

## 탄소섬유보강 플라스틱시트로 외부보강된 RC 슬래브의 $p$ -Version 비선형 유한요소 해석

### $p$ -Version Nonlinear Finite Element Analysis of RC Slabs Strengthened with Externally Bonded CFRP Sheets

조진구\* · 박진환\*\*

Cho, Jin Goo · Park, Jin Hwan

#### Abstract

The  $p$ -version nonlinear finite element model has been developed to analyze the nonlinear behavior of simply supported RC slabs strengthened with carbon fiber reinforced plastic sheets. The shape function is adopted with integral of Legendre polynomials. The compression model of concrete is based on the Kupfer's yield criterion, hardening rule, and crushing condition. The cracking behavior is modeled by a smeared crack model. In this study, the fixed crack approach is adopted as being geometrically fixed in direction once generated. Each steel layer has a uniaxial behavior resisting only the axial force in the bar direction. Identical behavior is assumed for tension and compression of steel according to the elastic modulus. The carbon fiber reinforced plastic sheets are considered as reinforced layers of equivalent thickness with uniaxial strength and rigidity properties in the present model. It is shown that the proposed model is able to adequately predict the displacement and ultimate load of nonlinear simply supported RC slabs by a patch with respect to reinforcement ratio, thickness and angles of CFRP sheets.

*Keywords* :  $p$ -version nonlinear finite element model, Carbon fiber reinforced plastic sheet, Smeared crack model, RC slabs

#### I. 서 론

철근 콘크리트 구조물은 시공 후 시간이 경과됨에 따라 내적 및 외적 요인에 의하여 여러 형태의 손상을 입게 되며, 이로 인하여 원래의 설계목표대로 기능을 발휘할 수 없게 된다. 또 작용하중의 증가로 인하여 구조물의 성능저하 현상이 가속화 되어 개축, 보수 및 보강공사의 필요성이 요구되고 있다. 현재까지 이러한 손상 구조물의 성능을 향상

\* 전남대학교 농업생명과학대학,  
농업과학기술 연구소

\*\* 영남대학교 공업기술 연구소

\* Corresponding author. Tel.: +82-62-530-2151

Fax: +82-62-530-2159

E-mail address: chojg@chonnam.ac.kr

시키기 위한 보수 및 보강방법으로 강판 접착공법이나 단면증설 등의 공법이 적용되어왔다. 그러나 이와 같은 보수 및 보강공법은 자중의 증가와 강재의 부식으로 인하여 다시 성능이 저하되는 문제점이 있다.<sup>4),8)</sup> 최근에는 경량이면서 고강도인 섬유보강복합재료(fiber reinforced polymer: FRP)가 건설분야에 활용되기 시작하면서 FRP를 에폭시 등의 접착제로 부착하는 보강공법이 기존의 전통적인 방법을 대체하는 공법으로 주목받기 시작하고 있다.<sup>5)</sup> 주로 사용되는 FRP는 유리섬유, 탄소섬유 및 금속섬유가 일반적이다. 따라서 FRP의 보강에 따른 내하력 증가나 처짐변화 등의 전체적 거동을 설명할 수 있는 해석적 방법이 제시되어 보다 정확한 이론에 기초를 둔 복합재료의 해석 및 설계에 대한 필요성이 요구되고 있다.<sup>10)</sup>

본 연구의 목적은 주변에서 단순 지지되고, 탄소섬유보강 플라스틱시트(CFRP sheet)로 보강된 철근 콘크리트 슬래브의 역학적 거동 특성 및 보강 특성을 파악하기 위한 것으로 이를 위하여 퇴화셀 요소 개념에 근거한  $p$ -version 비선형 유한요소모델이 사용되었다.  $p$ -version 비선형 적층셀요소는 재료 및 기하비선형을 고려할 수 있는 적층셀이론에 기초하고 있다. 슬래브의 두께 방향으로의 층상화기법이 사용되었으며 이때 각각의 보강층은 등가의 내부 철근층 및 외부 보강층으로 환산되었다. 적분형 르장드르 다항식(integrals of Legendre polynomials)이 형상함수로 사용되었으며 형상함수의 차수는 1차에서 10차까지 변화시킬 수 있다.

