

강인 포화 제어기의 안정성에 관한 실험적 연구[#]

Experimental Study on Stability of Robust Saturation Controller

임 채 욱[†] · 문 석 준^{*} · 박 영 진^{**} · 박 윤 식^{**}

Chae-Wook Lim, Seok-Jun Moon, Youngjin Park and Yun-Sik Park

(2005년 12월 6일 접수 : 2006년 1월 16일 심사완료)

Key Words : Control Input Saturation(제어입력 포화), Structured Real Parameter Uncertainty(구조적 파라미터 불확실성), Lyapunov Stability(Lyapunov 안정성), Robust Stability(강인 안정성), Robust Saturation Controller(강인 포화 제어기)

ABSTRACT

In our previous research, we proposed a robust saturation controller which involves both control input saturation and structured real parameter uncertainties. This controller can analytically prescribed the upper and lower bounds of parameter uncertainties, and guarantee the closed-loop robust stability of the system in the presence of actuator's saturation. And the availability and the effectiveness of the proposed robust saturation controller were verified through numerical simulations. In this paper, we verify the robust stability of this controller through experimental tests. Expecially, we show unstable cases of other controllers in comparison with this controller. Experimental tests are carried out in the laboratory using a two-story test structure with a hydraulic-type active mass damper.

1. 서 론

능동 제어 기술의 실제적인 적용에 있어서 대부분의 제어 구동 장치들은 물리적 양의 크기에서 제한을 받는다. 제어 구동 장치는 힘, 회전력, 추력, 압력, 스트로크, 유동률, 전압, 전류, 온도 등에 있어서 실제적으로 제한된다⁽¹⁾. 그러므로 기대치 않게 매우 큰 외란들은 제어 구동 장치의 입력 최대 허용치를 넘는 포화를 일으킬 수 있다. 또한 제어 대상 구조물의 파라미터들의 값들(강성, 질량, 감쇠 등)은 설계자가 정확히 모르는 경우가 많으므로, 제어기의 설계 시에 가정한 수학적인 모델과 실제 구조물과는 모델링 오

차가 생기게 되고 이 때의 오차는 불확실성으로 제어기의 설계 시에 고려되어야 한다⁽²⁾. 따라서 제어입력의 포화와 불확실성을 고려하지 않고 설계된 제어기를 제어입력의 포화나 불확실성이 있는 계에 적용할 때 안정성이 깨져 계를 불안정하게 할 수도 있다. 그러므로 계의 불확실성과 제어입력의 포화를 동시에 고려하여 강인 안정성이 보장되는 강인 포화 제어 방법이 필요하다.

비록 제어 대상 구조물이 선형계일지라도 제어입력에 포화가 발생하면 전체 계는 비선형계가 된다. 이런 비선형계의 안정성을 해석하는 수학적인 방법 중의 하나가 Lyapunov 안정성 조건을 이용하는 것이다. Lyapunov 안정성 조건을 이용하면 제어입력에 포화가 생기는 비선형계인 경우에 대해서도 안정성 해석을 용이하게 할 수 있다. 제어입력에 포화가 있는 경우에 유용하게 사용되는 제어기가 수정된 뱅뱅 제어기(modified bang-bang controller)이다⁽³⁾. 이 제어기는 공칭 선형 시불변계에 대하여 Lyapunov 안정성 조건을 이용하여 제어입력에 포화가 생기더라도 안정성이 보장되도록 설계된다. 저자들의 이전 연구

[†] 책임저자 : 정회원, 한국과학기술원 기계공학과
E-mail : chwlim@kaist.ac.kr
Tel : (042) 869-3076, Fax : (042) 869-8220

^{*} 정회원, 한국기계연구원

^{**} 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

[#] 이 논문은 2005 추계학술대회에서 우수논문으로 추천되었음.

에서는 수정된 뱅뱅 제어기 설계 방법의 원리를 제어 입력의 포화화 구조적 파라미터 불확실성(structured real parameter uncertainty)이 동시에 존재하는 선형 시불변계로 확장하여 강인 안정성이 보장되는 강인 포화 제어기(robust saturation controller)를 해석적으로 다루었다^(4,5). 여기에서는 제어입력의 포화가 존재하고 불확실한 선형 시불변계의 구조적 파라미터 불확실성의 상하한이 주어졌을 때, 고려된 구조적 파라미터 불확실성의 상하한 내에서 폐루프계의 강인 안정성이 보장되는 강인 포화 제어기를 제안하였고, 제안된 강인 포화 제어기의 유용성을 수치실험을 통하여 확인하였다.

