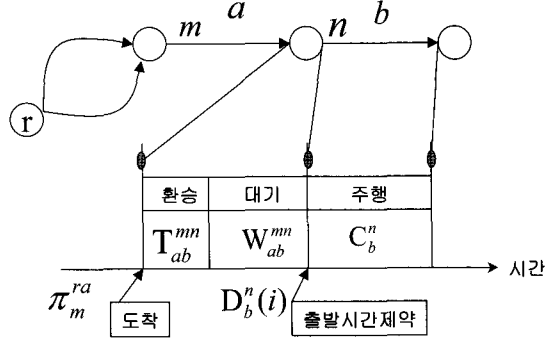
$$W_{ab}^{mn} = D_b^n(i) - \pi_m^{ra} - T_{ab}^{mn}$$

$$\pi_M^{ra} + T_{ab}^{mn} \leq D_b^n(i)$$

$$D_b^n(i-1) < \pi_M^{ra} + T_{ab}^{mn}$$

$$i = 1, 2, \dots, I$$

이 경우 π_n^{rb} 는 출발지 r 에서 링크 b 의 도착 노드까지의 수단 n 으로 도착한 최적통행시간이다.

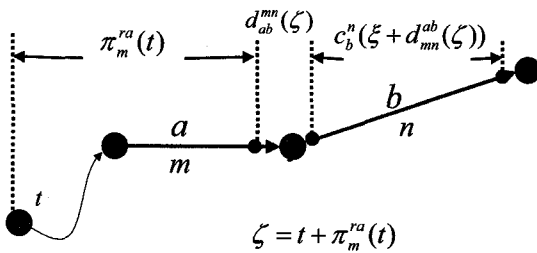


〈그림 3〉 출발시간제약을 고려한 최소시간경로탐색

3. 복합교통망의 동적최소시간경로탐색알고리즘

단일수단의 동적 최적경로탐색알고리즘의 최초의 연구는 Cooke & Halsey(1966)에 의해 시도되었다. 이 둘이 제안한 알고리즘은 모든 출발지점에서 단일 도착지점까지의 동적인 최적통행비용을 계산한다. 그러나 이 알고리즘은 경계시간(T)을 변수로 고려해야 하는 문제 때문에 알고리즘의 해법에 대한 증명과 실제 예제가 제시되지 못했다.

Dreyfus(1969)는 Dijkstra(1959)알고리즘을 일반화하여 표지확정(Label Setting)에 근거한 동적 최적경로탐색방법을 제안하였다. 이 방법은 출발지에서 출발시간을 대상으로 모든 도착지까지 동적인 최적경로트리(Shortest Path Tree)를 구축하여 경로를 탐색한다. Dreyfus(1966)알고리즘의 특징은 수행속도가 정적 최적경로탐색알고리즘과 동일한 $O(V^2)$ 로 유지된다는 것과 통행시간이 연속적(Continuous) 또는 이산적(Discrete) 시간에 적용될 수 있다는 것이다. 그러나 이 알고리즘은 선입선출(First In First Out: FIFO)조건을 고려하지 못함으로써 FIFO조건을 위반하는 경우에 대해서는 최적경로를 보장하지 못한다. FIFO와 관련된 문제를 교통망 변형 또는 최적식에 대한 변수를 추가적으로 적용하여 해결하려는 노력이 Orda & Rom (1990, 1991)과 Kaufman & Smith(1993) 등에 의해서 진행되었으며, Hall(1986) 등에 의하여 확률적 동적 최적경로탐색알고리즘이 제안되었다. 복합교통망에 수단간의 동적 환승 시간과 링크통행을 고려한 최초의 연구는 Ziliaskopoulos & Wardell (2000)에 의해서 제시되었다. 이 연구는 Ziliaskopolulos (1996)가 단일교통망의 정적 최적경로알고리즘에서 제시한 교차로에서 방향별 회전지체를 근거로 복합교통망에서의 동적 최적경로탐색알고리즘을



〈그림 4〉 동적 최소시간경로탐색

로 확대되었다.

식(3)과 〈그림 4〉는 링크표지기반 동적 최소시간경로 탐색을 위한 최적식과 개념을 나타낸 것이다. 기점 r 에서 t 시간에 출발해서 링크 a 의 도착지점까지의 m 수단을 이용해서 통행한 최소시간($\pi_m^{ra}(t)$)과 두 인접링크 a 에서 b 로의 환승통행시간($d_{ab}^{mn}(t + \pi_m^{ra}(t))$)과 링크 b 를 수단 n 을 이용한 통행시간($c_b^n(t + \pi_m^{ra}(t) + d_{ab}^{mn}(t + \pi_m^{ra}(t)))$)을 합산하여 동적 최소시간경로탐색을 위한 최적식으로 구축된다.

$$\pi_n^d(t) = \min \left\{ \pi_m^{ra}(t) + d_{ab}^{mn}(\zeta) + c_b^n(\zeta = d_{ab}^{mn}(\zeta)) \right\} \quad (3)$$

$$\forall b \in L \setminus \Gamma_r^+, \forall t \in T; \zeta = t + \pi_m^{ra}(t); \forall n \in \Xi$$

$$\pi_m^e(t) = c_m^r(t), \forall e \in \Gamma_r^+; r; \forall m \in \Xi$$

이 경우 $\pi^b(t)$ 는 출발지 r 에서 t 시간에 출발하여 링크 b 의 도착노드까지 최소통행시간이다.