## II. $p$ -version 비선형 유한요소 모델

### 1. 계층적 퇴화 셀요소(Hierarchical degenerate shell element)

본 연구에서는 Fig. 1과 같은 퇴화 셀요소가 사용되었고 형상함수로는 적분형 르장드르 다항식이 채용되었다. 적분형 르장드르 다항식을 기초로한

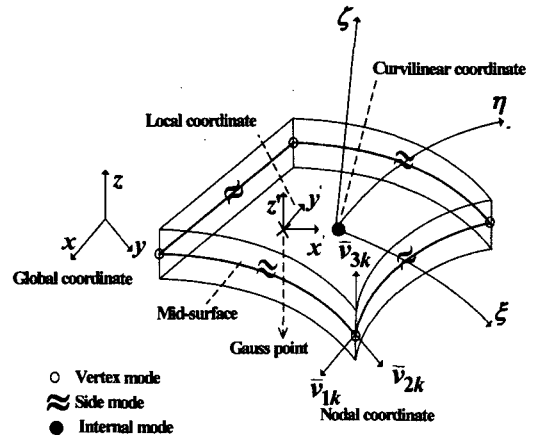


Fig. 1 Coordinate systems in degenerate shell element

형상함수는 절점 모드, 주변 모드 및 내부 모드 세 가지로 분류할 수 있다.

#### 가. 절점 모드

형상함수의 차수  $p$ 가 1일 때 4개의 구석절점에서 정의되는 절점형상함수로서 식 (1)과 같다.

$$\psi_i(\xi, \eta) = \frac{1}{4}(1 + \xi \xi_i)(1 + \eta \eta_i) \dots \dots \dots (1)$$

$\xi_i, \eta_i = \pm 1$ : 4개의 구석절점 좌표

#### 나. 주변 모드

형상함수의 차수  $p$ 가 2차 이상에서  $4(p-1)$ 개의 형상함수가 생성되며 식 (2)와 같다.

$$\begin{aligned} \psi_i &= \frac{1}{2}(1 \pm \eta) \Phi_i(\xi), \quad \eta = \pm 1, \quad i \geq 2, \dots \dots (2) \\ \psi_i &= \frac{1}{2}(1 \pm \xi) \Phi_i(\eta), \quad \xi = \pm 1, \quad i \geq 2 \end{aligned}$$

$$\Phi_i(\xi) = \sqrt{\frac{2i-1}{2}} \int_{-1}^{\xi} P_{i-1}(s) ds, \quad i = 2, 3, \dots (3)$$

여기서,  $P(s)$ 는 르장드르 다항식이다.

다. 내부 모드

형상함수의 차수  $p$ 가 4차 이상에서  $(p-2)(p-3)/2$  개의 형상함수가 요소 내부에서 생성되며 식 (4)와 같다.

$$\psi_i^{(o)} = \phi_i(\xi) \phi_j(\eta), \quad i, j \geq 2 \dots \dots \dots (4)$$

2. RC슬래브의 재료비선형 모델

가. 콘크리트의 압축과 인장모델

콘크리트의 압축거동은 소성유동법칙에 근거한 비선형 응력-변형률 관계를 이용하였다. 3축 응력 상태의 콘크리트 항복조건을 평균 수직응력 불변량 (mean normal stress invariant,  $I_1$ )과 전단응력 불변량 (shear stress invariant,  $J_2$ )의 항으로 나타내면 식 (5)와 같이 표현된다.

$$f(I_1, J_2) = [\alpha I_1 + \beta(3J_2)]^{1/2} = \sigma_o \dots \dots \dots (5)$$

$\alpha$ 와  $\beta$ 는 콘크리트의 재료매개변수로서 본 연구에서는 Kupfer(1969)가 제시한 식 (6)과 같은 값을 사용하였다.