이 논문에서는 제안된 강인 포화 제어기의 강인 안정성을 실제 실험을 통하여 보인다. 특별히 제어입력의 포화나 파라미터 불확실성을 고려하지 않고 설계된 LQR 제어기와 수정된 뱅뱅 제어기를 제어입력의 포화 및 파라미터 불확실성이 있는 계에 적용할 때 불안정해지는 현상을 실제 실험적으로 보여 강인 포화 제어기와 비교한다. 실험은 능동질량감쇠기(AMD; active mass damper)가 설치된 2층의 시험 구조물에 대하여 수행하였다.

2. 수정된 뱅뱅 제어기⁽³⁾

먼저 식 (1)의 공칭 선형 시불변계에 대하여 Lyapunov 안정성 조건을 이용하여 설계되어진 수정된 뱅뱅 제어기를 살펴보자.

$$\dot{x}(t) = A_0x(t) + Bu(t), \quad x(0) = x_0 \quad (1)$$

여기서 A_0 는 $n \times n$ 크기의 공칭 시스템 행렬, B 는 $n \times 1$ 크기의 제어입력 벡터, $x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]^T$ 는 $n \times 1$ 크기를 가지는 상태 벡터이고, 제어입력 $u(t)$ 의 최대값은 u_{\max} 로 식 (2)의 제한조건에 의해서 구속된다.

$$|u(t)| \leq u_{\max} \quad (2)$$

Lyapunov 함수를 식 (3)과 같이 고정된 하나의 값을 가지는 계의 상태에 대한 2차 함수의 형태로 정의한다.

$$V(x(t)) = x^T(t)P_nx(t) \quad (3)$$

여기서 P_n 는 양정대칭행렬이다.

식 (4)의 수정된 뱅뱅 제어기는 제어입력 제한조건 하에서 모든 초기치 x_0 에 대하여 $V(x(t)) > 0$ 이고 $dV(x(t))/dt < 0$ 를 만족한다.

$$u(t) = -\text{sat} [\delta B^T P_n x(t)], \quad \delta > 0 \quad (4)$$

여기에서 행렬 P_n 은 양정대칭인 가중행렬 Q 를 도입하여 식 (5)의 Lyapunov 행렬 등식으로부터 쉽게 구할 수 있다.

$$A_0^T P_n + P_n A_0 = -Q \quad (5)$$

여기 식 (4)의 수정된 뱅뱅 제어기는 부호함수를 사용하여 뱅뱅 제어에서 발생하는 제어 채터링(control chattering) 문제를 극복하기 위하여 포화함수를 사용하여 표현되었다.

3. 강인 포화 제어기^(4,5)

다음으로 불확실한 선형 시불변계에 대하여 여러 Lyapunov 강인 안정성 중 유사 이차 안정성(affine quadratic stability)⁽⁶⁾의 정의를 이용하여 설계되어진 강인 포화 제어기를 살펴보자. 여기에서는 불확실한 선형 시불변계를 식 (6)과 같이 시불변 불확실성 파라미터들에 대하여 의존하는 형태로 표현한다.

$$\dot{x}(t) = A(\theta)x(t) + Bu(t), \quad x(0) = x_0 \quad (6)$$

여기서 $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k) \in R^k$ 는 시불변 불확실성 파라미터들의 벡터로 각각의 파라미터들 $\theta_i \in [\underline{\theta}_i, \bar{\theta}_i]$ 는 각각의 끝점값들 사이에 있고, $A(\theta)$ 는 $n \times n$ 크기의 불확실한 시불변 시스템 행렬, B 는 $n \times 1$ 크기의 제어입력 벡터, 제어입력 $u(t)$ 의 최대값은 u_{\max} 로 식 (2)의 제한조건에 의해서 구속된다.

불확실한 시스템 행렬 $A(\theta)$ 는 식 (7)과 같이 불확실한 파라미터들에 대하여 의존하는 형태로 표현된 구조적 파라미터 불확실성을 갖는 시스템이다.

$$A(\theta) = A_0 + \theta_1 A_1 + \theta_2 A_2 + \dots + \theta_k A_k \quad (7)$$

여기서 $A_0, A_1, A_2, \dots, A_k$ 는 고정된 값으로 이미 알고 있는 행렬들이다.