4. 전체경로삭제기법에 근거한 K경로탐색알고리즘

출발지와 도착지가 정해진 단일수단교통망에서 순차적으로 K 개의 경로를 탐색하는 전체경로삭제방법(Entire Path Deletion Method: Martins, 1984; Azevedo et al, 1993)에서 Azevedo et al (1993) 알고리즘은 계산상으로 가장 효율성있는 알고리즘으로 알려져 있다.

Azevedo et al (1993) 알고리즘을 크게 3단계 1) 최적경로탐색알고리즘과 2) 네트워크 확장알고리즘과 3) 확장네트워크의 추가된 노드 및 링크표지의 발견으로 구분된다.

단계 1 : 최적경로알고리즘의 수행으로 P_1 의 발견

단계 2 : $k=2$ 부터 K 까지 반복

네트워크 확장알고리즘으로 N 에서 N' 의 구축 N' 에 추가된 노드 및 링크표지확정에 의한 (P_k)의 발견

Azevedo et al (1993) 알고리즘의 개략적 개념은 네트워크 N 을 대상으로 최적경로 P 가 탐색되면 그 P 경로를 네트워크 N 에서 삭제하여 다음의 최적경로를 탐색하는 것이다. 이때 새로운 노드와 링크를 네트워크 N 에 추가하여 구성된 확장된 네트워크 N' 은 경로 P 를 제외한 모든 경로의 탐색이 가능하게 구축된다. N' 을 기본 네트워크로 하여 순차적인(K)개의 경로를 탐색한다는 것은 $\{N_1, N_2, \dots, N_k\}$ 의 순차적인 네트워크를 구축함을 의미하며, 이 경우 j 번째 네트워크 N_j 로부터 j 번째 경로 P_j 가 탐색된다. 이 알고리즘의 특징은 K 개의 경로를 탐색하기 위하여 최적경로알고리즘을 1번 수행하고 N_2 네트워크부터는 추가된 노드와 링크의 표지를 발견하는 것으로 추가적인 최적경로알고리즘의 수행없이 경로삭제알고리즘은 K 1번 수행된다는 것이다.

알고리즘의 수행과정을 나타내기 위한 표식(Notations)으로서 네트워크 N 의 경로 P 는 다음과 같은 노드의 순서로 표현된다. $P = \{v_0, v_1, \dots, v_{m-1}, v_m\}$. 여기서 $v_0 = R$ 는 출발지 $v_m = S$ 은 도착지 노드이며 $m \geq 3$. 어느 노드 u 와 연결된 유입링크(Incoming Links) 집합은 $I(u) = \{(v, u) \in A | v, u \in N\}$ 로 정의한다.

경로 P 를 삭제하여 네트워크 N' 을 생성하기 위하여 Azevedo et al (1993) 알고리즘은 새로운 노드를 추가하고, 이들 노드에서 유입링크를 연결하며, P 의 첫번째 경로를 삭제하는 것이며 네트워크변형 알고리즘의 수행과정은 다음과 같다.

$$\text{단계 1 : } N = NU \{v_1', \dots, v_{m-1}'\}$$

$$\text{단계 2 : } I(v_1') = \{(u, v_1') | (u, v_1) \in I(v_1); u \neq v_0\}$$

$$I(v_j') = \{(u, v_j') | (u, v_j) \in I(v_j); u \neq v_{j-1}\} \cup \{(v_{j-1}', v_j')\},$$

$$\text{for any } j \in \{2, \dots, m-1\}$$

$$\text{단계 3 : } I(v_m) = I(v_m) - \{(v_{m-1}, v_m)\} \cup \{(v_{m-1}', v_m)\}$$

위의 알고리즘은 P 의 마지막 링크를 삭제하고 새로 추가된 노드와 연결된 유입링크를 추가하여 N' 을 생성시키면 N 의 링크 및 노드의 영구표지는 N' 에서 영구표지로 남아있어 N 에서 삭제된 P 의 부분경로(Subpath)가 N' 의 최적경로설정에는 포함된다는 사실에 근거하여 ($K-1$)번의 최적경로알고리즘 수행을 절약할 수 있다.

