

## 이방성 복합재료 판에서 램파 $S_0$ 모드의 군속도 결정

### The Determination of Group Velocity of Lamb Wave $S_0$ Mode in Composite Plates with Anisotropy

이상호\*, 이정기\*\*, 이정주\*\*\*†

Rhee Sang-Ho\*, Lee Jeong-Ki\*\* and Lee Jung-Ju\*\*\*†

**초 록** 이방성을 지닌 복합재료에서 측정된 군속도와 램파 방정식을 이용하여 계산한 군속도는 서로 일치하지 않는다. 이러한 차이는 이방성 재료에서 군속도 방향과 위상속도 방향이 서로 일치하지 않는 현상에서 기인된 것이다. 본 연구에서는 램파 분산방정식을 이용하여 이방성을 지닌 단일방향, 양방향, 준등방성 복합재료 판에서  $S_0$  모드 위상속도곡선을 전파 방향 변화에 따라 구하고, 위상속도의 역수 값으로 구성되는 slowness surface를 이용하여 군속도의 방향과 크기를 결정하였다. 이와 같이 계산된 군속도는 측정된 군속도와 잘 일치함을 확인하였다.

**주요용어:** 램파, 복합재료, 분산, 위상속도, 군속도, 이방성, slowness

**Abstract** Experimentally measured Lamb wave group velocities in composite materials with anisotropic characteristics are not accorded with the theoretical group velocities as calculated with the Lamb wave dispersion equation. This discrepancy arises from the fact that the angle between the group velocity direction and the phase velocity direction in anisotropic materials exists. Wave propagation in a composite material with anisotropic characteristics should be considered with respect to magnitude in addition to direction. In this study,  $S_0$  mode phase velocity dispersion curves are depicted with the variation of degree with respect to the fiber direction using a Lamb wave dispersion relation in the unidirectional, bidirectional, and quasi-isotropic composite plates. Slowness surface is sketched by the reciprocal value of the phase velocity curves. The magnitude and direction of the group velocity are calculated from the slowness surface. The theoretically determined group velocity, which is calculated from the slowness surface, is compared with experimentally measured group velocities. The proposed method shows good agreements with theoretical and experimental results.

**Keywords:** Lamb Wave, Composite Material, Dispersion, Phase Velocity, Group Velocity, Anisotropy, Slowness

#### 1. 서 론

섬유 강화 복합 재료는 높은 비강도(specific strength) 및 비강성(specific stiffness) 특성을 가진 재료로서, 다양한 구조물의 주하중을 지지하는 재료로서 점점 사용빈도가 높아가고 있는 추세에 있다. 특히, 재래식 재료보다 우수한 기계적, 물리적

성질을 보유하여 우주항공분야 및 선박 그리고 여러 산업 시설물 등의 다양한 분야로 그 적용 범위가 확대되어 왔다. 탄소섬유 복합재료는 강화섬유의 역할로 기계적 강도가 우수하지만, 섬유(fiber)와 기지(matrix)로부터 제작된 이종재료로서 비균질하며, 강화섬유의 배열에 의해 구조적으로 이방성을 갖는다. 또한, 외부의 예기치 못한 충격으로 인해

외부에서는 육안으로 관찰이 어려운 내부손상, 즉 층간분리, 미접착 등의 결함을 받기 쉬운 재료로서 알려져 있다[1].