Lyapunov 함수를 정의함에 있어서도 불확실한 시스템 행렬 $A(\theta)$ 와 같이 불확실한 파라미터들에 대하여 의존하는 형태로 표현한다.

$$V(x(t), \theta) = x^T(t)P(\theta)x(t) \quad (8)$$

$$P(\theta) = P_0 + \theta_1 P_1 + \theta_2 P_2 + \dots + \theta_k P_k \quad (9)$$

식 (6)의 시불변 불확실성을 가지는 선형계가 식 (2)의 제어입력 제한조건 하에서 모든 가능한 불확실한 파라미터들의 상하한 내에서도 모든 초기치 x_0 에 대하여 $V(x(t), \theta) > 0$ 이고 $dV(x(t), \theta)/dt < 0$ 를 만족하는 식 (8)로 정의되는 Lyapunov 함수와 제어입력 $u(t)$ 가 존재하면 계의 강인 안정성은 보장되는데, Theorem 1은 강인 안정성을 만족하는 제어를 제시하고 있다.

Theorem 1

식 (6)의 불확실한 시불변 선형계에 대하여, 만약 식 (10)~식 (12)를 모두 만족하는 $k+1$ 개의 대칭행렬 $P_0, P_1, P_2, \dots, P_k$ 와 양정대칭행렬 M_a 가 존재하고, 이에서 구해진 $P_0, P_1, P_2, \dots, P_k$ 와 M_a 에 대하여 식 (13)을 만족하는 양의 값 δ 가 존재한다면, 이 불확실한 시불변 선형계는 식 (14)의 포화 제어기에 의해서 강인 안정성이 보장된다.

$$A(w)^T P(w) + P(w)A(w) + M_a < 0 \quad (10)$$

for all $w \in \Theta$

$$P(w) > 0 \quad \text{for all } w \in \Theta \quad (11)$$

$$A_i^T P_i + P_i A_i \geq 0 \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, k \quad (12)$$

$$M_a + \delta \{ 2P_0 B B^T P_0 + \sum_{i=1}^k \theta_i (P_0 B B^T P_i + P_i B B^T P_0) \} > 0 \quad (13)$$

for all $w \in \Theta$

$$u(t) = -\text{sat} [\delta B^T P_0 x(t)], \quad \delta \leq \delta_{\max} \quad (14)$$

Theorem 1에서 M_a 는 제어기 설계 파라미터이고, Θ 는 다음의 식 (15)의 불확실성 파라미터 상자의 2^k 개의 정점들의 집합이다.

$$\Theta := \{(w_1, w_2, \dots, w_k) : w_i \in \{\theta_i, \bar{\theta}_i\}\} \quad (15)$$

4. 실험적 검증

4.1 실험 시스템 구성

시험 구조물은 2층의 구조물로서 각 층은 후판 구조물(가로×세로×높이=1.2m×0.8m×0.05m, 중량 376.8kg)로 4기둥으로 지지되어 있다. 각 기둥의 높이는 0.6m이다. 시험 구조물의 하판은 한국기계연구원에서 보유하고 있는 대형 6자유도 진동대에 취부할 수 있도록 제작하였다. 각 층의 기둥의 강성은 고유진동수 측정 실험을 통하여 구하였다. 그리고 자유진동 시의 진동 신호로부터 각 층의 감쇠를 구했다. Fig. 1과 같이 2층의 시험 구조물의 최상층에 유압식 AMD를 설치하여 AMD의 설치로 인한 시험 구조물의 진동 제어 효과를 확인하였다. AMD의 강성 및 감쇠는 동특성 실험을 통하여 구했다. 공칭계에서의 시험 구조물과 AMD의 각 파라미터들의 값은 다음과 같다. 시험 구조물의 질량 $m_1=376.8$ kg, $m_2=440.8$ kg, 강성 $k_1=1906.3$ kN/m, $k_2=1906.3$ kN/m, 감쇠 $c_1=600$ Ns/m, $c_2=10$ Ns/m, AMD의 질량 $m_a=10$ kg, 강성 $k_a=511.64$ kN/m, 감쇠 $c_a=800$ Ns/m이다. 2층의 질량 m_2 는 실제 AMD의 설치 시에 AMD의 취부로 인한 64kg의 질량 증가 효과를 고려한 것이다. 시험 구조물의 총 질량은 817.6kg이고, 가동 질량이 10kg이므로 시험 구조물의 총 질량에 대한 가동 질량의 질량비는 약 1.2%에 해당한다. 계의 불확실성은 시험 구조물의 각 층의 강성에 불확실성이 있는 경우를 고려하였다. 불확실성을 가지는 강성을 각각 $k_i(1+\theta_i)$, $k_2(1+\theta_2)$ 로 두면, 계의 운동 방정식은 식 (16)과 같다.