신성일(2004)는 Azevedo et al (1993) 알고리즘이 루프가 P 에 포함되는 본질적인 탐색구조를 채택하고 있음을 인지하고 링크표지기법을 도입하여 루프를

선별적으로 제어하는 방안을 제시하였는데, 그가 제안한 알고리즘은 경로에 동일한 링크가 포함되지 않도록 링크 비루프 탐색을 위한 방안을 제시하였다. Yang & Chen(2005)은 N루프가 신호등(Traffic Light)제약 조건이 존재하는 네트워크에서 루프가 허용되는 K경로 탐색에 대하여 Avezedo et al(1993)알고리즘을 적용하였다. 링크비루프 탐색을 위한 수정된 알고리즘(신성일, 2004)는 다음과 같다.

단계 1 : N을 기반으로 링크표지확정 최적경로알고리즘의 수행으로 P₁의 발견

단계 2 : k=2부터 K까지 반복

네트워크 확장알고리즘으로 N에서 N'의 구축
N'에 추가된 링크표지 및 노드표지확정에 의한 P_k의 발견

신성일(2004)이 제안한 알고리즘에서 Azevedo et al(1993)과 구별되는 부분은 단계2의 "N'에 추가된 링크표지 및 노드표지확정"으로서 이와 같은 표지확정 과정을 통하여 구축되는 링크 비루프의 탐색알고리즘은 아래와 같다.

N에서 N'으로 추가된 링크표지확정

- L^N : 네트워크 N의 링크집합;
- V^N : 네트워크 N의 노드집합;
- L^{N'} : 네트워크 N'에 추가된 링크집합;
- V^{N'} : 네트워크 N'에 추가된 노드집합;
- L^N ∩ L^{N'} = { }; V^N ∩ V^{N'} = { }
- P_r^a : 출발지 r에서 링크a까지 최적경로.
- P_r^a ⊕ b : P_r^a의 마지막 링크a의 도착노드와 링크b의 출발노드 연결된 경로.
- ψ(b) : 링크 b의 반복이 없는 경로집합.

링크 비루프 링크표지를 확정하는 과정은 다음의 두 경우로 구분된 N에 포함된 링크(a)와 N'에 포함된 링크(b)

$$\pi^{rb} = \min \left\{ \pi^{ra} + d_{ab} + c_b \mid \forall a \in L^N \right\}; \forall b \in L^{N'}; r \in P_R^a \oplus b \in \psi(b)$$

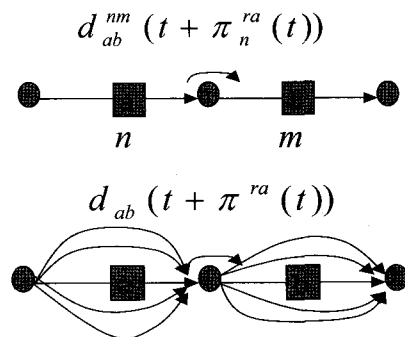
N ∪ N'에 포함된 링크(a)와 N'에 포함된 링크(b)

$$\pi^{rb} = \min \left\{ \pi^{ra} + d_{ab} + c_b \mid \forall a \in L^N \cup L^{N'} \right\}; \forall b \in L^{N'}; r \in P_R^a \oplus b \in \psi(b)$$

III. 알고리즘의 개발

1. 복합교통망의 표현

동일링크를 통행하는 복수수단을 표현하기 위한 본 연구에서 추구하는 방법은 동일링크에 통행하는 모든 수단을 링크로 처리하는 방안이다. 이 방법이 적용되면, 복합교통망에서는 출발노드와 도착노드가 동일하나 링크의 속성이 다른 복수의 링크를 포함하게 된다. 이 방법은 링크의 수가 노선 수에 비례하는 증가되는 단점이 있으나 수단의 특성이 링크로 반영되고 수단간 환승을 고려할 경우 수단 및 노선 특성에 따른 다각도의 분석이 가능하다는 장점이 있다(De Cea & Fernández, 1993). 또한 수단이 링크로 표현되었으므로 기존의 복합교통망에서 활용되고 있는 링크표지 기반 K최적경로 탐색알고리즘(Lee, 2004)을 적용하여 환승에 대한 처리가 용이하다. <그림 5>는 두 인접링크(a, b)를 통행하는 수단(m, n)에서 시간 t + π_n^{ra}(t)에서의 환승시간(d_{ab}^{mn}(t + π_n^{ra}(t)))를 수단링크확장을 통하여 수단이 제외된(d_{ab}(t + π^{ra}(t)))로 단순화하여 고려되고 있음을 나타내고 있다.



<그림 5> 수단(m, n)의 환승시간 반영 및 동일링크에서 수단확장

식(4)는 <그림 5>의 개념을 적용하여 식(1)에서의 동적 최소시간경로 탐색알고리즘의 최적식을 나타낸 것

이다. 기점 r 을 t 시간에 출발해서 링크 b 까지 도착하기 위하여 링크 a 에 동적최적경로비용과 링크 a 에서 b 로 회전에 따른 환승시간과 링크 b 의 통행시간까지 합산하여 동적 최적식을 구축한다.

