■ 論 文 ■

동적과정을 이용한 가변수요 통행배정모형의 알고리듬 개발

A Solution Algorithm for Elastic Demand Traffic Assignment Model Based on Dynamic Process

임 용 택
(전남대학교 교통물류학과 부교수)

김 현 명
(UC,Irvine, Ph.D Candidate)

목 차

Key Words : 통행배정, 동적과정, 사용자 균형, 축차방정식, 가변수요

요 약

통행배정(traffic assignment)은 장래 통행수요를 예측할 뿐 아니라, 교통혼잡을 완화시키는 각종 교통정책들을 사전에 평가하는 도구로 그 활용범위가 넓어지고 있다. 현재 대표적인 통행배정방법은 Wardrop(1952)이 제시한 사용자 균형원리(user equilibrium principle)에 따라 통행자를 교통망에 배정하는 방법으로 동등 수리최소화모형(equivalent mathematical minimization model), 변동부등식(Variational inequality), 비선형상보문제(Nonlinear Complementary Problem), 고정점 모형(fixed point method) 등이 있다. 그런데, 최근 Jin(2005a)은 동적과정(dynamic process)에 기초하여 사용자 균형해를 구할 수 있는 새로운 모형을 제시하였다.

본 연구는 Jin이 제시한 모형에 대한 효과적인 알고리듬을 개발하고 이를 평가하는 데 연구의 목적이 있다. 개발된 알고리듬은 통행배정모형을 풀기 위하여 현재 널리 사용되는 Frank-Wolfe방법보다 쉽게 프로그램화 할 수 있는데, 목적함수를 평가(evaluation)하는 단계가 불필요하며 축차적인 계산과정을 통하여 해를 구하기 때문이다. 제시된 알고리듬을 예제 교통망을 대상으로 분석한 결과, 사용자 균형해(user equilibrium)를 도출함을 확인할 수 있었다.

Traffic assignment has been used both for predicting travel demands and for evaluating the tools for alleviating congestion on road network in advance. Some assignment models have been proposed such as equivalent mathematical minimization method, variational inequality problem, nonlinear complementary problem and fixed point method, in following the principle of Wardrop(1952) that no driver can not improve his travel cost by unilaterally changing his route. Recently Jin(2005a) presented a traffic assignment model based on dynamic process.

This paper proposes a solution algorithm for the model of Jin and assesses the performances. Compared to the Frank-Wolfe method, which has been wildly used for solving the existing assignment models, the proposed algorithm is expected to be more efficient because it does not need to evaluate the objective function. Two numerical examples are used for assessing the algorithm, and they show that the algorithm converges to user equilibrium of Wardrop.

Ⅰ. 서론

통행배정(traffic assignment)은 전통적인 4단계 수요예측모형의 마지막 단계에 속하며, 구간별 통행량을 구하는 모형이다. 현재 대표적인 통행배정방법은 Wardrop(1952)의 사용자 균형원리(user equilibrium principle)를 따라 통행자를 교통망에 배정하는 방법으로 이런 사용자 균형해를 구할 수 있는 여러 모형들이 제시되었다. 가장 널리 사용되는 모형이 Beckmann et al.(1956)이 제안한 동등 수리최소화모형(equivalent mathematical minimization model)인데, 통행비용함수가 대칭 분리된(symmetric separable) 경우만 적용할 수 있다는 한계가 있다. 이를 극복하기 위하여 Smith(1979)는 변동부등식(Variational inequality)을 제시했으며, 이 모형은 모든 형태의 통행비용함수를 수용할 수 있다는 장점이 있다. 이외에 비선형상보문제(Nonlinear Complementary Problem), 고정점 모형(fixed point method) 등이 있다.

이런 통행배정모형들을 풀기 위한 알고리듬 역시 다양한 형태로 제시되고 있는데, 대표적인 방법이 Frank-Wolfe방법이라고 불리는 볼록결합법(convex combination method)이다. 이 방법은 목적함수를 최소화시키는 급강하 방향을 찾는 단계 (steepest descent direction finding)와 최적 이동크기(optimal move size)를 결정하는 단계로 구성되어 있다. 최적방향 탐색은 목적함수를 Taylor series로 1차 전개하여 목적함수를 최소화시키는 방향을 찾고 선형탐색법(line search)으로 최적 이동크기(optimal move size)를 결정한다. 이런 Frank-Wolfe방법에 대해서는 Sheffi(1985)에 자세히 기술되어 있다.

이런 방법외에 시간적으로 변화하는 교통량의 움직임을 이용하여 사용자 균형해를 구하는 연구들도 이루어지고 있는데, 대표적인 방법이 동적과정(dynamic process) 모형이다. 동적과정 모형은 해의 안정성이나 일별 통행량의 변화를 분석하기 위하여 연구되고 있으나, 이를 알고리듬 측면에서 보면 균형해를 구하는 과정과 유사하다. 이와 관련하여 최근 Jin(2005a)은 사용자 균형해를 구할 수 있는 새로운 동적모형을 제시했는데, 이 모형은 앞에서 살펴본 기존 통행배정모형들과 비교할 때 풀이과정에 장점을 갖고 있다.

본 연구는 Jin이 제시한 동적모형에 대한 효과적인 알고리듬을 개발하고 이를 평가하는 데 연구의 목적이 있다. 개발된 알고리듬은 Frank-Wolfe방법보다 더 쉽게 프로그램으로 구현할 수 있으며 목적하는 균형해를 구할 수 있다. 즉, Frank-Wolfe방법에서 필요한 목적함수의 평가(evaluation)가 불필요하여 계산과정을 단순화시킬 수 있으며 축차적인 계산과정을 통하여 해를 구하기 때문이다. 제시된 알고리듬을 평가하기 위하여 두 개의 예제 교통망을 대상으로 분석해 본다.