$$\dot{x}(t) = A(\theta)x(t) + BV_m(t) + E\ddot{x}_g \quad (16)$$

여기서 $x = [x_1 \ x_2 \ x_a \ \dot{x}_1 \ \dot{x}_2 \ \dot{x}_a]^T$ 로 $x_i (i=1, 2)$ 는 지반에 대한 각층의 상대변위, x_a 는 지반에 대한 가동 질량의 상대변위이다. $V_m(t)$ 는 제어입력 전압, E 는 가진입력 벡터, \ddot{x}_g 는 지반 가속도, 그리고 $A(\theta) = A_0 + \theta_1 A_1 + \theta_2 A_2$ 로

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1+k_2}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} & 0 & -\frac{c_1+c_2}{m_1} & \frac{c_2}{m_1} & 0 \\ \frac{k_2}{m_2} & -\frac{k_2+k_a}{m_2} & \frac{k_a}{m_2} & \frac{c_2}{m_2} & -\frac{c_2+c_a}{m_2} & \frac{c_a}{m_2} \\ 0 & \frac{k_a}{m_a} & -\frac{k_a}{m_a} & 0 & \frac{c_a}{m_a} & -\frac{c_a}{m_a} \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_1}{m_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{k_2}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{k_2}{m_2} & -\frac{k_2}{m_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{이다.}$$

실험적 검증을 위하여 Fig. 2처럼 한국기계연구원에서 보유하고 있는 대형 6자유도 진동대에 제작된 시험 구조물의 하판을 고정하고, 진동대에 묘사된 지반 가속도 신호를 입력하여 시험 구조물을 가진하였다. 데이터 취득 주기는 1kHz로 설정하여 유압 서보 제어 신호를 1msec 간격으로 출력하도록 하였다. 따라서 제어 알고리즘 상의 모든 연산은 1msec안에 수행된다. 제어 알고리즘을 적용하기 위해서는 시스템의 상태 벡터(변위 및 속도)를 모두 측정해야 한다. 시험 구조물 1,2층과 AMD의 변위는 각 변위센서를 사용하여 측정하였고, 시험 구조물 1,2층과 AMD의

속도는 가속계를 사용하여 가속도의 신호를 적분하여 사용하였다. 시험 구조물의 강성의 불확실성의 상하한은 $\pm 20\%$ 를 고려하였다. 실험에서 시험 구조물의 강성의 변화를 위하여 기둥의 높이를 변화시켰다. 공칭계의 기둥의 높이는 600mm이다. 기둥의 높이를 565mm로 바꾸면 강성의 불확실성을 약 $+20\%$ (실험에서 $+19.8\%$ 임을 확인함)가 되고, 기둥의 높이를 645mm로 바꾸면 강성의 불확실성을 약 -20% (실험에서 -19.4% 임을 확인함)가 된다. 또한 최대 제어입력의 한계는 $|V_m(t)| \leq 6V$ 로 두었는데, 이는 AMD의 동특성 실험을 통하여 확인된 것으로 40Hz 이하에서 사용할 수 있는 사용 한계치이다.

4.2 강인 포화 제어기의 설계 및 적용

(1) 강인 포화 제어기의 설계

제어기의 설계는 상용 프로그램인 MATLAB[®]에서 제공하는 LMI control toolbox⁽⁷⁾를 사용하였다. 강성의 불확실성의 상하한은 $|\theta_i| \leq \theta_e (i = 1, 2)$ 로 주어진 경우를 고려하였다. 식 (17)의 계의 강성행렬 K_t 와 계의 질량행렬 M_t 를 이용하여 제어기 설계 파라미터 $M_a = \text{diag}(K_t/2, M_t/2)$ 로 두었다.

$$K_t = \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2+k_a & -k_a \\ 0 & -k_a & k_a \end{bmatrix}$$

$$M_t = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_a \end{bmatrix} \tag{17}$$