L^{\pm} : 수단 링크기법에 의해 구축된 교통망의 링크집합

V^{\pm} : 수단 링크기법에 의해 구축된 교통망의 노드집합

$\Gamma_a^{\pm}(\Gamma_r^{\pm})$: 링크 a 의 도착노드(출발노드)가 시작노드(도착노드)인 링크집합

$\Gamma_r^{\pm}(\Gamma_r^{\pm})$: 출발지 r 이 시작노드(도착노드)인 링크집합

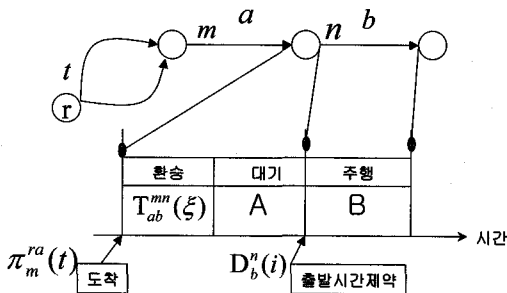
$$\pi^{rb}(t) = \min \left\{ \begin{array}{l} \pi^{ra}(t) + d_{ab}(\xi) + \\ c_b(\xi + d_{ab}(\xi)) \end{array} \right\} \quad \forall a \in \Gamma_b^{\pm} \quad (4)$$

$\forall b \in L^{\pm} \setminus \Gamma_r^{\pm}; t; \xi = t + \pi^{ra}(t); r$
 $\pi^{re}(t) = c_e(t), \forall e \in \Gamma_r^{\pm}; t; r$

이 경우 $\pi^{rb}(t)$ 는 출발지 r 에서 t 시간에 출발하여 링크 b 의 도착노드까지 최소통행시간이다.

2. 출발시간제약을 고려한 동적최소시간경로 탐색알고리즘

복합교통망에서 환승을 통해서 타 수단으로 전환하는 경우 다음 수단의 다음 출발시간까지 수단의 도착시간, 환승시간, 대기시간을 고려하여 최적경로를 탐색한다. <그림 6>은 이러한 과정을 도식화하여 설명한 것으로, 링



$$A = W_{ab}^{mn}(\xi + T_{ab}^{mn}(\xi))$$

$$B = C_b^n(\xi + T_{ab}^{mn}(\xi)) + W_{ab}^{mn}(\xi + T_{ab}^{mn}(\xi))$$

$$\xi = t + \pi_m^{ra}(t)$$

<그림 6> 알고리즘의 개념

크 a 와 링크 b 가 만나는 환승지점에서 수단 n 에서 수단 m 으로 환승하는 경우를 나타낸다. 수단 n 으로 링크 a 에 도착시간을 A_r^n , 수단 m 으로의 환승시간 T_{ab}^{mn} , 대기시간 W_{ab}^{mn} 을 정의하면 세가지 변수를 적용하여 다 수단이 존재하는 다수의 최적경로를 탐색하는 최적식(Optimality Equation)은 식(5)와 같다.

최적식(5)는 링크 a 를 주행하던 수단 m 이 링크 b 에서 수단 n 으로 환승하는 경우 도착시간, 환승시간, 대기시간을 고려하여 최소의 통행시간경로를 산정하는 것을 나타낸다. 최적식(5)이하의 제약조건은 도착 수단 m 이 n 으로의 환승과 대기는 가장 빠른 출발시간 스케줄 이전에 이루어져야 함을 나타낸다.

$$\pi_n^{rb}(t) = \min \left\{ \begin{array}{l} \Pi_m^{ra}(t) + T_{ab}^{mn}(\xi) + W_{ab}^{mn}(\xi + T_{ab}(\xi)) \\ + c_b^n(\xi + T_{ab}^{mn}(\xi) + W_{ab}^{mn}(\xi + T_{ab}(\xi))) \end{array} \right\} \quad (5)$$

$\forall a \in \Gamma_b^-; \forall m$
 $\forall b \in L \setminus \Gamma_r^+; \forall n; t, r, \xi + t + \pi_m^{ra}(t)$
 $\pi_n^{re}(t) = c_n^e(t), \forall e \in \Gamma_r^+; \forall n; t; r$

subject to

$$W_{ab}^{mn}(\xi + T_{ab}^{mn}(\xi)) = D_b^n(i) - \pi_m^{ra}(t) - T_{ab}^{mn}(\xi)$$

$$\pi_m^{ra}(t) + T_{ab}^{mn}(\xi) \leq D_b^n(i)$$

$$D_b^n(i-1) < \pi_m^{ra}(t) + T_{ab}^{mn}(\xi)$$

$i = 1, 2, A, I$

최적식(5)에서는 모든 수단을 고려해야 하므로 수단을 나타내는 첨자 m 과 n 이 나타나 있다. 본 연구에서는 링크를 통과하는 모든 교통수단을 링크처럼 활용하기 위하여 링크확장방법을 적용한다. 이 방법은 3장1절에서 설명했듯이 각각의 수단이 링크처럼 활용되기 때문에 경로알고리즘을 구성하는 최적식에 수단을 나타내는 첨자 m 과 n 의 생략이 가능하므로, 기존에 일반적으로 제시된 단일수단의 다수경로알고리즘의 활용이 가능하다. 식(6)는 링크확장개념에 의하여 수단이 생략된 최적식을 의미한다.