Ⅱ. 기존연구 검토

1. 동적과정 모형

일반적으로 교통시스템은 여러 가지 요인에 의해 연속된 기간동안 동일한 상태(state)를 유지하지는 않는다. 이러한 사실은 교통시스템의 연속적인 상태들이 동적과정(Dynamic process)으로 움직인다는 것을 의미한다. 최근들어 교통망의 이런 동적 행태에 대한 연구가 늘어나고 있는데, 이는 다수의 균형해와 관련되어 있다. 즉, 약간의 초기값 변동에도 다른 균형에 도달하는 교통망의 특성을 분석하기 위한 것이다.

시스템의 동적행태에 대한 표준적인 접근방법은 균형상태나 안정성(stability)으로의 수렴조건을 찾는 것이다. 이 분야의 선구적인 연구는 Horowitz(1984)로 그는 두 개의 경로를 갖는 예제에서 학습메카니즘(learning mechanism)의 합리적 가정하에서 확률적 사용자균형(Stochastic User Equilibrium)이 안정적이지 않다는 사실을 보여 주었으며, 안정적인 수렴을 위한 조건을 제시하였다. 사실 Horowitz이전에 Smith(1979)는 변동부등식(Variation inequality)을 제시하면서, 균형해를 얻기 위하여 경로 통행시간이 균형통행시간으로 접근하는 과정을 동적과정(dynamic process)으로 표현한 바 있다. 이후 Smith(1984), Ben-Akiva et al.(1986), Vythoulkas(1990), Emmerink et al.(1995) 등에 의해 확정적 과정(Deterministic process)에 관한 연구들이 있었으며, 확률적 과정(Stochastic process)에 대한 연구는 Cascetta(1989), Cantarella et al.(1995)에 의해 제시되었다.

최근 이와 관련하여 Peeta et al.(2003)은 사용자 균형상태로 움직이는 통행자의 동적과정을 다음과 같은 경로전환 모형(route switching model)으로 표현하였다.

$$y_{j\rightarrow i}^{\cdot} = \begin{cases} \alpha(c_j - c_i)y_j & \text{if } c_j - c_i > 0 \\ 0 & \text{if } c_j - c_i \leq 0 \end{cases} \quad (1)$$

여기서, y_i는 경로 j의 상태변수(state variable, 예를 들어 통행량)이며, $y_{j\rightarrow i}$는 경로 j에서 경로 i로 변하는 상태변수량이고 $y_{j\rightarrow i}^{\cdot}$는 미분을 나타낸다. c_j, c_i는 이때 각 경로의 통행시간이며, α는 파라메타이다. 즉, 식(1)은 각 경로의 통행시간의 차이에 따라 상태변수가 변하는 양을 나타내는데, 균형상태가 되면 $y_{j\rightarrow i}^{\cdot} = 0$이 된다. 이런 개념을 토대로 Jin(2005a)은 사용자균형에 도달하는 새로운 동적 모형을 제시했는데, 이는 본 연구에서 개발코자 하는 알고리듬에 대한 기본 모형식으로 이에 대해서는 다음 절에서 자세히 살펴보도록 한다.

2. Jin(2005)의 모형

Jin(2005a)은 FIFO(First In First Out)규칙을 위반(violation)하는 정도를 다음과 같이 함수화시켰는데, 이를 FIFO violation function이라고 하였다[1].

$$J_k^{rs} = q_{rs} f_k^{rs}(c_k^{rs} - v_{rs}) \quad (2)$$

여기서, q_{rs}는 기종점 rs간의 통행수요이며, f_k^{rs}는 기종점 rs간 경로 k의 통행량이고 c_k^{rs}는 기종점 rs간 경로 k의 통행시간을, v_{rs}는 기종점 rs간 평균통행시간을 나타낸다. 따라서, J_k^{rs}는 경로 k의 통행시간과 평균 통행시간과의 차이에 경로통행량 및 통행수요를 곱한 형태임을 알 수 있다. 여기서 평균통행시간(v_{rs})은 다음과 같이 구할 수 있다

$$v_{rs} = \frac{\sum_j f_j^{rs} c_j^{rs}}{q_{rs}} \quad (3)$$

위 식(3)를 식(2)에 넣어 정리하면 다음과 같다.

$$J_k^{rs} = q_{rs} f_k^{rs}(c_k^{rs} - v_{rs}) = f_k^{rs} \sum_j f_j^{rs}(c_k^{rs} - c_j^{rs}) \quad (4)$$

여기서, 각 경로간의 통행시간을 서로 동일한 상태(즉, 안정상태)로 만들기 위하여 각 경로들의 통행량(flow)을 전환시키는 과정은 시간의 변화에 따라 통행량의 변화를 표현하는 동적과정(dynamic process)과 동일하다. 따라서, 이런 동적과정(dynamic process)개념을 도입하면 함수 J_k^{rs}는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$J_k^{rs} = -\dot{f}_k^{rs} = -\frac{\partial f_k^{rs}}{\partial \tau}$$

즉, $-\dot{f}_{k^{rs}} = q_{rs} f_k^{rs}(c_k^{rs} - v_{rs})$ 이다.