판에서 전파하는 Lamb wave는 주파수에 따라 속도가 변하는 분산특성을 갖는다[2]. 그러나 첫번째 단절주파수(cut-off frequency) 이하의  $S_0$  대칭모드는 분산이 거의 없는 모드로 잘 알려져 있다[3-5]. 따라서 분산이 적은  $S_0$  대칭모드를 이용하여 단일방향 섬유강화 복합재료 판에서 군속도와 위상속도와의 방향 차이 및 정확한 속도 측정을 위한 연구가 수행되어 왔다. Rose 등은 단일방향 복합재료 적층 판재에서 실험적으로  $S_0$  모드를 이용하여 군속도와 위상속도의 방향이 일치하지 않는다는 것을 밝혔으나, 섬유와 수직한 방향을 제외하고 에너지의 흐름이 섬유방향을 향하고 있다고 제시하였다[6]. 이러한 실험 결과는 실제로 이방성 매질이라 하더라도 모든 방향으로 에너지가 전파한다는 사실과 모순된다. 또한, Lee 은 분산이 적은  $S_0$  대칭모드의 군속도를 이용하여 slowness 선도를 구하여 군속도의 방향과 크기를 결정하여 계산한 군속도와 실험적으로 측정된 속도가 일치하는 결과를 제시하기도 하였으나[7,8], 분산이 적은 영역이기 때문에 군속도를 위상속도로 근사하여 slowness 선도를 구하였다. 하지만, 이방성재료의 전파이론에 따르면, 위상속도값으로부터 역수를 취한 후, 군속도의 크기와 방향을 구하는 것이 이방성재료에서의 전파이론에 합당하다[9].

복합재료는 주로 판재 형태로 많이 사용되는데, 판의 건전성 및 내부 결함 유무 판단을 위하여 최근 램파의 특성을 이용한 비파괴 시험법에 대한 연구가 활발하게 진행되고 있다. 본 연구에서는 이방성을 지닌 복합재료판에서 램파의 속도 측정과 분산방정식에서 얻은 속도와의 관계를 규명하기 위하여 전파 방향에 따른 분산 곡선으로부터 구한 군속도와 측정된 군속도와 비교하고 분석하였다. 이를 위하여 램파 분산방정식을 이용하여 단일방향(unidirectional), 양방향(bi-directional), 준등방성(quasi isotropic) 복합재료 판에서 전파 방향 변화에 따른  $S_0$  대칭모드의 위상속도 분산곡선을 구하고 첫번째 단절주파수 이하인 영역에서 위상속도의 역수값을 취하여 slowness surface를 구하였다. 이 선도로부터 군속도의 방향과 크기를 결정하여 측정된 속도 값과 비교하였다.

## 2. 복합재료 판에서의 Lamb wave 속도분산곡선

복합재료를 균질한 재료로 가정하고, 이를 선형, 탄성에 관한 운동방정식을 대입하여 판의 양 표면에서 자유응력 경계조건을 이용해서 정리하면, 램파의 대칭 및 비대칭 분산방정식을 얻을 수 있다[3]. 이 방정식에 본 실험에 사용한 복합재료(CU-125NS)의 탄성계수(Table 1)를 대입하고 수치해석방법(bi-section method)을 이용해서 풀면, 복합재료 판에 대한 속도분산곡선을 얻을 수 있다. 이러한 분산곡선에서 첫번째 단절주파수 이하의 영역에서는 오직  $S_0$  대칭모드와  $A_0$  비대칭모드만이 존재하며,  $S_0$  대칭모드의 속도는 이방성 정도에 따라 다르기는 하지만  $A_0$  비대칭모드의 속도에 비하여 3배에서 5배 정도의 매우 큰 값을 갖는다[4,7,8]. 그리고 이 영역에서의  $S_0$  대칭모드는 분산이 적어 속도 변화가 거의 없기 때문에 비파괴검사에 주로 사용되고 있는 모드이기도 하다.

Table 1 CU-125NS material property

Property	Symbol	Value
Elastic modulus in fiber direction	E1	135.4 GPa
Elastic modulus in transverse directions	E2, E3	9.6 GPa
Shear modulus in 1-2	G12	4.8 GPa
Poisson's ratio	$\nu_{12}, \nu_{13}$	0.31

Fig. 1은 단일방향 복합재료판에서 섬유 방향을 0도로 하여 전파 방향을 10도씩 변화시키면서 구한  $S_0$  대칭모드의 위상속도 분산곡선이다. 전파 방향이 섬유 방향에서 어긋남이 증가할수록 속도는 감소하며, 첫 번째 단절주파수 이하의 영역에서는 속도 변화가 거의 없는 분산이 적은 특징을 보여주고 있다. Fig. 2는 양방향 복합재료 판에서 섬유방향을 0도로 하여 전파 방향을 섬유 방향에서 45도까지 증가시키면서 구한  $S_0$  대칭모드의 위상속도 분산곡선이다. 양방향 복합재료 판은 45도에 대하여 대칭적인 구조를 가지므로 45도 이상은 대칭적인 것으로 간주하였다. 여기에서도 단일방향 복합재료 판에서와 마찬가지로 전파 방향이 섬유 방향에서 어긋남이 증가할수록 속도는 감소하며, 첫 번째 단절주파수 이하의 영역에서는 속도 변화가 거의 없는 분산이 적은 특징을 보여주고 있다. Fig. 3은 준등방성 복합재료판에 대한  $S_0$  대칭모드의 위상속도 곡선으로 오직 하

