

# 구조물의 결함 규명을 위한 위상최적설계 기법의 적용가능성 연구

## A Feasibility Study on the Application of the Topology Optimization Method for Structural Damage Identification

이 중 석\* · 김 재 은\*\* · 김 윤 영†

Joong Seok Lee, Jae Eun Kim and Yoon Young Kim

(2005년 7월 18일 접수 : 2006년 1월 23일 심사완료)

**Key Words** : Structural Damage Identification (구조 결함 규명), Topology Optimization(위상최적설계 기법), Modal Model(모달 모델), Resonance(공진), Antiresonance(반공진), Explicit Penalty Function (벌칙 함수)

### ABSTRACT

A feasibility of using the topology optimization method for structural damage identification is investigated for the first time. The frequency response functions (FRFs) are assumed to be constructed by the finite element models of damaged and undamaged structures. In addition to commonly used resonances, antiresonances are employed as the damage identifying modal parameters. For the topology optimization formulation, the modal parameters of the undamaged structure are made to approach those of the damaged structure by means of the constraint equations, while the objective function is an explicit penalty function requiring clear black-and-white images. The developed formulation is especially suitable for damage identification problems dealing with many modal parameters. Although relatively simple numerical problems were considered in this investigation, the possibility of using the topology optimization method for structural damage identification is suggested through this research.

### 1. 서 론

구조물의 최적 설계를 위하여 기존의 반복적이고 경험 의존적인 설계 방법에서 벗어나 주어진 하중 및 경계조건과 제한조건 등을 고려하여, 설계변수의 분포에 따른 수치적 결과를 얻어내는 위상최적설계 기법<sup>(1)</sup>은 최근 그 적용 분야를 넓혀 가고 있다.

이 연구에서는 구조물의 초기 형상과 변경된 후의 형상으로부터 구조물의 동 특성 변경을 비교하고, 이

를 바탕으로 구조물에 발생한 결함의 위치를 찾아내는데 위상최적설계 기법의 적용 가능성을 살펴보고자 한다.

결함 진단은 구조물의 안전 및 유지 보수를 위해서 매우 중요하므로 수많은 방법이 연구, 개발되고 있다. 지금까지 이상진단에 사용된 방법은 크게 다음과 같이 두 가지로 분류할 수 있을 것이다. 즉, 구조물 자체로부터 직접 얻을 수 있는 정보만으로 결함을 진단하는 방법과 대상 구조물을 수치적으로 모델링한 후 원 구조물과 수치 모델 간의 유사성을 이용하여 수치 모델로부터 보다 많은 동 특성 정보를 얻어내고 이를 바탕으로 결함을 규명해 내는 방법이 그것이다.

이 논문에서는 수치 모델을 이용하여 결함을 규명하는 후자의 방법에 초점을 맞추어 연구를 진행하였다.

구조물의 수치적 모델을 이용하여 결함을 규명하는

† 책임저자 : 정회원, 서울대학교 기계항공공학부  
E-mail : yykim@snu.ac.kr

Tel : (02) 872-7154, Fax : (02) 883-1513

\* 정회원, 서울대학교 대학원 기계항공공학부

\*\* LG전자 Digital Storage 연구소

방법에서는 적절한 개수로 이산화된 유한 요소 모델을 이용하되, 결합에 의한 구조물의 동특성 변화를 주로 유한 요소의 강성과 질량 혹은 감쇠의 변화 등으로 가정하여 결합 규명에 접근한다. 이러한 측면에서 동특성 변화를 표현하기 위해서는 모달 해석(modal testing)<sup>(2)</sup> 기법으로 추출할 수 있는 모달 파라미터인 공진주파수, 모드형상 및 감쇠비 등을 사용할 수 있다. 특히, 결합이 발생하지 않은 상태의 수치적인 모달 모델(modal model)<sup>(3)</sup>을 이용하여 반복적인 계산 과정을 통해서 결합이 발생한 실제 구조물의 모달 파라미터를 갖도록 하는 모델 개선 기법(model updating)<sup>(4)</sup>이 최근 많은 종류의 결합 규명에서 응용되고 있다.<sup>(5-7)</sup>

일반적으로 주파수응답함수로부터 추출되는 모달 파라미터를 이용한 결합 규명 방법은 모달 파라미터를 쉽게 추출할 수 있다는 점과, 그 응용의 용이성과 보편성, 그리고 무엇보다도 이 논문의 관점인 수치 모델을 이용하여 결합을 규명할 때 모달 모델에 바로 적용할 수 있다는 장점을 가지고 있다. 그런데 모델 개선 기법을 기반으로 한 결합 규명 방법들은 주로 결합이 발생했을 때를 가정한 결합 모델이나 결합 함수를 설정하여 결합을 규명<sup>(6,8)</sup>하거나, 용접 및 볼트 체결 등에 의한 연결 부나 전체 구조물이 아닌 결합이 예상되는 일부 영역만을 고려하여 결합 규명을 수행<sup>(9,10)</sup>하는 경우가 많다.

반면에 이 연구에서는 결합 규명을 위해 위상최적화 기법을 적용하고자 하는데, 이는 기존의 알려진 방법에 비해 결합에 대한 사전 정보가 거의 없는 경우에도 유용하게 사용될 수 있다는 장점이 있다. 왜냐하면 위상최적화 기법을 적용할 경우 전체의 유한 요소들을 결합이 발생할 수 있는 결합 후보 요소로 취급할 수 있기 때문이다. 이 연구에서는 결합 발생 전후의 모달 파라미터들을 이용하되, 결합이 발생하기 전의 구조를 구성하고 있는 모든 유한 요소를 결합 후보 요소로 취급하여 결합 발생 후의 모달 파라미터가 얻어질 수 있도록 요소의 밀도 분포, 즉 물질 분포를 구해가는 방법을 제시하였다. 이를 통하여 구조물에 발생한 결합의 위치를 규명할 수 있다.