식(6)에서 동일링크에서 복수의 수단이 확장된 복합교통망을 표현하기 위하여 기존의 단일링크에 존재하는 모든 수단이 링크처럼 처리되므로 이에 대한 고려가 필요하다. 확장네트워크에서 집합에 대한 표식을 재정의하면 다음과 같다.

L^{\pm} : 링크확장네트워크에서의 링크집합

V^{Ξ} : 링크확장네트워크에서의 노드집합
 $G(L^{\Xi}, V^{\Xi})$: L^{Ξ}, V^{Ξ} 로 구성된 교통망
 $\Gamma_a^{\Xi+}(\Gamma_a^{\Xi-})$: $G(L^{\Xi}, V^{\Xi})$ 에서 a 의 도착(출발노드)가 시작(도착노드)인 링크집합
 $\Gamma_r^{\Xi+}(\Gamma_r^{\Xi-})$: $G(L^{\Xi}, V^{\Xi})$ 에서 출발지 r 이 시작(도착노드)인 링크집합

$$\pi^{rb}(t) = \min \left\{ \begin{array}{l} \pi^{ra}(t) + T_{ab}(\xi) + W_{ab}(\xi + T_{ab}(\xi)) \\ + c_b(\xi + T_{ab}(\xi) + W_{ab}(\xi + T_{ab}(\xi))) \end{array} \right\} \quad (6)$$

$$\forall b \in L \setminus I_r^{\Xi-}; t; r; \xi = t + \pi_m^a(t)$$

subject to

$$\begin{aligned} W_{ab}(\xi + T_{ab}(\xi)) &= D_b(i) - \pi^a(t) - T_{ab}(\xi) \\ \pi^a(t) + T_{ab}(\xi) &\leq D_b(i) \\ D_b(i-1) &< \pi^a(t) + T_{ab}(\xi) \\ i &= 1, 2, A, I \end{aligned}$$

L^{Ξ} : 수단 링크기법에 의해 구축된 교통망의 링크집합
 V^{Ξ} : 수단 링크기법에 의해 구축된 교통망의 노드집합
 $\Gamma_a^{\Xi+}(\Gamma_a^{\Xi-})$: 링크 a 의 도착노드(출발노드)가 시작노드(도착노드)인 링크집합
 $\Gamma_r^{\Xi+}(\Gamma_r^{\Xi-})$: 출발지 r 이 시작노드(도착노드)인 링크집합

최적식(6)의 해를 구하기 위한 전체경로사제기법을 고려한 알고리즘은 다음과 같다.

- 단계 1 : N 을 기반으로 동적 링크표지확정 최적경로알고리즘의 수행으로 P_1 의 발견
- 단계 2 : $k=2$ 부터 K 까지 반복
 네트워크 확장알고리즘으로 N 에서 N' 의 구축
 N' 에 추가된 링크표지 및 노드표지확정에 의한 P_k 의 발견

네트워크 확장알고리즘의 수행 후
 N 에서 N' 으로 추가된 링크표지확정

$L^{\Xi N}$: 네트워크 N 의 링크집합
 $V^{\Xi N}$: 네트워크 N 의 노드집합

$L^{\Xi N'}$: 네트워크 N' 에 추가된 링크집합
 $V^{\Xi N'}$: 네트워크 N' 에 추가된 노드집합
 $L^{\Xi N} \cap L^{\Xi N'}$: $V^{\Xi N} \cap V^{\Xi N'} = \{ \}$
 P_r^a : 출발지 r 에서 링크 a 까지 최적경로
 $P_r^a \oplus b$: P_r^a 의 마지막 링크 a 의 도착노드와 링크 b 의 출발노드 연결된 경로
 $\Psi(b)$: 링크 b 의 반복이 없는 경로집합

동적 링크표지를 출발시간제약조건을 고려하여 갱신하는 과정을 다음과 같다.