나의 곡선만을 얻을 수 있다. 이것은 전파 방향 변화에 따른 분산 곡선의 변화가 없기 때문에 이러한 경우에는 위상속도의 방향과 군속도의 방향이 일치하여 등방성 재료와 같은 특성을 지닌다고 할 수 있다.

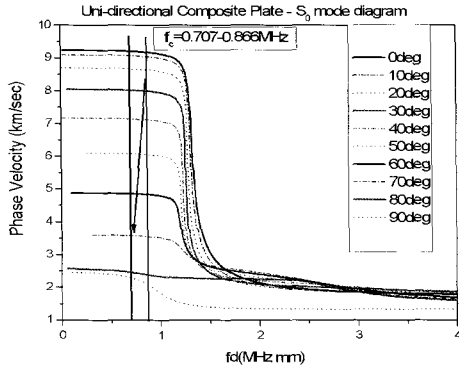


Fig. 1 Phase velocity dispersion curves of  $S_0$  symmetric mode in a unidirectional composite plate

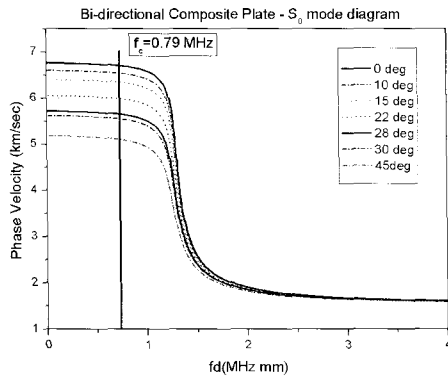


Fig. 2 Phase velocity dispersion curves of  $S_0$  mode in a bidirectional plate

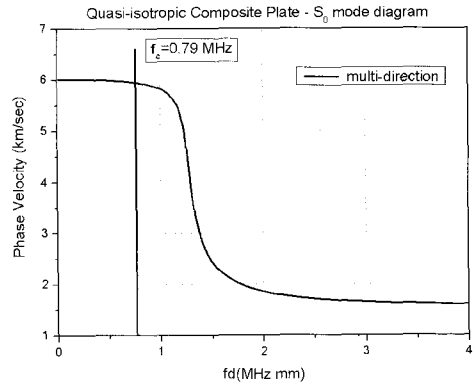


Fig. 3 Phase velocity dispersion curve of  $S_0$  symmetric mode in a quasi isotropic composite plate.

### 3. 시험편

복합재판에서의 전파 방향에 따른 속도 변화를 측정하기 위하여 Table 2와 같이 CU-125NS prepreg를 이용하여 8 plies, 12 plies, 16 plies 3종류로 단일방향, 양방향, 준등방성 복합재 판으로 제작한 11개의 판재시편을 적층하여 제작하였다. 판은 가로, 세로를 800 × 800 mm의 크기로 제작하여 속도 측정에 있어 판의 모서리에서 반사되는 파의 간섭이 일어나지 않도록 하였다.

### 4. 램파 속도 측정

초음파 발생을 위하여 음원으로 직경이 25.4 mm 이고 중심주파수가 0.5 MHz인 광대역 transducer를

Table 2 Manufactured composite plate specifications.