$$\alpha = 0.355 \sigma_o, \quad \beta = 1.355 \dots \dots \dots (6)$$

$\sigma_o$ 는 등가유효압축응력으로서 1축 압축시험으로부터 구할 수 있다. 콘크리트의 압축파괴는 변형률에 의해서 결정된다. 콘크리트의 극한하중-변형률 관계식을 제1 및 제2 변형률 불변량의 함수로 나타내면 식 (7)과 같이 표현된다.

$$[\alpha I_1' + \beta(3J_2')]^{1/2} = \epsilon_u \dots \dots \dots (7)$$

여기서  $I_1'$  및  $J_2'$ : 제1 및 제2 변형률 불변량  
 $\epsilon_u$ : 1축 시험에서 구해진 극한 변형률  
 압축측 콘크리트의 극한변형률  $\epsilon_u$ 가 규정된 극한변형률에 도달하면 파괴로 간주하고 콘크리트의

강도와 강성은 0이 된다.

콘크리트의 인장 거동은 균열이 발생할 때까지는 선형탄성 거동을 하며 등방성 특성을 갖는다. 균열 발생기준은 인장응력에 초점을 두었으며 콘크리트의 주인장응력이 인장강도  $f_t$ 에 도달하면 주 인장 응력의 직각방향으로 제1균열이 발생되고, 균열이 발생한 후에는 균열면에 수직한 방향으로의 탄성계수와 푸아송비는 0으로 되고 재료는 직교이방성의 성질을 지닌다. 균열모델은 분산균열모델(smearred crack model)을 사용하였고, 균열이 발생된 후의 콘크리트 거동은 인장 강성계수( $\alpha, \epsilon_m$ )의 함수가 된다. 주인장응력  $\sigma_2$ 도  $f_t$ 에 도달하면 제2균열이 발생된다.

나. 철근의 비선형 모델

철근은 등가의 두께를 갖는 분산 분포된 층으로 환산되고 각 철근은 축방향력에만 저항하는 1축 거동을 하는 것으로 모델링 하였다. 콘크리트 속의 철근은 항복 후 완전소성이 아니라, 선형변형경화를 하는 것으로 가정하였다.

다. CFRP 재료의 탄성 모델

CFRP 재료는 선형 탄성 재료로 이상화 시켜서 모델링 하였다. 이것은 완전탄성체로서 보강재 파괴시까지 선형탄성거동을 하며, CFRP시트와 RC 슬래브가 완전 부착 거동을 하는 것으로 해석하였다.<sup>9),10)</sup>

III. 수치예 및 고찰

수치예제를 제시하기 위하여 Fig. 2와 같은 4변 단순지지 철근 콘크리트 슬래브를 CFRP시트로 보강한 경우 슬래브의 역학적 거동 특성을 해석하였다. 요소분할은 대칭성을 고려하여 전체영역의 1/4만을 모델링 하였고 CFRP의 보강부분을 고려하기 위해 하중 작용점을 중심으로 3개의  $p$ -version 요소를 사용하였다. 또한 슬래브의 두께 방향으로

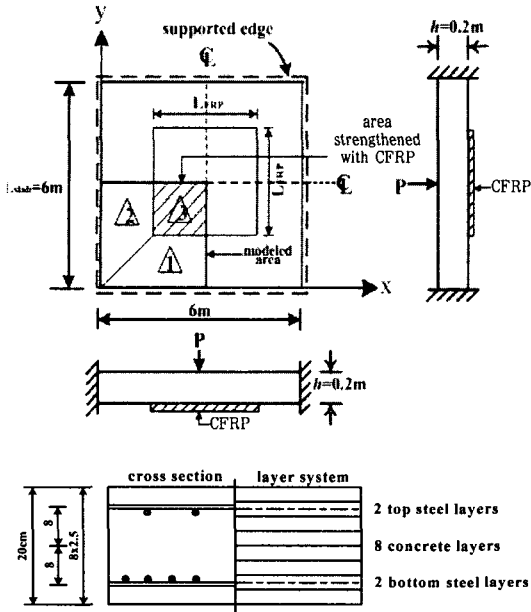


Fig. 2 Simply supported RC slab strengthened with CFRP sheet: geometry, reinforcement and finite element mesh