• N 에 포함된 링크(a)와 N' 에 포함된 링크(b)

$$\pi^{rb}(t) = \min \left\{ \begin{array}{l} \pi^{ra}(t) + T_{ab}(\xi) + W_{ab}(\xi + T_{ab}(\xi)) \\ + c_b(\xi + T_{ab}(\xi) + W_{ab}(\xi + T_{ab}(\xi))) \end{array} \right\}$$

$$\forall a \in I^{\Xi N}; P_r^a \oplus b \in \Psi(b)$$

$$\forall b \in L^{\Xi N'}; t; r; \xi = t + \pi^a(t)$$

subject to

$$\begin{aligned} W_{ab}(\xi + T_{ab}(\xi)) &= D_b(i) - \pi^a(t) - T_{ab}(\xi) \\ \pi^a(t) + T_{ab}(\xi) &\leq D_b(i) \\ D_b(i-1) &< \pi^a(t) + T_{ab}(\xi) \end{aligned}$$

• $N \cup N'$ 에 포함된 링크(a)와 N' 에 포함된 링크(b)

$$\pi^{rb}(t) = \min \left\{ \begin{array}{l} \pi^{ra}(t) + T_{ab}(\xi) + W_{ab}(\xi + T_{ab}(\xi)) \\ + c_b(\xi + T_{ab}(\xi) + W_{ab}(\xi + T_{ab}(\xi))) \end{array} \right\}$$

$$\forall b \in L^{\Xi N} \cup L^{\Xi N'}; P_r^a \oplus b \in \Psi(b)$$

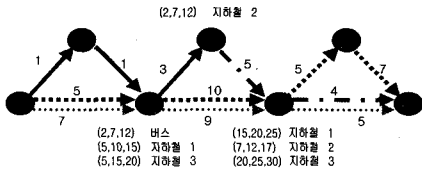
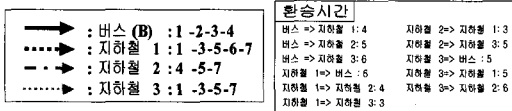
$$\forall b \in L^{\Xi N'}; t; r; \xi = t + \pi^a(t)$$

subject to

$$\begin{aligned} W_{ab}(\xi + T_{ab}(\xi)) &= D_b(i) - \pi^a(t) - T_{ab}(\xi) \\ \pi^a(t) + T_{ab}(\xi) &\leq D_b(i) \\ D_b(i-1) &< \pi^a(t) + T_{ab}(\xi) \end{aligned}$$

N. 사례연구

<그림 7>은 사례연구에 적용되는 교통망으로서 7개의 노드와 12개의 링크로 구성되어 있다. 교통망에는 4개의 통행수단(버스, 지하철1, 지하철2, 지하철3)이 복합 대중교통망으로 운행되고 있다. 환승이 발생하는 지점은 3, 4, 5로 이 지점들을 통과하는 수단의 출발시간에 관련된 스케줄이 있다. 예를 들면, 노드3의 하단에 "(2,7,12)버스"란 노드3에서 출발하는 버스의 스케줄은 2t, 7t, 12t로 3번만 서비스됨을 의미한다. 수단간 환승에 필요한 환승시간이 오른쪽 상단에 있다. 예를 들면, "버스⇒지하철1: 4"란 버스에서 지하철1로 환승을 위해



〈그림 7〉 사례연구 네트워크

4t가 소요됨을 의미한다. 링크 상에 수치는 시간간격(t)으로 표시된 통행시간으로 전시간대에 걸쳐서 일정하다고 가정한다. 노드1에서 노드7로 시간0t에 출발한다고 가정할 때 출발지와 도착지를 연결하는 모든 통행경로를 탐색하는 것을 가정하였다. 이때 출발시간제약을 고려하지 않을 때와 출발시간을 고려하는 경우로 구분하여 분석하였다.

〈표 3〉은 출발시간제약을 고려하지 않고 환승시간만 고려한 결과이며, 〈표 4〉는 출발시간제약과 환승시간을 함께 고려한 사례이다. 두 결과를 비교할 때, 〈표 3〉에서 탐색된 경로의 수는 22개로 〈표 4〉에서 탐색된

〈표 3〉 환승시간만 고려한 경로탐색

K경로	여행시간 (t)	노드와 통행수단으로 표현된 경로 (출발지-수단-도착지)
1	19	1-B→2-B→3-B→4-S2→5-S2→7
2	21	1-S3→3-S3→5-S3→7
3	22	1-B→2-B→3-S3→5-S3→7
4	22	1-S1→3-S3→5-S3→7
5	23	1-S1→3-S1→5-S2→7
6	23	1-S1→3-S1→5-S3→7
7	24	1-B→2-B→3-S1→5-S3→7
8	24	1-B→2-B→3-S1→5-S2→7
9	25	1-B→2-B→3-B→4-S2→5-S3→7
10	26	1-S3→3-S3→5-S2→7
11	27	1-B→2-B→3-S3→5-S2→7
12	27	1-S1→3-S3→5-S2→7
13	27	1-S1→3-S1→5-S1→6-S1→7
14	28	1-B→2-B→3-S1→5-S1→6-S1→7
15	28	1-S1→3-B→4-S2→5-S2→7
16	29	1-S3→3-B→4-S2→5-S2→7
17	30	1-S3→3-S1→5-S2→7
18	30	1-B→2-B→3-B→4-S2→5-S1→6-S1→7
19	33	1-S3→3-S3→5-S1→6-S1→7
20	34	1-S1→3-B→4-S2→5-S3→7
21	34	1-B→2-B→3-S3→5-S1→6-S1→7
22	34	1-S3→3-S1→5-S1→6-S1→7

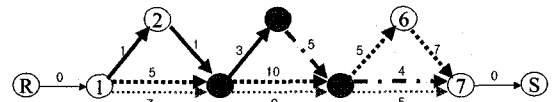
주: B, S1, S2, S3 : 각각 버스, 지하철1, 지하철2, 지하철3.