번호	적층각도	적층수	크기 및 재질
1	$[0]_8$	8	800 mm×800 mm CU125NS
2	$[0]_{12}$	12	
3	$[0]_{16}$	16	
4	$[0/90/0/90]_8$	8	
5	$[0/90/0/90/0/90]_8$	12	
6	$[0/90/0/90/0/90/0/90]_8$	16	
7	$[0/\pm 45/90]_8$	8	
8	$[0/\pm 30/\pm 60/90]_8$	12	
9	$[0/+45/-45/90/0/+45/-45/90/0/+45/-45/90]$	12	
10	$[0/\pm 22.5/\pm 45/\pm 67.5/90]_8$	16	
11	$[0/+45/-45/90/0/+45/-45/90]_8$	16	

약 0.5kV의 전기 펄스를 발생시키는 초음파 펄서로서 구동하였다. 본 시험에서는 Lamb wave 신호를 수신하기 위하여 직경이 9.3mm 이고 주파수대역이 50 kHz-2 MHz인 초음파 탐촉자(B-1025, Digital Wave Co.) 2개를 사용하였다. 음원으로 사용된 탐촉자의 직경이 비교적 커서, 수신탐촉자를 1개만 사용하면 속도 측정에 오차가 발생할 수 있으므로 수신탐촉자를 2개 사용하여 골과 골이 지나가는 속도 또는 산과 산이 지나가는 속도를 측정하면 보다 정확한 속도측정을 할 수 있어 본 시험에서는 수신부를 2개 사용하여 속도를 측정하였다. 수신된 신호는 amplifier & filter(PA2040G)를 사용하여 40 dB 이상 증폭한 뒤에 digital oscilloscope로 관측하였다. 보다 정확한 속도 측정을 위하여 초음파 발생 순간을 신호 수신시 trigger 시간으로 정하였으며, 이를 위하여 음원 transducer 아래에 직경이 1.5 mm인 pinducer를 두었다. 그리고 측정된 Lamb wave의 신호는 PC로 데이터가 전송되도록 하였다. Fig. 4는 본 연구에 사용한 초음파 속도측정 장치를 구성한 실험 장치 구성도를 나타낸 것이다.

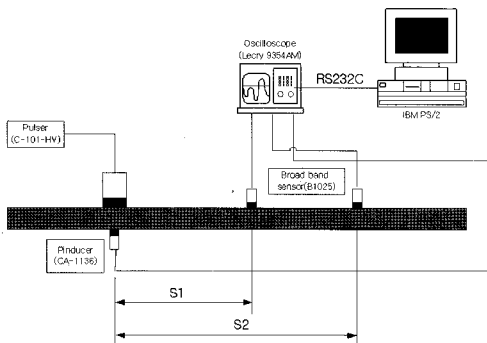


Fig. 4 Schematic illustration of the experimental setup

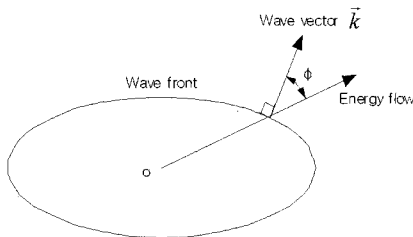


Fig. 5 Incompatibility between wavevector and energy flow direction in a non-spherical wave front

5. Slowness Surface를 이용한 군속도 교정

등방성 판(isotropic plate)에서 점원(point source)에 의해 전파되는 탄성파의 파면은 원형을 유지하며 전파하지만, 이방성 판(anisotropic plate)에서 전파되는 탄성파의 파면은 Fig. 5와 같이 원형이 아닌, 다른 형태의 파면을 형성하며 전파한다. 이는 전파하는 방향에 따라 전파속도가 다르기 때문에 나타나는 현상이다. 따라서 원형의 파면을 형성하는 등방성 매질에서는 파면에 수직한 위상속도 방향과 에너지 흐름 방향인 군속도 방향은 일치하나, 이방성 매질에서는 파면이 원형으로 형성되지 않으므로 위상속도 방향과 에너지 에너지 흐름방향인 군속도 방향은 일치하지 않으며 어떤 경우에는 두개 이상의 다른 방향의 파수 벡터의 파동이 같은 방향으로 에너지가 흐르는 cusp 영역이 존재하기도 한다.