여기서, $\dot{f}_{k^{rs}}$는 f_k^{rs}를 시간변수 τ에 대하여 미분한 값이며, 이 식의 의미는 임의의 경로 k의 통행시간(c_k^{rs})이 평균통행시간(v_{rs})보다 크면, 경로 k의 통행량을 감소시키게 된다.

따라서, J_k^{rs}는 식(4)를 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$J_k^{rs} = -\dot{f}_k^{rs} = f_k^{rs} \sum_j f_j^{rs}(c_k^{rs} - c_j^{rs}) \quad (5)$$

여기서 하나 유의할 점은 위 식은 경로간 통행시간이 동일한 균형상태가 되면, $J_k^{rs} = 0$되는 속성을 갖는다. 즉, $J_k^{rs} = 0$으로 만들기 위하여 경로간 통행량을 전환시키는 과정이 시간의 변화에 따른 경로통행량의 변화를 표현하는 동적과정과 동일하기 때문에 이를 이용하여 균형상태의 통행량을 구할 수 있게 된다. 따라서 $J_k^{rs} = 0$인 경로통행량을 찾으면 사용자 균형상태에 도달하게 되는 특징이 있다. 이런 FIFO violation function의 속성에 대해서는 Jin(2005a)에 자세히 증명되어 있다.

Jin은 이와 동일하게 기종점간의 통행수요에 대해서도 다음과 같은 관계를 제시하였다.

$$\dot{q}_{rs} = -q_{rs}\left[\sum_k f_k^{rs} c_k^{rs} - q_{rs} u_{rs}\right] \quad (6)$$

여기서, u_{rs}는 기종점 rs간의 통행시간이다.

Jin(2005b)은 이들 FIFO violation function들을 풀기 위하여, 뉴턴방법(Newton method)과 유한차분법(finite difference method)을 제시하였다.

1) Wen-Long Jin은 자신의 논문에서 UC Irvine의 박사과정 김현명과의 토론과정에서 본 논문의 아이디어를 얻었음을 밝히고 있음.

Ⅲ. 동적과정 모형의 알고리듬 개발

1. 수요함수를 고려한 축차방정식

본 연구에서는 사용자균형 상태의 통행량을 구할 수 있는 Jin(2005a)이 제안한 FIFO violation function을 풀기위한 새로운 알고리듬을 제시하고자 한다. 이 방법은 Jin(2005b)이 제안한 방법들과는 달리 축차적인 과정(recursive process)을 통하여 효과적으로 통행량을 구하는 방법이다. 여기서 제시되는 알고리듬은 기종점간 통행수요의 변화를 고려할 수 있는 가변수요 통행배정법(Elastic demand traffic assignment)으로 가변수요를 고려하기 위하여 지수형태의 명시적인 함수를 도입한다.

앞 절에서 살펴본 Jin(2005a)의 모형을 미분 정의를 이용하여 이산형(discrete)으로 정리하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$f_k^{rs}(\tau+\triangle\tau) = f_k^{rs}(\tau) - \triangle\tau[f_k^{rs}(\tau)\sum_j f_j^{rs}(\tau)(c_k^{rs}-c_j^{rs})] \quad (7)$$

$$q_{rs}(\tau+\triangle\tau) = q_{rs}(\tau) - \triangle\tau q_{rs}(\tau)[\sum_k f_k^{rs}(\tau)c_k^{rs} - q_{rs}(\tau)u_{rs}] \quad (8)$$

여기서, τ는 추상변수(abstract variable)로 동적과정에서는 시간 또는 오늘, 내일 등 시간단위로 해석할 수 있으며, 알고리듬 측면에서는 반복횟수(number of iteration)로 볼 수 있다. 따라서, $\triangle\tau$는 작은 변화량(changes)이다.

가변수요를 고려하기 위하여 본 연구에서는 수요함수가 다음과 같은 지수형함수(exponential function)를 따른다고 가정한다.

$$q_{rs} = \overline{q_{rs}}\exp(-\beta u_{rs}) \quad (9)$$

여기서, $\overline{q_{rs}}$는 잠재 통행수요(potential travel demand)이며, β는 파라메타이다.

위 수요함수에서 기종점간 통행시간함수를 구하기 위하여 변환하면 다음과 같다.

$$\exp(-\beta u_{rs}) = \frac{q_{rs}}{\overline{q_{rs}}}$$

따라서, $$u_{rs} = -\frac{1}{\beta}\log(\frac{q_{rs}}{\overline{q_{rs}}}) \quad (10)$$

식(10)을 식(8)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$q_{rs}(\tau+\triangle\tau) = q_{rs}(\tau) - \triangle\tau q_{rs}(\tau)[\sum_k f_k^{rs}(\tau)c_k^{rs} + \frac{1}{\beta}q_{rs}(\tau)\log(\frac{q_{rs}(\tau)}{\overline{q_{rs}}})] \quad (11)$$

따라서, 식(7)과 식(11)을 이용하여 가변수요 통행배정을 수행할 수 있다. 여기서 하나 유의할 점은 본 연구에서 개발한 모형은 경로(path)를 기반으로 링크교통량을 산출하기 때문에 균형상태의 링크 교통량을 만족시키는 다수의 경로 교통량이 존재한다는 점이다. 즉, 경로 교통량에 대해서는 다수의 해(multiple solutions)가 존재하게 된다. 그러나 이런 경로 교통량으로부터 도출된 링크 교통량은 링크 통행비용함수가 통행량에 비감소(non-decreasing)함수이면 유일한 해가 된다.

2. 풀이 알고리듬

가변수요을 고려한 FIFO violation function을 풀기 위하여 본 연구에서 제시하는 알고리듬을 정리하면 다음과 같다.