Table 1 Material properties of RC slab and CFRP (Units: cm, kN)

Material	Properties		
Concrete	Young modulus	$E_c$	2,550.0
	Poisson's ratio	$\nu$	0.18
	Ult. comp. st.	$f_c$	4.3
	Ult. tens. st.	$f_t$	0.35
	Ult. comp. str.	$\epsilon_u$	0.003
	Tension stiff. coef.	$\alpha$	0.6
	Tension stiff. coef.	$\epsilon_m$	0.002
Steel	Young modulus	$E_s$	20,000.0
	Yield stress	$f_y$	41.2
	Young modulus	$E_T$	200.0
CFRP	Young modulus	$E_f$	5449.0
	Yield stress	$f_y$	61.397
	Young modulus	$E_T$	0.0

는 8개의 콘크리트 층과 4개의 철근층으로 층 분할하였으며 CFRP시트는 아랫면 표면에 부착된 외부 보강층으로 하였다. 수치 예에서 사용된 재료의

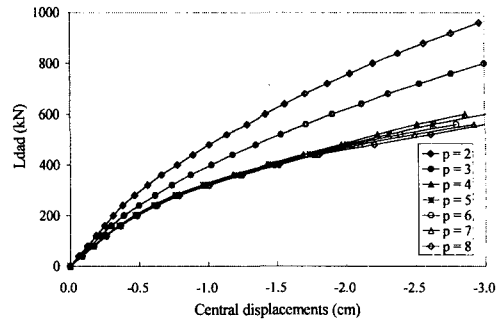


Fig. 3 Convergence of  $p$ -version model for RC slab

물성치는 Table 1과 같다.

적절한  $p$ -version 모델의 차수를 결정하기 위하여 해석영역을 3개의  $p$ -version 요소로서 분할하고 모델의 차수  $p$ 를 2~8까지 변화시키면서 수렴성을 검토한 결과는 Fig. 3과 같다.

해석영역을 3개의 요소로서 분할한 경우  $p$ -version 모델의 차수  $p$ 가 4차이상이면 해가 수렴하는 것을 알 수 있다. 이러한 분석을 통하여 3개의 요소로서 해석 영역을 분할하고 형상함수의 차수  $p=8$ 로 하였다.

CFRP 보강면적의 영향을 알아보기 위하여 철근비를 1.0%, CFRP 두께비( $t_{frp}/h_{slab}$ : FRP %)를 0.2%로 하고 CFRP 보강부분의 변 길이를 슬래브 변 길이( $L_{frp}/L_{slab}$ : %)의 20%, 30%, 40%, 50%, 60% 및 100%로 하였을 경우 슬래브 중앙의 하중-변위 곡선은 Fig. 4와 같다.

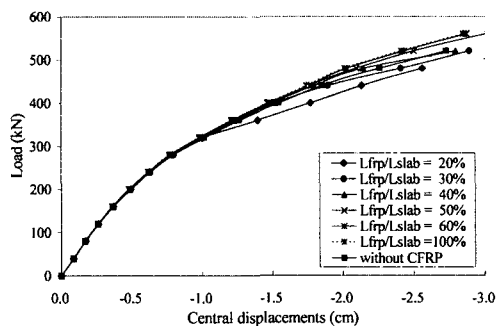


Fig. 4 Load-central displacements with respect to reinforcement ratio

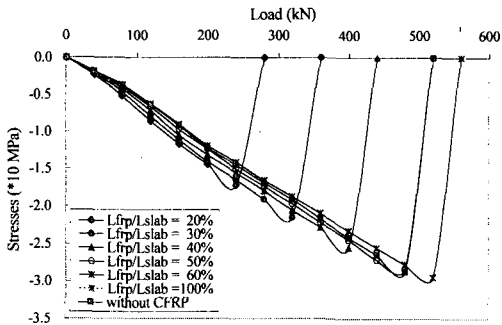


Fig. 5 Stress distribution of top fiber with respect to reinforcement ratio

CFRP 보강부분의 변 길이가 슬래브 변 길이의 50% 이상(보강면적기준: 25% 이상)이면 슬래브 전체를 보강한 경우와 보강효과는 거의 차이가 없는 것을 확인할 수 있다.