단일방향 복합재료 판에서 전파 방향에 따른  $S_0$  대칭모드의 위상속도 분산곡선으로부터 첫번째 단절주파수 이하인 500 kHzmm의 위상속도 값을 선정하여 복합재료 판에서 0도 방향으로부터 90도 방향까지 크기를 나타내면 방향에 따른 위상속도의 크기 변화를 나타내는 위상속도곡선(phase velocity curve)을 얻는다. 각 방향에 대한 위상속도의 역수(reciprocal value)를 취한 후, 각도에 따라 역수 값의 궤적을 연결하면 Fig. 6에서 보여주는 slowness 곡선을 얻을 수 있다. 이러한 slowness 곡선은 파수 벡터 평면을 나타내는 것으로 원점을 기준으로 한 모든 방향은 파수 벡터( $k$ ) 방향으로 위상속도 방향이다. 그리고 곡선에 수직인 방향은 에너지 흐름 방향인 군속도 방향이다. 이러한 관계로부터 원점에서 slowness 곡선의 특정 점까지 연결한 크기는 위상속도의 역수인  $1/C_p$ 이다. Fig. 6에 나타난 slowness 곡선에서 위상속도와 군속도는 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$c_p = c_g \cos \phi$$

여기서  $\phi$ 는 군속도 방향과 위상속도 방향이 어긋난 각도의 크기이다.

Figs. 1, 2, 3은 램파 분산방정식으로부터 구한 위상 속도분산 곡선이므로 여기서의 방향은 파수 벡터 방향인 위상속도 방향이다. 이방성 특성을 지닌 복합재료 판에서는 파수 벡터 방향과 에너지 흐름 방향이 일치하지 않으므로, slowness 곡선을 이용하

여 에너지 흐름방향인 군속도 방향을 결정하고 크기도 교정되어야 한다. Fig. 6에서 위상속도 방향과 x 축과의 각도,  $\theta_3$ 은 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\tan \theta_3 = \tan(\theta_1 + \phi) = \frac{\tan \theta_1 + \tan \phi}{(1 - \tan \theta_1 \tan \phi)}$$

여기서  $\theta_1$ 은 x축과 군속도 방향이 이루는 각이다. 이 관계식을 정리하면, 다음과 같이 표현된다.

$$\tan \phi = \frac{\tan \theta_3 - \tan \theta_1}{(1 + (\tan \theta_1 \tan \theta_3))}$$

이 관계식으로부터 두 속도 방향의 사이각( $\phi$ )을 구하고, slope vector와 normal vector 개념을 이용하여 군속도의 크기를 결정한다. Fig. 7은 단일방향 복합재료 판에서 램파의 위상속도 분산곡선으로부터 구한 전파 방향에 따른 위상 속도 곡선과 slowness 곡선을 이용하여 결정한 군속도 곡선을 나타낸 것이며, Fig. 8은 단일방향 복합재료 판에서 위상속도 곡선으로부터 크기와 방향이 결정된 군속도 값과 측정된 군속도값을 비교한 것이다. 각 방향 별로 측정된 속도는 섬유 방향 근처만을 제외하고는 결정한 군속도 값과 잘 일치하고 있다.

본 실험 방법과 같은 방법으로 판재의 속도를 측정하면 램파의 군속도를 측정하게 된다. 이렇게 측정된 속도는 분산곡선을 구할 때 적용한 전파 방향과는 다른 에너지 흐름방향의 속도이다. 따라서 램파 분산방정식으로부터 계산된 군속도 분산곡선의 값과 측정된 군속도 분산곡선의 값과 비교 분석하기 위해서는 반드시 방향 결정이 필요하다. 그리고 섬유 방향 근처에서 측정된 속도와 결정한 속도가

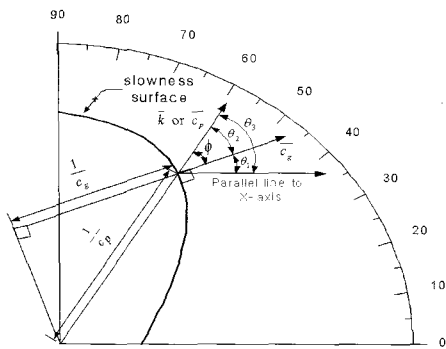


Fig. 6 Group velocity magnitude and angle calculation from slowness surface for unidirectional composite plate