〔단계0〕 초기화

기종점 rs간 경로설정 : K_{rs}개

반복수 $n=0$, $m=0$,

잠재통행수요 $\overline{q_{rs}}$, 파라메타 β, $\triangle\tau_f$, $\triangle\tau_q$값 설정

$q_{rs}^m = \overline{q_{rs}}$로 설정

〔단계1〕 사용자균형 통행배정

for each OD pair,

(1.0) 초기 경로통행량$\{f_k^{rs,n}\}$설정 : $f_k^{rs,n} = q_{rs}^m/K_{rs}$

(1.1) 경로통행비용 갱신 $\{c_k^{rs,n}(f_k^{rs,n})\}$

(1.2) 경로통행량 갱신

$$f_k^{rs,n+1} = f_k^{rs,n} - \triangle\tau_f\,[f_k^{rs,n}\sum_j f_j^{rs,n}(c_k^{rs,n} - c_j^{rs,n})]$$

(1.3) 수렴성 검토

만약 $\dfrac{\sum_{k\in K}|f_k^{rs,n+1}-f_k^{rs,n}|}{\sum_{k\in K} f_k^{rs,n}}<\varepsilon$이면 정지 :

균형해 $\{f_k^{rs*},\ c_k^{rs*}\}$

그렇지 않으면, $n=n+1$후 (1.1)로 진행

〔단계2〕 가변수요(elastic demand) 배정

$$q_{rs}^{m+1}=q_{rs}^{m}-\triangle\tau_q q_{rs}^{m}\left[\sum_k f_k^{rs*}c_k^{rs*}+\frac{1}{\beta}q_{rs}^{m}\log\left(\frac{q_{rs}^{m}}{\overline{q}_{rs}}\right)\right]$$

〔단계3〕 수렴성 검토

만약 $\dfrac{\sum_{rs}|q_{rs}^{m+1}-q_{rs}^{m}|}{\sum_{rs}q_{rs}^{m}}<\varepsilon$이면 정지 : 균형해 $\{q_{rs}^*\}$

그렇지 않으면, $n=0$후 〔단계1〕로 진행

위 알고리듬의 특징은 사용자 균형해를 구하기 위하여 현재 널리 사용되고 있는 Frank-Wolfe알고리듬과 달리 목적함수식을 평가(evaluation)하는 과정이 불필요하다는 점이다. 즉, 목적함수를 최소화시키는 급강하 방향을 찾는 단계 (steepest descent direction finding)와 최적 이동크기(optimal move size)를 결정하는 단계가 필요 없다. 경로통행량(f_k^{rs})과 통행수요(q_{rs})가 〔단계1〕의 (1.2)와 〔단계2〕에서 보듯이 축차적인 과정을 통하여 쉽게 구해지는데, 이는 단순한 계산과정을 통하여 해를 구할 수 있음을 의미한다. 단계별 계산과정에 대해서는 Ⅳ.개발 알고리듬의 평가에서 좀 더 구체적으로 설명한다.

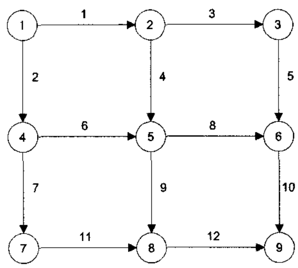
Ⅳ. 개발 알고리듬의 평가

여기서는 본 연구에서 제시된 알고리듬을 평가하기 위하여 2개의 예제 교통망을 대상으로 분석해 본다. 첫 번째 예제 교통망은 기종점이 1개인 경우이며, 두 번째 예제는 다수의 기종점쌍을 갖는 경우에 대해서 살펴본다.

1. 단일 기종점 예제 교통망

1) 교통망의 구성

첫 번째 교통망은 〈그림 1〉에서 보듯이 9개의 노드와 12개의 링크 그리고 6개의 경로로 구성되어 있으며, 1번 노드가 기점이며 9번 노드가 종점인 하나의 기종점쌍을 갖는다. 잠재수요는 $\overline{q}_{rs}=120$이며, $\beta=0.0028$, $\triangle\tau_f=0.0001$, $\triangle\tau=0.00001$로 설정한다. 교통망의 각 링크별 입력자료는 〈표 1〉에 나와 있으며, 각 경로는 〈표 2〉와 같이 구성된다. 또한 각 링크의 통행시간함수는 아래와 같은 BPR식을 이용한다.



〈그림 1〉 단일 기종점을 갖는 예제 교통망

〈표 1〉 예제 교통망의 네트워크 입력자료

링크번호	초기 통행비용(c_{a0})	용량(Q_a)
1	12	35
2	10	35
3	14	20
4	10	35
5	15	20
6	10	35
7	15	20
8	10	35
9	10	35
10	12	35
11	15	20
12	10	35

〈표 2〉 각 경로의 구성

통행경로	경로구성
Path 1	①→②→③→⑥→⑨
Path 2	①→②→⑤→⑥→⑨
Path 3	①→②→⑤→⑧→⑨
Path 4	①→④→⑤→⑥→⑨
Path 5	①→④→⑤→⑧→⑨
Path 6	①→④→⑦→⑧→⑨

링크 통행비용함수 $c_a=c_{a0}\left[1+0.15\left(\dfrac{x_a}{Q_a}\right)^4\right]$

2) 계산과정

본 연구에서 제시한 알고리듬의 계산과정을 〈그림 1〉의 예제교통망을 대상으로 단계별로 기술하면 다음과 같다.