결합 규명 시 주파수응답함수 전체를 사용하면 해석은 정확하나 계산이 매우 복잡하므로, 이 연구에서는 포인트 주파수응답함수(point-FRF)로부터 추출할 수 있는 공진주파수는 물론 반공진주파수도 결합을

규명하는 모달 파라미터로 사용하였다. 위상최적설계 기법의 적용을 위한 정식화 과정에서는 목적하는 물리량인 공진 및 반공진 주파수를 목적 함수 내에 반영하는 방법 대신, 그것들을 제한조건 식에서 다룸으로써 많은 수의 공진주파수와 반공진주파수를 다룰 수 있도록 하였다. 그리고 위상최적화의 수렴성을 증가시키는데 효과가 있는 벌칙 함수를 목적함수로 사용하여, 수렴 시 결합의 위치가 보다 정확하게 파악 되도록 하였다.

제안된 위상최적화 기법의 구조물의 결합 규명에의 적용 가능성에 관한 연구는 유한 요소 모델 및 수치적인 해석을 통해 구현되었고, 그 적용 역시 수치 예제들에 국한 되었다. 따라서 향후 실제 구조물의 결합 규명에 제안된 방법을 적용하기 위해서는 구조물의 결합 진단에서의 실험적인 특성 및 제한된 실험 데이터와 수치 데이터 간의 선택<sup>(11)</sup> 등의 보다 많은 사항을 고려해야 할 것이다. 하지만, 이 연구는 향후 실험 데이터를 이용하는 실제 문제에 대한 사전 연구로서 그 의미가 있다고 할 수 있다. 구체적인 수치 예제로는 결합이 있는 2차원 평면구조 문제를 다루었다.

## 2. 주파수응답함수

### 2.1 공진주파수와 모드형상

다자유도계 시스템의 운동 방정식은 다음과 같다.

$$M\ddot{\mathbf{x}}(t) + C\dot{\mathbf{x}}(t) + K\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (1)$$

여기서  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{K}$ 는 각각 시스템의 질량행렬, 감쇠행렬 그리고 강성행렬을 나타낸다.  $\mathbf{x}(t)$ 는 시스템의 응답벡터이고,  $\mathbf{f}(t)$ 는 시스템에 가해진 외력벡터이다. 이 때, 시스템의 감쇠는 비례 감쇠 모델로 가정한다. 이를 바탕으로 얻어지는 주파수응답함수,  $\alpha(\omega)$ 의 성분은 다음과 같다.<sup>(2)</sup>

$$\alpha_k(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{r\phi_i \cdot r\phi_k}{m_r(\omega_r^2 - \omega^2 + j2\zeta_r\omega_r\omega)} \quad (2)$$

위 식의  $N$ 은 모드 개수,  $m_r$ 은  $r$ 번째 모달 질량,  $\omega_r$ 은  $r$ 번째 공진주파수,  $\zeta_r$ 은  $r$ 번째 모드의 감쇠비 그리고  $r\phi_i, r\phi_k$ 는 각각  $r$ 번째 모드벡터의  $i, k$  성분이다. 이 때,  $i$ 는 측정점을,  $k$ 는 가진점을 의미한다.

$j = \sqrt{-1}$  이다.

만일 두 구조물이 한정된 주파수 영역에서 동일한 주파수응답함수를 보인다면, 그 제한된 영역에서의 두 구조물의 거동은 상당히 깊은 유사성을 띄게 된다. 주파수응답함수가 같다는 것은, 기본적으로 동일한 공진주파수와 동일한 모드형상이 나타남을 의미하기 때문이다. 이러한 주파수응답함수의 성질을 이용하면 구조물의 동특성 파악 뿐 아니라, 구조물의 동특성 변화도 추정해 낼 수 있다. 따라서, 구조물에 생긴 결합에 의해 야기된 전체적인 동특성의 변화가 주파수응답함수에 반영되고, 이를 바탕으로 위상최적설계 기법을 이용하여 구조물 내의 알려지지 않은 결합의 위치를 파악하고자 한다.

## 2.2 반공진주파수

일반적으로 모달 해석을 통해서 구조물의 동특성을 파악할 경우, 앞서 언급한 바와 같이 각 모드의 공진주파수와 모드형상을 중점적으로 고려한다. 이 두 가지가 구조물의 동특성을 설명하는데 있어 가장 중요한 물리량임은 분명하지만, 만일 모달 해석을

위한 가진점과 측정점이 수적으로나 공간적으로 충분히 많지 않다면, 전체 구조물의 여러 가지 비대칭적 거동을 알아내기는 쉽지 않다.<sup>(12)</sup>

따라서, 적은 수의 실험으로 구조물의 전체적인 거동을 파악하기 위해서는 주파수응답함수의 공진주파수 이외에 반공진점이 나타나는 반공진주파수도 살펴보아야 한다.