한편 FRP 보강면적에 따른 슬래브 중앙 압축측 표면의 하중-응력 곡선은 Fig. 5와 같다.

CFRP의 보강 면적에 따라 파괴하중은 280 kN~560 kN 으로서 2배의 차이를 나타냈지만, 보강 면적이 슬래브 면적의 25% 이상이면 520 kN~560 kN 으로서 거의 같았다. 즉 CFRP로 슬래브의 중앙부분을 25% 이상 보강하면 보강효과는 거의 차이가 없는 것을 확인할 수 있었다.

철근비가 다른 경우 CFRP의 보강 두께에 따른 보강효과를 알아보기 위하여 철근비 0.0%, CFRP 보강면적을 25%로 하고 이들 각각에 대해서 CFRP 보강두께를 0.0%~0.5%로 하였을 경우 슬래브의

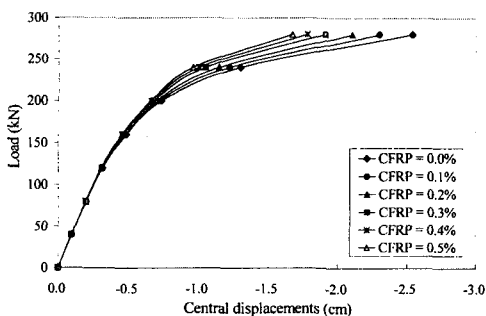


Fig. 6 Load-central displacements with respect to thickness ratio (steel ratio=0.0%)

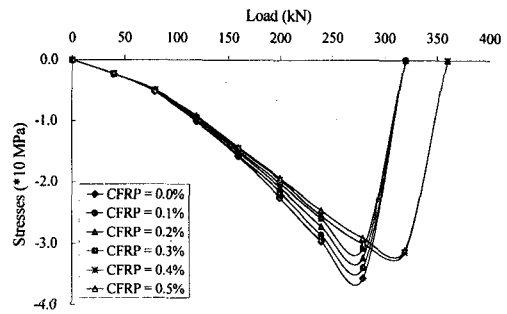


Fig. 7 Stress distribution of top fiber with respect to thickness ratio (steel ratio=0.0%)

하중-변위 곡선 및 하중-응력선도는 Fig. 6 및 Fig. 7과 같다.

철근이 없는 경우 처짐은 CFRP 보강두께에 따라 2.54 cm~1.67 cm로서 34.8%의 감소를 나타냈으며, 압축측 표면의 파괴하중은 320 kN~360 kN 으로서 12.5% 증가되었다.

한편 철근비 0.5%의 경우 하중-변위 곡선 및 하중-응력 선도는 Fig. 8 및 Fig. 9 와 같다.

철근비가 0.5%인 경우 처짐은 CFRP 보강두께에 따라 2.87 cm~2.13 cm 로서 26%의 감소를 보였으며, 압축측 표면의 파괴강도는 400 kN~440 kN 으로서 약 10%의 증가가 있었다.

철근비 1.0%의 경우 하중-변위 곡선 및 중앙 압축측 표면의 하중-응력선도는 Fig. 10 및 Fig. 11과 같다.

철근비 1.0%의 경우 처짐은 보강 두께에 따라

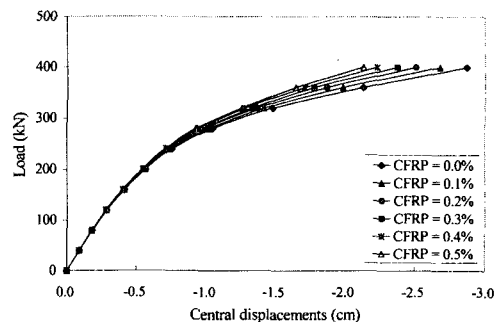


Fig. 8 Load-central displacements with respect to thickness ratio (steel ratio=0.5%)