〔단계0〕 초기화

기종점 rs간 경로설정 : $K_{rs}=6$

반복수 $n=0$, $m=0$

$\overline{q_{rs}}=120$, $\beta=0.028$, $\triangle\tau_f=0.0001$,

$\triangle\tau_q=0.00001$ 로 설정

$q^0_{rs}=\overline{q_{rs}}=120$로 설정

〔단계1〕 사용자균형 통행배정

(1.0) 초기 경로통행량$\{f_k^{rs,0}\}$설정

$f_k^{rs,0}=q^0_{rs}/K_{rs}=120/6=20$,

$k=1,2,\ldots,6$

(1.1) 경로통행비용 갱신 : $\{c_k^{rs,0}(f_k^{rs,0})\}$

경로 k	경로 통행량 $f_k^{rs,0}$	경로통행비용 $c_k^{rs,0}(f_k^{rs,0})$
1	20	88.441
2	20	80.209
3	20	75.618
4	20	75.618
5	20	71.027
6	20	80.409

(1.2) 경로통행량 갱신

$$f_k^{rs,1}=f_k^{rs,0}-\triangle\tau_f[f_k^{rs,0}\sum_j f_j^{rs,0}(c_k^{rs,0}-c_j^{rs,0})]$$

경로 k	경로 통행량 $f_k^{rs,0}$	갱신된 경로통행량 $f_k^{rs,1}$
1	20	17.627
2	20	19.603
3	20	20.705
4	20	20.705
5	20	21.806
6	20	19.555

(1.3) 수렴성 검토

① $\dfrac{\sum_{k\in K}|f_k^{rs,1}-f_k^{rs,0}|}{\sum_{k\in K}f_k^{rs,0}}=0.0536>\varepsilon(0.0005)$이므로 반복횟수를 1회 증가시켜, (1.1)로 진행

② 이런 과정을 반복해서 수렴에 도달하면 다음과 같은 균형해를 구하게 됨

경로 k	경로 통행량 f_k^{rs*}	경로통행비용 $c_k^{rs*}(f_k^{rs*})$
1	11.35	80.555
2	22.86	80.555
3	23.77	80.555
4	23.77	80.555
5	24.63	80.555
6	13.63	80.555

〔단계2〕 가변수요(elastic demand) 배정

〔단계1〕의 (1.3)에서 구해진 경로통행량과 경로통행비용을 이용하여 가변수요 산출

$$q^1_{rs}=q^0_{rs}-\triangle\tau_q q^0_{rs}[\sum_k f_k^{rs*}c_k^{rs*}+\frac{1}{\beta}q^0_{rs}\log(\frac{q^0_{rs}}{\overline{q_{rs}}})]$$

$=108.40$

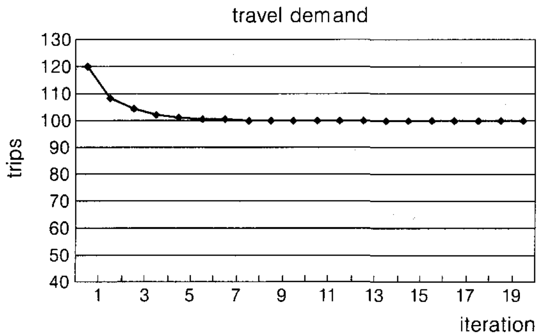
〔단계3〕 수렴성 검토

① $\dfrac{\sum_{rs}|q^1_{rs}-q^0_{rs}|}{\sum_{rs}q^0_{rs}}=0.0966>\varepsilon(0.0001)$이므로 $n=0$후 〔단계1〕로 진행

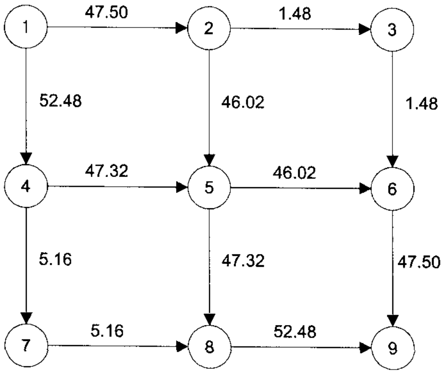
② 이런 과정을 반복해서 수렴에 도달하면 균형해 $q^*_{rs}=99.98$이 구해짐

3) 분석결과

먼저, 〈그림 2〉는 반복횟수에 따른 기종점간 통행수요(travel demand)의 변화를 보여주고 있다. 초기 잠재수요 120(trips)에서 기종점간 통행시간이 변함에 따라 점차 감소하여 반복수 15회정도에 99.98의 통행량으로 수렴하고 있다. 〈그림 3〉은 통행수요가 안정된 상태(수렴상태)에서의 각 링크별 배정된 통행량을 보여주고 있다. 이때 6개의 각 경로별 통행량과 경로 통행시간이 〈표 3〉에 나와 있다. 표에서 보듯이 각 경로들의 통행시간이 서로 일치하여, 사용자가 이용한 모든 경로의 통행시간이 동일한 Wardorp의 사용자 균형상태에 도달했음을 알 수 있다. 이런 균형상태는 〈그림 4〉를 통해서도 확인할 수 있는데, 제Ⅱ장 2절에서 기술했던 바와 같이 FIFO violation function(J_k^{rs})의 속성상 균형상태에 도달하면 J_k^{rs}함수의 값이 모두 0으로 수렴하게 된다. 그