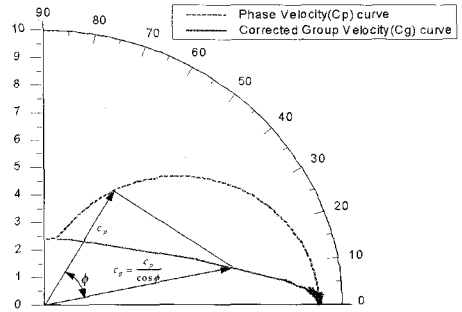


Fig. 7 Corrected group velocity curve determined from phase velocity curve for unidirectional composite plate

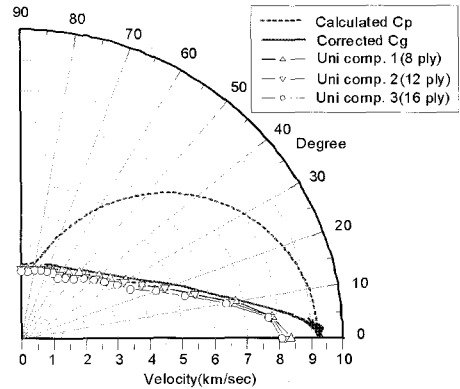


Fig. 8 Phase velocity, theoretically corrected, and experimentally measured group velocity curve for an unidirectional composite plate

차이가 나는 것은 여러 방향의 파수 벡터가 한 방향으로 에너지가 흐르는 cusp 영역으로 서로 다른 파수 벡터를 갖는 파동이 중첩되어 파동의 위상이 측정 위치에 따라 급격하게 변화하여 측정에 있어 오차를 유발하기 때문이다.

앞에서 기술한 단일방향 복합재료 판에서 군속도의 결정 방법을 양방향 복합재료판에 적용하였다. Fig. 9는 양방향 복합재료판에서 Fig. 2의 위상속도 곡선으로부터 크기와 방향이 결정된 군속도와 실험으로 측정된 군속도와 비교한 것이다. 실험으로 측정된 군속도 값과 slowness 선도를 이용하여 결정한 군속도 값의 차이는 7%이내의 차이를 보였으며, 모든 방향에서 거의 일치하였다. Fig. 10은 준등방성 복합재료 판에서  $S_0$  모드 위상속도 선도에서 결정한 군속도와 실험으로 측정된 군속도 값을 나타냈으며,

전 구간에서 대략 10%이내에서 일치하였다. 준등방성 판에서는 Lamb 파 방정식에서 계산된 군속도와 결정된 군속도가 같은데, 이는 준등방성 재료에서는 모든 방향으로 탄성계수가 같으므로 군속도의 결정이 필요하지 않으며, Lamb 파 방정식에서 계산된 군속도 값을 그대로 사용하면 된다는 것을 의미한다.

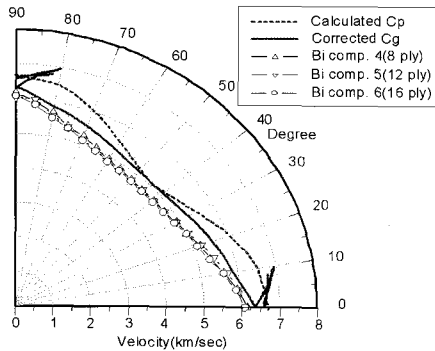


Fig. 9 Phase velocity, theoretically corrected group velocity, and experimentally measured group velocity curve for bidirectional composite

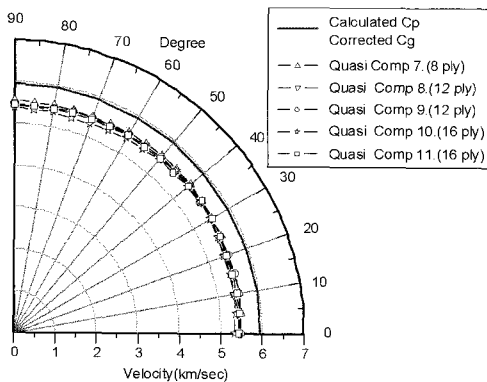


Fig. 10 Phase velocity curve, theoretically corrected, and experimentally measured group velocity curve for quasi isotropic composite