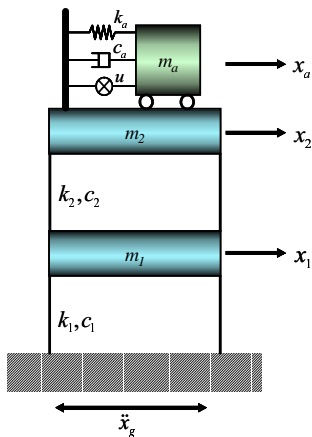


Fig. 1 Two-story test structure with an AMD

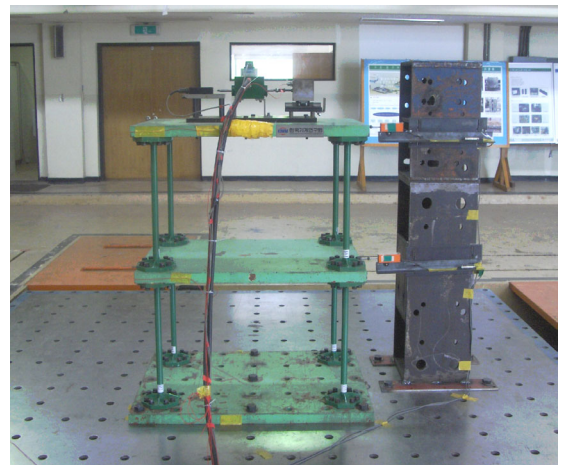


Fig. 2 Experimental set-up

이 실험에서는 시험 구조물의 강성의 불확실성의 상하한을 $\pm 20\%$ 로 고려하였으므로, 불확실성의 상하한 $\theta_e = 0.2$ 로 주어진 경우에 대하여 강인 포화 제어기를 설계하였다. 이때 계산되어진 $\delta_{\max} = 6.72e5$ 이었는데, 식 (14)의 제어기에서 $\delta = \delta_{\max}$ 로 두었다.

(2) 강인 포화 제어기의 강인 안정성 확인

제안된 강인 포화 제어기의 안정성을 확인하기 위하여 Fig. 3의 지반 가속도 입력을 고려하였다. 이는 계의 초기 조건을 만들기 위한 것으로 약 0.33초 동안 계의 1차와 2차 모드를 동시에 가진하도록 하기 위함이다.

먼저, 공칭계에서 제어입력의 포화를 고려하지 않고 설계된 최적 선형 제어기인 LQR⁽⁸⁾을 고려해 보았다. LQR에서는 제어기 설계 파라미터인 가중행렬들은 설계해야 하는데, $Q_{LQR} = \text{diag}(0, 0, 0, 1, 0, 0)$, $r_{LQR} = 1e-13$ 으로 두었다. 설계된 제어기의 페루

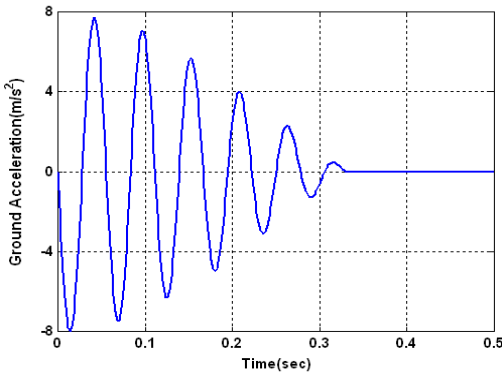


Fig. 3 Input ground acceleration

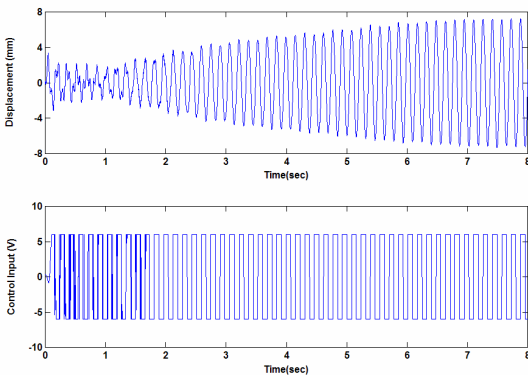


Fig. 4 Displacement and control input voltage for nominal system applying the LQR : Experimental result