공진주파수의 값과 그에 따른 모드형상은 동일한 모드에 대해서 가진점과 측정점에 관계없이 항상 일정한 값이어서 단순 자유진동해석으로도 충분한 반면, 반공진의 경우는 가진점과 측정점의 위치에 따라서 반공진주파수의 값과 그에 따른 모드형상이 달라진다. Fig. 1은 가진점의 위치에 따른 반공진주파수의 변화를 나타내고 있다. 이 때, 반공진모드형상이라 함은 가진 및 측정점이 일치할 경우에 대해 그 점의 가진 방향 변위가 고정되어 있는 상태에서의 자유진동에 의해 얻어지는 모드형상을 의미한다. 또한, 이때의 고유진동수는 가진 방향이 고정되지 않은 원 구조물의 주파수응답함수의 각 반공진주파수와 일치한다.<sup>(13)</sup>

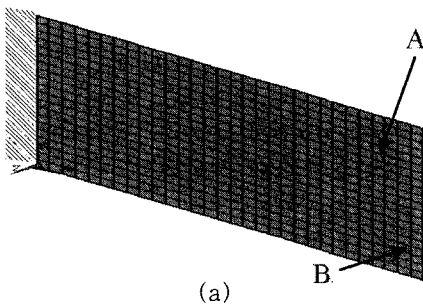
이 연구에서는 동적 시스템 규명 시 가진점과 측정점이 일치하는 포인트주파수응답함수(point-FRF)를 사용하되, 공진주파수와 반공진주파수의 변화를 초점을 맞추어 위상최적설계 기법을 적용하는 방법을 살펴보고자 한다.

## 3. 위상최적설계 기법

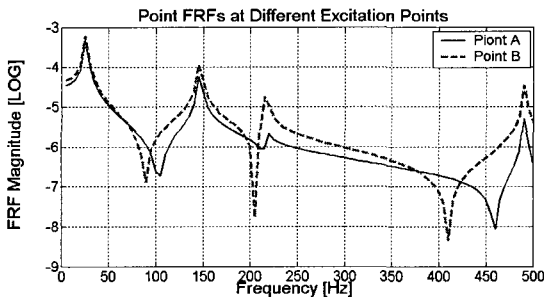
### 3.1 수학적 구성

위상최적설계 기법에서는 고려하는 설계영역이 이산화되어 각 요소마다 독립적인 설계변수를 가진다. 설계변수에는 물질의 유무에 따라 1 혹은 0의 정수 값이 부여된다. 설계변수의 값이 1일 때는 요소에 물질이 가득 차 있는 상태(solid)를, 설계변수 값 0은 물질이 없는 상태(void)를 각각 의미한다. 위상최적설계 기법을 이용하여 문제를 해결하기 위해서는 이러한 설계변수의 값을 [0,1] 구간 내에서 연속적인 값으로 변경시켜야 한다. 각 요소의 물성치는 연속적인 설계변수에 대해 다음과 같은 관계를 가지고 있다고 가정한다.<sup>(14)</sup>

$$E_e = \chi_e^p \cdot E_0, \quad \rho_e = \chi_e^q \cdot \rho_0 \\ (0 < 0.01 = \chi_{e,\min} \leq \chi_e \leq 1) \quad (3)$$



(a)



(b)

**Fig. 1** Comparison of the point-FRFs calculated at different excitation points. (a) plate configuration with two different excitation points A and B, (b) point-frequency response functions

$\chi_e$ 는  $e$ 번째 요소의 설계변수이고 0에 가까운 최소값과 1사이의 값을 가진다. 설계변수의 최소값 ( $\chi_{e,\min}$ )을 0이 아닌 0에 가까운 값으로 선정하는 이유는 수치계산 과정에서 발생하는 문제를 방지하기 위함이다.  $E_e$ 와  $\rho_e$ 는  $e$ 번째 요소의 종탄성 계수 (Young's modulus)와 밀도이고,  $E_0$ 와  $\rho_0$ 는  $\chi_e = 1$  일 때의 종탄성 계수와 밀도이다. 벌칙 인자  $p, q$ 는 요소의물성치와 설계변수 사이의 함수관계를 설정하는 값으로, 일반적인 정적 문제에서는  $p \geq 3, q = 1$ 의 값을 사용하는데, 이 연구는 동적 문제로서 벌칙 인자를  $p = 3, q = 4$ 로 선정하였다.<sup>(15)</sup> 이는 동적 문제의 최적화 과정에서 발생하는 예기치 않은 국소모드로의 수렴을 억제해 주는 효과가 있기 때문이다.<sup>(15)</sup>

식 (3)의 벌칙 인자를 요소의 강성행렬과 질량행렬에 적용하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\mathbf{K}_e = \chi_e^p \cdot \mathbf{K}_0, \quad \mathbf{M}_e = \chi_e^q \cdot \mathbf{M}_0 \quad (4)$$

여기서  $\mathbf{K}_e$ 와  $\mathbf{M}_e$ 는  $e$ 번째 요소의 강성행렬과 질량행렬이고,  $\mathbf{K}_0, \mathbf{M}_0$ 는  $\chi_e = 1$ 일 때의 강성행렬과 질량행렬을 나타낸다.

### 3.2 목적함수

이 연구에서는 초기의 구조물이 차지하는 영역을 설계영역으로 하고 결합에 의해 변경된 구조물의 주파수응답함수에서 추출할 수 있는 모달 파라미터(공진주파수 등)를 설계 파라미터로 선정한다. 선정된 설계 파라미터와 그에 대응하는 설계영역의 모달 파라미터간의 차이를 최소화시킴으로써 구조물에서의 결합의 위치를 찾자 한다.