〈표 4〉 환승시간과 출발시간제약을 고려한 경로탐색

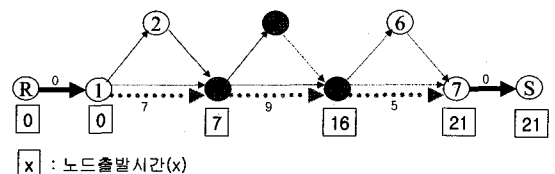
K경로	여행 시간 (t)	노드와 통행수단으로 표현된 경로(출발지-수단-도착지)	비고
1	21	1-S3→3-S3→5-S3→7	21
2	21	1-B→2-B→3-B→4-S2→5-S2→7	14
3	25	1-S1→3-S1→5-S3→7	20
4	27	1-S1→3-S1→5-S1→6-S1→7	27
5	29	1-B→2-B→3-S3→5-S3→7	16
6	29	1-S1→3-S3→5-S3→7	19
7	30	1-B→2-B→3-B→4-S2→5-S3→7	15
8	30	1-B→2-B→3-S1→5-S3→7	17
9	31	1-S1→3-B→4-S2→5-S2→7	17
10	31	1-S3→3-B→4-S2→5-S2→7	19
11	32	1-B→2-B→3-B→4-S2→5-S1→6-S1→7	22
12	32	1-B→2-B→3-S1→5-S1→6-S1→7	24
13	37	1-S3→3-S3→5-S1→6-S1→7	28
14	37	1-S3→3-S1→5-S1→6-S1→7	29
15	40	1-S1→3-B→4-S2→5-S3→7	18
16	45	1-B→2-B→3-S3→5-S1→6-S1→7	23

경로의 수 16개 보다 많이 발견된 것으로 나타났는데, 이유는 출발시간제약조건 때문에 환승지점에서 수단의 스케줄에 포함되지 않는 경로는 제외되기 때문이다. 또한 동일한 수단으로 통행하는 경우 (S1, S3) 환승시간과 출발시간제약을 고려할 필요가 없으므로 여행시간이 〈표 3〉과 〈표 4〉의 결과가 동일하다.

〈표 4〉의 결과에 2개의 경로 탐색에 대하여 본 연구에서 제안하는 동적 알고리즘을 간단하게 도식화하여 설명한 것은 〈그림 8〉~〈그림 11〉과 같다. 〈그림 8〉은 가상의 출발노드R과 도착노드S를 출발노드1과 도착노드7에 연결하여 네트워크(N)를 초기화한 것이며, R에서의 출발시간이 정해지면 출발지와 도착지 시간 환승과 출발시간제약을 고려한 동적 최소시간경로탐색 알고리즘을 수행하여 첫 번째 경로를 발견한다(〈그림 9〉).

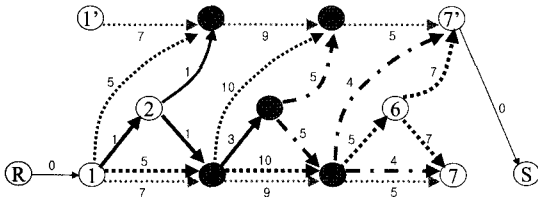


〈그림 8〉 가상 출발지와 도착지를 포함한 네트워크

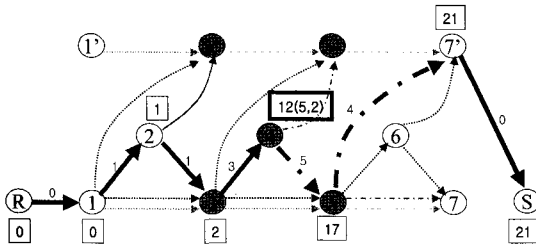


□ x : 노드출발시간(x)

〈그림 9〉 첫번째 경로탐색



〈그림 10〉 첫 번째 네트워크 변형(N')



〈그림 11〉 두 번째 경로의 탐색(표지확정)

발견된 경로는 〈그림 9〉의 R→1-S3→3-S3→5-S3→7→S이다. 〈그림 10〉은 발견된 링크에서 변형된 네트워크(N')을 구축하기 위하여 7→S의 링크를 삭제하고 새롭게 추가된 경로 →1'-S3→3'-S3→5'-S3→7'를 추가하여 Avezedo et al (1993)이 제안한 유입링크기반 네트워크변형 기법을 적용하여 네트워크(N)과 연결한다. 〈그림 11〉은 네트워크(N')에 추가된 링크의 표지를 확정하여 두 번째 경로를 탐색한 것으로 경로는 R→1-B→2-B→3-B→4-S2→5-S2→7→S이다. 이때 환승지점 4에서 환승시간과 출발시간 제약이 고려되어 환승시간 5t와 대기시간 2t를 고려하여 12t에 환승지점을 출발한다.