프계의 극점들은 $-1.4128e2 \pm 3.4031e2i$, $-9.8512 \pm 2.5868e1i$, $-2.5621e2$, $-4.1999e1$ 으로 구동기의 포화가 생기지 않는 경우, 즉 제어입력의 선형 구간에서는 항상 안정함을 알 수 있다. 그러나 이 안정한 선형 제어기가 제어입력에서 포화가 생기면 Fig. 4에서 보이는 바와 같이 불안정해진다. Fig. 4는 제어입력 전압에 포화가 생길 때 바람직하지 못한 제어입력이 계의 1차 모드를 가진하여 불안정하게 하는 현상을 보이고 있다. Fig. 4는 2층에서의 시험 구조물의 변위(x_2)와 제어입력 전압의 시간이력을 보여주고 있다.

다음으로 공칭계에서는 제어입력의 포화를 고려하였으나, 파라미터의 불확실성을 고려하지 않은 수정된 뱁뱁 제어기(MBBC)⁽³⁾를 살펴보았다. 식 (5)의 Lyapunov 행렬 등식에서 가중행렬을 $Q = \text{diag}(1e-3, 1e-3, 1e-3, 1e+3, 1e-3, 1e-3)$ 으로 설계하였다. 식 (4)에서 포화함수의 기울기는 좋은 제어 성능을 얻기 위하여 제어 채터링이 발생하지 않는 범위 내에서 큰 값을 사용하였다($\delta = 3.3e7$). 그리고 불확실성을 가지는 강성이 각각 $k_1(1 - \theta_s)$, $k_2(1 + \theta_s)$ 인 경우에 이 제어기를 적용해 보면 불확실성이 있는 계에서는 불안정한 극점이 존재하게 됨을 알 수 있었다. 이는 제어입력에 포화가 생기지 않을 때의 페루프계의 극점들을 확인하면 된다. 공칭계($\theta_s = 0$)에서는 페루프계의 극점들은 $-4.5591e+1 \pm 2.2359e+1i$, $-1.0831 \pm 4.5930e+1i$, $-1.3627e+3$, -7.4742 로 모두 안정하였다. 이는 Fig. 5에서 보여주는 것과 같이 제어입력에 포화가 생기는 경우에도 LQR과는 달리 항상 안정성이 보장된다. 그러나 불확실성이 있는 계에서는 θ_s 가 대략 0.2보다 커지면 불안정한 극점들이 존재하게 됨을 확인할 수 있었는데, $\theta_s = 0.2$ 인 경우의 극점들은 $+8.8369e-2 \pm 4.1592e1i$, $-4.3717e1 \pm 2.4393e2i$, $-1.3689e2$, -7.3893 이다. Fig. 6은 $\theta_s = 0.2$ 인 경우의 시험 구조물의 변위(x_2)와 제어입력 전압의 시간이력을 보여 주고 있는데, 불확실성이 존재할 때 바람직하지 못한 불안정 모드의 영향으로 제어입력이 오히려 계를 불안정 모드로 가진하여 계를 불안정하게 하는 현상(여기에서는 약 ± 0.8 mm의 크기로 시험 구조물의 변위가 무한정 진동함)을 보이고 있다.

다음으로 저자들의 연구에서 제안된 제어입력의 포

화와 파라미터의 불확실성을 모두 고려한 식 (14)의 강인 포화 제어기(RSC)를 살펴보았다. Fig.7과 Fig.

8은 각각 $\theta_s=0$ (공칭계)인 경우와 $\theta_s=0.2$ 인 경우의 시험 구조물의 변위(x_2)와 제어입력 전압의 시간이력

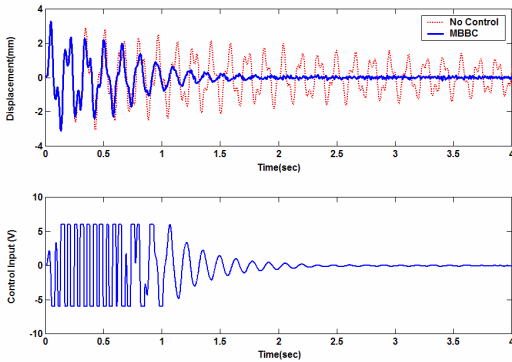


Fig.5 Displacement and control input voltage for nominal system applying the modified bang-bang controller : Experimental result