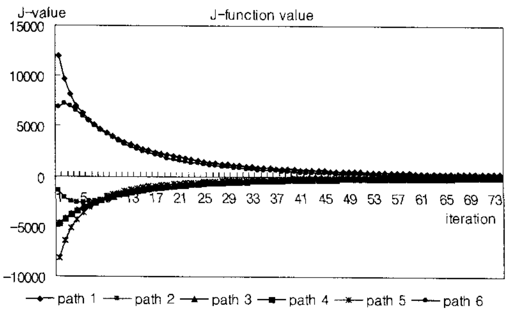
〈그림 2〉 반복수에 따른 통행수요의 변화



〈그림 3〉 배정된 링크 통행량

〈표 3〉 배정된 경로 통행량 및 경로 통행시간

경로	경로 통행량	경로 통행시간
path 1	1.48	65.216
path 2	22.68	65.183
path 3	23.34	65.184
path 4	23.34	65.184
path 5	23.98	65.184
path 6	5.16	65.181



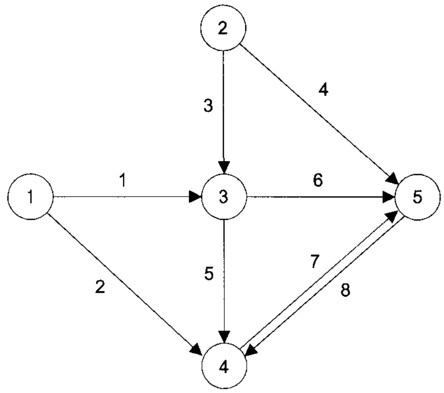
〈그림 4〉 반복수에 따른 목적함수 FIFO violation function값의 변화

림에서 보듯이 반복횟수가 증가함에 따라 각 경로의 J_k^{rs} 함수값이 모두 0으로 수렴하여 사용자 균형상태에 도달했음을 나타낸다. 이런 결과로 볼 때, 본 연구에서 제시한 알고리듬이 기대했던 대로 사용자 균형상태의 해를 도출하고 있음을 알 수 있다.

2. 다수의 기종점 예제 교통망

1) 교통망의 구성

두 번째 예제는 4개의 기종점쌍으로 이루어진 〈그림 5〉와 같은 교통망으로 5개의 노드와 8개의 링크로 구성되어 있다. 각 기종점쌍에 대한 내역과 잠재수요는 〈표 4〉에 있으며, 각 기종점은 각기 3개의 경로로 이루어져 있다. 교통망을 이루는 각 링크에 대한 속성자료는 〈표 5〉에 나와 있으며, 링크의 통행시간함수는 앞 예제와 동일한 BPR식을 사용한다.



〈그림 5〉 다수의 기종점을 갖는 예제 교통망

〈표 4〉 기종점쌍 및 잠재 통행수요

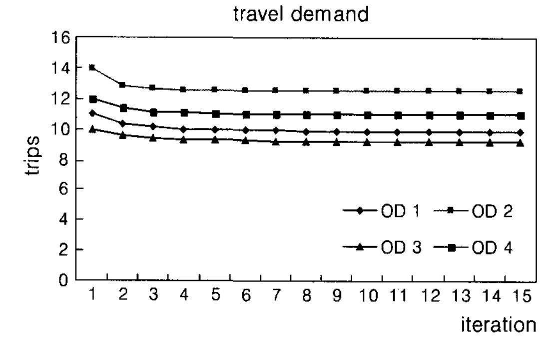
기종점쌍	기점 노드	종점 노드	잠재수요(trips)
1	1	4	11
2	1	5	14
3	2	4	10
4	2	5	12

〈표 5〉 예제 교통망의 네트워크 입력자료

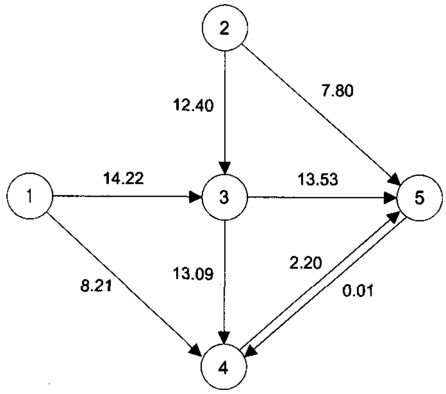
링크번호	초기 통행비용(c_{a0})	용량(Q_a)
1	2	5
2	4	3
3	2	5
4	4	3
5	2	5
6	2	5
7	2	5
8	2	5

2) 분석결과

각 기종점쌍에 대한 통행수요의 변화가 〈그림 6〉에 나타나 있다. 각 기종점간 통행시간이 변함에 따라 통행수요 역시 변하게 되는데, 그림에서 보듯이 최종적으로 각 기종점별 통행수요가 일정한 수렴값(기종점1은 9.90trips, 기종점2는 12.53trips, 기종점3은 9.21trips, 기종점4는 10.99trips)에 도달하고 있음을 알 수 있다. 그리고 최종적으로 배정된 링크 통행량은 〈그림 7〉에 나타나 있으며, 각 기종점쌍에 대하여 경로별 통행량과 통행시간은 〈표 6〉에 나와 있다.