앞서 언급한대로, 두 구조물의 주파수응답함수를 한정된 주파수 구간에서 일치시키는 최적화 과정은 공진주파수 및 반공진주파수와 그에 따른 모드형상들을 고려하여 수행한다. 이 과정에서 다중모드간의 구별을 위해 모드형상을 기반으로 한 MAC(modal assurance criterion)을 적용하였다. MAC을 이용한 모드 추적법은 참고문헌 (16)에 제시된 방법을 사용하였다. 구조물의 주파수응답함수는 상용 FEM 프로그램인 ANSYS<sup>(17)</sup>의 모달 해석을 통해 얻었으며, 최적화 알고리즘으로는 MMA(method of moving asymptotes)<sup>(18)</sup>를 이용하였다. 이 연구에서는 결합 위치 규명 문제를 다음과 같이 위상최적화 문제로 정

식화 하였다.

$$\begin{aligned} \min_{\chi_e} L(\chi_e) &= \sum_{e=1}^{N_e} \chi_e (1 - \chi_e), \\ \text{Explicit Penalty Function} \\ \text{subject to } &(\omega_r - \omega_r^*)^2 \leq \epsilon \quad (\omega_a - \omega_a^*)^2 \leq \epsilon \\ &\text{for } r=1, 2 \dots N_r, \quad a=1, 2 \dots N_a \\ &(\epsilon : \text{a small positive number}) \end{aligned} \quad (5)$$

$L(\chi_e)$ 는 설계변수  $\chi_e$ 에 대한 목적함수이다.  $\omega_r$ 은 해석 모델의  $r$ 번째 공진주파수,  $\omega_a$ 는  $a$ 번째 반공진주파수이고,  $\omega_r^*$ 와  $\omega_a^*$ 는 결합을 가진 변경된 구조물의  $r$ 번째 공진주파수와  $a$ 번째 반공진주파수를 나타낸다.  $N_r$ 과  $N_a$ 는 각각 계산에 고려된 공진과 반공진의 개수이다. 또한,  $N_e$ 는 설계영역 내의 설계변수의 개수이다. 앞서 언급했듯이, 초기 구조물과 결합이 있는 구조물의 공진 및 반공진주파수 값의 차이를 최소화시킴에 있어서 목적함수가 아닌 제한조건 식들에 반영함으로써 최적화 성능을 향상 시켰다. 이러한 반영은 많은 수의 공진주파수와 반공진주파수를 위상최적화의 정식화에 효과적으로 고려할 수 있도록 해준다.

$$\begin{aligned} \min_{\chi_e} L(\chi_e) &= \sum_{r=1}^{N_r} w_r (\omega_r - \omega_r^*)^2 + \sum_{a=1}^{N_a} w_a (\omega_a - \omega_a^*)^2 \\ &+ w_e \sum_{e=1}^{N_e} \chi_e (1 - \chi_e) \\ &= \{w_{r_1} (\omega_{r_1} - \omega_{r_1}^*)^2 + \dots + w_{r_{N_r}} (\omega_{r_{N_r}} - \omega_{r_{N_r}}^*)^2\} \\ &+ \{w_{a_1} (\omega_{a_1} - \omega_{a_1}^*)^2 + \dots + w_{a_{N_a}} (\omega_{a_{N_a}} - \omega_{a_{N_a}}^*)^2\} \\ &+ w_e \sum_{e=1}^{N_e} \chi_e (1 - \chi_e) \\ \text{for } r_i : &\text{the } i\text{th resonance, } a_j : \text{the } j\text{th antiresonance} \\ &(i=1, 2 \dots N_r, \quad j=1, 2 \dots N_a) \\ \text{and } w_r, w_a &\text{ are weighting factors} \end{aligned} \quad (6)$$

반면에, 식 (5)의 정식화가 아닌 일반적인 위상최적화의 정식화인 식 (6)을 따른다면, 많은 수의 공진 및 반공진주파수들은 단지 하나의 목적함수 내에 합된 형태로 표현되고, 이러한 방법으로는 각 주파수의 개별적 영향을 충분히 고려하기에는 한계가 있다. 따라서 식 (5)의 형태는 이상진단에서와 같이 미세한 구조를 찾아내는데 유용한 형태이다.

또한, 최적화 과정 중에 발생하는 중간 값을 갖는 설계변수를 없애기 위해서 식 (5)와 같이 벌칙 함수 (explicit penalty function)를 목적함수  $L(\chi_e)$ 로 선

정하여 최적화 후 중간 값을 갖는 설계변수들이 나타나는 것을 최대한 억제 하였다.

#### 4. 수치 예제

두 수치 예제를 통해서 제안된 방법의 유효성을 확인하고자 한다. 우선, 임의의 가상 구조물에 대한 주파수응답함수를 목표로 하여 제안된 위상최적설계를 수행하기보다는, 정하중을 받는 구조물의 변형을 에너지를 최소화하도록 미리 최적화된 구조물을 첫 번째 예제로 선정하였다(Fig. 2참조). 위상최적설계를 통해서 이미 제작한 부품이나 구조물을 실제 사용할 때, 이 연구에서 제안하는 결함 규명 방법을 이용하면 사용 후의 형상 변화를 규명하는데도 위상최적설계 기법을 유용하게 사용할 수 있을 것이다.

두 번째 예제로는, 전체적인 형상뿐만 아니라 각 부분들의 연결 부위가 모두 직각을 이루고 있는 얇은 판 요소로 된 구조물이다. 이 경우, 내부의 결함에 의한 모드형상의 변화는 첫 번째 예제에 비해서 크게 나타난다(Fig. 6 참조).