V. 결론

다수의 교통수단이 존재하는 동적 복합교통망에서 최소의 시간이 소요되는 경로탐색을 위해 출발시간 제약(Departure Time Schedule Constraints)을 고려해야 하는 경우는 매우 일반적이다. 출발시간 제약이 포함되는 경로탐색은 도착시간 뿐만 아니라 수단간의 환승시간, 대기시간, 출발시간을 고려하는 것이 필요하다. 본 연구는 동적 복합교통망에서 출발시간 제약을 고려하여 K개의 최소시간경로를 탐색하는 알고리즘을 제안하였으며, 이를 위해 기존의 정적인 교통망에서 시도되었던 전

체경로삭제기법에서 유입링크기반 네트워크확장기법을 활용한 전체경로삭제기법을 동적네트워크에 적용하였다. 또한, 간단하게 구축된 사례연구를 통하여 알고리즘의 수행성을 검증하였다. 향후 실제 복합교통망을 대상으로 현실 적용성을 보완하는 연구가 추진되어야 할 것이다.

참고문헌

1. 신성일 (2004), 교통망에 적합한 K 비루프 경로 탐색 알고리즘, 대한교통학회지, 제22권 제6호, 대한교통학회, pp.121~131.
2. 장인성 (2000), 서비스시간 제약이 존재하는 도시 부 복합교통망을 위한 링크기반의 최단경로탐색 알고리즘, 대한교통학회지, 제18권 제6호, 대한교통학회, pp.111~121.
3. Bellman R. (1957), Dynamic Programming, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
4. Chen Y. L. and Tang K. (1997), Shortest Paths in Time Schedule Networks, International Journal of Operations and Quantitative Management, 3, pp.157~173.
5. Chen Y. L. and Tang K. (1998), Minimum Time Paths in A Network with Mixed Time Constraints, Computer Ops Res. Vol. 25, No. 10, pp.793~805.
6. Dijkstra E. W. (1959), A Note of Two Problems in Connected with Graphs. Numerical Mathematics. I, pp.269~271.
7. Desaulniers J. and Villeneuve D. (2000), The Shortest Path Problem with Time Windows and Linear Waiting Costs. Transportation Science, pp.312~319.
8. Desrosiers J. and Soumis F. (1988), A Generalized Permanent Labeling Algorithm for the Shortest Path Problem with Time Windows. INFOR, 26, pp.191~211.
9. Lee M. (2004), Transportation Network Models and Algorithms Considering Directional Delay and Prohibition for Intersection Movement, Ph.D. Dissertation, University of Wisconsin

- Madison.
10. Lo H.K., Yip C.W. and Wan K.H. (2003), Modeling Transfer and Non Linear Fare Structure in Multi Modal Network, Transportation Research Part B, pp.149~170.
 11. Martins E.Q.V. (1984), An Algorithm for Ranking Paths that May Contain Cycles, European Journal of Operational Research, Vol. 18, pp.123~130.
 12. Pollack M. (1961), The Kth Best Route Through A Network, Operations Research, Vol. 9, pp.578~580.
 13. Potts R.B. and Oliver R.M.(1972), Flows in Transportation Networks. Academic Press.
 14. Sancho N.G.F. (1994), Shortest Path Problems with Time Windows on Nodes and Arcs, Journal of Mathematical Analysis and Applications, pp.643~648.
 15. Shier R. D. (1979), On Algorithms from Finding the k Shortest Paths in a Network, Networks, Vol. 9, pp.195~214.
 16. Solomon, M. M. (1987), Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problems with Time Window Constraints, Operations Research, 35, pp.254~265.
 17. Tong C.O. and Richardson A.J. (1984), A Computer Model for Finding the Time Dependent Minimum Path in Transit Systems with Fixed Schedules, Journal of Advanced Transportation 18, pp.145~161.
 18. Yang H.H. and Chen Y.L. (2005), Finding K Shortest Looping Paths in A Traffic Light Network, Computer & Operations Research, 32, pp.571~581.
 19. Yen J.Y. (1971), Finding the K shortest Loopless Paths in a Network, Management Science, Vol.17, pp.711~715.

♣ 주 작 성 자 : 조종석

♣ 교 신 저 자 : 신성일

♣ 논문투고일 : 2006. 2. 25

♣ 논문심사일 : 2006. 4. 21 (1차)

2006. 4. 24 (2차)

♣ 심사판정일 : 2006. 4. 24

♣ 반론접수기한 : 2006. 9. 30