6. 결론

이방성을 지닌 복합재료 판에서는 Lamb wave 방정식을 이용하여 계산된 군속도와 실제 측정된 군속도와는 서로 일치하지 않는 경향을 보인다. 본 연구에서는 일방향, 양방향, 준등방성, 3종류의 복합재료 판을 각각 8, 12, 16ply로 제작하여 실험으

로 측정된 군속도와 slowness surface를 이용하여 군속도의 방향과 크기를 결정한 군속도와 비교하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 일방향 판에서  $S_0$  모드 위상속도로부터 결정된 군속도 값과 실제 실험으로 측정된 군속도와의 값은 섬유방향인 0도 방향을 제외하고 비교적 잘 일치하였다. 그리고 섬유 방향 근처에서 측정된 속도와 결정한 속도가 차이가 나는 원인은 여러 방향의 파수 벡터가 한 방향으로 에너지가 흐르는 cusp 영역이 존재하여 서로 다른 파수 벡터를 갖는 파동이 서로 중첩되어 측정 위치에 따른 위상 변화가 급격하여 측정에 있어 오차를 유발하기 때문이다.
- 2) 양방향 판에서도 결정된 군속도와 실험으로 측정된 군속도 값은 모든 방향에서 잘 일치하는 경향을 보였으며, 0~10도 사이와 80~90도 사이에서 섬유방향 근처에서 군속도가 하나의 값을 갖지 않고 두개 이상의 값을 갖는 cusp 영역이 나타났다. 실험으로 측정된 군속도와 결정된 군속도 차이는 모든 방향에서 잘 일치하였다.
- 3) 등방성 특성을 같은 판에서 각 방향에 따른  $S_0$  모드 위상속도 곡선과 교정된 군속도 곡선은 서로 동일하였으며, 실험으로 측정된 군속도 값과도 잘 일치함을 보였다.
- 4) 따라서, 일방향과 양방향 복합재료 판에서 전파되는 군속도는 Lamb wave분산방정식으로부터 계산된 군속도 값을 그대로 사용해서는 안되며,  $S_0$  모드 위상속도에서 slowness surface를 구한 후에 군속도의 크기와 방향을 구한 다음, 위상속도 선도에서 다시 군속도의 크기와 방향을 계산하여 사용하여야 한다.

참고문헌

- [1] T. K. Hwang, et al., Size effect on the fiber strength of composite pressure vessels, Composite Structures, Vol. 59, pp. 489-498, (2003)
- [2] H. Lamb, On waves in an elastic plates, Proceedings of the Royal Society, London, Series A, Vol. 93, pp. 114-128, (1917)
- [3] V. Dayal et al., Leaky Lamb waves in an anisotropic plate I : an exact solution and experiments, J. Acoust. Soc. Am., Vol. 85(6) pp. 2268-2276, (1989)

- [4] D. E. Chimenti et al., Leaky Lamb waves in fibrous composite laminates, *J. Applied Physics*, Vol. 58 (12) pp. 4531-4538, (1985)
- [5] R. L. Weaver et al., Axisymmetric elastic waves excited by a point source in a plate, *J. Applied Mechanics*, Vol. 49, pp. 821-836, (1982)
- [6] W. R. Rose, et al., Evaluation of anisotropic properties of graphite-epoxy composite using Lamb waves, *Rev. of Prog. Quantitative NDE*, Vol. 6B, pp. 1111-1118, (1987)
- [7] 이정기, et al., 단일방향 탄소섬유 복합재료 적층판에서 전파 방향에 따른  $S_0$  모드의 군속도의 변화, *복합재료*, 제18권, 제1호, pp. 38-44, (2005)
- [8] J. K. Lee, et al., Group velocity of Lamb wave  $S_0$  mode in laminated unidirectional CFRP plates, *Key Engineering Materials*, Vol. 297-300, pp. 2213-18, (2005)
- [9] B. A. Auld, *Acoustic fields and waves in solid*, Vol. I & II, John Wiley & Sons, (1973)