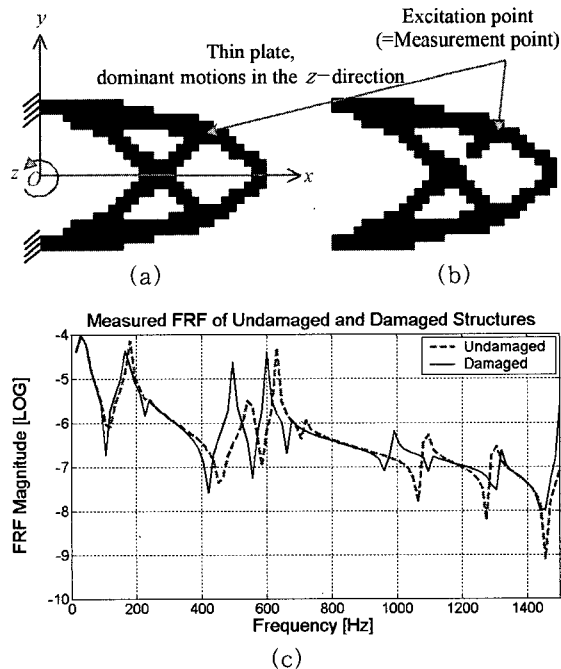


Fig. 2 Michell type plate structure having dominant vibrations in the z-direction. (a) initial configuration, (b) damaged configuration, (c) point-FRFs for initial and damaged structures

#### 4.1 Michell형 평판 구조물

좌측의 두 점이 고정된 얇은 판 요소로 이루어진 Fig. 2(a)의 Michell형 평판 구조물에, Fig. 2(b)와 같은 결함이 발생하였다고 가정한다. 이 구조물은 판 요소로 구성되었기 때문에, 평면운동 뿐만 아니라, 3차원 운동도 하게 된다. 실제로 대부분의 저차 모드는 z축 방향으로 발생한다. 따라서, 주파수응답함수는 Fig. 2(c)와 같이 z방향 가진에 대한 z방향 응답을 나타내도록 하였다.

또한, 반공진의 정보를 주파수응답함수에 나타내기 위해서 포인트주파수응답함수(point-FRF)를 이용하였다. 초기 구조물의 형상을 위상최적설계의 초기값으로 하고 주파수응답함수를 얻은 후, 식 (5)를 이용하여 결함이 있는 구조물의 주파수응답함수와의 차이를 최소화 하도록 하였다.

Fig. 3은 800 Hz 이하 공진주파수들의 값만을 이용하여 제안된 기법으로 구조물의 결함을 찾아본 결과를 보여주고 있다. Fig. 3의 결과를 보면, 구조물의 중간부분에 낮은 설계변수 값을 갖는 요소들이 있다는 것을 확인 할 수 있다.

이 때, 설계변수의 값이 낮다는 것은 상대적으로 다른 부분에 비해서 그 부분의 물질이 적거나 재질이 약하다는 것을 의미한다. 즉, 낮은 설계변수 값을 갖는 요소의 위치가 곧 결함의 위치를 나타내게 된다.

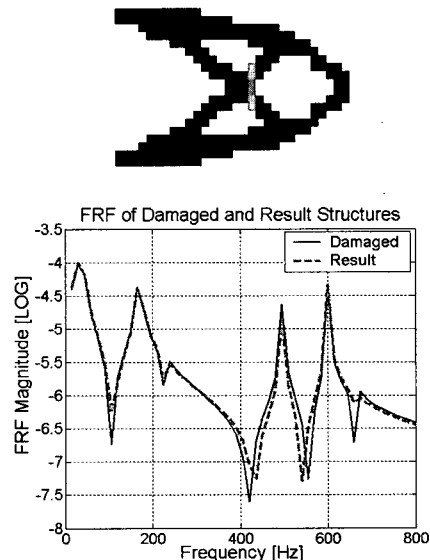


Fig. 3 The result of the topology optimization method using only resonant frequencies below 800 Hz

위의 예제와 같이, 특정 포인트주파수응답함수의 공진주파수만을 고려하여 결합의 위치를 찾아내는 위상최적설계 기법을 수행하면 Fig. 3에서처럼 정확한 결합 위치를 찾아내기 어렵다. 또한, Fig. 3의 주파수응답함수를 보면, 위상최적설계 기법으로 얻어진 결과 구조물의 반공진주파수가 결합이 있는 구조물의 반공진주파수를 잘 추적하지 못한다는 것을 알 수

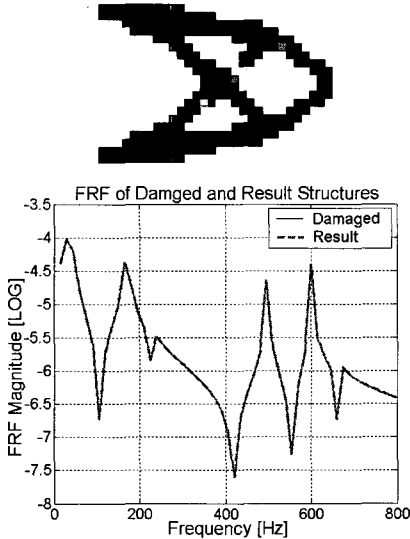


Fig. 4 The result of the topology optimization method using both resonant and antiresonant frequencies below 800 Hz, simultaneously

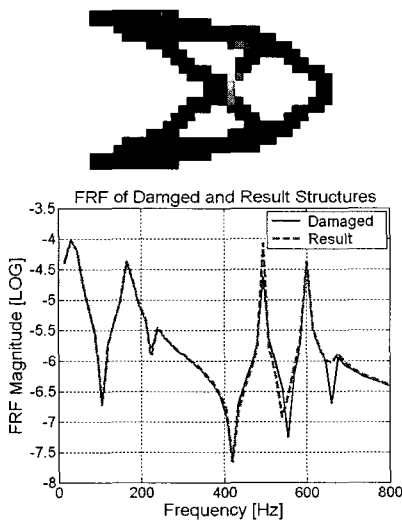


Fig. 5 The result of the topology optimization method using the typical topology design formulation of equation (6)

있다. 따라서, 공진주파수와 함께 반공진주파수도 고려하여야 할 필요가 있다.