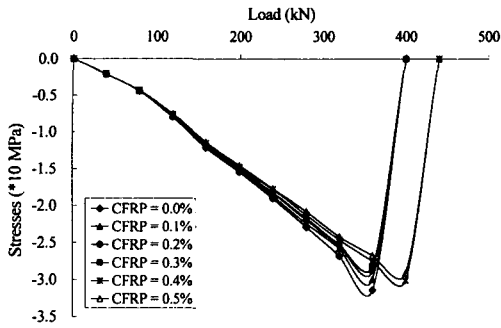


Fig. 9 Stress distribution of top fiber with respect to thickness ratio (steel ratio=0.5%)

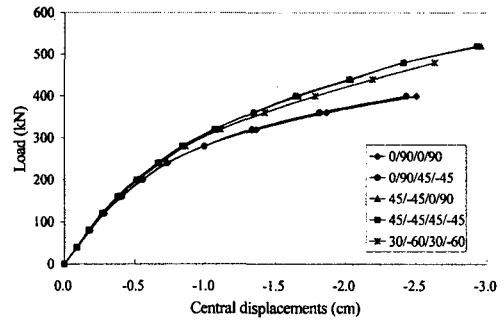


Fig. 12 Load-central displacements with respect to angle of reinforcement (steel ratio=0.5%)

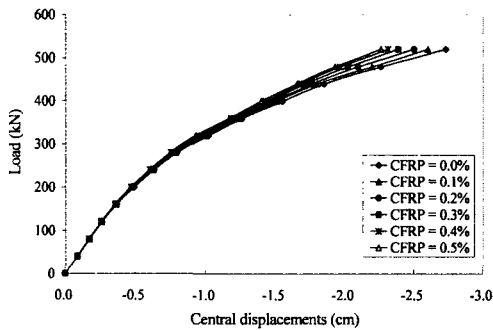


Fig. 10 Load-central displacements with respect to thickness ratio (steel ratio=1.0%)

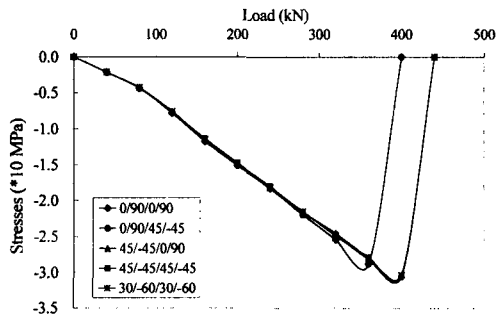


Fig. 13 Stress distribution of top fiber with respect to angle of reinforcement (steel ratio=0.5%)

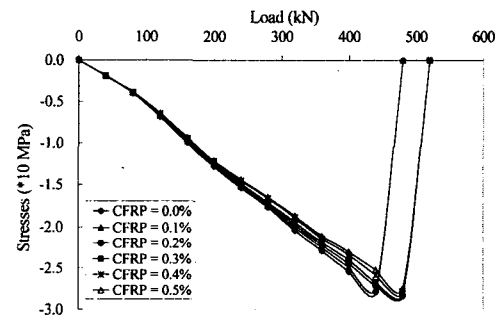


Fig. 11 Stress distribution of top fiber with respect to thickness ratio (steel ratio=1.0%)

2.73 cm~2.26 cm로서 17%의 감소를 나타냈으며 파괴하중은 480 kN~520 kN 으로서 8.3% 증가하였다. 위의 3경우를 종합하면 철근비가 작을수록 CFRP의 보강효과는 큰 것으로 나타났다.

철근 및 CFRP의 보강각도에 따른 슬래브의 거

동 특성을 알아보기 위하여 철근비 0.5%, 보강면적 25% 및 CFRP 보강두께 0.2%로 하고 철근과 CFRP의 보강각도를 0/90/0/90, 0/90/45/-45, 45/-45/0/90, 45/-45/45/-45 및 30/-60/30/-60 으로 하였을 경우 슬래브 중앙의 하중-변위 곡선 및 하중-응력선도는 Fig. 12 및 Fig. 13과 같다.