〈그림 6〉 기종점쌍별 통행수요의 변화



〈그림 7〉 배정된 링크 통행량

〈표 6〉 각 기종점쌍별 경로통행량 및 경로통행시간

기종점쌍	경로		경로통행량	경로통행시간
1	1	①→③→⑤→④	0.00	41.674
	2	①→③→④	3.14	37.682
	3	①→④	6.76	37.674
2	1	①→③→⑤	10.54	39.674
	2	①→③→④→⑤	0.54	39.693
	3	①→④→⑤	1.45	39.685
3	1	②→③→④	9.20	29.426
	2	②→③→⑤→④	0.00	33.418
	3	②→⑤→④	0.00	33.412
4	1	②→③→④→⑤	0.21	31.437
	2	②→③→⑤	2.98	31.418
	3	②→⑤	7.80	31.412

먼저, 경로 통행시간을 살펴보면, 기종점쌍 2의 경우 사용된 3개의 경로 통행시간이 모두 동일하게 나타나 사용자 균형상태에 도달했음을 알 수 있다. 그런데, 기종점쌍 1의 경우, 경로2와 경로3의 통행시간을 동일하나, 경로1의 통행시간은 더 크게 나타나 있다. 이는 경로1에 통행량이 배정되지 않았기 때문인데, 이는 사용되지 않은 경로의 통행시간이 사용된 경로의 통행시간보다 크다는 Wardorp의 원리와 일치한다. 따라서, 기종점쌍1의 경우도 사용자 균형상태에 도달했음을 알 수 있다. 이런 현상은 기종점쌍 3에서도 나타난다. 따라서 모든 기종점쌍에 대해서 본 연구에서 제시한 알고리듬이 사용자 균형해를 도출하고 있음을 확인할 수 있다.

V. 결론 및 향후과제

본 연구에서는 Jin(2005)이 제시한 모형에 기반을 두고, 기종점간 통행시간에 따라 변하는 가변수요와 이를 교통망에 배정하는 통행배정문제를 좀 더 쉽게 구현할 수 있는 알고리듬을 제시하였다. 이 알고리듬의 특징은 기존 통행배정모형을 풀기 위해 대표적으로 사용되는 Frank-Wolfe방법과 비교해 보면, 목적함수가 없기 때문에 최적해를 찾기 위해 목적함수를 평가(evaluation)하는 과정이 없으며, 축차적인 과정을 통하여 해를 찾기 때문에 좀 더 쉽게 프로그램화할 수 있다는 장점이 있다.

개발된 알고리듬을 기점이 하나인 경우와 다수인 경우에 대해서 예제 교통망을 이용하여 평가한 결과, Wardrop(1952)이 제시한 사용자 균형해(user equilibrium)를 도출함을 확인할 수 있었으며, 기종점간 통행시간의 변화에 따른 통행수요의 변화도 모형을 통해 알 수 있었다.

그러나 본 연구에서 제시한 알고리듬의 효율성을 정확히 평가하기 위해서는 대규모 실제 교통망을 대상으로 기존 알고리듬들과 비교·평가해야 하나, 이는 본 연구의 범위에서 벗어나기 때문에 이에 대해서는 향후 연구과제로 남겨둔다. 또한, 본 연구에서 사용된 모형이나 알고리듬은 통행비용이 분리된(separable) 경우에 한정한 것으로 비분리(non-separable) 통행비용함수를 사용하는 경우에는 좀 더 다른 형태의 모형식이 개발되어야 할 것으로 보이며, 이에 대해서도 추후 연구로 남아 있다. 이밖에 다계층 사용자(multiple user classes)문제나 동적통행배정(dynamic traffic assignment)문제로 확장하는 연구도 남아 있다.

[부록] 새로운 통행배정모형

본문에서 기술한 Jin(2005a)의 모형이외에 Wardrop의 균형상태를 나타내는 비선형 상보조건(nonlinear complementary condition)을 이용하여 새로운 통행배정모형을 구성할 수도 있다.

$$f_k^{rs}(c_k^{rs} - c_{rs}) = 0$$

$(c_k^{rs} - c_{rs}) \geq 0$

$f_k^{rs} \geq 0$,

위 상보조건을 이용하여 다음과 같은 새로운 함수 L_k^{rs}을 정의한다.

$$L_k^{rs} = f_k^{rs}(c_k^{rs} - c_{rs}) \quad ①$$

그런데, 함수 L_k^{rs}는 다음과 같은 속성이 있다.

(i) 만약 경로k의 통행시간(c_k^{rs})이 최소통행시간(c_{rs})과 같아지면 $L_k^{rs}=0$ 이다.

(ii) $L_k^{rs}=0$이 되면, $f_k^{rs} \geq 0$이므로 $(c_k^{rs} - c_{rs}) = 0$이 된다.

이런 속성들을 이용하여 $L_k^{rs}=0$이 되는 f_k^{rs}를 구하면, Wardrop의 사용자 균형해를 얻게 된다. 따라서, $L_k^{rs}=0$으로 만드는 f_k^{rs}를 구하는 문제가 된다.

이것을 경로k의 통행시간(c_k^{rs})이 최소통행시간(c_{rs})과 같아지게 만들기 위하여 경로 통행량 f_k^{rs}를 전환시키는 동적과정(dynamic process)개념을 도입하여 표현하면 함수L_k^{rs}는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$L_k^{rs} = -\dot{f}_{k^{rs}} \quad ②$$

여기서, $\dot{f}_{k^{rs}}$는 f_k^{rs}의 미분(derivative)값으로 경로의 통행량이 변하는 방향을 나타낸다. 이식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$-\dot{f}_{k^{rs}} = L_k^{rs} = f_k^{rs}(c_k^{rs} - c_{rs}) \quad ③$$

식③의 의미는 경로k의 통행시간(c_k^{rs})이 최소 경로통행시간(c_{rs}) 보다 크면, 경로k의 통행량(f_k^{rs})을 감소시키며, 반대가 되면 증가시키게 된다.