Fig. 4는 공진주파수와 반공진주파수를 동시에 고려하여 얻은 결과를 보여주고 있다. Fig. 4의 위상최적설계 결과그림의 결합 부위가 Fig. 2(b)의 결합 부위와 일치함을 확인할 수 있다. 또한, 주파수응답함수에서도 위상최적설계 기법을 이용하여 얻어진 결과 구조물과 결합을 가진 구조물 사이의 주파수응답함수가 800 Hz이하의 주파수 영역에서 거의 동일하게 나타남을 알 수 있다.

한편, Fig. 4와 Fig. 5를 비교해보면, 이 논문에서 제안된 정식화 방법을 이용하면 보다 정확한 결합 규명을 수행할 수 있다는 것을 알 수 있다. 모든 공진주파수 및 반공진주파수들을 하나의 목적함수 내에 대입하는 일반적인 정식화 방법을 이용한 결과인 Fig. 5를 보면, 중간 밀도가 제대로 제거되지 않을 뿐만 아니라, 결과 구조물과 결합이 있는 구조물 간의 주파수응답함수에서도 차이가 존재한다.<sup>(19)</sup> 이 때는 벌칙 함수를 사용하더라도 성능이 크게 향상되지 않는다. 반면, 다른 조건은 동일하게 유지한 채로, 제안한 위상최적설계 정식화 방법을 이용하여 얻은 결과인 Fig. 4에는 결합 부위가 명확하게 표현되어 있고 주파수응답함수 역시 거의 오차가 없을 알 수 있다.

#### 4.2 창살형(window frame-shaped) 평판 구조물

하부 모서리의 두 점이 고정된 Fig. 6(a)의 창살형 평판 구조물에 Fig. 6(b)와 같이 결합이 발생하였다고 가정한다. 이 구조물은 앞선 Michell형 평판 구조물과 마찬가지로 3차원 운동을 하게 되며, 우리가 관심 있는 저차 모드는 z축 방향으로 발생한다. 따라서 z방향 가진에 대한 z방향 응답을 나타내도록 한다. 초기의 구조물과 결합이 있는 구조물에 대하여 가진점 A(excitation point A)와 가진점 B(excitation point B)를 이용하여 개별적으로 얻은 주파수응답함수는 Fig. 6(c),(d)에 각각 제시하였다. 각 주파수응답함수 중에서 0 Hz부터 800 Hz까지의 공진주파수 및 반공진주파수를 위상최적화 기법의 정식화에 고려하였다.

Fig. 7은 두 가진점 중에서 가진점 A로부터 얻어지는 주파수응답함수의 차이만을 이용하여 결합의 위치를 규명하기 위한 위상최적설계 기법을 수행한 결과

이다. Fig. 7에서 설계변수의 값이 초기값으로부터  $\chi_{e,\min}$  (=0.01)이나 그에 가까운 값(즉, 요소 내에 재료가 거의 없는 상태)으로 수렴한 부분은 크게 두 곳