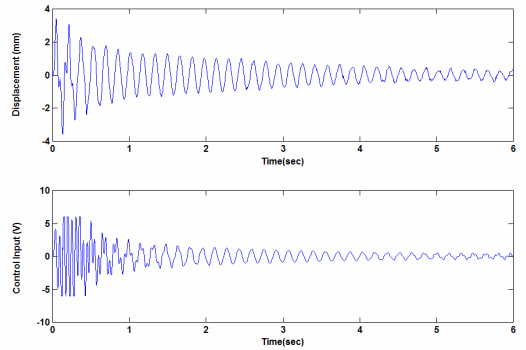


Fig.8 Displacement and control input voltage for uncertain system ($\theta_s=0.2$) applying the proposed robust saturation control : Experimental result

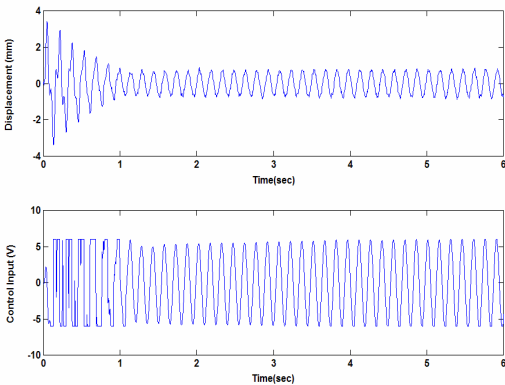


Fig.6 Displacement and control input voltage for uncertain system ($\theta_s=0.2$) applying the modified bang-bang controller : Experimental result

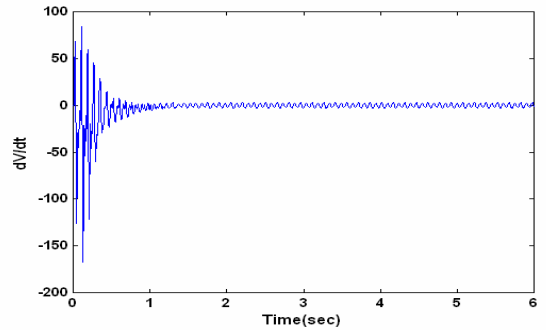


Fig.9 Time derivative of Lyapunov function for uncertain system ($\theta_s=0.2$) applying the modified bang-bang controller : Experimental result

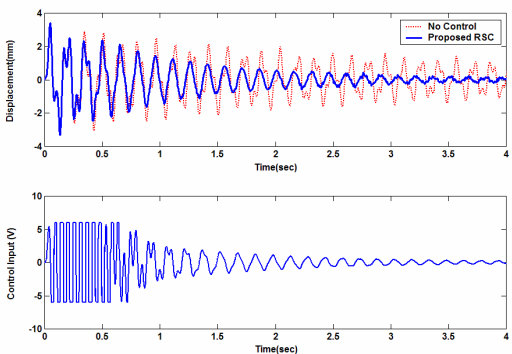


Fig.7 Displacement and control input voltage for nominal system applying the proposed robust saturation control : Experimental result

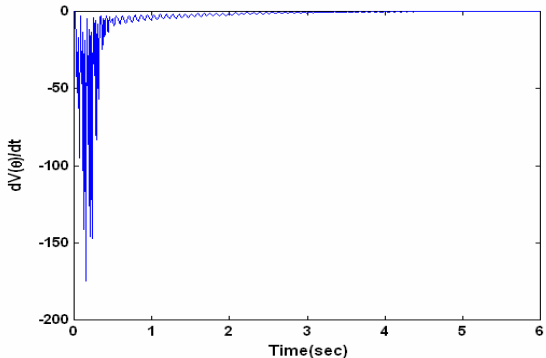


Fig.10 Time derivative of Lyapunov function for uncertain system ($\theta_s=0.2$) applying the proposed robust saturation controller : Experimental result

을 보여 주고 있는데, 제어기의 설계 시에 고려된 파라미터 불확실성 내에서는 항상 강인 안정성이 보장됨을 확인할 수 있다.