철근 및 CFRP 보강각도 45/-45/0/90 및 45/-45/45/-45일 때 처짐은 거의 일치되었고 가장 작은 처짐이 그리고 0/90/0/90 및 0/90/45/-45일 때 처짐은 거의 일치되었고 가장 크게 나타났다. 한편 파괴하중은 철근 및 CFRP 보강각도 0/90/0/90 및 0/90/45/-45일 때 400 kN 그리고 45/-45/0/90, 45/-45/45/-45, 30/-60/30/-60일 때 440 kN으로서 10.0%의 차이를 나타냈다.

한편 철근비 1.0%의 경우 슬래브 중앙의 하중-변위 곡선 및 하중-응력선도는 Fig. 14 및 Fig.

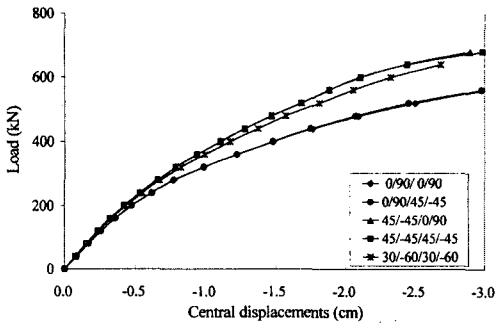


Fig. 14 Load-central displacements with respect to angle of reinforcement (steel ratio=1.0%)

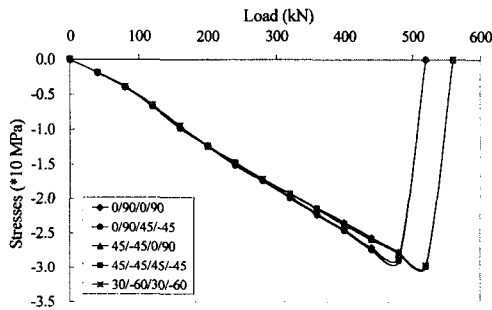


Fig. 15 Stress distribution of top fiber with respect to angle of reinforcement (steel ratio=1.0%)

15와 같다.

철근 및 CFRP 보강각도 45/-45/0/90 및 45/-45/45/-45일 때 처짐은 거의 일치되었고 가장 작은 처짐이 그리고 0/90/0/90 및 0/90/45/-45일 때 처짐은 거의 일치되었고 가장 크게 나타났다. 한편 파괴하중은 철근 및 CFRP 보강각도 0/90/0/90 및 0/90/45/-45일 때 520 kN 그리고 45/-45/0/90, 45/-45/45/-45, 30/-60/30/-60일 때 560 kN으로서 7.7%의 차이를 나타냈다. 위의 2경우를 종합하면 철근 및 CFRP의 보강각도는 45/-45/0/90, 45/-45/45/-45 및 30/-60/30/-60로 하는 것이 가장 유리한 것으로 판단되며 철근비가 작은 경우에 보강각도의 영향은 더 큰 것으로 나타났다.

## V. 요약 및 결론

본 연구의 목적은 CFRP시트로 보강된 4변 단순 지지 철근콘크리트 슬래브의 역학적 거동 특성을 규명하기 위한 것으로, 이를 위하여 *p*-version 비선형 유한요소 모델이 사용되었고 형상함수로는 적분형 르장드르 다항식이 채용되었다. 슬래브는 두께 방향으로 층상화기법이 이용되었고, 이때 철근과 탄소섬유보강판은 등가의 내부 철근층 및 외부 보강층으로 환산되었다. CFRP시트로 보강된 철근콘크리트 슬래브의 역학적 거동 특성을 알아보기 위하여 몇 가지의 수치 예를 제시하였다. 수치 예에서 고려된 철근비는 슬래브 단면적의 0.0%~1.0%, CFRP의 보강두께는 슬래브 두께의 0.0%~0.2% 그리고 CFRP 보강 면적은 전체 슬래브 면적의 0%~100%로 하였다.