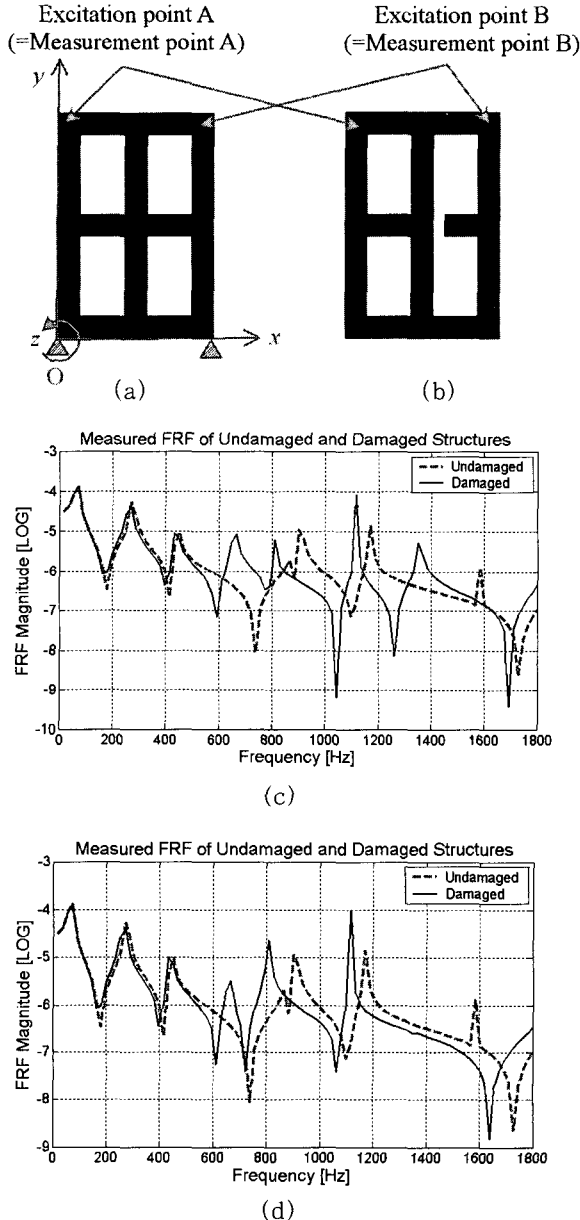


Fig. 6 Window frame-shaped plate structure having dominant vibrations in the z-direction with two excitation points A and B. (a) initial configuration, (b) damaged configuration, (c) point-FRFs for undamaged and damaged structures at point A, (d) point-FRFs for undamaged and damaged structures at point B

이 있다(점선 원으로 표시). 결과 구조물에 대한 주파수응답함수는 800 Hz 근방의 반공진주파수를 제외하고는 결함을 가진 구조물의 경우와 상당히 일치한다. 하지만, 이러한 결과로부터 결함 예상 부분 중에서 어느 곳이 결함인지를 정확히 판별하기는 어렵다. 이는 앞서 언급했듯이, Fig. 6에 제시된 예제가 전체적인 형상뿐만 아니라 각 부분들의 연결 부위가 모두 직각을 이루고 있어 내부의 결함에 의한 모드 형상이 크게 변화하기 때문이다. Fig. 6(c)의 주파수응답함수에서도 800 Hz이상의 영역에서 모드의 이러한 큰 변화를 확인할 수 있다.

따라서, Fig. 7의 결과를 바탕으로 가진점 B를 추가로 이용하여 얻어지는 공진주파수 및 반공진주파수를 위상최적화 기법의 정식화에 포함시켰다. 즉, 서로 다른 두 가진점 A, B에서 얻어지는 초기의 구조물과 결함이 있는 구조물 간의 주파수응답함수의 차이를 이용하였다. 이 때 구조물 내의 추정된 결함 위치와 그 주파수응답함수는 다음의 Fig. 8에 제시하였다.

결함을 규명하기 위한 Fig. 8의 위상최적화 결과 구조물을 보면 중심에서 약간 오른쪽 부분의 설계 변수가  $\chi_{e,\min}$  근방의 값을 갖는다.

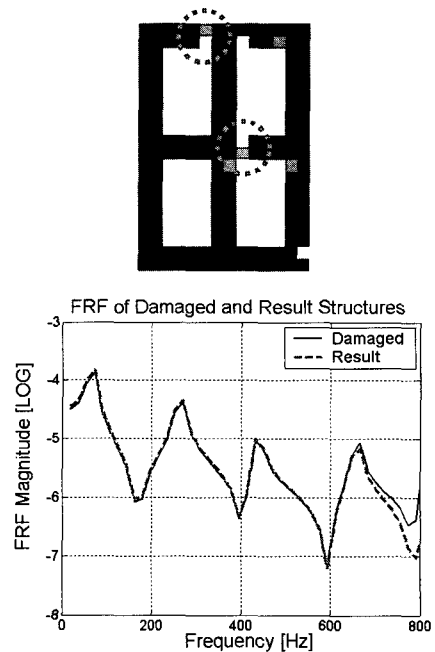


Fig. 7 With one excitation point A, the result of the topology optimization method using both resonant and antiresonant frequencies below 800 Hz, simultaneously

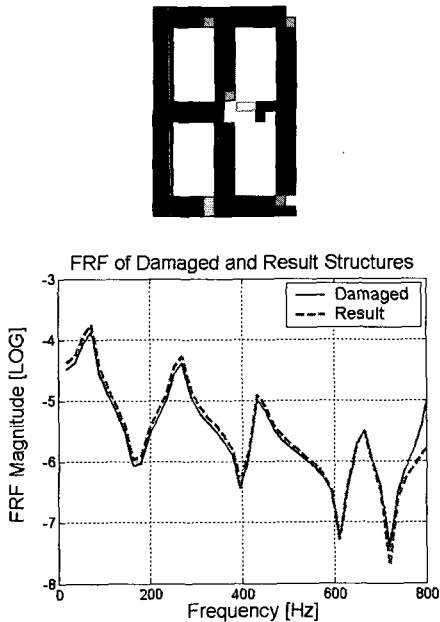


Fig. 8 With two excitation points A and B, the result of the topology optimization method using both resonant and antiresonant frequencies below 800 Hz, simultaneously, and point-FRFs measured at point B

이 부분은 앞서 Fig. 7에서 결합의 위치로 예상하였던 두 부분 중 하나이다. 하지만 Fig. 7에서 예상된 결합 부분 중 나머지 한 부분은 가진점 B를 통한 주파수응답함수를 추가로 고려함으로써 실제로 결합이 발생한 부위가 아닌 것으로 규명되었다. 이로써, 하나의 가진점으로부터의 주파수응답함수 차이로만 결합의 위치를 규명해 내기 어려울 때에는, 또 다른 가진점에서의 주파수응답함수를 추가로 고려하면 보다 효과적으로 결합 위치를 규명할 수 있음을 알 수 있다.