끝으로 $\theta_s=0.2$ 인 불확실한 시스템에 대하여 수정된 뱅뱅 제어기의 불안정성과 강인 포화 제어기의 안정성을 Lyapunov 안정성 관점에서 좀 더 살펴보자. Fig.9와 Fig.10은 각각 수정된 뱅뱅 제어기와 강인 포화 제어기를 적용했을 때 Lyapunov 함수의 시간 미분치를 보여 주고 있다. 수정된 뱅뱅 제어기를 적용한 경우 많은 시간에서 Lyapunov 함수의 시간 미분치가 0보다 큰 경우가 발생함으로 안정성이 보장되지 않음을 확인할 수 있다. Fig.6을 보면 약 1초 이전에는 제어입력이 시험 구조물의 진동을 제어하는 것처럼 보이나, Fig.9를 보면 해석적으로 이 제어입력은 안정성이 보장되지 않는 것임을 알 수 있다. 또한 약 1초 이후에는 불안정 모드로 가진하는 제어입력의 영향으로 Lyapunov 함수의 시간 미분치가 0으로 수렴하지 않고 0을 중심으로 계속 진동함으로 안정성이 보장되지 않음을 확인할 수 있다. 그러나 강인 포화 제어기를 적용한 경우 Lyapunov 함수의 시간 미분치가 항상 0보다 작아서 강인 안정성이 보장됨을 확인할 수 있다. 이는 고정된 Lyapunov 함수 ($V(t) = x^T(t)P_n x(t)$)를 사용하는 수정된 뱅뱅 제어기와는 달리 강인 포화 제어기에서는 Lyapunov 함수 ($V(\theta, t) = x^T(t)[P_0 - 0.2P_1 + 0.2P_2]x(t)$)를 불확실한 파라미터에 의존하는 형태로 두기 때문이다.

5. 결 론

저자들의 이전 논문에서는 제어입력의 포화와 구조적 파라미터 불확실성이 동시에 존재하는 선형 시불변계에 대하여 강인 안정성이 보장되는 강인 포화 제어기를 해석적으로 다루었다. 이 논문의 목적은 제안된 강인 포화 제어기의 강인 안정성을 실험적으로 검증하는 데 있다. 실험은 유압식 AMD가 설치된 2층의 시험 구조물에 대하여 수행하였다. LQR 제어기의 경우 선형 제어입력 구간에서는 안정하더라도, 제어입력에 포화가 존재하면 불안정해지는 현상을 실험적으로 보였다. 수정된 뱅뱅 제어기의 경우 공칭계에서는 제어입력의 포화가 존재하여도 항상 안정하지만, 파라미터의 불확실성이 존재하는 경우 불안정해지는

현상을 실험적으로 보였다. 그러나 제안된 강인 포화 제어기는 제어입력에 포화가 존재하고 고려된 불확실한 파라미터의 상하한 내에서는 강인 안정성이 항상 보장됨을 실험적으로 확인하였다.

후 기

이 연구는 “중소형 선박용 MD-ARS 설계 기술 개발”과제, 국가지정연구사업(NRL: M10500000112-05J0000-1121) 및 두뇌한국 사업(Brain Korea 21)의 지원으로 수행되었다.

참 고 문 헌

- (1) Bernstein, D. S. and Michel, A. N., 1995, “A Chronological Bibliography on Saturating Actuators”, International Journal of Robust and Nonlinear Control, Vol. 5, pp. 375~380.
- (2) Zhou, K. and Doyle, J.C., 1998, “Essentials of Robust Control”, Prentice-Hall, Inc.
- (3) Wu, Z. and Soong, T. T., 1996, “Modified Bang-bang Control Law for Structural Control Implementation”, Journal Engineering Mechanics, ASCE, Vol.122, pp. 771~777.
- (4) Lim, C. W., Park, Y. J. and Moon, S. J., “Robust Saturation Controller for Linear Time-invariant System with Structured Real Parameter Uncertainties”, Journal of Sound and Vibration, (accepted on 15 October 2005).
- (5) Lim, C. W., Moon, S. J., Park, Y. J. and Park, Y. S., 2005, “A Robust Saturation Controller Design Method Considering Structured Real Parameter Uncertainties”, 2nd ANCRiSST Workshop on Advanced Smart Material and Structures Technology, Gyeong-ju, Korea, July 21~24.
- (6) Gahinet, P., Apkarian, P. and Chilali, M., 1996, “Affine Parameter-dependent Lyapunov Functions and Real Parameter Uncertainty”, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 41, No. 3, pp. 436~442.
- (7) Gahinet, P. and Nemirovski, A., 1995, “The LMI Control Toolbox”, The MathWorks Inc.
- (8) Dorato, P., Abdallah, C. and Cerone, V., 1995, “Linear Quadratic Control : an Introduction”, Prentice Hall, Inc.