여기서, $\dot{f}_{k^{rs}} = \frac{f_k^{rs}(\tau+\triangle\tau) - f_k^{rs}(\tau)}{\triangle\tau}$ 이므로 이것을 식③에 대입하여 이산형(discrete)으로 정리하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$f_k^{rs}(\tau+\triangle\tau) = f_k^{rs}(\tau) - \triangle\tau f_k^{rs}(\tau)(c_k^{rs} - c_{rs}) \quad ④$$

식④를 알고리듬 형태로 표현하면 다음과 같다.

$$f_k^{rs,n+1} = f_k^{rs,n} - \triangle\tau_f f_k^{rs,n}(c_k^{rs,n} - c_{rs}^n) \quad ⑤$$

여기서, $c_{rs}^n = \frac{\sum_j f_j^{rs,n} c_j^{rs,n}}{q_{rs}^m}$이다.

따라서, 식⑤를 이용하여 사용자 균형상태의 경로통행량을 계산할 수 있다.

【예제】 1개의 OD쌍($r-s$)에 2개의 경로로 구성된 단순교통망을 고려해 보자. 링크 통행비용은 아래와 같으며 기종점간 통행수요는 5로 가정한다. 또한, $\triangle\tau = 0.1$이다.

$$c_1^{rs} = 2 + f_1^{rs}$$
$$c_2^{rs} = 1 + 2f_2^{rs}$$
$$\text{and} \quad f_1^{rs} + f_2^{rs} = 5$$

【풀이】 식⑤를 통하여 이 문제를 계산하는 과정이 〈표 A-1〉와 나와 있다. 최종적으로 각 경로의 통행시간을 5로 동일하게 만드는 링크 교통량 3과 2를 도출하게 된다.

〈표A-1〉 통행배정과정

반복수	c_1^{rs}	c_2^{rs}	c_{rs}	f_1^{rs}	f_2^{rs}
0				2.5	2.5
1	4.5	6	5.25	2.6875	2.3125
2	4.6875	5.625	5.1210	2.8040	2.1959
3	4.8040	5.3919	5.0622	2.8764	2.1235
4	4.8764	5.2471	5.0338	2.9217	2.0782
5	4.9217	5.1565	5.0193	2.9502	2.0497
6	4.9502	5.0995	5.0114	2.9682	2.0317
	4.9682	5.0634	5.0069	2.9797	2.0202
8	4.9797	5.0404	5.0042	2.9870	2.0129
9	4.9870	5.0258	5.0026	2.9917	2.0082
10	4.9917	5.0165	5.0016	2.9947	2.0052
11	4.9947	5.0105	5.0010	2.9966	2.0033
12	4.9966	5.0067	5.0006	2.9978	2.0021
13	4.9978	5.0043	5.0004	2.9986	2.0013
14	4.9986	5.0027	5.0002	2.9991	2.0008
15	4.9991	5.0017	5.0001	2.9994	2.0005

참고문헌

1. Beckmann P.L., McGuire C.B. and Winsten C.B. (1956) Studies in the economics of transportation, Yale University Press.
2. Ben-Akiva, M., De Palma, A. Kanaroglou, P. (1986) Dynamic model of peak period traffic

congestion with elastic arrival rates. Transportation Science 20(2), pp.164~181.

3. Cantarella, G.E., Cascetta, E.(1995) Dynamic processes and equilibrium in transportation networks: towards a unifying theory. Transportation Science 29(4), pp.305~329.
4. Cascetta E.(1989) A stochastic process approach to the analysis of temporal dynamics in transportation networks, Transportation Research(23B) No.1, pp.1~17.
5. Emmerink, R.H.M., Axhausen,K.W., Nijkamp,P., Rietveld,P.,(1995) Effects of information in road transport networks with recurrent congestion, Transportation 22(1), pp.21~53.
6. Horowitz J. L.(1984) The Stability of Stochastic Equilibrium in a two-link Transportation Network, Transportation Research(18B), pp.13~28.
7. Jin, W.L.,(2005a) The dynamic system of the traffic assignment problem : Part 1. Theory, Working paper UCI-ITS-TS-WP-05-01, ITS, University of California, Irvine.
8. Jin, W.L.,(2005b) The dynamic system of the traffic assignment problem : Part 2. Computation, Working paper UCI-ITS-TS-WP-05-02, ITS, University of California, Irvine.
9. Peeta,S., Yang,T.H. (2003) Stability issues for dynamic traffic assignment, Automatica 39, pp.21~34.
10. Sheffi,Y.(1985) Urban transportation networks, Equilibrium analysis with mathematical programming method, Prentice-Hall.
11. Smith, M.J.(1979) Existence, uniqueness and stability of traffic equilibria, Transportation Research 13B, pp.295~304.
12. Smith, M.J.(1984) The stability of a dynamic model of traffic assignment - an application of a method of Lyapunov. Transportation Science 18(3), pp.245~252.
13. Vythoulkas, P.C.,(1990) A dynamic stochastic assignment model for the analysis of general networks. Transportation Research(24B) No.6, pp.453~469.
14. Wardrop J. G.,(1952), "Some theoretical aspects of road traffic research", Proc. Inst. Civil Engineer, Part II, pp.325~378.

♧ 주 작 성 자 : 임용택
♧ 교 신 저 자 : 임용택
♧ 논문투고일 : 2006. 1. 30
♧ 논문심사일 : 2006. 3. 23 (1차)
2005. 4. 12 (2차)
♧ 심사판정일 : 2006. 4. 12
♧ 반론접수기한 : 2006. 8. 31