### 5. 결 론

이 연구에서는 포인트 주파수응답함수를 이용하여 결합의 위치를 역으로 찾아가기 위한 새로운 방법으로 위상최적설계 기반 결합진단 기법의 적용 가능성을 수치 예제를 바탕으로 확인하였다. 예상되는 결합의 형태나 국소적인 결합 예상 부위를 가정하는 기존의 수치적인 방법들과는 달리 위상최적설계 기법을 결합 규명 문제에 적용하면 전체 구조물을 결합 후보 요소로 선정할 수 있기 때문에 사전 정보가 별로 없

는 문제에 효과적으로 적용할 수 있다. 이를 위해서 모달 모델의 주파수응답함수에 반영된 구조물의 동특성 중에서 공진주파수 정보뿐만 아니라 반공진주파수의 정보를 동등하게 이용하여 이상진단 문제를 위상최적설계 문제로 정식화 하였다. 그리고 이러한 모달 파라미터를 목적함수 대신 제한조건 식에 반영함으로써 많은 모달 파라미터를 효율적으로 다룰 수 있게 하였다. 수치 해석 결과, 공진점과 반공진점을 활용하면 위상최적설계 기법으로 결합의 위치를 효과적으로 찾을 수 있다는 가능성을 확인하였다. 향후 해결해야 할 과제로는 가진점과는 다른 측정점에서 얻어지는 일반적인 주파수응답함수를 이용한 위상최적화 기반 이상진단 기법의 연구, 그리고 실제 측정 데이터 응용 시 잡음 등이 포함된 실험 결과를 이용하여 신뢰성 있는 결과를 얻을 수 있는 강건한 진단 방법의 연구 등을 들 수 있으며, 현재 후속 연구가 진행 중이다.

### 후 기

이 연구는 서울대학교 정밀기계설계공동연구소를 통해 체결된 창의적연구진흥사업(한국과학재단, 과제번호 2005-022)의 지원으로 수행되었습니다.

### 참 고 문 헌

- (1) Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N., 1988, "Generating Optimal Topologies in Structural Design Using a Homogenization Method," *Computer Methods in Applied Mechanics in Engineering*, Vol. 71, No. 2, pp. 197~224.
- (2) Ewins, D. J., 2000, *Modal Testing: Theory, Practice and Application*, 2nd Edition, Research Studies Press LTD., England.
- (3) Uhl, T. and Mendrok, K., 2004, "Overview of modal model based damage detection methods," *Proceedings of ISMA 2004*, Leuven, Belgium, pp. 561~575.
- (4) Fritzen, C.-P., Jennewein, D. and Kiefer, T., 1998, "Damage Detection Based on Model Updating Methods," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 12, No. 1, pp. 163~186.
- (5) Titurus, B., Friswell, M. I. and Starek, L.,



2003, "Damage Detection Using Generic Elements: Part I. Model Updating," *Computers and Structures*, Vol. 81, pp.2273~2286.

(6) Teughels, A. and De Roeck, G., 2004, "Structural Damage Identification of the Highway Bridge Z24 by FE Model Updating," *Journal of Sound and Vibration*, Vol.278, No. 3, pp.589~610.

(7) Icardi, U. and Zardo, G., 2005, "C<sup>0</sup> plate Element for Delamination Damage Analysis, Based on a Zig-zag Model and Strain Energy Updating," *International Journal of Impact Engineering*, Vol. 31, No. 5, pp. 579~606.

(8) Teughels, A., Maeck, J. and De Roeck, G., 2002, "Damage Assessment by FE Model Updating Using Damage Functions," *Computers and Structures*, Vol. 80, No. 25, pp.1869~1879.

(9) Sinha, J. K., Friswell, M. I. and Edwards, S., 2002, "Simplified Models for the Location of Cracks in Beam Structures Using Measured Vibration Data," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 251, No. 1, pp. 13~38.

(10) Carrion, F. J., Doyle, J. F. and Lozano, A., 2003, "Structural Health Monitoring and Damage Detection Using a Sub-domain Inverse Method," *Smart Materials and Structures*, Vol.12, pp.776~784.

(11) Park, N. G. and Park, Y. S., 2003, "Damage Detection Using Spatially Incomplete Frequency Response Functions," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 17, No. 3, pp. 519~532.

(12) Dilella, M. and Morassi, A., 2004, "The use of Anti-resonances for Crack Detection in Beams," *Journal of Sound and Vibration*, Vol.276, pp. 195~214.

(13) Wahl, F., Schmidt, G. and Forrai, L., 1999, "On the Significance of Antiresonance Frequencies in Experimental Structural Analysis," *Journal of Sound and Vibration*, Vol.219, No. 3, pp. 379~394.

(14) Bendsøe, M. P. and Sigmund, O., 1999, "Material Interpolation Schemes in Topology Optimization," *Archives of Applied Mechanics*, Vol. 69, pp. 635~654.

(15) Joung, Y. S., Yoon, G. H. and Kim, Y. Y., 2005, "Lumped Mass Modeling for Local-Mode-Suppressed Element Connectivity Parameterized Optimization of Vibrating Structures," *Proceeding of the 6th WCSMO, Rio de Janeiro*.

(16) Kim, T. S. and Kim, Y. Y., 2000, "Mac-Based Mode Tracking in Structural Topology Optimization," *Computers and Structures*, Vol. 74, pp. 375~383.

(17) ANSYS Reference Book, ver 6.0.

(18) Svanberg, K., 1987, "The Method of Moving Asymptotes: a New Model for Structural Optimization," *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol. 24, pp. 359~373.

(19) Lee, J. S., Kim, J. E. and Kim, Y. Y., 2005, "Dynamic System Identification Using the Topology Optimization Method," *Proceedings of the KSNVE Annual Spring Conference*, pp. 120~123.