이러한 수치 예를 통하여 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1. CFRP시트로 슬래브의 중앙부분을 25% 이상 보강하면 슬래브 전 면적을 보강한 경우와 처짐 및 파괴하중은 거의 같은 것으로 나타났다.

2. CFRP의 보강두께에 따라 슬래브 중앙 처짐의 감소는 철근이 없는 경우 34.8%, 철근비 0.5%인 경우 27%, 그리고 철근비가 1.0%인 경우 17%의 감소를 나타냈다. 즉 철근비가 작을수록 CFRP의 보강효과는 큰 것으로 나타났다.

3. CFRP 보강두께에 따른 파괴강도는 철근이 없는 경우 12.5%, 철근비 0.5%의 경우 10%, 그리고 철근비 1.0%의 경우에는 8.3%의 증가를 나타냈다. 즉 철근비가 작을수록 FRP의 보강두께가 파괴하중의 크기에 미치는 영향은 더 크게 나타났다.

4. 철근 및 CFRP 보강각도는 45/-45/0/90 및 45/-45/45/-45일 때 처짐이 가장 작게, 그리고 0/90/0/90 및 0/90/45/-45일 때 처짐은 가장 크게 나타났다. 보강각도에 따른 파괴하중은 철근비 0.5%일 때 10.0%, 철근비 1.0%일 때 7.7%의 차이를 나타냈다. 즉 철근비가 작은 경우 철근 및

CFRP의 보강각도의 영향이 더 크게 나타났다.

### References

1. Cho, Jin Goo & Jin Hwan Park, 2005, Structural behavior of two-way RC slabs by p-version nonlinear finite element model, *Journal of the Korean Society of Agricultural Engineers*, 47(4): pp. 15-24. (in Korean)
2. Cho, Jin Goo & Jin Hwan Park, 2005, Structural behavior of RC skew slabs by p-version nonlinear finite element model, *Journal of the Korean Society of Agricultural Engineers*, 47(5): pp. 17-26. (in Korean)
3. Hinton E. & D.R.J. Owen, 1984, Finite element software for plates and shells, Swansea, U.K, Pineridge Press Ltd.
4. Hong, Geon Ho & Yeong Soo Shin, 2003, Structural performance evaluation of reinforced concrete beams with externally bonded FRP sheets, *Journal of the Korea Concrete Institute*, Vol. 15, No. 1, pp. 78-86. (in Korean)
5. Jung, Woo Tai, Jong Sup Park, Young Jun You, & Young Hwan Park, 2004, Additional strength reduction factor for reinforced concrete beams strengthened with CFRP sheets, *Journal of the Korean Society of Civil Engineers*, Vol. 24, No. 6A, pp. 1193-1201. (in Korean)
6. Kupfer H., K.H. Hilsdorf & H. Rush, 1969, Behaviour of concrete under biaxial stresses, *Proc. Amer. Concrete Inst.*, Vol. 66(8), pp. 656-666
7. Lee, Hong Pyo, Young Sun Choun, & Jae-Chul Shin, 2004, Nonlinear element analysis of reinforced concrete structures using elasto-plastic material model, *Journal of the Korean Society of Civil Engineers*, Vol. 24, No. 5A, pp. 1073-1082. (in Korean)
8. Park, Sang Yeol, & Cuixion, 2004, Flexural strengthening effect of reinforced concrete slabs bonded with carbon FRP grids, *Journal of the Korean Society of Civil Engineers*, Vol. 24, No. 5A, pp. 915-921. (in Korean)
9. Sim, Jong Sung & In Hwan Bae, 1997, Analytical study on the reinforced concrete beams strengthened with steel plate and carbon fiber composites, *Journal of the Korean Concrete Institute*, Vol. 9, No. 6, pp. 129-137. (in Korean)
10. Woo, Kwang Sung, Jae Seok Ahn, & Jin Hwan Park, 2004, Numerical prediction of the ultimate strength of RC beams and slabs by p-version of nonlinear element modeling and experimental verification, *Journal of the Computational Structural Engineering Institute of Korea*, Vol. 17, No. 4, pp. 375-386. (in Korean)